De zes eerste, elfde en twaalfde boeken Euclidis, vertonende de voornaamste gronden en eygenschappen der wydberoemde en voortreffelyke meetkonst : waar by gevoegd een toegift, om vierkanten in driehoeken; en een agthoek in een vierkant te beschryven : mitsgaders een aanhang, vervattende de transformatien, additien, substractien, multiplicatien en divisien in figuren

De zes eerste, elfde en twaalfde

BOEKEN EUCLIDIS,

Vertonende de voornaamste Gronden en Eygenschappen der wydberoemde en voortreffelyke

MEETKONST,

Waar by gevoegd
Een TOEGIFT, om Vierkanten in Driehoeken; en een Agthoek in een Vierkant te beschryven.

MITSGADERS
Een AANHANG, vervattende de Transformatien, Additien, Substractien, Multiplicatien en Divisien in Figuren.

Alles op een korte, en Wiskonstige manier gedemonstreert,

DOOR
PIETER WARIUS,
In zyn leven Mathematicus, Notaris en Schoolmeester tot Oostwoud.

DEN DERDEN DRUK.
Verbetert en van voorgaande Drukfouten gezuyvert.

TOT AMSTERDAM,
By JOANNES VAN KEULEN, Boek- en Zee-Caartverkooper en Graadboogmaker, aan de Oost-zyde van de Nieuwebrug, in de gekroonde Lootsman.
Anno 1751.

AAN DEN

Geoeffende en Konſt-lievende

MATHEMATICUS

CORNELIS HOEP,

Voorſanger en Leermeeſter in de Wiskonſt, mitsgaders geadmitteert Landmeter tot Schagen.

Byſondere Vriend.

DE konſt heeft geen verdagters als van onkundigen; dit is eensdeels de reden, dat ik dit myn eerſte in 't ligt gegeven werk aan U E. opdraag, als verſekert zynde, dat U E. (die van deſe, en andere Mathematiſche ſtoffe, grondige kennis hebt,) niet alleenlyk een regtmatig agter; maar ook een bequaam beſchermer zult zyn, tegen het ſchrollen van bitſe bedillers; andersdeels, om dat ik my verpligt agt, ſoo om myn genoegen in onſe beſondere kenniſſe en gemeenſaamheyt die al over tien a twaalf Jaaren aangevangen, en in eenige van de laatſte Jaaren door onderlinge ommegang ſeer vermeerdert is, uyt te drucken, als, om in erkenteniſſe, voor al, 't genooten goet, en beweſen vriendſchap, by deſe gelegentheyt myn dankbaarheyt in 't openbaar te betuygen. Ik verſeker my, dat het van U E. met geen mindere toegenegentheyt ſal werden aangenomen, als het U E. eerbiedigIyk na wenſchinge, dat God de Heere (de gever van alle goede gaven) U E. tot welſtand van U E^s. leerlingen in de Mathethesis, gelyk ook U E^s. Familie, in langdurige gesontheyt wil bewaren, en na dit leven de saligheydt verleenen, wil syn, en blyven

U E. seer toegenegen Vriend
en Dienaar

P: WARIUS.

VOORREDEN

AAN DEN

Konst-beminnende

LEEZER.

GElyk een voorsichtigh Bouwmeester voor al besorgt, een goeden grond en fondement te leggen, om syn gebouw daar op te vestigen: zoo ook moet yder oeffenaar van konsten en wetenschappen pogen vaste gronden te leggen, om syn oeffening geluckig te vol-eyndigen: dit is noodtsakelyk in alle wetenschappen, bysonder in de Wiskonst.

Myns

Myns bedunkings niet beter voor een leerling deser loffelyke wetenschap, als, na dat hy eenige bequaamheyt in de Rekenkonst verkregen heeft, sig te oeffenen in de beginselen der Meet-konst van den grooten *Griek* EUCLIDIS, welke ontrent drie eeuwen voor de geboorte van Christus gebloeyd heeft. Een werk zodanig bearbeyd, en aan een geschakelt, dat de voorstellen, of door gestelde gemene bekentenisse of de navolgende door de voorgaande, met behulp van deselve bekentenissen werden bewesen, synde even als een Ladder, die van sport tot sport moet beklommen werden, om tot d'uyterste te komen. Een werk dat by regtschapen kenners, van syn begin tot nu toe, (eenige nagelknauwers en hairklovers, die alles meenen te konnen verbeteren, uytgesondert) te regt onverbeterlyk wert geagt. Een werk, 't welk ſoo een oeffenaar het wel verſtaat, hem bequaam maakt, om andere deelen der Wiskonſt, als Stuurmans-konſt, Landmeet-konſt, Wynroy-konſt, Boſſchieterye, Sterkte-bouwings-konſt, Doorſigt-konſt, beſchryvinge van Sonnewyſers, Hemel-loopkunde. Stelkonſt, &c. grondig, en ligtelyk te leeren. Een werk, waar door een vlytig naſpeurder ſyn verſtand werd geſcherpt, en een hebbelykheyd verkrygt, om 't waar van 't valſch t'onderſcheyden; dienſtig voor die ſig tot d'oeffeningen der Wysbegeerte, Regtsgeleertheyt, Medicyne, en Godgeleertheyt willen begeven. Wat is dan nutter en noodiger voor een leerling deſer heerlyke wetenſchap, als dat de voorſtellen kort en bondig worden beweſen; dewyle

wyle de lankheyt van dien, hem niet alleen 't hooft doen draijen: maar ook afschricken syn aangevangen werk t' agtervolgen: oversulks heb ik gepoogt, klaar en beknopt de voorstellen te bewysen, op het voetspoor van den grooten *Mathematicus Barrow*, die in de Latynsche taal geschreven heeft.

Ik heb in desen alleen het eerste, tweede, derde, vierde, vyfde, zesde, elfde en twaalfde boek, gedemonstreert, als de nodigste, en in het gemeen gebruyk genoegsaam synde. In een Toegift stel ik eenige dingen, welke ik niet ondienstig, nog ongepast by 't voorige agt. Wyders verhandel ik in een Aanhang, de Transformatien, Additien, Substractien, Multiplicatien, en Divisien der Figuren uytvoeriger en breeder, als 't myns we-

wetens, van yemant in onſe taal bedagt is, dienſtig voor een leerling om 't gebruyk en nuttigheyt van *Euclidis* voorſtellen te ſien, als mede omſe den geheugenis vaſt in te prenten.

Heb ik ergens in gemiſt, of eenigedingen geſtelt en beweeſen, dat beter konde gedaan werden, (wie kan alles in de beſte ploy krygen,) weeſt eerder een minnelyke verbeteraar, als een vinnige beſchrobber. Ik breng dit werk in 't ligt, niet om imand te benadeelen; maar op dat het den neerſtigen gebruyker mag dienen, tot een ſpoedige vordering in de konſt, 't welk de wenſch is van

UE. Toegenegen

P. WARIUS.

Op de beknopte, en klaare

GROND-BEGINSELEN DER MEETKONST,

In 't ligt gegeven, door

PIETER WARIUS,

Schoolmeester tot Oostwoud, groot Liefhebber der Wiskonst, en onvermoeid Arbeider in deselve.

MEetkonstenaaren, streepetrekkers,
Hoekmeeters, weest nu vry verblyd.
Spring op van vreugde, dit's wat lekkers,
Zie wysheyd, groeid nog door de tyd.

Euclid', u meetsnoer voor veel Jaaren,
Komt nu, so fraai gedóst, in 't ligt,
Dit werk kan Eeuwen evenaaren,
Euclid' heeft ieder een verpligt.

U konst, heeft hy ten tóp gevyselt,
't Onnutte heeft hy afgeweert.
Verwarringe, tot gruis verbryselt.
't Is overtuigend, 't geen hy leert.

Dit

Dit word op nieuw, u aangeweesen,
Soo bondig, kragtig, wel ter sneed,
Dat men dubbeld dankbaar wesen,
Aan WARIUS, die de uitgift deed.

Dees schenkt, dat meer is, ook 't ver-
and'ren
Der streepen, hoekig of vierkant.
Hoe dat dit slingert door malkand'ren,
Als m' af- of toe-doet, na u trant.

Prys WARIUS, syn nutten yver,
Die konstiglyk dees schat ontsloot,
Geef lóf aan soo een braave schryver,
Vlegt Eerekranssen, na syn doot.

J. P.
Schoolhouder.

EERSTE BOEK.

Uytlegginge der Merk-tekens.

∞ Gelyk.
⊏ Grooter of langer.
⊐ Kleynder of korter.
+ Meer.
− Min.
× Vermenigvuldiging, of ſtelling eens rechthoeks zyde op een ander. Ook betekent het de t'ſamenſtelling der letters als A B ∞ A × B.
√ De wortel of zyde van een quadraat, cubicq &c
△ Triangel.
▭ Rechthoek.
▱ Parallelogram.
═ Parallel.
□ Quadraat.
⬚ Parallelepipedum,

Definitien, of Bepalingen.

1. PUnt, is dat ondeelbaar is.

Verſtaat ſodaanig men 't met zyn verſtant begrypt.

2. *Linie*, is een lengte ſonder eenige breete.

Als een punt voort loopt, ſoo wert de weg die ze maakt, *Linie* genaamt, en dewyl een punt ondeelbaar is, ſoo volgt dat de lengte die ſe maakt, ook ondoelbaar in de breete is, en daarom een sekere lengte dat met het verstant bevat moet worden, en vervolgens sonder breete.

3 De *eynde der linien* zyn punten.

Dat is de uyterste van zekere lengte, die men met zyn verstant begrypt. zyn ook sodanige punten.

4. *Rechte linie* is, welke gelyk tusschen zyn punten begrepen is

Hier onderscheyt *Euclides* de rechte van de kromme of gebogen linien: welk rechte, de gene is, die de kortste spatie is tusschen twee, gestelde punten, als in *Fig.* 1. C D. die korter is, als A B. of E F., als deselve gelyk beginnen en eyndigen.

5. *Superficie* of vlak is, welke alleen lengte en breete heeft.

Hier verstaat *Euclides* zodanigen spatie die sig alleen uytstrekt in de lengte en breete; sonder eenige hoogte of diepte, en moet mede alleen met het verstant bevat worden.

6. De *eynde der vlakken* zijn linien.

Gelyk de punten de eynden der linien zyn, soo zyn de linien de eynden der vlakken; als in *Fig.* 2. D E, E F., F G., G D. de eynden van 't vlak A, en H I., I K., K L., L M., M H. van 't vlak B.; ende N O P Q. van 't vlak C. zijn.

7. Een *platte* of *effen superficie* is, dat gelijk tusschen zyn linien begrepen is.

Hier onderscheit *Euclides* de supperficien of vlakken, welke recht zijn, van de kromme ofte gebogen vlakken, als van klooten, suylen, en alle ronde lichamen; zijnde een platte superficie sodanige dat als

als in *Fig*. 3., in eenig punt A. een rechte A B. 't eene eynde vast gemaakt, en 't ander eynde beweegde, dezelve overal 't vlak komt te geraken.

8. Een *platte* of *effen hoek* A: is de t'samenkoming van twee linien B A., C A. die malkander in een effen supperficie, niet rechtelijk ontmoeten. *Fig*. 4.

9. Soo de linien B A., C A. welke den hoek A begrypen recht zijn, (gelijk D.) zoo wordt dezelve een *rechtlinische hoek* genaamt. *Fig*. 4.

10. Als een rechte linie C G., staande op een andere rechte linie A B, makende de hoeken A G C., B G C. aan beyde zyden C G. gelijk, zoo zijn dezelve *rechte hoeken*, en de linie C G. is *perpendiculaar* op A B. *Fig*. 5.

Merkt. Als 'er verscheyden hoeken op een punt (als G) komen, zoo wert yder der zelver met drie letters aangetekent, van welke de middelste de hoek aanwyst, gelijk de hoek die de rechte C G., A G. maken aan de zyde A., wort gestelt C G A. of A G C.

11. Een hoek die grooter is als een rechte, (als A C B) wert *plomp of wydenhoek* genaamt. *Fig*. 6.

12. Een hoek die kleynder is als een rechte (als A C D.) wert *scherpenhoek* genaamt. *Fig*. 6.

13. *Eynde*, is het uyterste van eenig ding. *Fig*. 7.

Soo sijn de punten A, B. de eynden der linie A B. de linien D E., E F., F G., G D. de eynden des vlaks H. en zoo voorts.

14. *Figuur* is dat met een of meer eynden besloo-

Fig. 8. ten is, soo is A met een, B met twee, C met drie eynden beslooten, en zoo voort.

Fig. 9. 15. *Cirkel*, is een platte figuur beslooten met een linie A B C D. die men noemt Circumferentie of omtrek, tot welke alle de rechte linien E A., E B., E C., E D, getrokken van eenig punt E in dezelve malkander gelijk zijn.

Fig. 9. 16. Ende dit punt E. wert genaamt *centrum* of *midelpunt des Cirkels*.

Fig. 9. 17. *Diameter* of *middellyn des Cirkels*, is een rechte linie A C. getrocken door E. 't centrum des Cirkels, en eyndigende aan beyde zyden tegen de circumferentie des cirkels in A en C, die deelende in twee gelijke deelen als A B C. gelijk A D C.

Fig. 9. 18. *Halve cirkel* is een figuur beslooten van den Diameter, en de helft der cimcumferentie: dat is A B C. of A D C.

19. *Rechtlinische figuren*, zijn die met rechte linien beslooten zijn.

20. *Figuur van drie zyden*, zijn welke met drie rechte linien beslooten zijn.

21. *Figuur van vier zyden*, zijn die met vier rechte linien beslooten zijn.

22. *Veelzydige figuren*, zijn die met meer als vier rechte linien beslooten zijn.

Fig. 10. 23. Van de drie zydige figuren, wert deze welke drie gelijke zyden heeft, *gelykzydige triangel* genaamt (als A.)

Fig. 11. 24. *Triangel*, die alleen twee gelijke zyden heeft, wert *gelykbeenige Triangel* genaamt (als B.)

25.

25 *Triangel* met drie ongelyke zyden, wert *ongelykzydige Triangel* genaamt als C. *Fig.* 12.

Een ongelykzydige kan zyn een *rechthoekige*, *plomphoekige* en *scherphoekige* Triangel.

26. *Rechthoekige Triangel* is, welke eenen rechte hoek heeft als D. *Fig.* 13.

27. *Plomphoekige Triangel*. is welke eenen plompen of wyden hoek heeft als E. *Fig.* 14.

28. *Scherphoekige Triangel* is, welbe drie scherpe hoeken heeft als F. *Fig.* 15.

Gelykhoekige figuren zyn, wiens hoeken alle onder malkander gelijk zyn: En twee figuren zyn gelijkhoekig als elks byzondere hoeken d'een d'ander gelyk zyn Verstaat sulks ook van de gelijkzydige figuren.

29. Van de vierzydige figuren, wert deze welke vier gelijke zyden, en vier rechte hoeken heeft, *quadraat* genaamt als A B C D. *Fig.* 16.

30. *Langwerpig vierkant* is, welke vier rechte hoeken heeft, maar ongelijke zyden als E F G H. *Fig.* 17.

31. *Rombus* of Ruyt is, welke vier gelijke zyden heeft, maar geen rechte hoeken als I K L M. *Fig.* 18.

32. *Romboide* of langwerpige Ruyt is, welkers tegen overstaande hoeken en zyden gelijk zijn, sonder te zyn gelijkzydig of rechthoekig als N O P Q. *Fig.* 19.

33. Alle andere figuren met vier zyden noemt men *ongeschikte vierhoeken* of *Trapesia* als R S T V. *Fig.* 20.

34. *Parallela* of gelijkwydige rechte linien zyn, welke op eene superficie ofte vlak zyn: ende zoo men die verlengt aan d'een of d'andere zyde noyt te samen komen als A. en B. *Fig.* 21.

Hier uyt volgt als de linien niet parallel zyn; dat zy dan te samen komen.

Fig. 22. 35. *Parallelogram* is een figuur met vier rechte linien beslooten, van welke de twee tegens den anderen over parallel zyn, als D E F G.

Fig. 23. 46. Als in een Parallelogram A B C D den Diagonaal of Diameter A C. getrokken is, en noch twee rechte linien E F, H I. parallel met de zyden, en snydende den Diameter in een selve punt G, alzoo dat het parallelogram in vier parallelogrammen verdeelt wort: zoo werden die twee D G, G B. daar de Diameter niet doorgaat, genaamt *supplementen* ofte *vervulsels*, en de twee overige H E. F I. door welke de Diameter gaat, werden gesegt om den Diameter te staan.

Verklaring over eenige Konst-woorden die in dese Verhandeling gebruykt worden:

Propositien zyn *voorstellen*, en die worden onderscheyden in *Problema*, dat is *Werkstuk*, en *Theorema*, dat is *Vertoog*.

Werkstukken zyn, daar vereyscht word 't voorgestelde te bewerken.

Vertoogen zijn, daar eygenschappen worden voorgestelt te demonstreren, dat is bewyzen.

Uyt beyde konnen vloeijen *Carollariums* ende *Scholiums*.

Carollarium is gevolg, is iets dat men uyt de demonstratie trekt, en noodtsakelijk daar uyt volgen moet.

Scho-

Scholium, dat is *Byvoeg*, is een aanhang op het voorstel, en een aantekening die men door inval op 't zelve doet.

Lemma, is *voorbewys*, dat is iets daar men voor af stelt, en demonstreert, om daar op wat te laten volgen, dat men dan lichtelijk bekomt.

BEGEERTEN.

Daar werd begeert dat men toestaat,

1. Van een gegeven punt, tot een ander punt, een rechte linie trekken.
2. Een gegeven rechte linie oneyndelijk te verlengen.
3. Een cirkel te beschrijven, uyt eenig centro, ende van zulke wyte als men begeert.

GEMEENE BEKENTENISSEN.

1. *De dingen die een selfde ding gelykzyn, zyn onder malkander gelyk.*

Als A ∞ B ∞ C is, zoo zal ook A ∞ C zijn, of A, B, C. alle gelijk.

Merkt. Als gy verscheyden grootheden op deze wijze vint t'samen gezet, zoo sijn door deze *gem: bek:* die alle gelijk, in welken geval wy kortsheyts halven somtijds na laten deeze *gem: bekent:* aan te trekken, schoon de kragt van het gevolg hier van afhangt.

2. Zoo men tot gelijke dingen, gelijke toe doet, zijn de sommen gelijk.

3. Zoo men van gelijke dingen gelijke afneemt, de resten zijn gelijk.

4. Zoo men tot ongelijke dingen, gelijke toe doet, de sommen zijn ongelyk.

5. Zoo men van ongelijke dingen, gelijke afneemt, zyn de resten ongelijk.

6. De dingen die byzonder dubbelt sijn van een ander, zyn gelijk.

't Zelfde verstaat mede van driemaal, viermaal &c.

7. De dingen, die de helft van een selfde, ofte gelijke dingen zijn, sijn gelykl

't Zelve verstaat mede van derdendeelen, vierendeelen, en zoo voort.

8. De dingen die in alle deelen over een komen, zijn malkander gelyk

Deeze *gem: bekent:* grypt plaats tot linien en hoeken betrokken zijnde, maar niet tot figuren ten zy ze gelijk zijn.

Verders werden die grootheden gezegt over een te komen welkers deelen op malkander gevoegt, gelijk of dezelve plaatsen vervullen.

9. 't Geheel is grooter als zyn deel.

10. Twee rechte linien, hebben geen een en 't selve stuk gemeen.

11. Twee rechte linien in een punt t'samen komende, sullen (voortgetrocken zijnde) malkander in dat punt doorsnyden,

12. Alle rechte hoeken zyn malkander gelyk.

Fig. 24. 13. Zoo een rechte linie B A. valt op twee andere rechte linien A D., C B. also dat de inwendige hoeken op eene zy, al B A D., A B C. t'samen t'samen kleynder zijn als twee rechte hoeken deze A D., B C. op deselve zyde verlengt zijnde, sullen eyndelyk t'samen komen als in E.

14. Twee rechte linien besluyten geen plaats.

15. Alle geheel is gelijk aan al zijn deelen t'samen genomen.

16. Indien een geheel dubbelt is van een ander geheel, en het afgenomene van het eerste dubbelt is van het afgenomene des andere, zoo sal ook het eerste overschot dubbelt zyn van het ander.

't Selve verstaat mede van drie, vier, vyf en andere menigvuldigheden.

De aanwyzinge verstaat aldus:

Daar twee getallen ontmoeten, is *d'eerste de propositie*, de *tweede het boek*, als 4: 1. is door de vierde propositie des eersten boeks, en zo met andere.

Voorts beteekent.

Gem: gemeene bekentenis.
Beg: begeerte.
Def: definitie.
Prop: propositie.
Geg: gegeven.
Bov: bew: boven bewesen.
Ber: bereydsel.
Perp: perpendiculaar.

Centr: Centrum.
Suppl: suppliment.
Transf: Transformatie.

De overige verkortinge, die hier en daar mochte voorkomen, zal de Lezer licht verstaan: andere die zoo algemeen niet zijn, zullen op hun plaats verklaart worden.

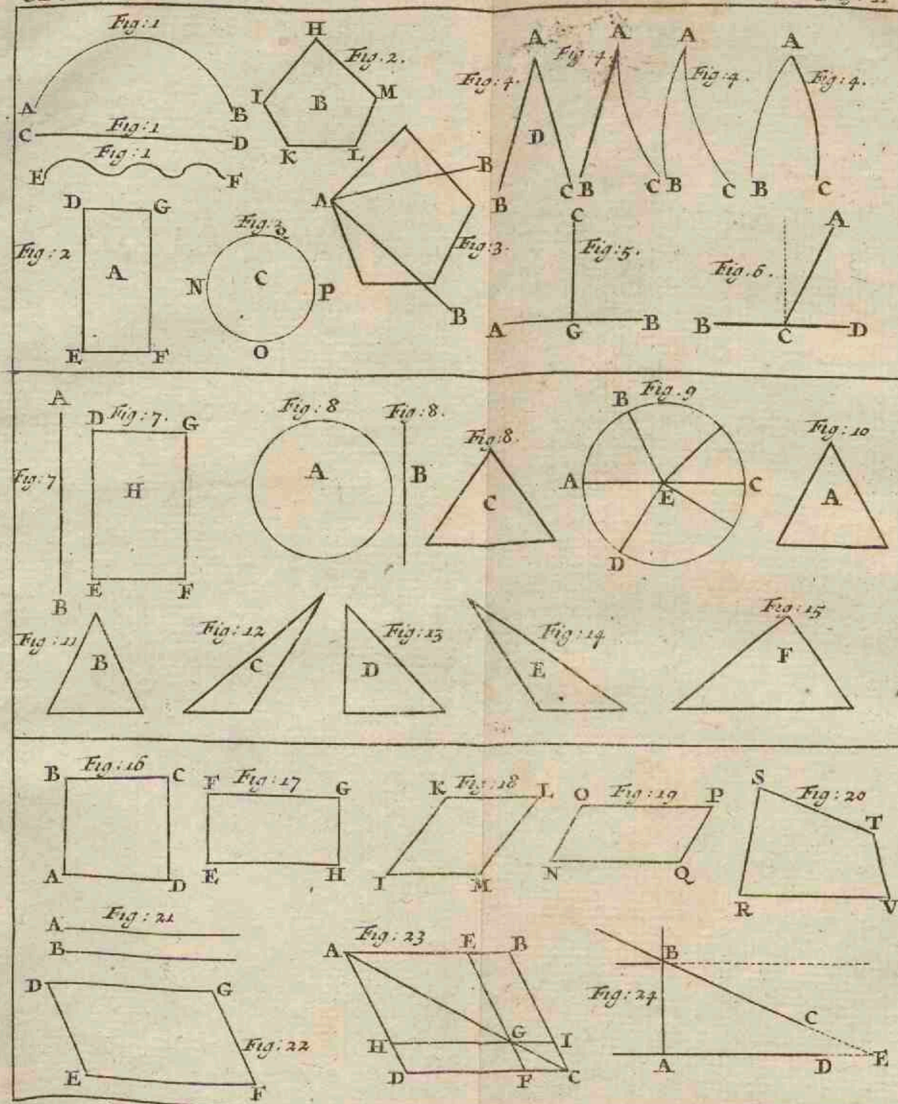


Fig: 1
Fig: 1
Fig: 1
Fig. 2.
Fig: 4.
Fig: 4.
Fig: 4.
Fig: 4.
Fig: 2
Fig: 3
Fig: 3.
Fig: 5.
Fig. 6.
Fig: 7.
Fig: 7
Fig: 8
Fig: 8.
Fig: 8.
Fig. 9
Fig: 10
Fig: 11
Fig: 12
Fig: 13
Fig: 14
Fig: 15
Fig: 16
Fig: 17
Fig: 18
Fig: 19
Fig: 20
Fig: 21
Fig: 22
Fig: 23
Fig: 24

DE PROPOSITIEN

Van 't eerste Boek

EUCLIDIS.

PROPOSITIE. 1.

Op een gegeven rechte linie AB. een gelykzydige Triangel ACB. te beschryven. Fig 25.

'*t* WErk. Uyt A. en B. als Centrums[a] beschryft met de wyte AB. of BA. de Cirkels BCD. ACE. doorsnydende malkander in 't punt C., uyt deselve[b] trekt de rechte CA., CB. zoo is ACB de begeerde Triangel.

a 3 Beg.
b 1 Beg.

Bewys

Dewyl AC[c] ∞ AB[e] ∞ BC[d] ∞ AC. is, zoo is de △ ACB.[e] gelijkzydig. Dat te doen was.

c 15 def.
d 1 gem.
e 23 def.

PROPOSITIE 2.

Van een gegeven punt A. een rechte linie AG. trecken, gelyk aan een gegeven rechte linie BC. Fig. 26.

'*t Werk.* [a] Beschryft uyt C. als Centrum, met de wytte CB. de Cirk. CBE, en[b] trekt de rechte AC., op deselve[c] maakt den gelijkzydigen △ ACD.

a 3 beg.
b 1 beg.
c 1: 1

dan

d 2 beg. dan [d] verlengt D C. tot den Cirkel in E. uyt D. met de wytte D E. [a] beschryft den Cirk: D E H. en [d] verlengt D B. tot den Cirkel, komt in G., dan zal A G ∞ B C zyn.

f 15 def. *Bewys.* Aangezien D G. [f] ∞ D E.
g 't werk. en D A. [g] ∞ D C. is } sub:
h 3 gem: zoo rest A G. [h] ∞ C E.
i 1 gem. ook is B C. [f] ∞ C E.
ergo A G. [i] ∞ B C. dat te doen was

Byvoeg.

Men soude A G. met de passer konnen genomen hebben: maar sulks voldoet geen begeerte, gelijk *Proclus* wel gezeid heeft.

PROPOSITIE. 3.

Fig. 27. *Gegeven zynde twee ongelyke rechte linien A. en B C. van de langste B C. een stuk B E. te snyden, gelyk de kortste A.*

a 2: 1. *'t Werk.* Van 't punt B [a] trekt de rechte B D ∞ A, b 3 beg. uyt B. met de wytte B D [b] beschryft den Cirk: B D E die snyd BC. in E. dat BE ∞ A is.

c 15 def. *Bew:* Want B E [c] ∞ B D.
d Werk. en A [d] ∞ B D is.
e 1 gem: *ergo* B E [e] ∞ A. dat te doen was

PROPOSITIE 4.

Fig. 28. *Soo van twee Triangels B A C., E D F. de twee zyden B A., A C. van d'eene, gelyk zyn de twee*

twee zyden E D. D F. van d'ander (dat is B A ∞ E D. en A C. ∞ D F.) en dat ook de hoek A. de hoek D begrepen van de gelyke zyden gelijk zyn, soo sal ook de Basis B C. de Basis E F. gelijk zijn, ende de Triangel B A C. gelyk de Triangel E D F. ook de overige hoeken B en C. gelyk aan de overige hoeken E en F. namentlyk die met gelyke zyden ondertogen zyn.

Bew: Indien het punt D. op 't punt A., en de rechte D E. op de rechte A B. gevoegt wert, soo sal 't punt E. op 't punt B. vallen, om dat D E [a] ∞ A B. is, en D F. zal op A C. en 't punt F. op 't punt C. vallen) om dat de hoek D. [a] ∞ A. en D F [a] ∞ A C. is: derhalven sullen E F., B C. over een komen, en daarom [b] gelijk zijn: ook sullen de △s. B A C, E D F. en de hoeken B, E. insgelyks de hoeken C, F. over een komen, dienvolgens [b] gelijk zyn. Dat te bewyzen was. a geg. b 8 gem.

PROPOSITIE 5.

In alle gelykbeenige Triangels A B C. zijn de hoeken op den Basis als A B C. A C B. gelyk: ende zoo men de gelyke zyden A B, A C. verlengt zijn mede de hoeken onder den Basis als C B D., B C E. gelijk. Fig. 29.

Ber: [a] Maakt A F ∞ A D. en [b] trekt C D, B F. a 3: 1.
Bew: In de △s. A C D., A B F is A B [c] ∞ A C. A F [d] ∞ A D. en de hoek A. gemeen; daarom de hoek A B F [e] ∞ A C D., A F B [e] ∞ A D C. en de basis B F [e] ∞ D C. ook is F C. [f] ∞ D B., derhalven in b 1 beg. c geg. d ber. e 4: 1. f 3 gem.

in de △s BFC., BDC. de hoek CBD. [c] ∞ BCF
(dat te bewyzen was:)

g bov. bew. Als mede de hoek FBC[e] ∞ DCB. } sub:
ende de hoek ABF [g] ∞ ACD. }

rest ABC [f] ∞ ACD, dat te bew: was

Gevolg.

Alle gelykzydige Triangels zyn ook gelykhoekig

PROPOSITIE 6.

Fig. 30. *Zoo van een Triangel A B C de twehoeken A B C, ACB. gelijk zyn; zoo sullen de zijden A C. AB. over deselve hoeken ook gelyk zijn.*

a 3: 1. *Ber:* Genomen dat AB ⊏ AC. is, zoo [a] snyt
b 1 beg. daar af BD ∞ AC, en [b] trekt CD.
Bew: In de △s. DBC, ACB. is de zyde
c ber. BD [c] ∞ CA, en BC. gemeen de hoek DBC.
d geg. [d] ∞ ACB. vervolgens zullen de △s. DBC, ACB
e 4: 1. [e] gelyk zyn, dat is 't geheel met sijn deel, dat [f] niet
f 9 gem: weezen kan.

Op de selve wyze kan AB. niet ⊐ zyn als AC
derhalven is AB ∞ AC, dat te bewyzen was.

Gevolg.

Alle gelijkhoekige Triangels sijn ook gelijkzydig.

PROPOSITIE 7

Fig. 31. *Zoo van de uytersten eener rechtelinie AB., twee andere rechte linien AC., BC, getrocken zyn die malkander in een punt C. ontmoeten; zoo konnen*

op

op deselve zyden van deselve uyttersten, geen twee andere rechte linien AD, BD. getrokken werden, die de eerste gelyk zijn, dat is AD ∞ AC. en BD ∞ BC) die in een punt D t'samen komen, anders als in't punt C.

Bew: 1. *Geval.* Indien 't punt D. gestelt wert in AC, zoo moet AD ∞ AC. zyn; dat [a] niet wezen kan. a 9 gem.

2 *Geval.* Indien 't punt D valt binnen den △ ACB, [a] trekt CD, en [b] verlengt BD, BC na F en E, AD is ∞ AC, volgens 't gestelde, daarom de hoek ADC [c] ∞ ACD; ook dewyl BD ∞ BC is, sal de hoek FDC [c] ∞ ECD zyn, oversulks de hoek FDC [d] ⊏ ACD, dat is de hoek FDC ⊏ ADC, 't welk ongerym is. a. 1. beg. b. 2. beg. c. 5. 1. d 9 gem.

3. *Geval.* Soo 't punt D. gestelt wert buyten den △ ACB., zoo trekt CD. volgens dit gestelde moet de hoeck ACD [b] ∞ ADC. en BCD [b] ∞ BDC. zyn, maar de hoek BDC. is [c] ⊏ als ADC., soo moet dan BCD ook ⊏ als ACD. zyn, (om dat ACD [d] ∞ ADC. is) dat [e] niet weezen kan; daar om kan 't punt D. ook niet buiten den △ ACB. vallen. Dat te bewyzen was. b 5: 1. c 9 gem. d bov. e bew.

PROPOSITIE 8.

Zoo van twee Triangels ABC., DEF. de twee zyden AB., AC. gelyk hebben de twee zyden DE. DF, ende de Basis BC gelyk de Basis EF is, zoo zal ook den Hoek A, den hoek D., (van gelyke zyden begrepen) gelyk zyn. Fig. 32.

Bewys. Soo de △ ABC. op DEF. gevoegt wert,

zo-

a geg. zodanig dat B.C. op E F. komt, zo sullen dezelve BC, EF. over een komen om datze [a] gelyk zyn, en dan sal ook 't punt A. in 't punt D vallen (om
b 7: 1. dat die in [b] geen ander vallen kan) dewyl A B [a] ꝏ D E en A C [a] ꝏ D E. is, derhalven de hoeken A. en D. van gelyke zyden begrepen over een komen, en
c 8: gem. daarom [c] gelyk zijn, dat te bewyzen was.

Gevolg.

1. Hier uyt volgt dat onderling gelykzydige
x 4: 1. Triangels onder malkander [x] gelykhoekig zyn. 2. dat alle Triangels die gelyke zijden hebben onder mal-
y 4: 1. kander [y] even groot zijn.

PROPOSITIE 9.

Fig. 34. *Een gegeven rechte linische hoek B A C. in tweën gelyk te deelen.*

a 3: 1. *'t Werk.* Neemt A D [a] ꝏ A E en [b] trekt D E,
b 1 beg. op deselve [c] maakt de gelijkzydige △ D E F. dan
c 1: 1. [b] trekt A F. die sal den hoek B A C. in tweën gelijk deelen.

d werk. *Bewys.* Dewyl A D [d] ꝏ A E en D F [d] ꝏ E F en A F beyde △ A D F, en A E F gemeen is;
e 8: 1. daarom is den hoek D A F [e] ꝏ E A F. dat te doen was.

Gevolg.

Hier uyt blijkt hoe een hoek in 4, 8, 16, &c. gelijke deelen kan gesneden werden: namelyk elke deel weder in tweën doorsnydende.

PRO-

PROPOSITIE 10.

Een gegeven rechte linie AB in twee gelyke delen te deelen. Fig. 34.

't Werk. Op de gegeven AB [a] maakt den gelijkzydigen △ ABC, diens hoek C [b] snijd in twee gelyke deelen met de rechte CD, deselve sal de gegevene AB in tweën gelijk doorsnijden. a 1. 1. b 9. 1.

Bewys. In de △s ACD, BCD is AC [c] ∞ BC en CD gemeen, de hoek ACD [c] ∞ BCD, derhalven AD [d] ∞ BD, dat te doen was. c werk. d 4: 1.

PROPOSITIE 11.

Van een gegeven punt C, in een gegeven rechte linie AB, een perpendiculaar linie CF te stellen. Fig. 35.

't Werk. [a] Neemt CD ∞ CE en [b] maakt op DE de gelijkzydigen △ DFE, dan [c] trekt FC, die sal de begeerde perpendiculaar zyn. a 3: 1. b 1: 1. c 1 beg.

Bew: In de △s DCF, ECF is DC [d] ∞ CE DF [d] ∞ EF en FC gemeen, derhalven de hoek DCF [e] ∞ ECF, en daarom CF [f] perpendiculaar op AB, dat te doen was. d werk e 8: 1. f 10 def.

Doch dit en de volgende Propositie werd seer licht uytgewrocht door een winkelhaak.

PROPOSITIE 12.

Van een gegeven punt C, buyten een gegeven rechte linie AB, op deselve een perpendiculaar CG te trecken. Fig. 36.

't Werk. Uyt C als Centrum [a] beschryft een cirkel, welke de gegeven AB in twee punten E en F a 3 beg.

 snijd,

b 10: 1 ſnyd, [b] deelt EF in tweën gelyk in G, en [c] trekt
c 1 beg: CG die is perpendiculaar op AB.

Bereyding. [c] Trekt CE, CF.

d 25 def: *Bew.* In de △s CGE, CGF is CE [d] ∞ CF,
e werk. EG [e] ∞ FG en CG gemeen, derhalven de hoek
f 8: 1 EGC [f] ∞ FGC, daarom CG [g] perp: op AB,
g 10 def. dat te doen was.

PROPOSITIE 13.

Fig. 38. *Soo een rechte linie AB op een ander rechte linie CD valt, dan zyn de hoeken aan beyde zyden als ABC, ABD recht of t'ſamen gelyk twee rechte hoeken.*

1 *Bew.* Indien de hoeken ABC, ABD gelyk
a 10 def. zyn, 't blykt datſe [a] recht zyn.

Ber. Soo ze ongelyk zyn, zoo [b] recht uyt B de
b 11: 1 perp: BE.

c 15 gem. 2. *Bew.* De hoek ABC [c] ∞ 1 regte + ABE } ad.
d 3 gem. en de hoek ABD [d] ∞ 1 regte — ABE }

Daarom de hoek ABC + ABD [e] ∞ 2 regte
e 2 gem. hoeken, 't welk was te bewyzen.

Gevolg.

1. Indien de eene hoek ABD recht is, ſoo is de ander ABC ook recht, ſoo deſe ſcherp is die plomp en verkeert.

2. Soo verſcheyden rechte linien tot deſelve punt in een rechte linie op eene zyde getrocken werden, ſoo zyn alle de hoeken t'ſamen gelyk twee rechte.

3. Twee rechte linien elkander doorſnydende; maken hoeken gelyk aan vier rechte.

4. Alle hoeken om een punt gemaakt, maken t'ſamen

t'samen vier rechte gelyk, dat blykt uyt tweede gevolg deses.

PROPOSITIE 14.

Soo op't eynde B eener rechte linie AB twee andere rechte linien CB, DB van beyde zyden t'samen komen, also dat sy twee hoeken maken ABC, ABD t'samen twee rechte gelyk, dan sullen deselve een rechte linie CBD maken. Fig. 39.

Ber. Soo CB, DB in geen rechte linie waar, soo sy CB recht uyt [a] verlengt tot E, soo moet EB onder of boven de linie BD vallen: genomen datse boven BD valt, soo sal CBE een rechte linie zyn. a 2 beg.

Bew. De hoek ABC + ABE [b] ∞ 2 rechte, om dat CBE een rechte linie gestelt werd, maar de hoek ABC + ABD [c] ∞ 2 rechte, van elk neemt de gemeene hoek ABC [d] blyft de hoek ABE ∞ ABD dat [e] niet wesen kan, daarom kan de rechte niet boven BD vallen; op deselve wyse kan se ook niet onder BD vallen, derhalven moet CBD een rechte linie zyn, dat te bewyzen was. b 13: 1 c geg. d 3 gem: e 9 gem:

PROPOSITIE 15.

Soo twee rechte linien AB, CD malkander doorsnyden, sullen de schrikshoeken CEB, AED gelyk zyn. Fig. 40

Bewys. Den hoek

	AED + AEC [a] ∞ 2 rechte [a] ∞	AEC + CEB	a 13: 1.
subs:	AEC	∞ AEC	
rest	AED [b] ∞	CEB	b 3 gem:

dat te bewyzen was.

1. *Byvoeg.*

Fig. 41. Indien tot een punt A in eenige rechte linien GH twee rechte linien EA, AF elk van een zyde getrocken werden, sulks dat de schrikshoeken D en B gelyk zyn, soo sullen de rechte linien EA, AF malkander recht ontmoeten.

a 13: 1 *Bewys.* Want 2 rechte [a] ∞ D + A [a] ∞ B + A
b 14: 1 zyn, derhalven EA, AF een [b] rechte linie zyn, dat te bewysen was.

2. *Byvoeg.*

Fig. 42. Soo vier rechte linien EA, EB, EC, ED van een punt E afloopen, sulks dat de schrikshoeken gelyk zyn: soo sullen elk twee linien AE, EB en CE, ED in een rechte linie gevoegt zyn.

a 4 gev. 13: 1 *Bew:* Want om dat de hoek AEC + AED + CEB + DEB [a] ∞ 4 rechte zyn; soo sal AEC
b 13: 1 en 2 gem. + AED [b] ∞ CEB + DEB ∞ 2 rechte: derhalven CED en AEB [c] rechte linien zyn, dat te
c 14: 1 bewysen was.

PROPOSITIE 16.

Fig. 43. *Van een Triangel ABC een zyde BC verlengt zynde, soo is de uytwendige hoek ACD grooter als een van de overstaande inwendige hoeken CAB, CBA.*

a 10: 1 en 1 beg. *Ber:* [a] Snyd de zyden AC, BC yder in tweën
b 2 beg. gelyk door AH, BE, deselve [b] verlengt zynde,
c 3: 1 soo neemt EF, ∞ BE, en HI [c] ∞ AH en [d] trekt FCI.
d 1 beg. *Bew:* In de △s CEF, AEB is CE [e] ∞ EA,
e ber.
f 15: 1 EF [e] ∞ EB, en de hoek FEC [f] ∞ BEA, derhalven

ven de hoek E C F [g] ∞ E A B is. Maar de hoek ACD is [h] ⊏ als E C F, derhalven A C D ⊏ als E A B: Op deselve wyse werd in de △s C H I, B A H den hoek I C H ([f] dat is F C D) ∞ A B H bewesen, derhalven de geheele A C D [h] ⊏ als A B C, dat te bewysen was. g 4: 1 h 9 gem.

PROPOSITIE 17.

Van alle Triangels ABC zyn twee hoeken hoe men die neemt, t'samen kleender als twee rechte hoeken. Fig. 44.

Ber. [a] Verlengt de zyde B C. a 2 beg.

Ber. Aangesien de hoek A C D + A C B [b] ∞ 2 rechte is, en de hoek A C D [c] ⊏ als A, soo sal A + A C B [d] ⊐ als 2 rechte zyn: op deselve wyse sal de hoek B + A C B ⊐ als 2 rechte zyn: en soo de zyde B A verlengt wierde, soud op deselve manier de hoek A + B ⊐ als 2 rechte zyn, dat te bewysen was. b 13: 1 c 16: 1 d 4 gem.

Gevolg.

Hier uyt volgt. 1. Van alle Triangels, wiens eene hoek recht of plomp is, zyn de overige scherp

2. Soo een rechte linie A E met een ander rechte linie C D ongelyke hoeken maakt, de eene A E D scherp, en de ander A E C plomp, soo sal de perpendiculaar A D uyt 't punt A op C D vallen aan de zyde daar de scherpe hoek A E D is. Fig. 45.

Bewys. Want soo A C, die aan de zyde des plompen hoeks getrocken is, gestelt werd de perpendikulaar te zyn, soo sal in de △ A E C de hoek A E C + A C E ⊏ als 2 rechte zyn dat * niet wesen kan. * 17: 1

3. Alle de hoeken van een gelykzydigen Triangel,

gel, en de twee hoeken op den Basis van een gelyk-beenigen Triangel zyn scherp.

PROPOSITIE 18.

Fig. 46. *Van alle Triangels ABC is de grootste hoek ABC tegen over de langste zyde AC.*

Ber: Van AC [a] snyd AD ∞ AB, en [b] trekt BD.
a 3: 1. b 1 beg. *Bew:* Dewyle AD ∞ AB is, soo is de hoek
c 5: 1. ABD [c] ∞ ADB: maar ADB is [d] ⊏ als C, daar-
d 16: 1. om ABD ook ⊏ als C, vervolgens de geheele
ABC noch meer [e] ⊏ als C. Op deselve wyse sal
e 9 gem. ABC ⊏ als A zyn, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 19.

Fig. 47 *In alle Triangels ABC is de langste zyde BC tegen over de grootste hoek A.*

Bew: Soo BC de langste zyde niet is, soo laat
a 18: 1. AC die zyn, en dan most B de [a] grootste hoek zyn, tegen 't gegeven, daarom kan AC de langste zyde niet wesen, op deselve wyse kan AB die ook niet zyn, derhalven BC de langste zyde, dat te bewysen was.

Anders.

Soo BC de langste zyde niet is, soo moet die ∞ of ⊐ als AC zyn, soo men stelt BC ∞ AC, soo
a 5: 1. is de hoek A [a] ∞ B tegen 't gegeven, en so BC ⊐
b 18: 1. als AC is, soo zal de hoek [b] A ⊐ als B zyn, dat ook
c geg. [c] niet zyn kan, derhalven BC ⊏ als AC, op de zelfde wyse BC ⊏ als AB, dat te bewysen was.

PRO-

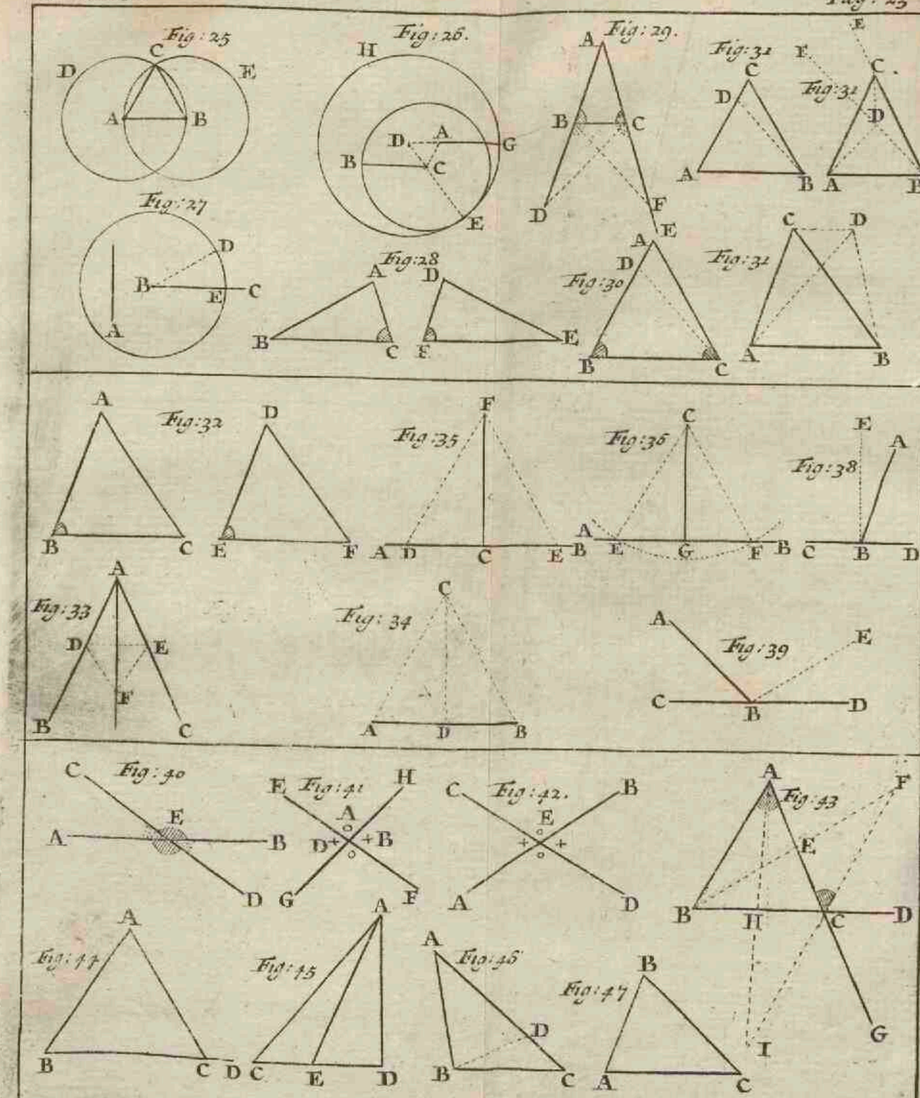


Fig: 25
Fig: 26.
Fig: 29.
Fig: 31
Fig: 31
Fig: 27
Fig: 28
Fig: 30
Fig: 31
Fig: 32
Fig: 35
Fig: 36
Fig: 38
Fig: 33
Fig: 34
Fig: 39
Fig: 40
Fig: 41
Fig: 42.
Fig: 43
Fig: 44
Fig: 45
Fig: 46
Fig: 47

PROPOSITIE 20.

Van alle Triangels A B C sijn twee zyden AB, AC, hoe men die neemt t'samen langer als de derde B C. Fig. 48.

Bereyd: [a] Verlengt BA sulks dat AD [b] ∞ AC en [c] trekt CD. a. 2. beg. b 3: 1. c. 1. beg.
Bew: In de $\triangle$ ADC is de zijde AD [d] ∞ AC, daarom de hoek ACD [e] ∞ D, maar de hoek BCD is [f] $\sqsubset$ als ACD, derhalven de hoek BCD ook [g] $\sqsubset$ als D, daarom de zyde BD ([h] dat is BA $+$ AC) [i] $\sqsubset$ als BC, dat te bewysen was. d werk. e 5. 1. f. 9 gem: g 1 gem: h 't Werk en 2 gem: i 19: 1.

PROPOSITIE 21.

So van de eynden eener zijde B C, eens Triangels A B C twee rechte linien BD, C D getrokken werden, die malkander inwendig ontmoeten; dese zyn minder als de zyden des Triangels, B A, C A, maar maken een grooter hoek B D C. Fig. 49.

Ber: [a] Verlengt BD tot de zijde AC in E. a 2 beg.
1 *Bewys.* In de $\triangle$ CED is

CE $+$ ED [b] $\sqsubset$ als CD b 20 1.
addt BD [c] ∞ BD c 4 gem:

komt CE $+$ BE [c] $\sqsubset$ als BD $+$ CD Fig. 50.
wederom in de $\triangle$ BAE is $+$ AE [b] $\sqsubset$ als BE.
addt. EC ∞ EC

komt BA $+$ AC [c] $\sqsubset$ als BE $+$ EC.
derhalven BA $+$ AC $\sqsubset$ als BD $+$ CD.
2. *Bew:* De uytwendige hoek BDC is [d] $\sqsubset$ als DEC en DEC [d] $\sqsubset$ als A, derhalven BDC $\sqsubset$ als A, dat te bewijsen was. d 16. 1.

Anders.

Fig. 51. a 1 beg. b 2 beg. c 2: 1. d 't werk. e 5: 1. f 16: 1.

Bereyd: a Trekt A D, deselve b verlengt oneyndig, en c neemt C E ∞ C A.

Bew: Den △ A C E is d gelykbeenig, daarom de hoek *q* e ∞ E, en d'uytwendige *r* f ⊏ als B, derhalven *r* ⊏ als *q*, op deselve wyse is D ⊏ als *p*, vervolgens

Op de 1. *Stelling.*

Is in de △ A D C de hoek *r* ⊏ als *q*.
in de △ A D B de hoek D ⊏ als *p*.
Derhalven door de 19: 1
de zyde A C ⊏ als D C } addt.
en B A ⊏ als B D }
komt B A + A C ⊏ als B D + D C.

Op de 2. *Stelling.*

h 16: 1. De hoek *t* h ⊏ als *q* } addt.
en *s* h ⊏ als *p* }
komt *t* + *s* (dat is B D C) ⊏ als *q* + *p* (dat is B A C) dat te bewysen was.

PROPOSITIE 22.

Fig. 52. *Van drie gegeven rechte linien A, B, C, waar van twee, hoe men die neemt, t'samen langer zyn als de derde, een Triangel F K G te maken.*

Fig. 53. a 3. 1 b 3 beg.

't Werk. Trekt na gevalle de oneyndige D E, a snyd daar af D F ∞ A, F G ∞ B, G H ∞ C, dan b beschryft uyt F en G als centrums, met de wytte F D, G H de Cirkels F D K, G H K, doorsnydende

de malkander in K, en ᶜ trekt de rechte KF, KG c 1 beg.
soo is FKG de begeerde Triangel.

Bew: Dewyle FK ᵈ ∞ FD ᵉ ∞ A, en FC ᵉ ∞ B, ook GK ᵈ ∞ GH ᵉ ∞ C is, soo zyn de zyden des d 15 def.
△ˢ. FKG ᶠ ∞ de gegeven A, B, C, dat te doen was. e 't werk. f 1 gem.

PROPOSITIE. 23.

Op een gegeven rechte linie AB, uyt een punt C, in Fig. 54.
deselve een rechtlinische hoek GCH te maken, die een gegeven rechtlinische hoek DEF gelyk is.

't Werk. Neemt in de rechte DE, FE de punten Fig. 55.
K en I na gevalle, en ᵃ trekt de rechte KI, dan a 1 beg.
ᵇ maakt van KE, EI, IK, uyt 't punt C, den △ b 22. 1
GCH, soo sal de hoek GCH ∞ de hoek DEF zyn.

Bewys. In de △ˢ. GCH, KEI is de zyde GC ᶜ ∞ KE, HC ᶜ ∞ IE, HG ᶜ ∞ IK, derhalven de c 't werk.
hoek GCH ᵈ ∞ KEI (dat is DEF) dat te doen was. d 8. 1.

PROPOSITIE. 24.

Soo van twee Triangels ABC, DEF de twee zyden AB, AC, gelyk zyn de twee zyden DE, DF, maer de hoek van de zyden begrepen d' een A grooter is als d'ander D, so sal ook de tegen over staande zyde BC grooter zyn als EF.

Ber: Maakt den hoek EDG ᵃ ∞ BAC en DG ᵇ ∞ Fig 56.
DF, en ᶜ trekt EG, FG: en dewyle dit kan geval- a 23. 1
len dat EG boven, in en onder EF komt, zo sal b 2. 1
ik drie gevallen bewysen. c 1 beg.

1, *Geval.*

Bew: In de △ˢ ABC, EDG is DE ᵈ ∞ AB, d. gegev.

e 't werk. DG [e] ∞ AC de hoek EDG ∞ A, daarom EG
f 4. 1 [f] ∞ BC; en in de △DFG is DG [c] ∞ DF, dies de hoek DFG [g] ∞ DGF, vervolgens de hoek
g 5. 1
h 9 gem. DFG [h] ⊏ als EGF en EFG is [h] ⊏ als DFG, derhalven EFG ⊏ als EGF, en daarom EG
i bov. bew. ([i] dat is BC) [k] ⊏ als EF.
k 19 1

2. *Geval.*

Fig 57. *Bew.* Dewyle EG ∞ BC bewesen is, EG [h] ⊏
h 9 gem. als EF is, soo [i] volgt dat BC ⊏ als EF is.
i 1 gem.

3. *Geval.*

Fig. 58. *Bewys.* In de △s EDG, EDF.
l 21. 1 is EG + DG [l] ⊏ als DF + EF.
m bereyd Subst: DG [m] ∞ DF
n bov. bew. rest EG ([n] dat is BC) [o] ⊏ als EF; dat te
o 5 gem. bewysen was.

PROPOSITIE 25.

Fig. 59. *Soo van twee Triangels ABC, DEF de twee hoekzyden AB, AC gelyk zyn de twee hoekzyden DE, DF, maar de zyde BC langer is als EF: dan sal mede de hoek A grooter zyn dan den hoek D, die van deselve hoek zyden begrepen zyn.*

Bew: Soo de hoek A niet ⊏ als D is, soo sal hy ∞ of ⊐ zyn.

a 4. 1 Soo A ∞ D is, sal BC [a] ∞ EF zyn, tegen 't voorstel.
b 24. 1 Soo A ⊐ als D is, sal BC [b] ⊐ als EF zyn, mede tegen 't voorstel, derhalven de hoek A ⊏ als D, dat te bewysen was.

PRO-

PROPOSITIE 26.

Soo twee Triangels ABC, DEF elks eene zyde BC, EF, en hoeken op deselve B, C, en E, EFD: ofte ook de zyde in elk overgelyke hoeken AB, DE gelyk hebben: dan sullen mede d'ander zyden d'een d'ander, als ook de derde hoecken A en D gelyk zyn. Fig: 60.

1. *Stelling.*

Ber: Indien DE niet ∞ AB is, soo laat DE ⊏ als AB zyn, en [a] snyd daar af EG ∞ AB, en trekt GF. a 3: 1.

Bewys. Dan sal in △s ABC, GEF, de zyde GE [c] ∞ AB, EF [d] ∞ BC de hoek E [d] ∞ B zyn, derhalven de hoek EFG [e] ∞ C [d] ∞ EFD, dat [f] niet wesen kan, daarom DE niet ⊏ als AB, en op deselve wyse DE niet ⊐ als AB. Ergo DE ∞ AB, en vervolgens DF [e] ∞ AC de hoek D [e] ∞ A, dat te bewysen was. b 1 beg. c ber. d gegev. e 4: 1. f 9 gem:

2. *Stelling.*

Ber. Soo EF niet ∞ BC is, soo laat EF ⊏ BC zyn, en neem EH [g] ∞ BC, en [h] trekt DH. g 3: 1.

Bew: Dewyle in de △s DHE, ABC de zyde EH [i] ∞ BC, DE [k] ∞ AB de hoek E [k] ∞ B is, sal de hoek EHD [l] ∞ C [k] ∞ EFD zyn, dat [m] niet wesen kan, derhalven EF niet ⊏ BC, en op deselve wyse EF niet ⊐ BC, dies EF ∞ BC, oversulks ook DF ∞ AC, en de hoek EDF ∞ A, dat te bewysen was. h 1 beg. i ber. k gegev. l 4: 1. m 16: 1.

PROPOSITIE. 27.

So een rechte linie EF, op twee andere rechte linien

Fig 61. *nien AB, CD valt, alsoo dat dë verwisselde hoeken AGH, DHG gelyk zyn, dan zyn deselve linien AB, CD parallel.*

a 2 beg. *Ber:* Soo niet AB ═ CD is, zo moeten de-
b 13 gem. selve a verlengt zynde, eyndelyk te b samen komen,
c 20 def. dat is stel in I, makende den c △ GHI.

d 16 1 *Bew:* Dan is de uytwendige hoek AGH d ⊏
e 't voor- als de inwendige DHG, dat e strydig is: daarom
stel. kunnen AB, CD verlengt zynde niet t'samen
f 34 d. f. komen, derhalven deselve f parallel zyn, dat te bewyzen was.

PROPOSITIE 28.

Fig. 62. *Soo een rechte linie EF, op twee rechte linien AB, CD valt, alsodat de uytwendige hoek AGE gelyk is syn tegen overstaande inwendige GHC: ofte dat beyde inwendige hoeken op deselve zyde AGH, GHC gelyk zyn twee rechte, dan sullen de linien AB, CD parallel zyn.*

1. *Stelling.*

a 15. 1 *Bew:* Dewyl de hoek BGH a ∞ AGE en
b gegeven CHG b ∞ AGE is, zoo is CHG c ∞ BGH,
c 1 gem. daarom AB d ═ DC is, dat te bewysen was.
d 27. 1

2. *Stelling.*

Bewys De hoek

e geg.	AGH + GHC e ∞ 2 regte f ∞	BGH + AGH	
f 13. 1	subs AGH	∞	AGH
	rest GHC g ∞		BGH

g 3 gem. daarom AB h ═ CD is, dat te bewysen was.
h 27. 1

PRO-

PROPOSITIE 29.

Soo een rechte linie EF, op twee rechte parallelle linien AB, CD valt, so sullen de verwisselde hoeken DHG, AGH gelyk zyn, ende den uitwendigen AGE gelyk met syn overstaande inwendige CHE aan deselve zyde; als mede beyde de inwendige op eene zyde AGH, CHG gelyk met twee rechte. Fig. 65.

1. *Stelling.*

Bew: Soo de hoek AGH niet ∞ DHG is, zo zal deselve ⊏ of ⊐ zyn, stelle AGH ⊏ als DHG
add: BGH ∞ BGH
komt AGH + BGH[a] ⊏ DHG + BGH; a 4 gem.
maar AGH + BGH[b] ∞ 2 rechte, derhalven DHG + BGH[c] ⊐ als 2 rechte, en vervolgens AB, CD[d] niet parallel zyn, tegen 't voorstel, daarom kan de hoek AGH niet ⊏ als DHG zyn, en op deselve wyze ook niet ⊐, derhalven AGH ∞ DHG, dat te bewyzen was. b 13. 1, c 1 gem., d 13 gem. en 34 def.

2. *Stelling.*

Bewys. De hoek
AGE + AGH[e] ∞ 2 rechte[e] ∞ CHE + DHE zyn e 13. 1
subs: AGH [f] ∞ DHE f 1 stel.
rest AGE [g] ∞ CHE
dat te bewyzen was. g 3 gem.

3. *Stelling.*

Bew: De hoek AGE + AGH ∞ 2 rechte zyn, h 2. stel.
en AGE[h] ∞ CHE derhalven AGH + CHE[i] i 1 gem.
∞ 2 rechte, dat te bewyzen was.

An-

Anders.

Als men deeze Propositie van achteren af demonstreert, komt het korter aldus:

Het blykt dat de hoek A G H + C H G ∞ 2 rechte zyn, want anders zouden A B, C D [a] niet parallel zyn tegen 't gegeven.

a 13 gem.

Ook is de hoek D H G + C H G [b] ∞ 2 rechte, derhalven D H G [c] ∞ A G H [d] ∞ B G E, zynde alzoo de uytwendige B G E ∞ de inwendige D H G dat te bewyzen was.

b 13. 1.
c 3 gem.
d 15. 1.

Gevolg.

Fig. 64. Hier uyt volgt dat een parallogram A C hebbende de eene hoek A recht, een rechthoekig parallogram is.

Want A + B [a] ∞ 2 rechte, derhalven, als A recht is, zal B [b] ook recht zyn, en op dezelve wyze zyn ook D en C recht.

a 29. 1
b 3 gem.

PROPOSITIE 30.

Fig. 65. *Soo twee rechte linien AB, CD tot een selfde EF parallel zyn, die zyn ook onder malkander parallel.*

Bereyd: Trekt na gevallen door de drie gegevens de [a] rechte G I.

a 1 beg.

Bew: Om dat A B [b] ═ E F is, zoo is de hoek A G I [c] ∞ E H I, en om dat C D [b] ═ E F is, zoo is de hoek E H I [c] ∞ D I G; derhalven de hoek A G I [d] ∞ D I G, en daarom ook A B [e] ═ C D is, dat te bewyzen was.

b geg.
c 29. 1.
d 1 gem.
e 27. 1.

PRO-

PROPOSITIE 31.

Door een gegeven punt A, een rechte E F te trekken, parallel met een ander rechte linie B C. Fig. 66.

't Werk. Uyt 't punt A tot de gegevene B C, trekt na gevallen de rechte A D, op dezelve in 't punt A [a] maakt den hoek D A E ∞ A D C, en E A [b] voortgetrokken tot F, is E F = B C. a 23. 1. b 2 Beg.

Bew: Om dat de hoek D A E [c] ∞ A D C is, daarom is E F [d] = B C, dat te doen was. c 't werk. d 27. 1.

PROPOSITIE 32.

Van alle Triangels A B C eene zyde B C verlengt zynde, is den uytwendige hoek ACD even soo groot als beyde tegen overstaande inwendige hoeken A, B, ende de drie inwendige hoeken A, B en A C B zyn t'samen even so groot als twee regte hoeken. Fig. 67.

Bereyd: Uyt C [a] trekt C E = B A. a 31. 1. b ber.

1. *Bew:* Om dat C E [b] = B A is, soo is de hoek
A [c] ∞ A C E c 29. 1
en B [c] ∞ E C D add:
komt A + B [d] ∞ A C E + E C D d 2 gem.
[e] ∞ A C D dat te be: &c.

2. *Bew:* De hoek A + B [f] ∞ A C D. e 15 gem. f 1 bew.
addeert A C B ∞ A C B.
komt A + B + A C B [g] ∞ A C D + A C B [h] ∞ 2 rechte hoeken, dat te bewyzen was. g 2 gem. h 13. 1.

Gevolgen.

1. De drie hoeken eens recht liniſchen Triangels

gels zyn t'ſamen gelyk de driehoeken van alle rechtliniſche Triangels: en daarom

2. Soo in een Triangel de twee hoeken (of beſonder of t'ſamen) gelyk zyn aan twee hoeken (of bezonder of t'ſamen) eens anderen Triangels: zoo is ook d'overige van d'eene, gelyk d'overige hoek van d'andere: insgelyks zoo twee Triangels elks eene hoek gelyk hebben, zoo zal ook de ſom der twee overige hoeken elkander gelyk weezen.

3. Soo in een Triangel de eene hoek recht is, zoo ſullen de andere t'ſamen een rechte uytmaken: Ook de hoek die gelyk is met de twee overige t'ſamen is recht.

4. Soo in een gelykbeenige Triangel, de hoek die van gelyke zyden begrepen is, recht is; zo zullen de hoeken op den Baſis half recht zyn.

5. Yder hoek eens gelykzydigen Triangels maakt $\frac{2}{3}$ van een rechte; want $\frac{1}{3}$ van 2 rechte ∞ $\frac{2}{3}$ rechte is.

Byvoegſel.

Door deeze propoſitie is bekent, hoe veel rechte hoeken, zoo de inwendige als uytwendige hoeken van een yegelyk rechtliniſche figuur uytmaken, en zulks door de twee volgende vertoogen verklaart wert.

Eerſte Vertoog.

Al de hoeken van eens yegelyks rechtliniſche figuur, maken ſamen tweemaal zoo veel rechte uyt als de Figuur zyden heeft, min vier.

't Werk.

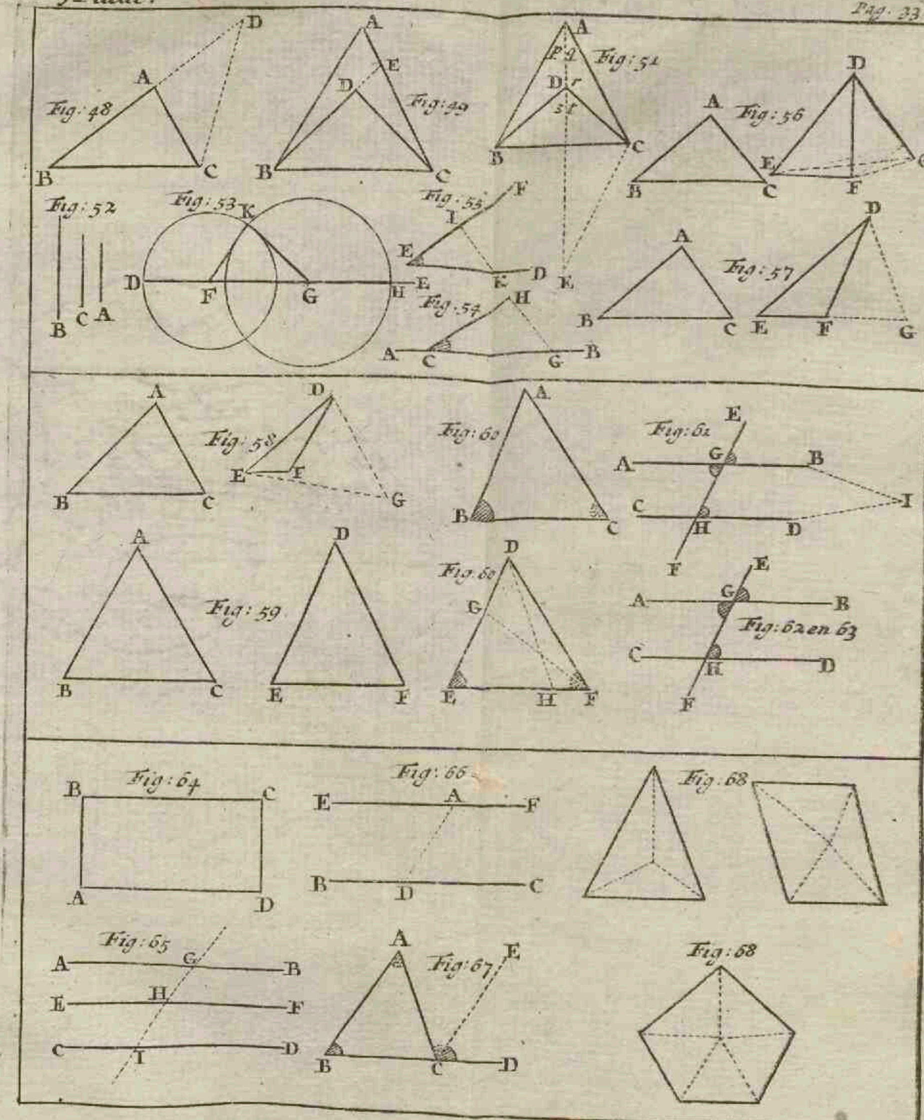


Fig: 48
Fig: 49
Fig: 51
Fig: 56
Fig: 52
Fig: 53
Fig: 55
Fig: 54
Fig: 57
Fig: 58
Fig: 60
Fig: 61
Fig: 59
Fig: 60
Fig: 62 en 63
Fig: 64
Fig: 66
Fig: 68
Fig: 65
Fig: 67
Fig: 68

't Werk. Trekt uyt eenig punt in de figuur, rechte linien tot alle deszelfs hoeken, dewelke dezelve figuur deelt in zoo veel Triangels als die zyden heeft: dewyl nu elke Triangel twee rechte hoeken a begrypen, zoo zullen zy alle te samen tweemaal soo veel rechte uytmaken, als de figuur zyden heeft: maar de hoeken om 't gestelde punt, zyn b gelyk vier rechte; derhalven zoo men van de hoeken aller Triangels weg neemt de hoeken om 't gestelde punt, zoo sullen de overige hoeken, (de welke de hoeken des figuurs zyn) tweemaal zoo veel rechte c uyt maken, als de figuur zyden heeft, min vier, dat te bewyzen was. *Fig. 68.* a 32: 1 b 4 gev: 13: 1

Gevolg.

Hier van daan hebben alle rechtlinische figuuren van een soorte de somme haarder hoeken gelyk.

Tweede Vertoog.

Alle de uytwendige hoeken eens recht-linischen figuur maken t'samen vier rechte.

Want elke inwendige hoek eens figuurs, d maakt met zyne uytwendige twee rechte: derhalven alle de inwendige te samen, met alle de uytwendige te samen, tweemaal zoo veel rechte als de figuur zyden heeft: maar door 't voorgaande vertoog zyn alle de inwendige hoeken te samen met vier rechte tweemaal soo veel rechte als de figuur zyden heeft, en daarom zyn de uytwendige hoeken t'samen gelyk vier rechte, dat te bewysen was.

Gevolg.

Alle rechtlinische figuren zyn de somme haarder uytwendige hoeken gelyk.

PROPOSITIE. 33.

Fig. 69. *De rechte linien AC, BD, welke twee gelyke parallel-linien AB, CD t'zamen voegen, zyn mede gelyk en parallel.*

a 1 beg. *Ber:* Van B tot C [a] trekt de rechte BC.

Bew: In de △s ABC, DCB is de hoek ABC
b 29: 1 [b] ∞ DCB (om dat AB [c] ═ CD is) en AB
c gegev. [c] ∞ CD, de zyde BC gemeen, derhalven is AC
d 4: 1 [d] ∞ BD, de hoek ACB [d] ∞ DBC, en daarom
e 27: 1
d 34: 1 ook AC [e] ═ BD, dat te bewyzen was.
7 gem.

PROPOSITIE 34.

Fig. 70. *Van alle Parallelogrammen ABDC, zyn de tegenoverstaande zyden AB, CD en AC, BD als ook de hoeken A, D en ABD, ACD gelyk: ende werd van den Diameter (of Diagonaal) gedeelt in twee gelyke deelen.*

Bew: In de △s ABC, DCB is de hoek ABC
a 29: 1. [a] ∞ DCB (om dat AB [b] ═ CD is) en de hoek
b gegev. ACB [a] ∞ DBC (om dat AC [b] ═ DB is) en de zyde BC is gemeen, derhalven AB [c] ∞ CD, AC
c 26: 1. [c] ∞ BD de hoek A [c] ∞ D, en vervolgens de △
d 4: 1. ABC [d] ∞ △ DCB: Wyders dewyle

de hoek { ABC ∞ DCB / DBC ∞ ACB } bewesen is:

———— ———— ———— addt.

e 2 gem. soo de hoek ABD [e] ∞ ACD, dat te bewysen was.

By-

Byvoeg.

Alle vierzydige figuren A B D C, hebbende de tegen overstaande zyden gelyk, zyn Parallelogrammen. Fig. 71.

Bew. Want in de △s A B C, D C B is A B a ∞ D C, A C a ∞ B D en B C gemeen, daarom de hoek A B C b ∞ D C B, daarom A B c = C D: ook de hoek A C B b ∞ D B C, daarom A C c = B D; derhalven A B D C een ▱ is, dat te bewyzen was. a gestel. b 8: 1. c 27: 1.

Hier uyt volgt hoe men gemakkelyk door een gegeven punt C een rechte C D kan trecken, die parallel met een gegeve rechte linie A B is.

Neemt in A B na gevallen 't punt E, en trekt uyt E en C als Centrum op een zekere wytte E F, C D twee Cirkel-bogen, en vorders uyt F als Centrum met de wytte E C, de boog G D die snydt C D in D, de getrockene C D sal = met A B zyn; want E F D C een ▱ is, gelyk getoont is. Fig. 72

PROPOSITIE 35.

Alle Parallelogrammen A B C D, E B C F die op eenen Basis B C en tusschen twee Parallel linien A F, B C staan, zyn gelyk. Fig. 73.

Dewyl dit op driederhande wyze kan voorvallen, gelyk de figuren zich vertoonen, zo sal ik hier drie bewysen stellen.

Op de 1. Figuur.

Bew. Dewyle de zyde A D a ∞ B C a ∞ E F is, daarom van de △s B A D, C E F de zyde A D ∞ E F; A B a ∞ D C de hoek B A D b ∞ C E F is, derhalven a 34: 1. b 29: 1.

 de

c 4: 1 de △ B A D [c] ∞ △ C E F
en △ B E C △ B E C addeert.

d 2 gem. komt ▱ A B C D [d] ∞ ▱ E B C F, dat te bewysen was.

Op Figuur 2.

e 34: 1 *Bew:* De zyde A D [e] ∞ B C [e] ∞ E F [f] is, hier van
f 3 gem. subst: de gemeene E D ∞ E D
rest A E ∞ D F, derhalven
is in de △s A B E, D C F de zyde A E ∞ D F, A B
[e] ∞ D C de hoek A [g] ∞ C D F, dienvolgens
g 29. 1. de △ A B E [h] ∞ △ D C F is,
h 4. 1. add. Trap: E B C D ∞ E B C D
komt ▱ A B C D [i] ∞ ▱ E B C F, dat te bewysen
i 2 gem. was.

Op Figuur 3.

k 34. 1 *Bew:* Wederom A D [k] ∞ B C [k] ∞ E F is,
addeert E D ∞ E D
komt A E [l] ∞ D F, derhalven
l 2 gem. is in de △s A B E, D C F de zyde A E ∞ D F, A B
[k] ∞ D C de hoek A [m] ∞ C D F, dies is
m 29. 2 de △ A B E [n] ∞ △ D C F
n 4. 1 subst. △ D G E ∞ △ D G E
o 3 gem. rest Trap: A B G D [o] ∞ Trap: E G C F
addeert △ B G C ∞ △ B G C
p 2 gem. komt ▱ A B C D [p] ∞ ▱ E B C F, dat te bewysen was.

Byvoeg.

Zoo de zyde A B van het rechthoekig Parallelogram A B C D perpendiculaar bewoogen werd door

de

de geheele BC, ofte BC door de geheele AB, *Fig.* 74.
zoo zal de inhoud des parallelograms ABCD bekomen werden. Hier van zeyd men een rechthoek gemaakt te werden uyt de trekking of multipliceren van tweë rakende zyden.

Als by exempel. BC 3 voet, en AB 4 voet zynde, zoo trekt of multipliceert 3 in 4, zal komen 12 vierkante voeten voor de inhoud des rechtshoeks.

Sulks gestelt zynde, zo bekomt men door dit vertoog, de afmeting van yder Parallelogram EBCF.

Want de inhoud komt voort uyt de hoogte BI, *Fig.* 75.
getrocken op de basis BC; dewyl de inhoud des rechthoeks BCKI gelyk is 't Parallelogram EBCF dat gemaakt wert uyt BI op BC, derhalven &c.

PROPOSITIE 36.

Alle Parallelogrammen ABCD, EFGH, die op *Fig.* 76.
gelyke Basis BC, FG, en tusschen dezelve Parallel linien AH, BG staan, zyn gelyk.

Ber. [a] Trekt de rechte BE, CH. a 1 beg.

Bewys. Dewyle BC [b] ∞ FG [c] ∞ EH is, zoo b geg.
is BCHE een [d] ▱, derhalven ▱ ABCD [e] ∞ c 34. 1
▱ EBCH [e] ∞ ▱ EFGH, dat te bewysen was. d 33. 1 en 35 def.
e 35. 1.

PROPOSITIE 37.

Alle Triangels ABC, DBC die op eenen Basis *Fig.* 77.
BC, en tusschen twee Parallelle linien BC, EF staan, zyn gelyk.

Ber. Uyt B en C [a] trekt BE ═ CA, CF ═ BD. a 31. 1

Bew. Dewyl EBCA, DBCF [b] ▱men zyn, b 33. 1 en 35 def.

 die

e 15: 1 die [c] ∞ zyn, en $\triangle$ ABC [d] ∞ $\frac{1}{2}$ ▱ EBCA ook
d 34 1 $\triangle$ DBC [d] ∞ $\frac{1}{2}$ ▱ DBCF is, soo is $\triangle$ ABC
e 7 gem. [e] ∞ $\triangle$ DBC, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 38.

Fig. 78. *Alle Triangels ABC, DEF die op gelyke Basis BC, EF en tusschen twee Parallel linien GD, BF staan, zyn gelyk.*

a 31: 1 *Ber.* Uyt B en E [a] trekt BG ═══ CA, EH
b 36. 1 ═══ FD.
c 33. 1 en *Bew:* Aangesien GBCA, HEFD [b] gelyke [c]
35 d.f. ▱men zyn, en $\triangle$ ABC [d] ∞ $\frac{1}{2}$ ▱ GBCA, $\triangle$ DEF
d 34 1 [d] ∞ $\frac{1}{2}$ ▱ HEFD is, zoo is de $\triangle$ ABC [e] ∞ $\triangle$
e 7 gem. DEF, dat te bewysen is.

Byvoeg.

Soo de Basis BC ⊏ als EF is, so is $\triangle$ ABC ook ⊏ als $\triangle$ DEF, en ⊐ als EF, zo is $\triangle$ ABC ⊐ als $\triangle$ DEF.

PROPOSITIE 39.

Fig. 79. *De gelyke Triangelen ABC, DBC die op een Basis BC staan, zyn op dezelve zyde tusschen twee Parallel linien BC, AD.*

Ber. So AD niet ═══ BC is, zoo moet de ═══ linie onder of boven AD vallen, stelle deselve
a 1 beg. boven AD, zynde AE ═══ BC, ontmoetende
b stell. de verlengde BD in E, en [a] trek CE.
c 37: 1 *Bew.* Om dat AE [b] ═══ BC is, daarom de
d geg. $\triangle$ EBC [c] $\triangle$ ABC [d] DBC, dat [e] niet wezen
e 9 gem. kan,

kan, daarom kan de = linie niet boven A D vallen, en op dezelve wyze ook niet onder, derhalven A D = B C, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 40.

De gelyke Triangelen A B C, D E F die op gelyke Basis B C, E F staan, zyn op dezelve zyde tusschen twee Parallel linien A D, B F. Fig. 80.

Bereyd: Soo A D niet = B F is, zo laat 't zyn A G, vallende boven A D, die de verlengde E D ontmoet in G, en [a] getrocken F G. a 1 beg.
Bew: Dewyl A G [b] = B F is, zoo is de △ G E F [c] ∞ △ ABC [d] ∞ △ D E F, dat [e] niet wesen kan, derhalven A G niet = B F, en op dezelve wyze A H (die onder A D valt) ook niet = B F, vervolgens A D = B F, dat te bewysen was. b stell. c 36: 1 d gev. e 9 gem.

PROPOSITIE 41.

Zoo een Parallelogram A B C D, en een Triangel E B C, op eenen Basis B C, en tusschen twee Parallel linien A E, B C staan, zo is het Parallelogram ABCD dobbel tegen den Triangel L B C. Fig. 81.

Bereyding. [a] Trekt de rechte A C. a 1 beg.
Bew. Dewyle de △ A B C [b] ∞ △ E B C is, soo is 't ▱ ABCD [c] ∞ 2 △ ABC [d] ∞ 2 △ EBC, dat te bewysen was. b 37: 1 c 34. 1 d 6 gem.

Byvoeg.

Hier uyt bekomt men den inhoud eenes Triangels E B C; want gelyk de inhoud van een Parallelo-

 gram

gram ABCD bekomen werd, door het multipliceren der hoogte met de basis: zo werd de inhoud van een Triangel bekomen, door het multipliceren der hoogte met de halve basis, of de basis met de halve hoogte: gelyk indien de basis BC is 8, en de hoogte 7, zo is de inhoud des Triangels BCE 28.

PROPOSITIE 42.

Fig. 82. *Een Parallelogram EFCG te maaken, gelyk een gegeven Triangel ABC, hebbende een hoek CFE; gelyk een gegeeven rechtliniſche hoek D,*

a 31: 1 *'t Werk.* Uyt A [a] trekt de rechte AG ═ BC,
b 10: 1 dan [b] deelt BC in F, dat BF ∞ FC is, en [c] maakt
c 23. 1 den hoek CFE ∞ D, uyt C [a] trekt CG ═ FE
zo is EFCG 't begeerde.
d 1 beg. *Bereyd.* [d] Trekt de rechte AF
e 38: 1 *Bewys.* De △ ABF is [e] ∞ △ AFC, daarom
△ ABC ∞ 2 △ AFC [f] ∞ ▱ EFCG, hebben-
f 41: 1
g 1 werk. de de hoek CFE [g] ∞ D, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 43.

Fig. 83. *In alle Parallelogrammen ABCD, zynde ſupplementen BG, DG, die om den Diameter AG ſtaan malkander gelyk.*

Bew. Want △ ABC [a] ∞ △ ADC is.
a 34: 1 en △ AEG + △ GIC [a] ∞ △ AHG + △ GFC
——— subst.
reſt ſuppl. BG [b] ∞ ſuppl. DG, dat te be
3 gem. wyſen was.

PRO-

PROPOSITIE 44.

Op een gegeven rechte linie A, een Parallelogram FL te maken gelyk een gegeven triangel B, hebbende een hoek gelyk een gegeven rechtlinischen hoek C. Fig. 84.

't Werk. [a] Maak 't ▱ FD ∞ △ B alzo, dat de hoek GFE ∞ C is, [b] verlengt GF tot H, dat FH ∞ A is, uyt H [c] trekt HI ═ FE, die de verlengde DE ontmoet in I, [d] dan uyt I door F, de rechte IK die ontmoet de verlengde DG in K, uyt K [c] trekt KL ═ GH, dewelke EF, IH verlengt zynde, ontmoet in M en L, dan is FHLM het begeerde ▱. a 42. 1. b 2 beg. 3. 1. c 31: 1. d 1 beg.

Bew: Want FH [e] ∞ A is, en ▱ FL [f] ∞ ▱ FD [e] ∞ △ B, hebbende den hoek HFM [g] ∞ EFG [e] ∞ C: dat te doen was. e 't werk. f 43. 1 g 15: 1.

PROPOSITIE 45.

Op een gegeven rechte linie FG een Parallelogram FL te maken gelyk een gegeven rechtlinische figuur ABCD, hebbende een hoek, gelyk een gegeven rechtlinische hoek E. Fig. 85

't Werk [a] Trekt de rechte AC, die deelt de gegeven figuur in 2 △s ACD, ACB, dan [b] maakt op FG het ▱ GI ∞ △ ACD, hebbende den hoek F ∞ E, vorders verlengt FI, en maakt op HI [b] het ▱ HK ∞ △ ACB, zo is 't ▱ FL het begeerde. a 1 beg. b 42: 1.

Bew: Want GF is de gegevene linie, hoek F [c] ∞ E c 't werk.

en ▱ FH[c] ∞ △ ACD } addeert
ook ▱ IL[c] ∞ △ ACB }

d 2 gem: komt ▱ FL[d] ∞ fig: ABCD dat te doen was.

Byvoeg.

Fig. 86. Hier door vint men lichtelyk 't verschil dat de Rechtlinische Figuur A, grooter is als de Rechtlinische Figuur B: namentlyk als men op een zekere rechte linie CD maakt het ▱ DF ∞ A en DH ∞ B, zo zal 't ▱ GF 't verschil zyn dat A ⊏ is als B.

PROPOSITIE 46.

Fig. 87. *Op een gegeven rechte linie AB, een quadraat ABCD te maken.*

a11 en 3.1 *'t Werk.* Uyt de eynden der linie als A en B a stelt de perpendicularen AD, BC yder ∞ AB, en b trekt DC, zo zal ABCD het begeerde zyn.

b 1 beg. c 't werk. d 28: 1. e 33. 1 *Bewys.* Dewyl de hoek A + B c ∞ 2 rechte zyn, zo is AD d ═ BC, ook is AD c ∞ AB c ∞ BC: en daarom DC e ∞ en ═ AB, en vervolgens ABCD een gelykzydig ▱, maar de hoe-

f 34. 1 g 29 def. ken A en B zyn c regt, derhalven D en C ook f regt; dies is ABCD een g □, dat te maken was.

Op dezelve wyze, maakt men een rechthoekige vierhoek, die van twee gegeven rechte linien begrepen is.

Gevolg.

Fig. 88. Hier uyt is openbaar, dat de quadraten AF, CG die op gelyke linien AB, CD staan, gelyk zyn;

en

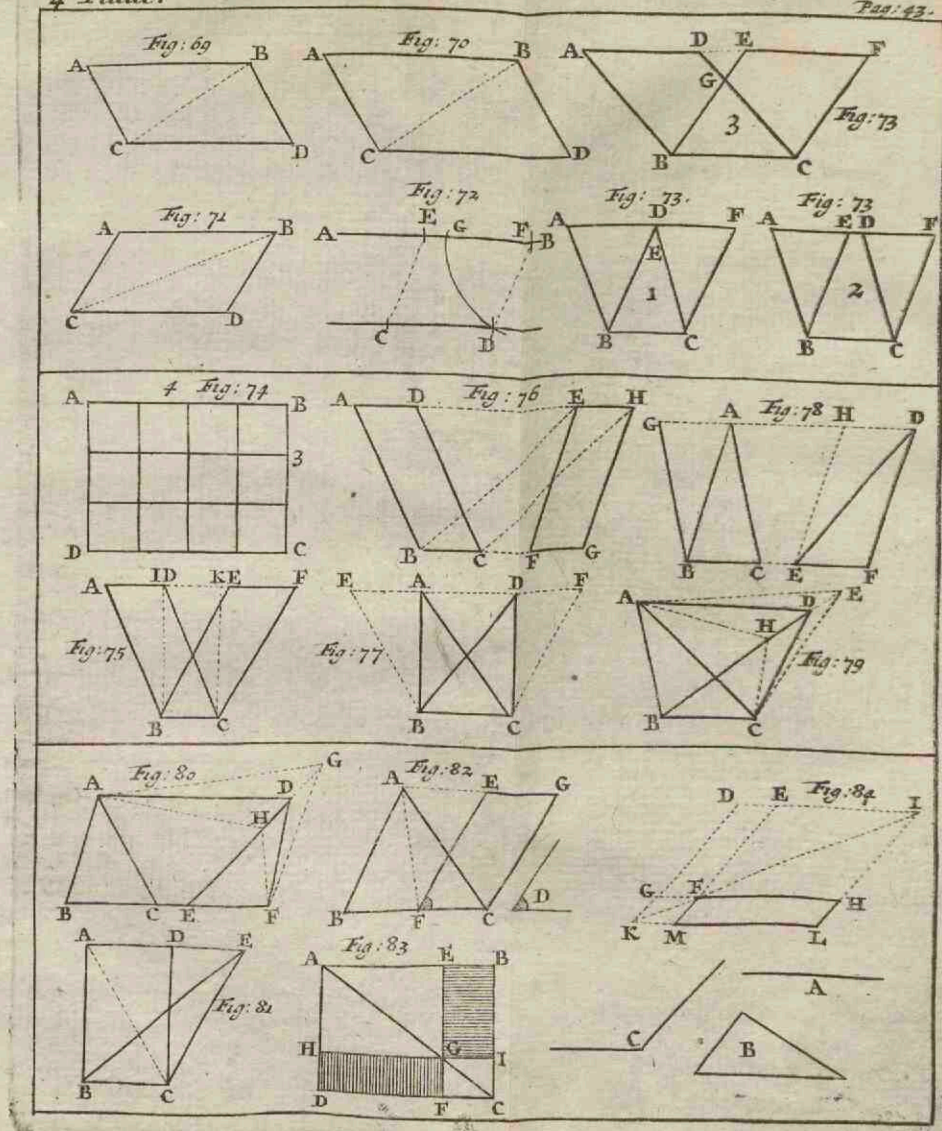


Fig: 69
Fig: 70
Fig: 73
Fig: 71
Fig: 72
Fig: 73.
Fig: 73
Fig: 74
Fig: 76
Fig: 78
Fig: 75
Fig: 77
Fig: 79
Fig: 80
Fig: 82
Fig: 84
Fig: 81
Fig: 83

en de linien IK, LM, op welke gelyke quadraten NK, PM staan, zyn ook gelyk.

1 *Stell.* [a] Trek de Diameter EB, HD. a 1 beg.

Bew. Het blykt klaar dat het □ AF [b] ∞ 2 △s EAB [c] ∞ 2 △s HCD [b] ∞ het □ CG, dat te bewyzen was. b 34: 1. c 4: 1. en 6 gem.

2 *Stell.* So LM niet ∞ IK is, zo moet dezelve ⊏ of ⊐ zyn, stelle LM ⊏ als IK, en [d] neme LT ∞ IK, [e] maakt daar op 't □ LS, dat moest zyn [f] ∞ 't □ IO [g] ∞ 't □ LQ, dat [h] niet wesen kan, daarom kan LM niet ⊏ als IK zyn, en opdeselve LM niet ⊐ als IK, ergo LM ∞ IK, dat te bewysen was. d 3. 1 e 46: 1. f bov. bew. g geg. h 9 gem.

Gevolg.

Op dezelve wyze werd getoont, dat alle gelyke rechthoekige Figuren de zyden d'een d'ander gelyk zyn.

PROPOSITIE 47.

Van alle rechthoekige Triangels ABC, is 't quadraat der zyde BC, over den rechten hoek A, even zo groot, als beyde quadraten der andere zyde AB, AC. Fig. 89.

Bereyd. [a] Maakt op yder zyde des △s ABC een □, als BE, BG; AI: dan [b] trekt uyt A de rechte AK ═ BD, ook [c] AD, AE, CF, BI. a 46: 1. b 31. 1 c 1 beg.

Bew: Dewyle de hoeken [d] BAC, [e] BAG recht zyn, daarom is GAC een [f] rechte linie, die [g] ═ FB is, ook is de d gegev. e ber. f 14. 1 g 28: 1 h 12. gem.

hoek ABF [h] ∞ CBD
en ABC ∞ ABC
———————— add[k].

Komt de hoek FBC [i] ∞ ABD, ende BG is, i 2 gem.

k 4 : 1 l 4 1 : 1. c ∞ BD, FB e ∞ AB, daarom is de △ F BC k ∞ △ ABD; maar ▱ BG is l ∞ 2 △ FBC, en ▱ BKI l ∞ 2
m 6 gem. △ ABD, derhalven ▱ of □ BG m ∞ ▱ BK } add.
op deselve wyse is □ AI ∞ ▱ CK } add.

n 2 en 15 gem. ergo □ BG + □ AI n ∞ □ BE, dat te bewysen was.

Anders.

Fig. 90. De quadraten op yder zyde a gestelt als dese Figuur
a 46 : 1 vertoont, en b getoogen AD, AE en KL ═ EC.
b 1 beg. *Bew*: Dewyle ▱ CK d ∞ 2 △s ACE d ∞ □ AI } add.
c 31 : 1 d 41 : 1 en ▱ BK d ∞ 2 △s ABD d ∞ □ BG is } add.

zoo komt ▱ CK + ▱ BK e ∞ □ BE f ∞ □
e 15 g m f 2 ge n. AI + □ BG, dat te bewysen was.

Want de zyde BD ontmoet FG, en de zyde DE de verlengde IH, het welke daar uyt blykt, dat alle de hoeken *r*, en *f*, even groot zyn, om dat over al *r* + *f* een rechte hoek uytmaakt; derhalven de △ ABC, omgekeert over 't punt B, g stemt
g 8 gem. 1 over een met de △ BFD: maar gekeert over 't punt C g stemt over een met den △ CIE.

Byvoeg.

Dit voortreffelyk en zeer nuttig vertoog, verdient van den vinder *Pithagoras*, het *Pithagorische* genaamt te worden: door behulp van dezelve, wert de additie en substractie der Quadraten uytgewerkt, waar toe de twee volgende Werkstukken gestelt worden.

1. *Werk-*

1. *Werkstuk*

Gegeeven zoo veel Quadraaten als men begeert, wiens zyden zyn A, B, C, D; een te maaken, die zoo groot is als die alle. Fig. 91

't Werk en Bewys.

[a] Neemt de rechte E F ∞ A, en [b] stelt daar perpendiculaar F G ∞ B, en [c] trekt G E, zoo is □ G E [d] ∞ □ G F + □ E F [e] ∞ □ B + □ A. Fig: 92. a 3. 1 b 11 en 3 : 1

Vorders [b] stelt G H ∞ C perpendiculaar op G E, en [c] trekt H E, zoo is □ H E [d] ∞ □ G E + □ G H ∞ □ A + □ B + □ C. c 1 beg. d 47 : 1 e 't werk.

Wederom H I ∞ D [b] gestelt perpendiculaar op H E, en [c] getrokken I E, zoo is □ I E [d] ∞ □ H E + □ H I [e] ∞ □ A + □ B + □ C + □ D.

2. *Werkstuk.*

Gegeven twee quadraten, wiens zyden zyn A, B een te maken, dat zoo groot is als 't verschil der gegeve A, B. Fig. 93

t Werk. Neemt de oneyndige C F, en [a] snydt daar af C D ∞ A, en D E ∞ B uyt D met de wytte D C [b] beschryft 't halfrond C G F, uyt E, [c] stelt de perpendiculaar E G, stotende den Cirkel in G: zoo is G E de zyde van 't begeerde □. a 3 : 1 b 3 beg. c 11 : 1

Ber: [d] Trekt D G. d 1 beg.

Bew: Dewyle □ D G [e] ∞ □ D E + □ E G en D G [f] ∞ C D [g] ∞ A, ende D E [g] ∞ B is, e 47. 1 f 15 def. g 't werk

zoo [h] is □ A ∞ □ B + □ E G h gev 45 1 en 2 gem.

subst □ B ∞ □ B

rest □ A — □ B [i] ∞ □ E G dat te doen was. i 3 gem.

De

De nuttigheyd van dese Werkstukken sullen wy noch door getallen verklaren.

Fig. 94. *Bekent zynde twee zyden eens rechthoekigen Triangels A B C de derde te vinden.*

Laat de zyde A B zyn 8, A C 6 voet, derhalven is □ A B ✛ □ A C ∞ 64 ✛ 36 ∞ 100 ∞ □ B C, en daarom B C ∞ √ 100 ∞ 10.

Maar indien bekent is de zyde B C 10 en A B 8, sal □ B C — □ A B ∞ 100 — 64 ∞ 36 ∞ □ A C zyn, derhalven A C ∞ √ 36 ∞ 6.

PROPOSITIE 48.

Fig. 95. *Zoo 't quadraat eener zyde B C, eens Triangels A B C, gelyk is beyde de quadraten der andere zyde A B, A C, dan is de Triangel regthoekig.*

a 11. en 3: 1. *Ber* Uyt A perpendiculaar op A C [a] trekt A D
b 1 beg: ∞ A B, dan [b] D C.
c ber: *Bewys*. Dewijle de △ A D C [c] rechthoekig is,
d 47: 1. daarom □ D C [d] ∞ □ A D ✛ □ A C [e] ∞ □ A B
e ber. en gev: 46. 1. ✛ □ A C [f] ∞ □ B C, dies is D C [g] ∞ B C, der-
f gev. halven hebben de △s C A B, C A D de zyden
g gev: 46. 1. d'een d'ander gelijk, en daarom de hoek C A B [h] ∞
h 8. 1. C A D [i] ∞ een rechte, dat te bewijsen was.
i 10. def.

TWEE-

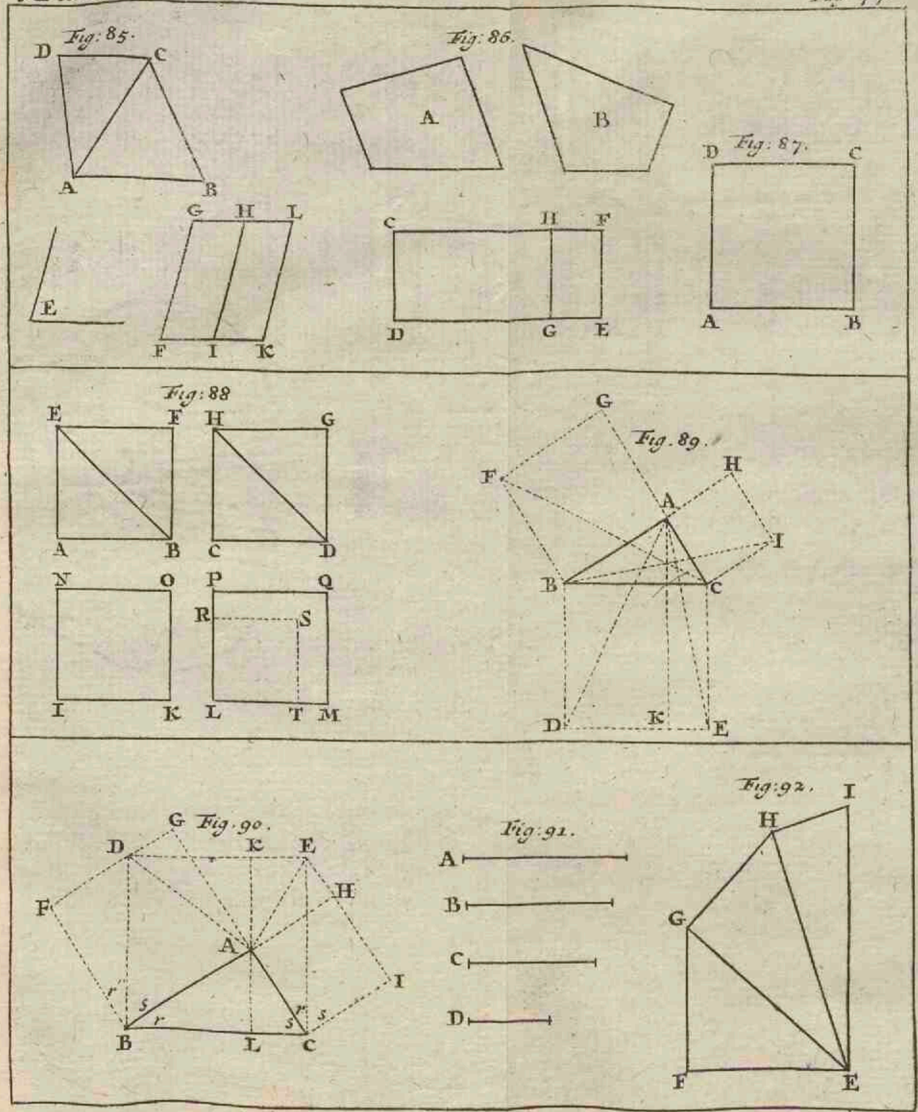


Fig: 85.
Fig: 86.
Fig: 87.
Fig: 88
Fig. 89.
Fig. 90.
Fig: 91.
Fig: 92.

TWEEDE BOEK.

Definitien.

1. *Alle Parallelogrammen ABCD, begreepen van twee rechte linien AB, AD, die een rechten hoek besluyten: werden geseyt rechthoeken te zyn* Fig. 96.

Wanneer gestelt werd de ▭ BA, AD, of kortheyts halven, de ▭ BAD of BA x AD, zoo betekent zulks de rechthoek begrepen van twee rechte linien BA, AD die een rechten hoek begrypen: ofte het gemultipliceerde van deselve BA, AD.

2. *In alle Parallelogrammen ABCD, wert een van de Parallelogrammen, welke om den Diameter staat, met beyde de suplementen t'samen, een Winkelhaak of Gnomon genaamt.* Fig. 97.

Als ▱ BF + ▱ FD + ▱ AF (dat is HAI) is een Gnomon. Ook ▱ BF + ▱ FD + ▱ H, I (dat is GCE) is een Gnomon.

PROPOSITIE 1.

Zoo van twee rechte linie AB, CD, de eene AB gedeelt wert in zoo veel deelen AE, EF, FB als men begeert, dan zyn de rechthoeken van de deelen AE, EF, FB, en ongedeelde CD, t'samengelyk den rechthoek beyder linien AB, CD. Fig. 98.

Ber: [a] Maakt van AB, en DC den ▭ AK: uyt E en F [b] trekt de perpendicularen EH, FI. a 46. 1. b 11. 1.

Bew: Dewijle de hoeken E en F [c] ∞ A recht c bet.

zyn

d 28. 1 zyn; zoo zyn E H, F I [d] ═ A G, en daarom E H, F I e ∞ A G c ∞ D C, en dienvolgens is
e 34. 1. f 1 def. 2 AH de f ▭ A E, D C en E I de ▭ E F, D C, ook F K de ▭ F B, D C, welke drie ▭ ken g ∞
g 15 gem. zyn A K de c ▭ van A B, D C, dat te bewijsen was.

Byvoeg.

De Propositien van dit Boek konnen alle, exempt de 11 *Propositie*, ook in geheele Rationale getallen gevonden werden: waar van in dese zy A B 12, die gedeelt A E 5, E F 3, en F B 4 en C D 6, ende is 6 × 12 (A K) ∞ 72, 6 × 5 (A H) ∞ 30, 6 × 3 (E I) ∞ 18, en 6 × 4 (F K) ∞ 24, komt alsoo 30 + 18 + 24 ∞ 72.

PROPOSITIE 2.

Fig. 99. *Soo een rechte linie AB na begeeren gedeelt is A C, C B, dan zyn de rechthoeken begreepen van de linie A B, en yder deel A C, C B t'samen gelyk het quadraat der gantsche linie A B,*

a 46. 1. *Ber.* a Beschryft op A B 't □ A E, en uyt C, b stelt den perpendiculaar C F.
b 11. 1 *Bew:* Dewyle A D c ∞ A B c ∞ B E, en de hoeken A en B c recht zyn; daarom A F de ▭ A C,
c ber. A B, en F B de ▭ B C, A B, welke twee ▭ ken e ∞
d 1 def e 15 gem. t □ A E, dat is □ A B zyn, dat te bewysen is.

In getallen.

Laat zyn A B 8 gedeelt A C 5, C B 3 is
8 × 5, dat is ▭ A F ∞ 40
8 × 3, dat is ▭ C E ∞ 24

Komt 64 ∞ 8 × 8, dat is □ A B 64

PRO-

PROPOSITIE 3.

So een rechte linie AB, nagevallen gedeelt is in C, in twee deelen AC, CB; dan is den rechthoek van de geheele AB, en een der deelen AC, gelyk den rechthoek der deelen AC, CB, met 't quadraat van 't eerste gezeyde deel AC. Fig. 100

Ber. Van AB, AC [a] maakt de ▭ AF, en tuyt C [b] stelt de perpendiculaar CE. a 46. 1. b 11. 1.

Bew: Dewyle de hoek C [c] ∞ A recht is, zoo is CE [d] ═ AD, en daarom CE [e] ∞ AD [c] ∞ AC [e] ∞ DE, dies is AE een [f] □ op AC, en CF de [g] ▭ CB, AC: maar ▭ AE ✢ ▭ CF is [h] ∞ ▭ AF, derhalven □ AC ✢ ▭ CB, AC [i] ∞ de ▭ AB, AC, dat te bewysen was. c ber. d 28: 1. e 34: 1. f 29 def. 1. g 1 def. 2. h 15 gem. i 1 gem 1

In getallen.

Laat zyn AB 8, gedeelt in AC 5, en CB 3;
en is 5 x 5, dat is 't □ AE 25 } adde.
en 5 x 3, dat is ▭ CF 15 }
Komt 40 ∞ 8 x 5, dat is
de ▭ AF 40.

PROPOSITIE 4.

So een rechte linie AB, nagevallen gedeelt wert in twee deelen AC, CB; dan zyn de quadraten der deelen AB, CB, met tweemaal den rechthoek der deelen AC, CB, t'samen gelyk 't quadraat der linie AB. Fig. 101

Ber: Op AB [a] beschryft 't □ AE, en [b] trekt BD; [c] neemt BH ∞ BC, voorts [d] trekt HG ═ BA, en CF ═ BE. a 46: 1 b 1 beg. c 3: 1. d 31: 1

e beg. *Bew.* Dewyle [c] CF ═ BE, en HG [e] ═ BA
f 29: 1. is, zo zyn de hoeken H, G en C [f] ∞ A recht, en
g 34 en 29 def: 1 vervolgens zyn GF, CH [g] □ten van de twee dee-
h 1 def 2 len der linie, en AI, IE [h] ▭ken van deselve dee-
i 15 gem. len, welke twee □ten en twee ▭ken t'samen [i] ∞ □ AB zyn, dat te bewysen was.

Anders.

* Siet op de selfde Figuur. * *Bew:* Dewyle AD [a] ∞ AB, en de hoek A
a ber. [a] recht is, daarom de hoek ADB [b] half recht, en
b 4 gew. 32 1 de hoek DGI is [c] ∞ A recht, dies is DIG ook
c 29: 1 [d] half recht, derhalven is GD [e] ∞ GI [f] ∞ DF [f] ∞
d 32: 1 AC, en daarom [g] GF 't □ van 't deel AC: op
e 6: 1 dezelve wyse is CH 't □ van 't deel BC, en over-
f 34: 1 sulks zyn AI, IE de [h] ▭ken van AC, CB:
g 29 def: 1 welke twee ▭ken met de □ten AC, CB [i] ∞ zyn
h 1 def. 2 i 15 gem. 1. 't □ op AB, dat te bewysen was.

In getallen.

Laat zyn AB 8, gedeelt AC 5, en CB 3, zo is

5 × 5	□ AC	25	addt.
3 × 3	□ CB	9	
5 × 3	▭ AC, CB	15	
5 × 3	▭ AC, CB	15	

Komt 64 ∞ 8 × 8 □ AB ∞ 64.

Gevolgen.

1. Hier uyt blykt dat de parallelogrammen, staande om de diagonaal eens quadraats, quadraten zyn.

2. Als ook, dat de diagonaal eens quadraats desselfs hoeken in tweën gelyk deelt.

3. In-

3. Indien AC $\infty \frac{1}{2}$ AB is, zo is □ AB ∞ 4 □ AC, en □ AC $\infty \frac{1}{4}$ □ AB, en in tegendeel zoo □ AB ∞ 4 □ AC is, dan is AC $\infty \frac{1}{2}$ AB.

PROPOSITIE. 5.

Zo een rechte linie AB gedeelt word in twee gelyke deelen AC, CB, en ook in twee ongelyke deelen AD, DB, dan is den rechthoek der ongelyke deelen AD, DB, met 't quadraat op 't verschil der deelen CD, t'samen gelyk 't quadraat der halve linie CB. Fig. 102

Bereyd. Op de halve linie CB [a] beschryft het □ CF, en [b] trekt de diagonaal BE, en uyt D [c] trekt DG ═ CE, snydende BE in I, vorders door I [c] getrocken HL ═ AB, ook AL ═ BH. a 46. 1 b 1 beg. c 31. 1

Bew. Dewyle AK [d] ∞ CH
en CI [e] ∞ IF is. } add^e: d 36 1 e 43: 1

komt AI [f] ∞ de haak QR. f 2 gem: 1

add^e. de gemeene KG ∞ KG

komt AI ✠ KG [f] ∞ CF, maar AI is de [g] ▭ van AD en DI [h] ∞ BD, en KG is [h] □ CD: ook is CF, [i] □ CB, derhalven de ▭ AD, BD ✠ □ CD [k] ∞ □ CB, dat te bewysen was. g 1 d. f. 2 h 1 ger. 4: 2 en 29 def. 1 i ber. k 1 gem.

In getallen.

Laat zyn AB 10 gedeelt in twe gelyke delen AC 5, CB 5, en twee ongelyke AD 7, DB 3, zo is 't verschil CD 2, dan is 7 × 3, dat is ▭ AD, BD 21
en 2 × 2, dat is □ CD 4 } add^e.

komt 25 ∞ 5 × 5
dat is □ AC 25.

PROPOSITIE 9.

Fig. 103 *Zo een rechte linie AB in twee gelyke deelen AC, CB gedeelt wert, ende aan de zelve rechtelyk noch een ander linie BD gevoegt wert, dan is den rechthoek der geheele AB en aangevoegde BD als eene linie AD en aangevoegde BD met 't quadraat der halve linie CB, t'samen gelyk 't quadraat der halve linie CB, en aangevoegde BD als eene linie CD.*

a 46: 1 *Bereyd:* Op de halve en bygevoegde, als CD [a] be-
b 1 beg. schryft 't □ CE, en [b] trekt de diagonaal DF, en
c 31: 1 uyt B, [c] trekt BG ═ DE, die snyd DF in I,
door I [c] trekt LK ═ AD ook AK ═ DE.
d 36. 1 *Bew:* Dewyle AH [d] ∞ CI [e] ∞ IE is, zo
e 43. 1 addt. de gemeene CL ∞ LC

f 2 gem. 1 komt AL [f] ∞ de haak QR
noch addt. HG ∞ HG gemeen zynde

komt AL + HG [f] ∞ CE, maar HG
g 1 gev: 4 is [g] □ CB, en AL de [h] ▭ AD, BD, ook CE
2. h 1 def. 2 het [i] □ CD, derhalven de ▭ AD, BD + □ BC [k] ∞
en 1 gev. □ CD, dat te bewyzen was.
4 2 i 1 ber.
k 1 gem. 1

In getallen.

Laat zyn AB 6, en de bygevoegde BD 2, zoo is AD 8, en CD 5, ook CB 3.
dan is 8 x 2, dat is ▭ AD, BD 16
3 x 3, dat is □ CB 9.

komt 25 ∞ 5 x 5, dat is □ CD 25.

Ge-

Gevolg.

Hier van daan soo drie rechte BD, BD + $\frac{1}{2}$ AB, BD + AB in een Arithmetische progressie zyn; dan is de rechthoek van de uyterste BD en BD + AB met het quadraat van $\frac{1}{2}$ AB t'samen gelyk het quadraat der middelste BD + $\frac{1}{2}$ AB.

PROPOSITIE 7.

Zo een rechte linie AB nagevallen gedeelt wert in twee deelen AC, CB, dan is't quadraat van de geheele AB met het quadraat van een der deelen CB, gelyk tweemaal den rechthoek der geheele linie AB, en't zelve deel CB met 't quadraat des andere deels AC. Fig. 104

Bereyd. Op AB a maakt 't □ AD, en b trekt de diagonaal BE, uyt C c getogen CH ═ BD, die snyd BE in I, door I c trekt LK ═ AB. a 46: 1 b 1 beg. c 31: 1

Bewys. Dewyle BI, IE d □ten zyn, en

de ▭ AB, BC e ∞ 't ▭ AK } add: d 1 gev. 4: 2
ook ▭ AB, BC e ∞ 't ▭ CD } e 1 def. 2

so zyn 2 ▭ AB, BC f ∞ de haak QR + 't □ BI (□ BC) f 2 gem: 1
add: □ AC ∞ 't □ IE

komt 2 ▭ken AB, BC + □ AC f ∞ □ AB + □ BC dat te bewysen was.

In getallen.

Laat de linie AB 8 gedeelt zyn in AC 5, CB 3,
soo is 8 x 3 de ▭ AB, BC 24

			2
ook 8 x 8, dat is □ AB	64	2 ▭ken AB, BC	48
en 3 x 3, dat is □ CB	9	5 x 5 is □ AC	25
komt	73	∞	73

Gevolg.

Hier van daan is het quadraat op het verschil van twee linien AB, BC: gelyk aan beyde de quadraten der selver min tweemaal den rechthoek van deselve.

7: 2 Want □ AB + □ BC ^{a} ∞ 2 ▭^{ken} AB BC + □ AC
subst: 2 ▭^{ken} AB, BC ∞ 2 ▭^{ken} AB, BC.
rest □ AB + □ BC − 2 ▭ AB, BC ∞ □ AC ∞ □ AB − BC.

PROPOSITIE 8.

Fig. 105 *Zo een rechte linie A B nagevallen gedeelt wert in twee deelen A C, B C, dan is viermaal den rechthoek van de geheele linie AB, ende een der deelen B C met het quadraat des andere deels A C, gelyk het quadraat der geheele linie A B, en eerst genomen deel BC als een linie AD.*

a 2 beg. *Ber:* ^{a} Verlengt AB tot dat BD ∞ ^{b} BC is, ^{c} beschryft op AD 't □ DK, en ^{d} trekt den diagonaal DK; dan BH, CL ^{e} ═ DG, doorsnydende DK in Q en P, door deselve ^{e} trekt EM, FN ═ AD.
b 3. 1
c 46: 1
d 1 beg.
e 31. 1
f 1 gev. 4: 2 *Bew:* Dewyle NL, OI, BE, CF ^{f} □^{ten} zyn; en BD ^{g} ∞ BC is, daarom 't □ CQ ^{h} ∞ 't □ BE ^{h} ∞ 't □ OI ^{h} ∞ 't □ QF, en
g ber.
h gev: 46: 1.
i 1 def. 2

▭ AB, BC ^{i} ∞ 't ▭ AQ
▭ AB, BC ^{i} ∞ 't ▭ QG
▭ AB, BC ^{i} ∞ 't ▭ MI
▭ AB, BC ^{i} ∞ 't ▭ OH } add^{e}:

k 2 gem. 1 komt 4 ▭ AB, BC ^{k} ∞ de haak NDL
add: □ AC ∞ 't □ NL

komt 4 ▭ AB, BC + □ AC ∞ □ AD, dat is □ AB + BC, dat te bewysen was.

In

In getallen.

Laat zyn de linie AB 7, gedeelt AC 4, en BC 3, dan is AB + BC, dat is AD 10.

AB 7		
mult. BC 3	AC 4	AD 10
▭ AB,BC 21	AC 4 mult.	AD 10
4		
4▭ AB,BC 84 + □ AC 16 ∞		□ AD 100

PROPOSITIE 9.

Zo een rechte linie AB gedeelt wort in twee gelyke deelen AC, CB, en in twee ongelyke AD, DB, dan zyn de quadraaten der ongelyke deelen AD, DB, t'samen dubbelt van 't quadraat der halve linie AC, en het quadraat CD 't verschil der ongelyke deelen AD, DB. Fig. 106

Ber. Uyt 't midden C, perpendiculaar op AB, a 11 en 3. 1.
a stelt CE ∞ CA, en b trekt AE, BE, uyt D b 1 beg:
trekt b DF ═ CE, ontmoetende BE in F, dan c 31: 1
c FG ═ AB, en de c rechte AF.

Bew: Dewyle CE d ∞ CA e ∞ CB is, daarom d ber:
de hoek CEA f ∞ CAE en CEB f ∞ B is, zyn e geg:
de (om dat C d recht) yder g half recht, en ver- f 5: 1
volgens AEB een h rechte hoek: en om dat DF g 4 gev. 32. 1
d ═ CE, GF d ═ AB is, daarom de hoeken h 2 gem: 1
D en G i ∞ C d recht, en alsoo DFB, GFE yder i 29: 1
k half recht, dat is ∞ de hoek DBF of GEF bewe- k 32: 1
sen, derhalven DF l ∞ DB en EG l ∞ GF m ∞ l 6. 1
CD: vorders is m 34. 1

n 47. 1. □ GE + □ GF [n] ∞ □ EF [h] ∞ 2 □ CD, en } add:
□ AC + □ CE [n] ∞ □ AE [h] ∞ 2 □ AC }
dies is □ AE + □ EF [h] ∞ 2 □ AC + 2 □ CD
ook is □ AE + □ EF [n] ∞ □ AF [n] ∞ □ AD + □
DF (□ DB) derhalven □ AD + □ DB [o] ∞ 2 □
o 1 gem. AC + 2 □ CD, dat te bewysen was.

In getallen.

Zyn de linie AB 10, AD 7, en DB 3, de helft AC of CB 5, is het verschil CD 2.

AD 7 DB 3. AC 5 CD 2

√ √

$\underbrace{\square AD\,49.\ \square DB\,9}$ $\underbrace{\square AC\,25.\ \square CD\,4}$

t'samen 58, zynde dubbelt van 29.

PROPOSITIE 10.

Fig. 107 *Zo een rechte Linie AB gedeelt wert in twee gelyke deelen AC, CB, ende aan deselve recht gevoegt wert een ander rechte linie BD, dan is 't quadraat van de geheele AB en aangevoegde BD als eene linie AD met 't quadraat der aangevoegde BD, t'samen dubbelt van't quadraat der halve linie AC, met 't quadraat der halve CB, en aangevoegde BD als eene linie CD.*

a 46. 1. *Ber.* Van CD, AC [a] maakt den ▭ CDFG,
b 1 beg. en [b] trekt AG, GB, dan [c] verlengt FD, GB, tot
c 2 beg. datse malkander ontmoeten als in E, en [b] trekt AE.
d ber. *Bew.* Dewyle GC [d] ∞ AC [e] ∞ CB en hoek C [d] regt
e geg. 2. is, daarom de hoeken CGA, CGB yder [f] half
f 4 gev. 3 recht, en oversulks AGE een [g] rechte hoek: ook
g 2 gem. zyn

zyn de hoecken CGF, F en de D [d] recht; dies zyn h 3 gem.
[h] EGF, [i] GEF en [i] EBD yder half recht, vervol- i 32. 1
gens EF [k] ∞ GF [l] ∞ CD, en ED [k] ∞ DB. Wy- k 6. 1
ders is l 34. 1

□EF + □FG [m] ∞ □GE [g] ∞ 2 □CD } add.
□AC + □CG [m] ∞ □AG [g] ∞ 2 □AC } m 47. 1

komt □GE + □AG [g] ∞ 2 □CD + 2 □AC, ook is □GE + □AG [m] ∞ □AE [m] ∞ □AD + □DE (□DB) derhalven □AD + □DB [n] ∞ 2 n 1 gem. □CD + 2 □AC, dat te bewysen was.

In getallen.

Laat zyn AB 6, de aangevoegde BD 2 is, AD 8, AC of CB 3, CD 5

AD 8	BD 2	AC 3	CD 5
□AD 64 .	□BD 4	□AC 9 .	□CD 25

t'samen 68, zynde dubbelt van 34.

PROPOSITIE 11.

Een rechte linie AB te deelen in G, alzo dat den rechthoek van de geheele AB en't eene deel BG, gelyk is 't quadraat van 't ander deel AG. Fig. 108

't Werk. [a] Beschryft op AB het □ AC, en [b] deelt AD in tweën gelyk in E, dan [c] trekt EB, vorders EA [d] verlengt tot F, dat EF ∞ EB is, en op AF [a] maakt 't □ AH, zo is AH ∞ BA x BG. a 46. 1 b 10. 1 c 1 beg. d 2 beg. en 3. 1

Bew. Want HG voortgetrocken tot I, zo is

□

d 6. 2 $\square$ DH + $\square$ AE [d] ∞ $\square$ EF [e] ∞ $\square$ EB [f] ∞ AB + $\square$ AE
e 't werk. subſ: $\square$ AE subſ: $\square$ AE
f 47: 1 reſt $\square$ DH [g] ∞ $\square$ AB dat is AC
g 3 gem. ſubſ: AI, die beyde gemeen is ∞ AI
reſt AH [g] ∞ GC
dat is $\square$ AG ∞ AB $\times$ BG, dat te doen was.

Byvoeg.

Deze Propoſitie kan door geen Rationale getallen opgeloſt werden; want daar kan geen getal gedeelt werden dat het geheel met het eene deel gemultipliceert zynde, net het quadraat van 't ander deel uyt komt, 't welk *Euclidis* toont in de 6. van 't 13 boek.

PROPOSITIE 12.

Fig. 109 *In alle wythoekige Triangels ABC is het quadraat op de zyde AC, over den wyden hoek B, grooter als beyde de quadraten op de andere zyden AB, BC, tweemaal den rechthoek beſloten van een der zyden AB die den wyden hoek maken, op welke als die verlengt wert, den perpendiculaar CD valt, en van de uytwendige deel BD tuſſchen den wyden hoek B en perpendiculaar CD.*

a 46: 1 *Ber.* Op AD en DC [a] beſchryft de $\square$ten AH,
b 1 beg: DE, en [b] trekt den diagonaal DF, uyt B [c] trekt
c 31: 1 BG $=$ DH, die ſnyd DF in I, door I trekt
KL $=$ AD.

d 1 gev: 4: 2. *Bewys.* Dewyle LG, BK [d] $\square$ten zyn van AB,
e 1 def. 2. BD, zoo zyn AI, IH [e] $\square$ken van AB, BD:
ook

ook is □ AC f ∞ 't □ AH + 't □ DE } subs: f 47: 1
en □ BC f ∞ 't □ BK + 't □ DE }

rest □ AC — □ BC g ∞ de haak QR
subs: □ AB ∞ 't □ LG g 3 gem.

rest □ AC — □ BC — □ AB g ∞ 't □ AI + 't □ IH ∞ 2 □ken AB, BD, dat te bewysen was.

Byvoeg.

Hier uyt blykt, als de drie zyden eens plomphoekigen Triangels ABC bekent zyn; dat ligtelyk kan gevonden werden het deel BD tusschen de perpendiculaar CD, en de plompen hoek B, en ook de perpendiculaar CD zelver.

Aldus laat zyn AC 10, AB 5, BC 7.

□ AC 100 . □ AB 25 . □ BC 49

sub: □ AB + □ BC 74 t'samen 74.

rest 26 voor 2 ABD

2) 13 voor ABD

divid. AB 5) $2\frac{3}{5}$ voor BD, waar mede men de perpend: CD vind door 47: 1.

PROPOSITIE 13.

In alle scherphoekige Triangelen ABC is 't quadraat der zyde AC over den scherpen hoek B, kleynder als beyde de quadraten der andere zyden AB, BC, tweemaal den rechthoek van een der Zyden AB welke den scherpen hoek maakt, op welke den perpendiculaar CD valt, en het deel DB, tusschen de perpendiculaar CD, en scherpen hoek B. Fig. 110

Ber:

a 46 I / b 2 beg. / c 31. I / d ber. / e 34. I

Ber: [a] Maakt op AB 't □ AH, en [b] verlengt CD tot K, op KH [a] beschryft 't □ KM, en neemt BE ∞ BD, en [c] trekt EF ═ AB.

Bew: Om dat HM [d] ∞ HK [e] ∞ BD [b] ∞ BE is, daarom zyn AE, EL ▭ken van AB, BD, en IG □ AD, ook BI, HL □ten BD.

f 4. 2 / g 47. I

vorders is □ AB [f] ∞ 't □ IG + 't □ BI ▭ AI ▭ IH en □ BC [g] ∞ □ DC + 't □ HL add:

h 2 gem. I — kt. □ AB + □ BC [h] ∞ □ DC + 't □ IG + haak FBL subst: □ AC [g] ∞ □ DC + 't □ IG

i 3 gem. I — rest □ AB + □ BC — □ AC [i] ∞ de haak FBL, dat is 2 ▭ken AB, BD, dat te bewysen was.

Byvoeg.

Hier uyt blykt, dat als bekent is de drie zyden eens scherphoekigen Triangels ABC, hoe men het Deel DB, (tusschen de perpendiculaar CD, en den scherpen hoek B) zal vinden, als mede de perpendiculaar CD zelve.

Aldus laat zyn AB 14: AC 15, en BC 13, is □ AB 196 } addt:
□ BC 169 }

365
□ AC 225 subst:

rest 140 voor 2 ▭ AB, BD
2(

70 ▭ AB, BD
div: AB 14

5 voor 't deel DB, en oversulks voor den perpendiculaar DC 12 door 47: 1.

PROPOSITIE 14.

Een quadraat C H te maken, gelyk een gegeven recht linische figuur A. Fig. 111

't Werk. [a] Maakt de ▭ B D ∞ A, desselfs langste zijde D C [b] verlengt tot F, alsoo dat C F [c] ∞ C B is, dan [d] deelt D F in in tweën gelyk in O, uyt O met de wyte O F [e] beschryft de halve cirkel F I D, en B C [b] voort getrocken ontmoet deselve in I, op I C [f] maakt 't □ C H, dat is ∞ de figuur A.

a 45. 1
b 2 beg.
c 3. 1
d 10. 1
e 3 beg.
f 46. 1

Ber: [g] Trekt O I.

Bewys. Want □ C I + □ C O is [h] ∞ □ O I [i] ∞ □ O F [k] ∞ ▭ D C F + □ C O.

van beyde subs: □ C O ∞ □ C O.

reft ▭ D C F [l] ∞ □ C I [m] ∞ 't □ C H, maar 't ▭ D C F is [m] ∞ ▭ D B [m] ∞ fig: A, ergo 't □ C H [n] ∞ de fig. A, dat te doen was.

g 1 beg.
h 47. 1
i 15 def. 1 en gev. 46. 1
k 5. 2
l 3 gem.
m 't werk
n 1 gem.

DER-

DERDE BOEK.

Definitien.

Fig 112. 1. *Gelyke Cirkelen* G A B C, H D E F zijn, wiens diameters gelijk zijn, ofte diens rechte linien G A, H D van 't centrum G, H, tot de circumferentie gelijk zijn.

Fig. 113 2. *Een rechte linie* A B werd gezeyd, den cirkel F E D te raken, welke van 't punt der raking verlengt zynde, den cirkel niet doorſnijd.

Doch de rechte F D ſnijd den cirkel F E D.

Fig. 114 3. *De Cirkelen* D A C; A B E, als ook F B G, A B E werden gezeyd malkander te raken: welke al rakende malkander niet doorſnijden.

Maar den cirkel B F G ſnijd den cirkel F G H.

Fig. 115. 4. *De rechte linien* F E, K L werden gezeyd even wyd van 't centro G te ſtaan, wiens perpendicularen G H, G N uyt het centro G op deſelve gelijk zijn: Maar deeze B C is de wytſte op welke de langſte perpendiculaar G I valt.

Fig. 116 5. *Cirkelſtuk* (A B C) is een figuur begrepen van een rechte linie A C, ende een deel der circumferentie des cirkels A B C.

6. *Hoek des Cirkelſtuks* (C A B) is, welke begrepen is van een rechte linie A C, ende een deel der cirkels circumferentie A B.

7. Een hoek A B C werdt geſeydt in een Cirkelſtuk (A B C) te ſtaan, als beyde hoek zyden A B, C B uyt de eynden eener rechte linie

A C

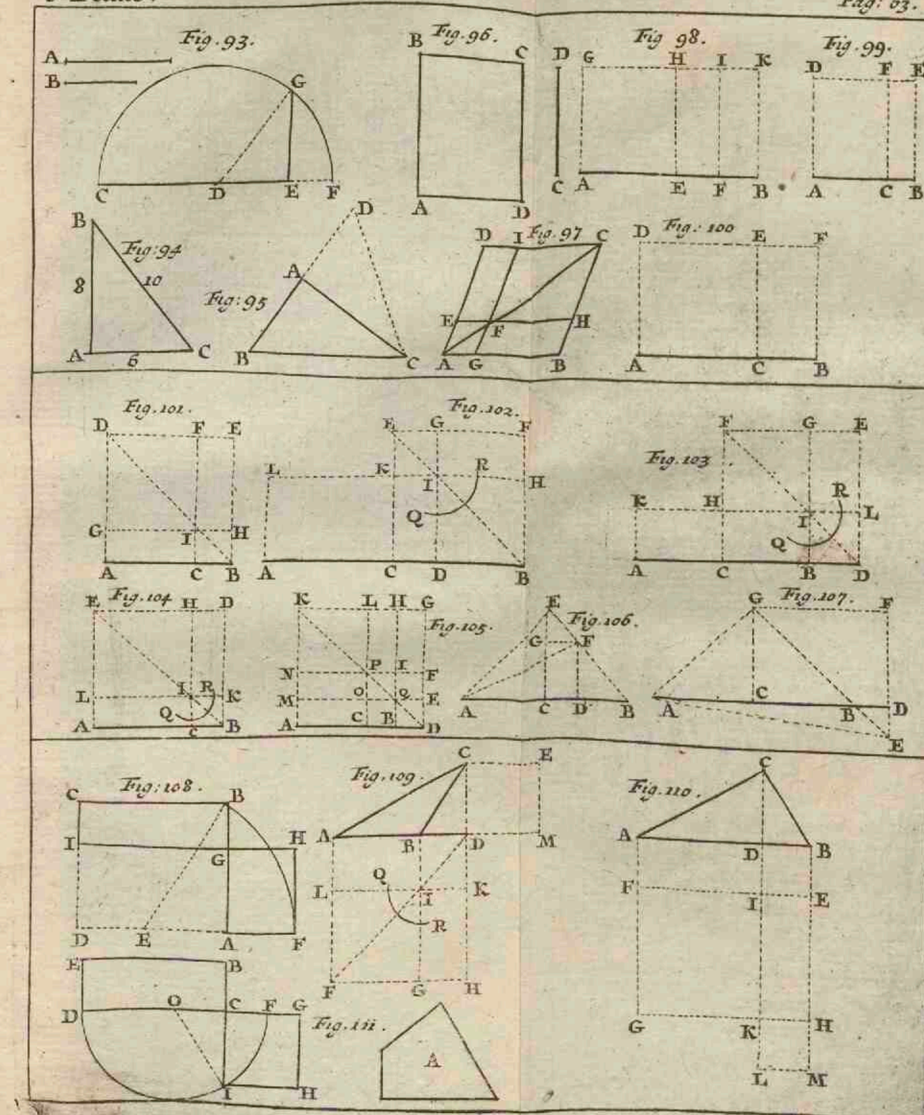


Fig. 93.
Fig. 94
Fig. 95
Fig. 96.
Fig. 97
Fig. 98.
Fig. 99.
Fig. 100
Fig. 101.
Fig. 102.
Fig. 103
Fig. 104
Fig. 105.
Fig. 106.
Fig. 107.
Fig. 108.
Fig. 109.
Fig. 110.
Fig. 111.

AC beginnende, in de Circumferentie t'samen komen in B.

8. Maar als de rechte linien AB, BC die den hoek ABC maaken, een deel ADC der Circumferentie begrypen, dan staat den hoek ABC op 't zelve deel der Circumferentie.

9. *Deeler des Cirkels* ADB is, een figuur, begrepen van twee halve Diameters AD, DB die een hoek ADB in 't Centro D maken, ende een deel der Circumferentie AB. *Fig.* 117

10. *Gelykformige Cirkel stukken* ABC, DEF zyn welke gelyke hoeken (ABC, DEF) hebben, ofte in welke de hoeken ABC, DEF malkander gelyk zyn. *Fig.* 118

PROPOSITIE I.

Te vinden het Centrum F, van een gegeven Cirkel ABC. *Fig.* 119

't Werk. [a] Trekt in den cirkel na gevallen de rechte AC; deselve [b] deelt in tweën gelijk in E, door E getrocken de perpendiculaar DB, stootende wederzyds den cirkel; dese DB deelt mede in tweën gelijk in F, dat sal het centrum des cirkels zyn.

Ber: Indien F 't centro niet is, soo moet 't centrum buyten BD zyn, genomen in G (want in BD kan 't niet zyn, om dat die over al buyten F ongelijk gedeelt werd) en [c] trekt GA, GC, GE.

Bew: Dewijle G 't centrum gestelt werd, soo is GA [d] ∞ GC, en AE is [e] ∞ EC, ende GE is beyde △s AGE, CGE gemeen, derhalven de hoek GEA [f] ∞ GEC [g] recht, maar FEC is [e] recht, dies

a 1 beg. 1
b 10. 1
c 1 beg. 1
d 15 def. 1
e 't werk.
f 8. 1
g 10 def. 1

h 12 gem. dies is G E C h ∞ F E C, dat i niet wezen kan, daar-
i 9 gem 1 om kan 't centrum niet in G of eenig ander punt buyten B D vallen, ergo in F, dat te bewijsen was.

Gevolg.

Hier uyt volgt, soo in een cirkel, een rechte linie B D een ander rechte linie A C in tweën gelijk in rechthoeken doorsnijd, zoo sal 't centrum in de snydende linie B D zyn.

Byvoeg.

Fig. 120 Seer licht vind men 't centrum door een winkelhaak, als men de hoek Q in de omtrek past: want soo de rechte D E die de punten D en E t'samen voegen (in welke de zyden des winkelhaaks Q D, Q E de circumferens snyden) in tweën gelijk gedeelt werd in A, zoo is A 't centrum, als blykt uyt de volgende 31e. deses.

PROPOSITIE 2.

Fig. 121 *Zo in de Circumferentie eens Cirkels C A B twee punten A en B, na gevallen genomen werden, dan sal de rechte linie A B tot de selve getrocken, binnen den Cirkel vallen,*

Ber. Neemt in de rechte A B, na gevallen het
a 1 beg. 1 punt D, en a trekt uyt 't centrum C de rechte C A, C D, C B.

a 15 def. 1 *Bew:* Dewijl C A a ∞ C B is, soo is de hoek
b 5. 1. A b ∞ B. maar de hoek C D B is c ⊏ als A, der-
c 16. 1 halven C D B ook d ⊏ als B, en daarom C B e ⊏
d 1 gem. als
e 19. 1

als CD : maar CB komt niet verder als tot de Circumferentie, ergo CD zoo ver niet, en vervolgens 't punt D[a] binnen den Cirkel: op dezelve wyze toont men zulks met alle de punten in de rechte AB, derhalven AB binnen den Cirkel, dat te bewyzen was.

Gevolg.

Hier uyt blykt dat een rechte linie een Cirkel raakende zonder doorſnyden, dezelve maar in een punt raakt.

PROPOSITIE 3.

So in den Cirkel EABC een rechte linie BD door 't Centrum E gaande, een ander rechte AC die niet door 't Centrum gaat, in twee gelyke deelen in F deelt, ſal deſelve rechthoekig doorſnyden: ende ſoo hy die rechthoekig doorſnydt, ſal die in twee gelyke deelen gedeelt werden. Fig. 112

Ber: Deeze heeft twee ſtellingen op beyde [a] trekt uyt 't Centrum E de rechte EA, EC. a 1 beg. 1

1. *Bew*: Dewyl AF [b] ∞ FC, EA [c] ∞ EC en EF beyde △s EAF, ECF gemeen is, daarom de hoek EFA [d] ∞ EFC en vervolgens [e] recht, dat te bew: was.
b 't gegev.
c 15 def. 1
d 8: 1
e 10 def. 1

2. *Bew*: Om dat de hoeken in F [f] recht zyn, daarom EFA [g] ∞ EFC, en EAF is [h] ∞ ECF, ende EF is in beyde △s EAF, EFC gemeen; derhalven AF [i] ∞ FC en vervolgens AC in tweën gelyk gedeelt wert, dat te bewyzen was.
f 't geg.
g 12. gem.
h 5: 1
i 26: 1

Gevolg.

Hier uyt zo in een gelijkzijdige of gelijkbeenige Triangel een linie uyt de Tophoek vallende op de basis, die in tweën gelijk deelt, deselve is perpendiculaar op de basis: en in tegendeel soo deselve perpendiculaar op de basis valt, soo deelt die de basis in tweën gelyk.

PROPOSITIE 4.

Fig. 123 *Zoo in een Cirkel A C D twee rechte linien A B, C D niet door 't Centrum E gaande, malkander doorsnyden, dezelve werden niet in tweën gelyk gedeelt.*]

Bewys. Want soo d'eene door 't centrum gaat, soo blijkt het dat deselve van de ander niet in tweën gelyk gedeelt werd, dewijle die niet door 't centrum gaat volgens 't gegeven.

Soo geen van beyde door 't contrum gaat, trekt dan uyt 't centrum E, de rechte E F, soo sy nu beyde A B en C D in tweën gelijk doorsneden wa-
a 3: 3 ren in F, sullen de hoeken E F B, E F D [a] recht
b 12 gem: 1. zyn, en vervolgens [b] gelijk, dat [c] niet wesen kan, en daarom C D, A B niet in tweën gelijk gedeelt, dat
c 9 gem: 1 te bewijsen was.

PROPOSITIE 5.

Fig. 124 *Zoo twee Cirkels B A C, B D C malkander doorsnyden, dezelve hebben geen een Centrum E.*

Bereyd: Onderstelt dat E 't centrum beyde Cir-
a 1 beg: 1 kelen is, en [a] trekt de rechte E B, E D A.

Bew:

Bew: Dewyle E D $^b \infty$ E B, en E A $^b \infty$ E B is, zoo is E D $^c \infty$ E A, dat ^{d} niet wesen kan, en daarom geen een centrum, dat te bewyzen was. b 15 def. 1 c 1 gem. 1 d 9 gem. 1

PROPOSITIE. 6.

Zoo twee Cirkelen B A C, B D E malkander inwendig in Braaken, dezelve hebben geen een Centrum F. Fig. 125

Ber: Stelt F 't centrum van beyde Cirkels te zyn, en ^{a} trekt F B, F D A. a 1 bem. 1

Bewys. Soo sullen F D $^b \infty$ F B $^b \infty$ F A zyn, dat ^{c} niet wesen kan, daarom geen een centrum, dat te bewysen was. b 15 def. 1 c 9 gem. 1

PROPOSITIE 7.

Zoo in de Diameter A B eens Cirkels, eenig punt G, buyten 't Centrum F genomen wert, ende van 't zelve tot de Circumferentie getrokken werden eenige rechte linien G C, G D, G E dan is, Fig. 126

1. *G A die door het Centrum F gaat, de langste.*
2. *De overige G B, van den Diameter de kortste.*
3. *Van de andere, G C de langste, die naarder aan de geene is die door 't Centrum gaat, als G D die verder daar af is.*
4. *Ende alleen twee G E, G H aan ieder zyde des Diameters een, zullen malkander gelyk zyn.*

Ber: Uyt 't centrum F, ^{a} trekt de rechte F C, F D, F E en ^{b} maakt de hoek B F H ∞ B F E. a 1 beg. b 23. 1

Bew: 1 *Stell.* G F + F C (dat is G A) is ^{c} ⊏ als G C, dat te bewysen was. c 20. 1

d 15 def. 1 e 20. 1 2 *Stell* F B [d] ∞ F E is [e] ⊐ als G F + G E.
subſ: G F ∞ G F die gemeen is,
f 5 gem. 1 reſt B G [f] ⊐ als G E, dat te bewyſen was.

3 *Stell* De △s G F C, G F D hebben G F gemeen,
g 15 def. 1 h 9 gem. 1 i 24. 1 en F D [g] ∞ F C, ook de hoek G F C [h] ⊏ als G F D, derhalven baſis G C [i] ⊏ als G D, dat te bewyſen was.

4 *Stell.* De △s F G E, F G H hebben F G ge-
k 15 def. 1 l 't werk m 4. 1 meen F E [k] ∞ F H de hoek E F G [l] ∞ H F G, dies is G E [m] ∞ G H: en dat vorders geen ander G D uyt 't punt G, gelyk G E of G H kan zyn, is getoont, dat te bewyſen was.

PROPOSITIE 8.

Fig. 127 *Zoo van een punt A na gevallen buyten een Cirkel genomen, getrokken werden tot de Circumferentie, verſcheyde rechte linien AI, AH, AG, AF, dan is,*

1. *Deeze A I die door 't Centrum K gaat, de langſte van die inwendig tot de Circumferentie komen.*

2, *Ende van de andere is deeze A H die naarder aan die is, die door 't Centrum gaat altyd langer als die AG, AF, die verder daar af zyn.*

3. *Maar van die welke uitwendig tegen de Cirkel vallen, is deeze AB de kortſte, welke tuſſchen 't punt A en de Diameter B I is.*

4. *Ende van de andere is die geene A C, die naarder aan de kortſte ſtaat altyd korter als die A D, A E dewelke verder daar af zyn.*

5. *Ook konnen maar twee derzelver AC, AL ten wederzyden der kortſte malkander gelyk zyn.*

Bereyd.

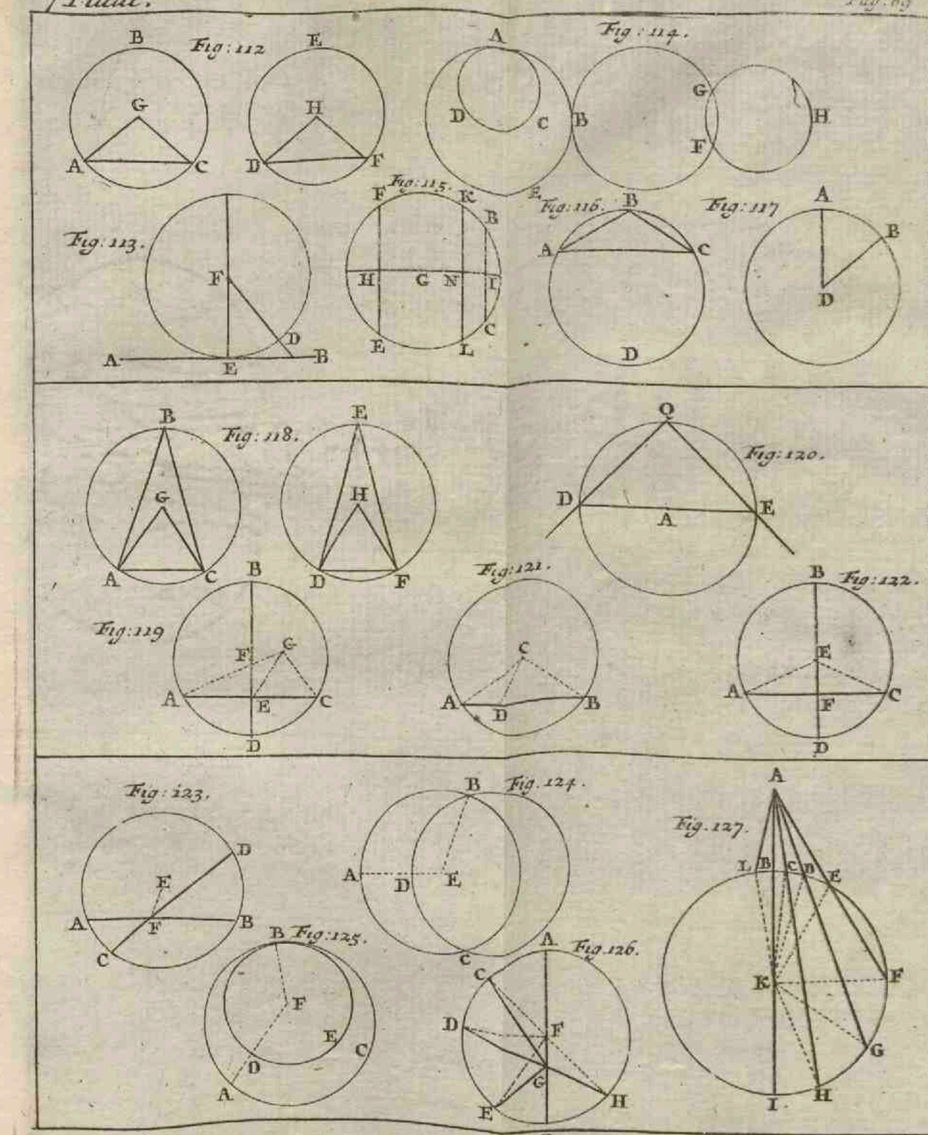


Fig: 112
Fig: 113.
Fig: 114.
Fig: 115.
Fig: 116.
Fig: 117
Fig: 118.
Fig: 119
Fig: 120.
Fig: 121.
Fig: 122.
Fig: 123.
Fig. 124.
Fig: 125.
Fig. 126.
Fig. 127.

Bereyd. Uyt 't centrum K [a] trekt de rechte KH, a 1 beg. 1
KG, KF, KC, KD, KE, en [b] maakt de hoek b 23: 1
AKL ∞ AKC.

Bew: 1 *Stell.* AI ([c] dat is AK + KH) is [d] ⊏ c 15 def. 1
als AH, dat te bewysen was. d 20: 1

2 *Stell.* De △s AKH, AKG hebben AK e 15. def. 1
gemeen, KH [e] ∞ KG, en de hoek AKH [f] ⊏ f 9 gem.
als AKG, daarom de basis AH [g] ⊏ als AG, op
dezelve wyse AG ⊏ als AF, dat te bewysen was. g 24: 1

3. *Stell.* In de △ AKC is KA [h] ⊐ als KC + CA h 20: 1
subs: KB [i] ∞ KC i 15 def. 1

rest AB [k] ⊐ als AC, dat te k 5 gem. 1
bewysen was.

4. *Stell.* In de △s ADK, ACK
is AC + CK [l] ⊐ als AD + DK l 21: 1
subs: CK [m] ∞ DK m 15 def. 1

rest AC [n] ⊐ als AD, op deselve wyse n 5 gem. 1
ook AD ⊐ als AE, dat te bewysen was.

5. *Stell.* De △s AKL, AKC hebben AK
gemeen KL [o] ∞ KC en de hoek AKL [p] ∞ AKC o 15 def. 1
derhalven AL [q] ∞ AC, en met dese syn geen an- p 't werk.
dere gelyk, 't welk reeds getoont is, dat te bewyzen q 4: 1
was.

PROPOSITIE 9.

Soo in een Cirkel BCK van eenig punt A meer als twee gelyke rechte linien, AB, AC, AK tot de Circumferentie konnen vallen, dan is 't punt A 't Centrum des Cirkels. Fig. 128

Bew. Soo A 't Centrum niet is, soo zyn AB,
AC, AK [a] niet gelyk, tegen 't voorstel, derhalven a 7: 3
moet A 't centrum zyn, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 10.

Fig. 129 *Een Cirkel I A K B L doorsnyt een ander Cirkel I E K F L niet meer als in twee punten.*

Ber. Indien 't wezen kan, laat het snyden in drie
a 1 beg. 1 punten I, K, L, en a trekt de rechte I K, K L,
b 10. 1 deselve b deelt in tweën gelyk, in M en N, uyt deze
c 11. 1 c stelt M C, N H perpendiculaar op I K, K L.

Bew. Dewyl O 't Centrum van beyde Cirkels
d wesen sal, soo soude de doorsnydende Cirkels het
d gev. 1.3 zelve Centrum hebben, dat e niet wezen kan, en
e 5. 3 daarom konnen sy in geen drie punten malkander doorsnyden, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 11.

Fig. 130 *Zoo twee Cirkels G A D E, F A B C inwendig malkander raken, ende van d'eene centrum F tot d'ander G een rechte linie G F getrokken is, die verlengt zynde, komt in de raking.*

Ber. Soo 't wezen kan dat de rechte F G voortgetrokken de Cirkels sneed buyten de raking A, soo dat niet F G A, maar F G D B een rechte linie zy,
a 1 beg. 1 zoo a trekt G A.
b 15 d.f. 1 *Bew.* Om dat G D b ∞ G A en G B c ⊐ als
c 7. 3 G A zou zyn (als de rechte F G B ging door 't centrum F des grootsten Cirkels) zoo zou G B ⊐ als G D zyn, dat d niet wesen kan, daarom F G A in
d 9 gem. 1 de raking komt, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 12.

Zo twee Cirkels ACD, BCE malkander uytwendig raken, zo zal de rechte linie AB van d'eene Centrum A tot d'ander B getrokken, door de raking C gaan. Fig. 131

Ber: Soo 't wesen kon, laat de rechte ADEB de Cirkels buyten de raking C, in de punten D en E snyden, en [a] trek AC, CB. a 1 beg: 1

Bew: Soo sou AD + EB ([b] dat is AC + CB) b 15 def: 1
[c] ⊏ als ADEB zyn, dat [d] niet wesen kan, en c 20: 1
daarom ACB de linie die door de raking gaat, dat d 9 gem. 1
te bewysen was.

PROPOSITIE 13.

Twee Cirkels CAF, BAD raken malkander uyt of inwendig niet meer als in een punt A. Fig 132.

Twee gevallen zyn hier te bewysen.

1. Laat het inwendig, zo 't wesen kan, raken in de punten A en H, zo [a] sal de rechte CB a 11: 3
(die de centrums t'samen voegt) wederzyds verlengt zynde vallen, zo wel in A als in H, dewyle derhalven CH [b] ∞ CA en BH [c] ⊏ als CH is, zo b 15 def: 1
soude BA [b] (BH) ⊏ als CA zyn, dat [c] niet c 9 gem: 1
wezen kan.

2. Zo gezegt werd datze uytwendig raken in de punten E en F, [d] sal de rechte getrockene EF in d 2: 3
beyde Cirkels zyn, die daarom malkander [e] sussen e 3 def: 3
doorsnyden, 't welk tegens 't voorstel is, derhalven deselve niet meer als in een punt in of uytwendig konnen raken, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 14.

Fig. 133 *In een Cirkel E A B C zyn de gelyke rechte linien AC, BD even wyt van't Centrum E: en zo de rechte linien AC, BD even wyt van't centrum zyn, dan zynse gelyk.*

a 12: 1 — *Ber.* Dese heeft twee stellingen, op beyde [a] trekt
uyt 't centrum E de perpendicularen E F, E G, en
b 1 beg. 1 — [b] voorts A E, E B.
c 3 3 — 1. *Stell. Bew.* Dewyle A F [c] ∞ C F, B G [c] ∞
d 1 geg. — D G en A C [d] ∞ B D is, daarom A F [e] ∞ B G,
e 7 gem. 1 — ook is E A [f] ∞ E B, derhalven □ F E [g] ∞ □ E A
f 15 def: 1 — — □ A F [h] ∞ □ E B — □ B G [g] ∞ □ E G, en daar-
g 47: 1 en 3 gem: — om F E [i] ∞ E G, dat te bewysen was.
h 1 gem. — 2 *Stell.* Dewyle E F [k] ∞ E G, A E [l] ∞ B E, en de
i geg: 46: 1 — hoeken F en G [m] recht zyn, daarom □ A F [n] ∞ □
k 't gev. — E A — □ E F [o] ∞ □ E B — □ E G [n] ∞ □ G B, der-
l 15 def. 1 — halven A F [p] ∞ G B, en om dat A F [q] ∞ F C, G B
m ber: — [q] ∞ G D is, daarom ook A C [r] ∞ B D, dat te bewysen
n 47: 1 en 3 gem. — was.
o 1 gem.
p gev. 46: 1.
q 3: 3
r 6 gem.

PROPOSITIE 15.

Fig. 134 *In een Cirkel G A B C is den Diameter A D de langste linie: ende F E welke hem naarder zyn langer als B C die daar wyder af is.*

a 1 beg. — 1. *Stell. Ber.* [a] Trekt de rechte G B, G C.
b 15 def 1 — *Bew.* De Diameter A D (G B [b] + G C) is [c] ⊏
c 20: 1 — als B C, dat te bewysen was.
2. *Stell. Ber.* Laat de afstant G I ⊏ als G H zyn [a]
d 3: 1 — en van G I [d] snyd G N ∞ G H, dan door N, [e] trekt
e 11: 1 — K L perpendiculaar op G I, [f] voorts G K, G L.
f 1 beg:

Bew.

Bew. Om dat G K g ∞ G B en G L g G C, en de hoek K G L h ⊏ als B G C is, daarom K L (dat i is F E) k ⊏ als B C, dat te bewyzen was. g 15 def. 1 h 9 gem. i 14: 3 k 24: 1

PROPOSITIE 16.

Als door A op 't eynde des diameters AH eens Cirkels B A L H een perpendiculaar C D gestelt werd: Fig. 135

1. *Die valt buyten den Cirkel:*
2. *Ende tusschen deselve, en circumferentie en kan geen andere rechte linie A L komen,*
3. *Ende de hoek B A I des halven Cirkels is meerder als eenig rechtlinische scherphoek B A L,*
4. *En de overige D A I, minder.*

1 *Ber.* Neemt in A C het punt F na gevalle, en a trekt B F.

1. *Bew.* In de △ B A F is de zyde B F (over den rechten hoek A) b ⊏ als de zyde B A (die over den scherpen hoek B F A staat) daarom dewyle B A (dat c is B G) den cirkel raakt, zo moet B F verder raken, en alzoo 't punt F, als mede (om dezelve reden) alle andere punten in A C, en vervolgens de geheele A C buyten den Cirkel vallen, dat te bewysen was. a 1 beg. b 19: 1 c 15 def. 1

2. *Ber:* Uyt 't centrum B d stelt B E perpendiculaar op A L. d 12. 1

Bew. In de △ B E A is de hoek E e ⊏ als A, daarom B A f ⊏ als B E, en B A komt tot de cirkel, derhalven B E daar binnen, en vervolgens 't punt E, als ook de geheele A E L, dat te bewysen was. e 32: 1 f 18: 1

3. *Bew.* Hier uyt volgt dat alle scherphoeken E A D

grooter zyn als de hoek der raking DAI; als ook dat alle scherphoeken BAL kleynder zyn als de hoek des halfronts BAI, dat te bewysen was.

Gevolg.

Hier uyt volght dat als een rechte linie, op het eynde des diameters eens Cirkels perpendiculaar gestelt is, die raakt den Cirkel.

PROPOSITIE 17.

Fig. 136 *Van een gegeven punt A een rechte linie AC te trekken, welke een gegeven Cirkel DBC raakt.*

't Werk. Van 't gegeven punt A tot 't centrum
a 1 beg. der Cirkels D a trekt AD snydende de gegeven
b 3 beg. Cirkel in B, uyt D met de wytte AD b beschryft
c 11: 1 den Cirkel DAE; uyt B c trekt BE perpendiculaar op DA, die ontmoet den Cirkel DAE in E, a trekt dan DE, die snyd DBC in C, voorts van A door C getrocken de rechte AD, die raakt den Cirkel DBC.

d 15 def. 1 *Bew.* In de △s ADC, EBD is DB d ∞ DC, DE d ∞ DA, en de hoek D gemeen, derhalven de hoek ACD e ∞ EBD f recht, en daarom g raakt
e 4: 1
f 't werk. AC den Cirkel in C, dat te doen was.
g gev. 16
3

PROPOSITIE 18.

Fig. 137 *Zo een rechte linie AB den Cirkel FEDC raakt, ende uyt 't Centrum tot het punt der raking E getrokken wert de rechte FE, deselve sal perpendiculaar op de rakende AB zyn.*

Ber. Indien FE niet perpendiculaar op AB zy,
zo

foo [a] trekt uyt F de regte FG perpendiculaar op AB. [a] 12: 1

Bew. Dewyl de hoek FGE [b] recht gestelt word, foo is FEG [c] minder als recht, en daarom FE (dat [d] is FD) [e] ⊏ als FG, dat [f] niet wesen kan, en sulks sal 't zyn met alle punten die men in EB buyten E recht neemt, derhalven FE perpendiculaar op AB, dat te bewysen was. [b] ber. [c] 32: 1 [d] 15def. 1 [e] 18: 1 [f] 9 gem. 1

PROPOSITIE 19.

Soo een rechte linie AB een Cirkel raakt, ende op deselve van 't punt der raking C een perpendiculaar CE door den Cirkel getrocken word, in deselve CE is 't Centrum des Cirkels. Fig. 138

Dese Propositie is een consectarium der voorgaande, ofte werd aldus bewesen.

Ber. Indien 't Centrum niet in CE is, foo laat het daar buyten in F zyn, en [a] trekt uyt F tot de raking C de rechte FC. [a] 1 beg.

Bew. Soo most de hoek FCB [b] recht zyn, en derhalven [c] ∞ ECB, dat [d] niet wesen kan, en foo danig sal 't met alle punten buyten CE zyn, daarom 't centrum in CE, dat te bewijsen was. [b] 18: 3 [c] 12 gem. [d] 9 gem.

PROPOSITIE 20.

In den Cirkel DABC, is den hoek BDC in 't centrum, dubbelt met den hoek BAC aan de circumferentie, als deselve een deel BC der circumferentie voor Basis hebben. Fig. 139

Drie

Drie Gevallen konnen hier zyn gelyk de figuren vertoonen.

a 32: 1 — 1. *Geval.* De uytwendige hoek B D C is [a] ∞ de
b 5: 1 en inwendige D A C ✢ D C A ∞ [b] 2 B A C, dat te
6 gem. bewysen was.

c 1 beg. *Bereyd* Op't 2de en 3de geval, [c] trekt de Diameter A D E:

d 32: 1 *Bew.* De uytwendige hoek B D E is [d] ∞ D A B
e 5: 1 en ✢ D B A [e] ∞ 2 D A B, insgelyks de hoek E D C ∞
6 gem. 2 D A C, en daarom in 't

f 16 gem. 2. *Geval* de geheele B D C [f] ∞ 2 B A C, en
3. *Geval* de overige B D C [f] ∞ 2 B A C, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 20.

Fig. 140 *In den cirkel E D A B C, zyn de hoeken D A C, D B C in een deel D C der cirkels, malkander gelyk.*

Twee gevallen konnen hier zyn.

1. *Geval.* Soo het Cirkel-stuk D A B C grooter is als een halve Cirkel, soo [a] trekt E D, E C, dan is
a 1 beg. 1 de hoek 2 D A C [b] ∞ D E C [b] ∞ 2 D B C, derhalven
b 20: 3
c 6 gem. D A C [c] ∞ D B C, dat bewyzen was.

2. *Geval.* Soo het Cirkel-stuk niet grooter is dan een halve Cirkel.

De somme der hoeken des △s A D F, is [d] ∞ de
d 32. 1 som der hoeken des △s B C F, neem van beyde weg
e 15. 1 A F D [e] ∞ B F C, ende A D B [f] ∞ A C B, soo blyft
f 1 geval des. D A C [g] ∞ D B C, dat te bewysen was.
g 3 gem.

An-

Anders, beyde gevallen gemeen.

Ber: a Trekt DE, CE. a 1 beg.
Bew De hoek DAC b ∞ ½ DEC b ∞ DBC, b 20. 3
dat te bewysen was

PROPOSITIE 22.

Van alle vierhoekige figuuren ABCD in Cirkels beschreven, zyn de tegen overstaande hoeken ADC, ABC t'samen gelyk twee rechte hoeken. Fig. 141

Ber: a Trekt AC, BD. a 1 beg.
Bew: De hoek BDA is b ∞ BCA } add: b 21. 3
en BDC b ∞ BAC }
komt ADC c ∞ BCA + BAC c 2 gem.
add. ABC ∞ ABC
komt ADC + ABC c ∞ BCA + BAC + ABC d ∞ twee rechte hoeken, dat te bewysen was. d 32. 1

Gevolgen.

1. Hier uyt, soo AB * de eene zyde des vierzydigen figuurs in een Cirkel beschreven, voortgetrocken werd, dan is de uytwendige hoek EBC gelyk aan de inwendige ADC, dewelke tegen over ABC staat, die beneffens EBC twee rechte zyn, als blykt uyt de 13: 1 en 3 gem. Fig. 142

2. Verders om een Rhombus of Ruyt kan geen Cirkel beschreven worden, dewyle desselfs over hoeken t'samen of minder of meerder zyn als twe regte.

Byvoeg.

Zoo in een vierzydige figuur ABCD de overhoeken Fig. 143

A,

A, C gelyk zyn twee rechte, zoo kan men om die figuur een Cirkel beschryven.

Want de Cirkel sal door de drie hoeken B, C, D gaan (als blyken sal uyt de 5: 4.) Ik zegge datse ook door A gaat. Soo gy 't ontkent, stelt dat die door F gaat, en trekt BF, DF, BD.

Bew. De hoek C + F [a] ∞ 2 rechte [b] ∞ C + A
a 22. 3 en daarom A [c] ∞ F, dat [d] niet wesen kan, en soda-
b 't geg. nig sal 't met alle andere punten buyten A komen
c 3 gem. te vallen, derhalven den Cirkel die door B, C, D
d 21. 1 gaat, gaat ook door A, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 23.

Fig. 143 *Op een rechte linie A C konnen geen twee gelykformige ongelyke Cirkelstukken A B C, A DC aan deselve zyde gestelt werden.*

Ber: Zoo ze gesegt worden gelykformige te zyn, soo trekt na gevallen C B, die snyd de circumferentien in D en B, en [a] trekt AB, AD.

a 1 beg. *Bew.* Dewyle de Cirkel-stucken gelykformig
b 10 def. 3 gestelt worden, zoo zal de hoek A D C [b] ∞ A B C
c 16. 1 zyn, dat [c] niet wesen kan, en daarom konnen sy niet gelykformig zyn, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 24.

Fig. 144 *Gelykformige Cirkelstukken ABC, D E F, staande op gelyke rechte linien A C, DF, zyn malkander gelyk.*

Bew: De Basis AC gelegt op de Basis DF,
a 't geg. komt daar mede over een, om dat A C [a] ∞ D F is,

der-

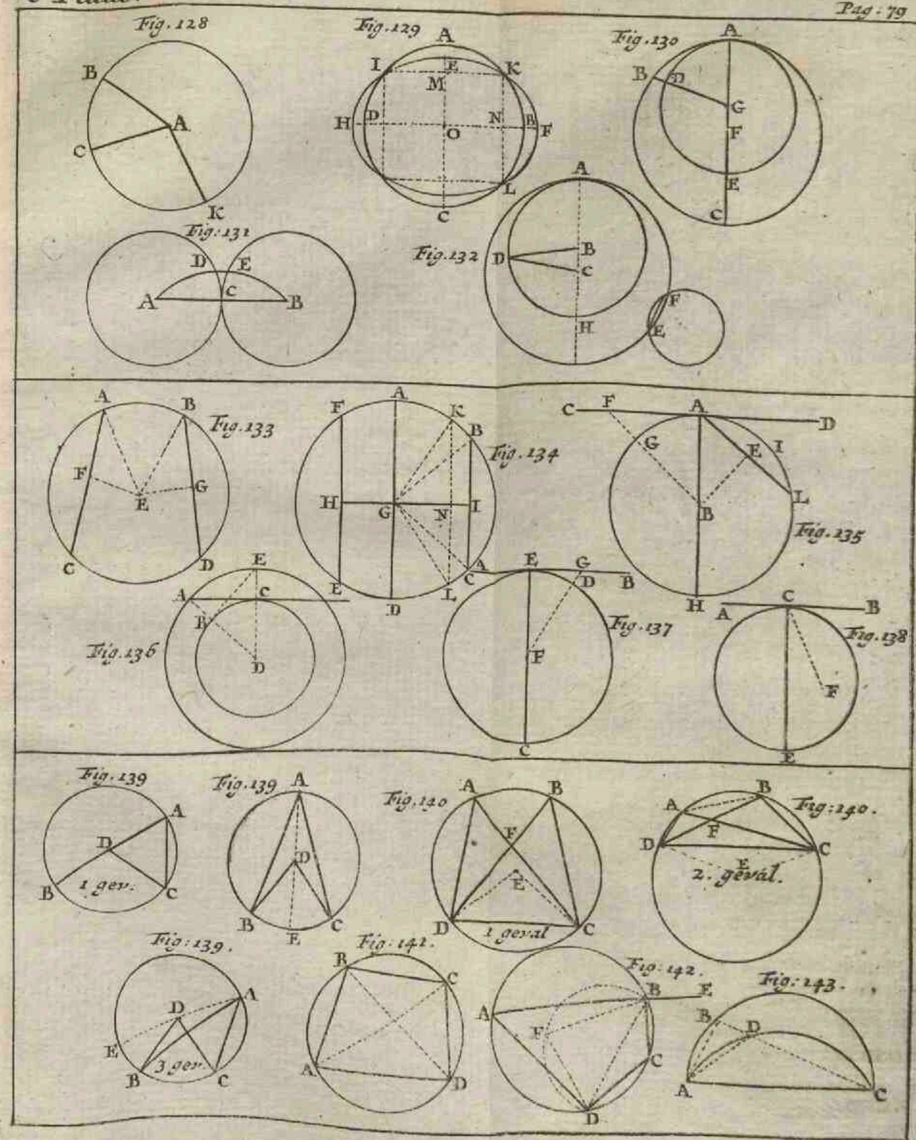


Fig. 128
Fig. 129
Fig. 130
Fig. 131
Fig. 132
Fig. 133
Fig. 134
Fig. 135
Fig. 136
Fig. 137
Fig. 138
Fig. 139
1 gev.
Fig. 139
Fig. 140
1 geval
Fig: 140.
2. geval.
Fig: 139.
3 gev.
Fig: 141.
Fig: 142.
Fig: 143.

derhalven komt het Cirkel-ſtuk ABC overeen met DEF (want anders zal het eene binnen of buyten 't ander vallen, en dan ſullenſe b niet gelykformig zyn tegen 't voorſtel, of ten minſten ten deele binnen, ten deele buyten, en zoo zoud het eene van het ander in drie punten geſneden worden, dat c onmogelyk is) en daarom 't Cirkel-ſtuk ABC d ∞ DEF, dat te bewyſen was. b 23: 3 c 10: 3 d 8 gem.

PROPOSITIE 25.

Gegeven een Cirkel-ſtuk ABC, een Cirkel te beſchryven diens deel het is. Fig. 145

't Werk. Trekt na gevallen in 't Cirkel-ſtuk twee rechte linien AB, BC, deſelve a deelt in tweën gelyk, in D en E, uyt deſe b ſtelt de perpendicularen DF, EF, ontmoetende malkander in F 't Centrum des Cirkels, uyt welke, met de wytte FA c voltrekt den Cirkel. a 10: 1 b 11: 1 c 3 beg.

Bew: Want 't Centrum is ſoo wel in d DF als in EF, en daarom 't gemeene punt F 't Centrum, dat te doen was. d gev: 1: 3

PROPOSITIE 26.

In gelyke Cirkelen GABC, HDEF, ſtaan gelyke hoeken, 't zy in de Centrums G, H, of circumferentien B, E, op gelyke deelen AC, DF der circumferentien. Fig. 146

Bew. Om de gelijkheyt der Cirkelen is GA a ∞ HD en GC a ∞ HF, ook de hoek G b ∞ H, derhalven AC c ∞ DF. Maar de hoek B is d ∞ ½ G b a 1 def: 3 b 't geg: c 4: 1

d 20: 3 G[b] ∞ $\frac{1}{2}$ H[d] ∞ E, daarom de Cirkel-ſtucken ABC,
e 10 def. 3 DEF[e] gelykformig, en dienvolgens [f] gelijk zyn,
f 24: 3 derhalven de overige Cirkel-ſtukken AC, DF ook
g 3 gem. [g] gelijk zyn, dat te bewijſen was.

Byvoeg.

Fig. 147. *Zoo in een Cirkel ABCD, de boge AB gelyk is aan de boge DC, dan is AD parallel BC*

Want getrocken zynde de rechte AC, ſoo ſal de
a 26: 3 hoek ACB[a] ∞ CAD zyn, derhalven AD[b] ═
b 27: 1 BC, dat te bewijſen was.

PROPOSITIE 27.

Fig. 148 *In gelyke Cirkelen GABC, HDEF zyn de hoeken 't zy in de Centrums G, H, 't zy in de Circumferentien B, E, die op gelyke deelen AC, DF der circumferentien ſtaan gelyk.*

Bereyd: Indienſe niet gelijk zyn, laat AGC
a 23: 1 ⊏ als DHF zijn, en maak AGI[a] ∞ DHF.
b 26: 3 *Bew.* Soo is de booge AI[b] ∞ DF[c] ∞ AC, dat
c 't gev. [d] niet weſen kan; op deſelve wyſe kan AGC niet
d 9 gem. ⊐ als DHF zyn, derhalven de hoek AGC ∞ DHF en vervolgens de hoek ABC ∞ DEF, dat te bewyſen was.

Byvoeg.

Fig. 149 *Een rechte linie EF getrokken zynde door het punt A, 't midden eens cirkelſtuks BAC, rakende den Cirkel: is parallel met de rechte linie BC, die 't ſelve cirkelſtuk begrypt.*

Ber.

Ber: [a] Trekt uyt 't centrum D tot het raakpunt A de rechte DA, [a] ook DB, DC. a 1 beg. 1

Bew: In de $\triangle^s$ BDG, CDG is DG gemeen DB [b] ∞ DC, en de hoek BDA [c] ∞ GDA (om dat de bogen BA, CA [d] gelyk zyn,) derhalven de hoek DGB [e] ∞ DGC, en dien volgens [f] recht; maar de hoek GAE is [g] recht, derhalven GAE [h] ∞ DGB, en daarom EF [i] $=$ BC, dat te bewysen was. b 15 def. 1 c 27: 3 d 't geg: e 4: 1 f 10 def. 1 g 18: 3 h 12 gem. i 28: 1

PROPOSITIE 28.

In gelyke Cirkelen GABC, HDEF snyden gelyke rechte linien AC, DF gelyke deelen der circumferentien af, te weten de grootste ABC gelyk de grootste DEF, en de kleynste AIC gelyk de kleynste DKF. Fig. 150

Ber: Uyt de centrums G, H [a] trekt GA, GC en HD, HF. a 1 beg. 1

Bew: In de $\triangle^s$ AGC, DHF is GA [b] ∞ HD, GC [b] ∞ HF en AC [c] ∞ DF, daarom de hoek G [d] ∞ H, derhalven de booge AIC [e] ∞ DKF, en de overige ABC [f] ∞ DEF, dat te bewysen was. b 1 def. 3 c 't geg. d 8: 1 e 26: 3 f 3 gem.

PROPOSITIE 29.

In gelyke Cirkelen GABC, HDEF, staan over gelyke deelen ABC, DEF der circumferentien, gelyke rechte linien AC, DF. Fig. 151

Ber: [a] Trekt GA, GC, en HD, HF. a 1 beg. 1

Bew. De $\triangle^s$ GAC, HDF hebben de hoek G [b] ∞ H (om dat de boge AC [c] ∞ DF is) de zyde GA [d] ∞ HD, GC [d] ∞ HF, dies is AC [e] ∞ DF, dat te bewysen was. b 27: 3 c 't geg. d 1 def. 3 e 4: 1

PROPOSITIE 30.

Fig. 152 *Een gegeven deel ABC der circumferentien eens cirkel in twee gelyke deelen AB, CB, te deelen.*

a 1 beg. *'t Werk.* [a] Trekt de rechte AC, deselve [b] deelt in
b 10: 1 tweën gelyk in D, uyt D [c] recht de perpendiculaar
c 11: 1 DB, die snyd de boge in B, sulx dat AB ∞ BC is
Ber: [a] Trekt AB, BC.
Bewys. De △s ADB, CDB hebben BD ge-
d 't werk: meen, AD [d] ∞ DC, de hoek ADB [e] ∞ CDB,
e 12 gem. dies is AB [f] ∞ BC, en daarom de boge AB [g] ∞
f 4: 1 BC, dat te bewysen was.
g 28. 3

PROPOSITIE 31.

Fig. 153 In den Cirkel is
1. *Den hoek ABC, die in den halven Cirkel staat recht.*
2. *Den hoek BAC, die in een grooter deel staat, is minder als recht.*
3. *Maar den hoek BFC, die in een kleynder deel staat is meer als recht.*
4. *Den hoek IBC van 't grootste deel des Cirkels is meerder: ende*
5. *KBC van 't kleenste deel minder als recht.*

a 2 beg. *Ber:* [a] Verlengt AB na gevallen in E, ook [b] trekt
b 1 beg. uyt 't centrum D de rechte DB.
c 5: 1 *Bew:* In de △ DAB is DBA [c] ∞ DAB } add:
en in de △ DBC is DBC [e] ∞ DCB }

d 2 gem. 2 komt ABC [d] ∞ A + ACB [e] ∞ EBC
e 32. 1 derhalven ABC, EBC yder [f] recht.
f 10 def. 1

2. *Bewys.*

2. *Bew.* En daarom B A C [g] kleynder als recht. g 1 gev. 17. 1

3. *Bew.* Dewyle B A C + B F C [h] ∞ 2 rechte zyn, soo is B F C [i] meer als recht. h 22. 3 i 3 gem.

4. *Bew.* De hoek van de rechte C B, en de boge C A I B bevat, is [k] grooter als recht. k 9 gem.

5. Maar de hoek die bevat is van de rechte B C, en de booge C F K B is [l] kleynder als recht, dat te bewysen was. l 9 gem.

Byvoeg.

Soo in de rechthoekige Triangel A B C, de ondergetogen linie A C in tweën gelyk gedeelt is in D, sal de Cirkel uyt D als centrum door A beschreven, ook door B gaan, gelyk ligt te sien is uyt dese en 21. 3.

PROPOSITIE 32.

Zoo een rechte linie A B den Cirkel raakt in C, en van de raking een linie C E getrocken werd, die den Cirkel doorsnyd, zoo zyn de hoeken E C B, E C A, dewelke op de rakende linie gemaakt werden, gelyk aan de hoeken E D C, E F C, die in 't ander deel des Cirkels staan. Fig. 154

Bew: Uyt C [a] stelt C D perpendiculaar op A B en [b] trekt F D, E F. a 11. 1

1. Dan is C D den [c] diameter, en vervolgens den hoek C E D in een halve Cirkel, en daarom [d] recht, derhalven de hoek b 1 beg. c 19. 3

D + DCE [e] ∞ recht [f] ∞ ECB + DCE	sub.	d 31. 3	e 32. 1
DCE ∞ DCE		f bet.	

rest D [g] ∞ ECB, dat te bewysen was. g 3 gem.

h 22. 3 — 2. D + F h ∞ 2 regte i ∞ E C B + E C A } sub:
i 13. 1 — D k ∞ E C B
k bew. —
13 gem. — rest F l ∞ E C A dat te bewysen was.

PROPOSITIE. 33.

Fig. 155 *Op een gegeven rechte linie AB een Cirkelstuk AIEB te beschryven, waarin een hoek AIB kan gestelt werden, die een gegeven rechtlinischen hoek C gelyk is.*

't Werk. Uyt A a maakt de hoek B A D ∞ C,
a 23. 1 en b verlengt D A na gevallen. Uyt A stelt A E
b 2 beg. perpendiculaar op H D, uyt B a maakt den hoek A B F ∞ B A F, diens zyde B F ontmoet A E in F; uyt F als centrum c beschryft door A den cirkel,
c 3 beg. die sal ook door B gaan (om dat F B A d ∞ F A B
d 't werk is, en daarom F B e ∞ F A) soo is 't Cirkel-stuk
e 6: 1 A I E B 't begeerde, waar in getrocken de rechte A I, B I, die besluyten den hoek I ∞ C.

f 't werk *Bew.* Om dat H D f perpendiculaar op de diame-
g gev: 16. 3 ter A E is, soo g raakt H D den Cirkel, en A B
h 32: 3 snyd deselve, derhalven A I B h ∞ B A D f ∞ C, dat te doen was.

PROPOSITIE 34.

Fig. 156 *Van een gegeven Cirkel, A B C een stuk C A B te snyden, waar in een hoek B kan gestelt werden die een gegeven rechtlinischen hoek D gelyk is.*

't Werk. a Trekt de rechte E F, welke de gege-
a 17. 3 ven cirkel raakt in A, ook b trekt A C soodanig,
b 23. 1 dat de hoek F A C ∞ D is, dese snyd het begeerde
c 1 beg. cirkelstuk C A B af, waar c in getrocken de rechte A B, C B begrypen een hoek ∞ D.

Bew.

Bew. Want de hoek B[d] ∞ C A F[e] ∞ D is, dat 't Werk te bewysen was. d 32: 3 e

PROPOSITIE 35.

Soo in een Cirkel F B C A twee rechte linien A B, D C malkander doorsnyden in E, dan zyn de recht hoeken van elks deelen A E, E B en C E, E D malkander gelyk. Fig. 157

Vier gevallen konnen hier zyn, gelyk aan de figuren te sien is.

1 *Gev.* Soo de linien A B, C D malkander in 't centrum F snyden, soo is 't[a] klaar, om dat A E[b] ∞ E B en C E[b] ∞ E D is. a gev. 46. 1 b 15 def. 1

2. *Gev.* Soo d'eene A B door 't centrum F gaat, en d'andere C D in tweën gelyk snyd.

Ber. [c] Trekt F D. c 1 beg.

Bewys. De

▭ AEB + □ FE[d] ∞ □ FB[e] ∞ □ FD[f] ∞ □ ED + □ FE d 5: 2
subt: □ FE ∞ □ FE e gev: 46. 1

rest ▭ AEB [g] ∞ □ E D[h] ∞ de f 47: 1 g 3 gem.
▭ C E D, dat te bewysen was. h 3: 3 en

3. *Gev.* Soo d'eene A B door 't centrum gaat, en d'andere C D ongelyk snyd. gev. 46. 1

Ber: Uyt F[i] trekt de perpendiculaar F G, die [k] snyd C D in tweën gelyk in G. i 12: 1 k 3: 3

Bew: De ▭ CED + □ G F is[l] ∞ □ G D } add: l 5: 2
□ G F ∞ □ G F }

ko. ▭ CED + □ GE + □ GF[m] ∞ □ GD + □ GF[n] ∞ FD
maar ▭ AEB + □ FE[l] ∞ □ FB[o] ∞ □ F D is m 2 gem. n 47: 1
ergo ▭ AEB + □ FE[p] ∞ ▭ C E D + □ GE + □ GF o gev. 46. 1
subst □ F E[n] ∞ □ G E + □ GF p 1 gem.

rest ▭ AEB [q] ∞ ▭ CED, dat te bewysen was q 3 gem.

4. *Gev.* Soo geen der rechte A B, C D door 't centrum F gaan.

Ber. Soo trekt door de snydinge E en 't centrum F de diameter G H.

Bewys. Soo is de ▭ A E B r ∞ ▭ G E H r ∞ ▭

r derde geval. C E D, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 36.

Fig. 158 *Soo van een punt D, buyten den Cirkel EBC, twee rechte linien D A, D B getrocken werden waar van d'eene D B den Cirkel raakt in B, ende d'ander D A den Cirkel doorsnydt: dan is de rechthoek van de doorsnydende linie D A en deel D C tusschen het punt D en de Cirkel gelyk 't quadraat der rakende linie D B.*

Twee gevallen konnen hier zyn.

1. *Gev.* Soo de snydlinie A D door 't centrum E gaat.

a 1 beg. *Ber:* a Trekt de rechte E B.

b 18: 3 *Bewys.* Om dat de hoek B b recht is, daarom

c 47: 1

d 6: 2 □ DB + □ BE c ∞ □ ED d ∞ ▭ A D C + □ CE

e 15 def: 1 en gev. 46: 1 subs: □ BE e ∞ □ CE

rest □ DB f ∞ ▭ A D C, dat te be-

f 3 gem. wysen was.

2. *Gev.* Soo A D niet door 't centrum gaat.

g 1 beg. *Ber:* g Trekt EC, EB, ED en EF h perpendi-

h 12: 1 culaar op A D.

Bew: Dewyle A C in tweën i gelyk gedeelt is in

i 3: 3 F, zoo is de

▭

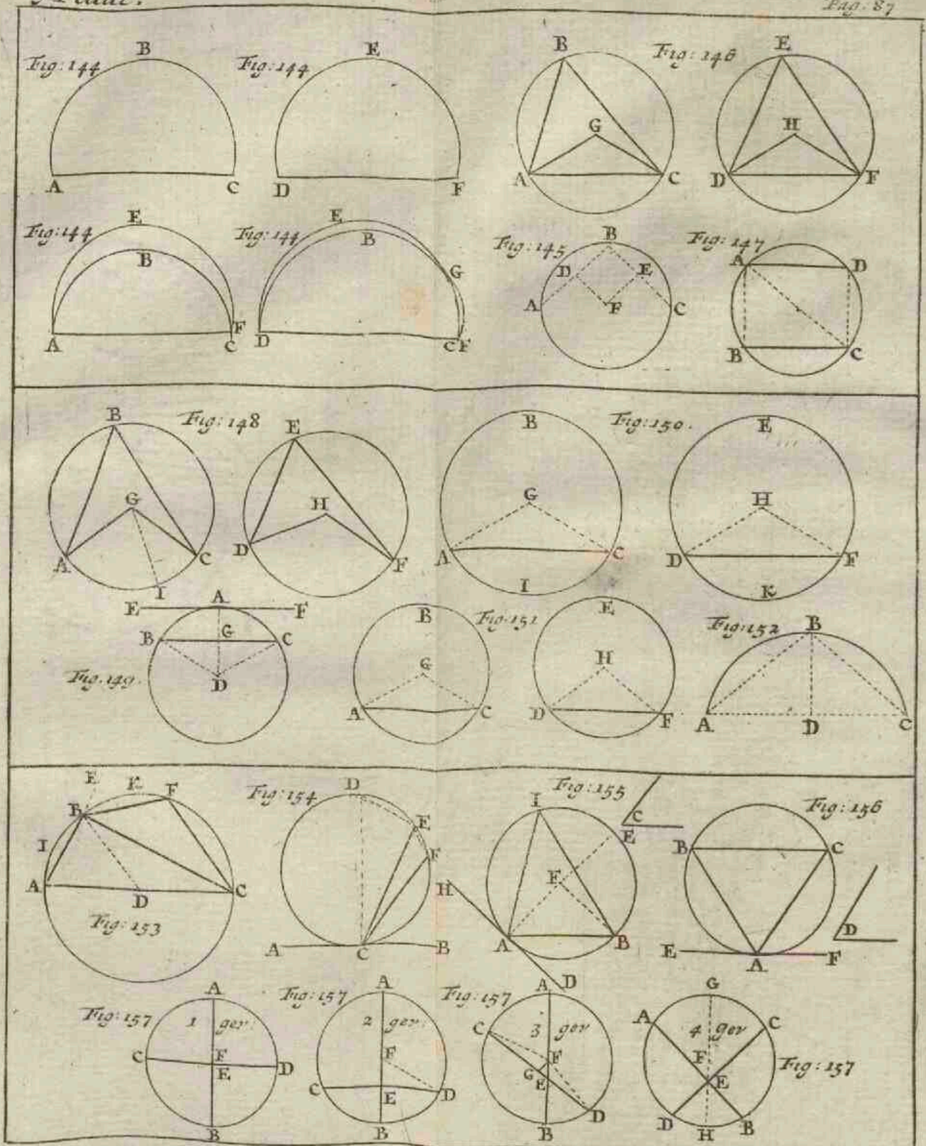


Fig: 144
Fig: 144
Fig: 146
Fig: 144
Fig: 144
Fig: 145
Fig: 147
Fig: 148
Fig: 150.
Fig: 149.
Fig: 151
Fig: 152
Fig: 153
Fig: 154
Fig: 155
Fig: 156
Fig: 157
1 ger:
Fig: 157
2 ger:
Fig: 157
3 ger
4 ger
Fig: 157

▭ ADC + □ CF[k] ∞ □ DF } add. k 6: 2
□ EF ∞ □ EF }

kt ▭ ADC + □ CF + □ EF[l] ∞ □ DF + □ EF[m] ∞ □ DE l 2 gem.
subs: □ CF + □ EF[m] ∞ □ CE[n] ∞ □ EB m 47. 1 n 15 def.

rest ▭ ADC [o] ∞ □ DE — □ EB 1 en gev. 46: 1
[m] ∞ □ DB, dat te bewysen was. o 3 gem.

Gevolgen.

1. Hier uyt soo van eenig punt A buyten den Cirkel genomen, verscheyde rechte linie AB, AC getrocken werden, die den Cirkel snyden, dan zyn de rechthoeken begrepen van de geheele linie AB, AC en de uytwendige deelen AE, AF onder malkander gelyk. *Fig.* 159

Want soo men de rakende linie AD trekt, soo is ▭ CAF[a] ∞ □ AD[a] ∞ ▭ BAE, dat te bewyzen was. a 36: 3

2. 't Blykt ook dat twee rechte linien AB, AC van een punt A getrocken, die den Cirkel raken, malkander gelyk zullen zyn. *Fig* 160

Want soo men trekt de snydende linie AE, soo is □ AB[a] ∞ ▭ EAF [a] ∞ □ AC, ergo AB [b] ∞ AC, dat te bewysen was. a 36: 3 b gev: 46: 1

3. 't Is ook openbaar, dat van 't selve punt A, buyten den Cirkel genomen, maar twee rechte linien AB, AC getrocken kunnen werden die het rond raken.

Want soo men een derde AD zegt te raken, soo is AD [c] ∞ AB [c] ∞ AC, dat [d] niet wesen kan. c 2 gev. deses. d 8: 3

4. In tegendeel is bekent, soo twee gelyke rechte linien AB, AC uyt een zeker punt A op de

circumferentien vallen, en een van deselve de Cirkel raakt, dat ook de andere de Cirkel raakt.

e 2 geval deses. f 't geg: g 8: 3 Want soo 't zyn kan dat niet A C, maar een ander A D den Cirkel raakt, soo is A D e ∞ A C f ∞ A B, dat g niet wesen kan.

PROPOSITIE 37.

Fig. 161 *Zoo van een punt D buyten den Cirkel EBF, twee rechte linien D A, D B getrocken werden, waar van d'eene D A den Cirkel doorsnyd, en d'ander D B daar tegen rust, soodanig dat den rechthoek van de doorsnydende D A, ende 't deel D C, dat tusschen het punt D en den Cirkel is, gelyk is 't quadraat der rustende linien D B, deselve D B sal dan den cirkel raken.*

a 17: 3 b 1 beg. *Ber.* a Trekt uyt D de raaklinie D F, ende uyt 't centrum E de rechte b E D, E B, E F.

c 't geg: d 36: 3 e gev. 46: 1 f 15 def: 1 g 8: 1 h 18: 3 i gev: 16: 3 *Bew.* Dewyle □ D B c ∞ ▭ A D C d ∞ □ D F is, soo is in de △s E B D, E F D, de zyde D B e ∞ D F E B f ∞ E F en E D gemeen, derhalven de hoek E B D g ∞ E F D h ∞ recht, dienvolgens B D het rond i raakt, dat te bewysen was.

Gevolgen.

k 8: 1 Hier uyt blykt dat de hoek E D B k ∞ E D F is,

VIERDE BOEK.

Definitien.

1. Een *rechtlinische figuur* werd gezegt in een rechtlinische figuur geschreven te zyn, als elk een der hoeken van de ingeschrevene raakt, elk een der zyden van de figuur, in welke zy geschreven is.

Alsoo is de Triangel DEF in de Triangel ABC beschreven. *Fig.* 162

2. Insgelyks werd gezegt een figuur omgeschreven te zyn om een figuur, als elke zyde der omgeschrevene raakt elke hoek der ingeschrevene.

Alsoo is de Triangel ABC beschreven om de Triangel DEF.

3. Een *rechtlinische figuur* werd gezegt in den Cirkel geschreven te zyn, als elken hoek der zelver de circumferentie des Cirkels raakt. *Fig.* 163

4. Een *rechtlinische figuur* werd gezegt om den Cirkel geschreven te zyn, als elke zyde van de omgeschreven figuur de circumferentie des Cirkels raakt. *Fig.* 164

5. Desgelyks werd gezegt den Cirkel in een rechtlinische figuur geschreven te zyn, als de circumferentie des Cirkels raakt elke zyde der figuur in welke hy geschreven is. *Fig.* 164

6. Maar den Cirkel werd gezegt om een figuur geschreven te zyn als de circumferentie des Cirkels raakt elken hoek der figuur, om welke hy geschreven is. *Fig.* 163

Fig. 165 7. Een *rechte linie* werd gezegt in een Cirkel te zyn, als de eynden der selve zyn in de circumferentie des Cirkels.

Alsoo is AB in den Cirkel geschreven die met beyde eynden A en B in de circumferentie komt; maar niet CD, die met een eynd, noch ook niet E, die met geen van de eynde daar in komt.

PROPOSITIE 1.

Fig. 166 *In een gegeven Cirkel ABC een rechte linie AB te voegen gelyk zynde een gegeven rechte linie D, die niet langer zy als den Diameter AC des gegeven Cirkels.*

a 3: 1
b 3 beg.
c 1 beg.
d 15 def. 1
e 't werk.
f 7 def. 4

't Werk. Van den diameter AC a snyd AE ∞ D, uyt A, met de wytte AE b beschryft den Cirkel ABE, ontmoetende den gegeven Cirkel in B, en c trekt de rechte AB, die is de begeerde.

Bew. Want AB d ∞ AE e ∞ D f in den gegeven cirkel ABC is, dat te doen was.

PROPOSITIE 2.

Fig. 167 *In een gegeven Cirkel ABC een Triangel ABC te beschryven, gelykhoekig met een gegeven Triangel DFE.*

a 17: 3
b 23: 1
c 1 beg.

't Werk. a Trekt de rechte GH dat deselve den cirkel raakt in A, en b maakt de hoek HAC ∞ E b ook GAB ∞ F, en c trekt BC, soo is de △ ABC de begeerde.

Bew.

Bew: Want de hoek B d ∞ H A C e ∞ E is } add. d 32. 3
en de hoek C d ∞ G A B e ∞ F } e 't werk.

komt B + C f ∞ E + F f 2 gem. 1
gesubst: van B A C + B + C g ∞ D + E + F g 32. 1

rest de hoek B A C h ∞ D, derhalven is de △ h 3 gem.
A B C i in de cirkel beschreven, gelykhoekig met i 3 def. 4.
de △ D E F, dat te doen was.

PROPOSITIE 3.

Om een gegeven Cirkel I A B C een Triangel L N M Fig. 168
te beschryven, gelykhoekig met een gegeven Triangel D E F.

't Werk. a Verlengt de zyde E F wederzyds na a 2 beg. 1
gevallen, b maakt in 't centrum I de hoek A I B ∞ b 23. 1
D E G, en de hoek B I C ∞ D F H, dan c trekt drie c 17. 3
regte linien L N, L M, M N soodanig, datse den cirkel
raken in de punten A, B, C, die komen t'samen in
L, M, N, en maken de begeerde △ L N M.

Ber. d Trekt de rechte A B d 1 beg. 1

Bew. Dewyle de hoeken L A I, L B I e recht zyn, e 18. 3
soo zyn de hoeken L A B + L B A f kleynder als f 9 gem. 1
2 rechte, en daarom komen L N, L M, M N te g samen, en maken de △ L M N. g 13 gem. 1

Vorders is de hoek
A I B + L h ∞ 2 rechte i ∞ D E G + D E F h byv. 32. 1
en de hoek A I B k ∞ D E G subst. i 13. 1

rest de hoek L l ∞ D E F, k 't werk. l 3 gem. 1
en op gelyke wyse de hoek M ∞ D F E, derhalven
ook de hoek N m ∞ D, en alsoo de △ L M N n om m 32. 1
de cirkel beschreven gelykhoekig aan de gegeven n 4 def. 4
△ E D F, dat te doen was.

PRO-

PROPOSITIE 4.

Fig. 169 *In een gegeven Triangel A B C een Cirkel EFG te beschryven.*

a 9. 1 *'t Werk.* [a] Deelt de twee hoeken B en C yder in tweën gelyk door de rechte BD, CD, die ontmoe-
b 12. 1 ten malkander in D, uyt D [b] trekt de perpendicu-
c 3 beg. 1 laren DE, DF, DG, en uyt D als centrum [c] beschryft met de wytte DE een cirkel, die sal ook door F en G gaan, en alsoo de 3 zyden des △s raken.

Bew. Want de △s DEB, DFB hebben de zy-
d 't werk de BD gemeen, en de hoek DBE [d] ∞ DBF,
e 12 gem. 1 DEB [e] ∞ DFB, daarom DE [f] ∞ DF, en op ge-
f 26. 1 lyke wyse DG ∞ DF, derhalven de cirkel uyt D als centrum door E beschreven, gaat door F en G,
g gev. en om dat de hoeken E, F, G recht zyn, daarom [g]
16. 3 raaktse alle de zyden des △s ABC, en is alsoo daar [h] in
h 5 def. 4 beschreven, dat te doen was.

Byvoeg.

Hier uyt blykt, als bekent zyn de drie zyden des Triangels, hoe dat de deelen der selver, gemaakt door de raking eens ingeschreven cirkels gevonden konnen werden aldus.

Laat zyn AB 12, AC 18, BC 16, soo is dan AB + BC ∞ 28, hier af subst. 18 voor AC ∞ AE + FC, soo rest 10 voor BE + BF, derhalven BE ofte BF ∞ 5, en vervolgens FC of CG ∞ 11, en daarom GA of AE ∞ 7.

PRO-

PROPOSITIE 5.

Om een gegeven Triangel ABC een Cirkel FABC te beschryven. Fig: 170

't Werk. [a] Deelt twee zyden (welke gy wilt) AB, AC in tweën gelyk in D en E, uyt deselve [b] stelt de perpendicularen DF, EF, t'samen komende in F, uyt welke door A [c] beschryft den cirkel FABC die sal de begeerde zyn.
a 10: 1
b 11: 1
c 3 beg. 1

Ber. Trekt de rechte FA, FC, FB.

Bew. In de △s ADF, BDF is de zyde DF gemeen, AD [d] ∞ DB, en de hoek FDA [e] ∞ FDB, derhalven FB [f] ∞ FA, en op deselve wyse FC ∞ FA, dienvolgens den cirkel uyt F door A beschreven, gaat ook door B en C, en daarom is deselve [g] om de △ABC, dat te doen was.
d 't werk
e 't werk en 12 gem: 1
f 4. 1
g def. 4

Gevolg.

* Hier uyt blykt, soo de Triangel scherphoekig is, dat 't centrum valt binnen, ende plomphoekig, buyten den Triangel; maar rechthoekig zynde, valt 't centrum in de tegen over rechthoeks zyde. 31. 3

Byvoeg.

Op deselve wyse werd een cirkel beschreven door drie gegeven punten, in geen rechte linie staande.

PROPOSITIE. 6.

In een gegeven Cirkel EABCD een quadraat ABCD te beschryven. Fig. 171

't Werk. [a] Trekt de diameters AC, BD, dat se
a 1 beg. en 11. 1

mal.

malkander rechthoekig in 't centrum E doorsnyden, dan [b] voegt de eynden desen diameter t'samen met de
b 1 beg. 1 rechte AB, BC, CD, DA, soo is ABCD het begeerde quadraat.

Bew. Dewyle de vier hoeken in E [c] recht zyn,
c 't werk daarom de [d] bogen, als ook de ondergetogen [e] zyden,
d 28. 3 AB, BC, CD, DA alle gelyk, derhalven ABCD
e 29. 3 gelykzydig is, diens hoeken alle in een [f] halve cirkel
f 18 def. 1 staan, en daarom [g] recht zyn, vervolgens ABCD
g 31. 3 een [h] quadraat beschreven [i] in de gegeven cirkel, dat
h 29 def. 1 te doen was.
i 3 def. 4

PROPOSITIE 7.

Fig. 172 *Om een gegeeven Cirkel EABCD een quadraat FHIG te beschryven.*

't Werk. [a] Trekt de diameters AC, BD datse
a 1 beg. en 11. 1 malkander rechthoekig snyden in 't centrum E, van de eynden derselve [b] trekt de raaklinien GF, FH,
b 17. 3 HI, GI t'samen komende in F, H, I, G, soo is FGIH 't begeerde quadraat.

Bew. Dewyle de hoeken aan A en C [c] gelyk zyn,
c 18. 3 daarom FG [d] ═ HI en FH [d] ═ GI, derhal-
d 28. 1 ven FGIH een rechthoekig [e] ▭, 't welk ook ge-
e 35 def. 1 lykzydig is, om dat FG [f] ∞ HI [f] ∞ BD [g] ∞ CA [f] ∞
f 34. 1 FH [f] ∞ GI is, daarom FGIH een [h] quadraat [i] om
g 15 def. 1 den cirkel beschreven, dat te doen was.
h 29 def. 1
i 4 def. 4

Byvoeg.

Fig. 173 't Quadraat ABCD om een cirkel beschreven, is dubbelt tegen 't quadraat EFGH in deselve cirkel beschreven.

Want

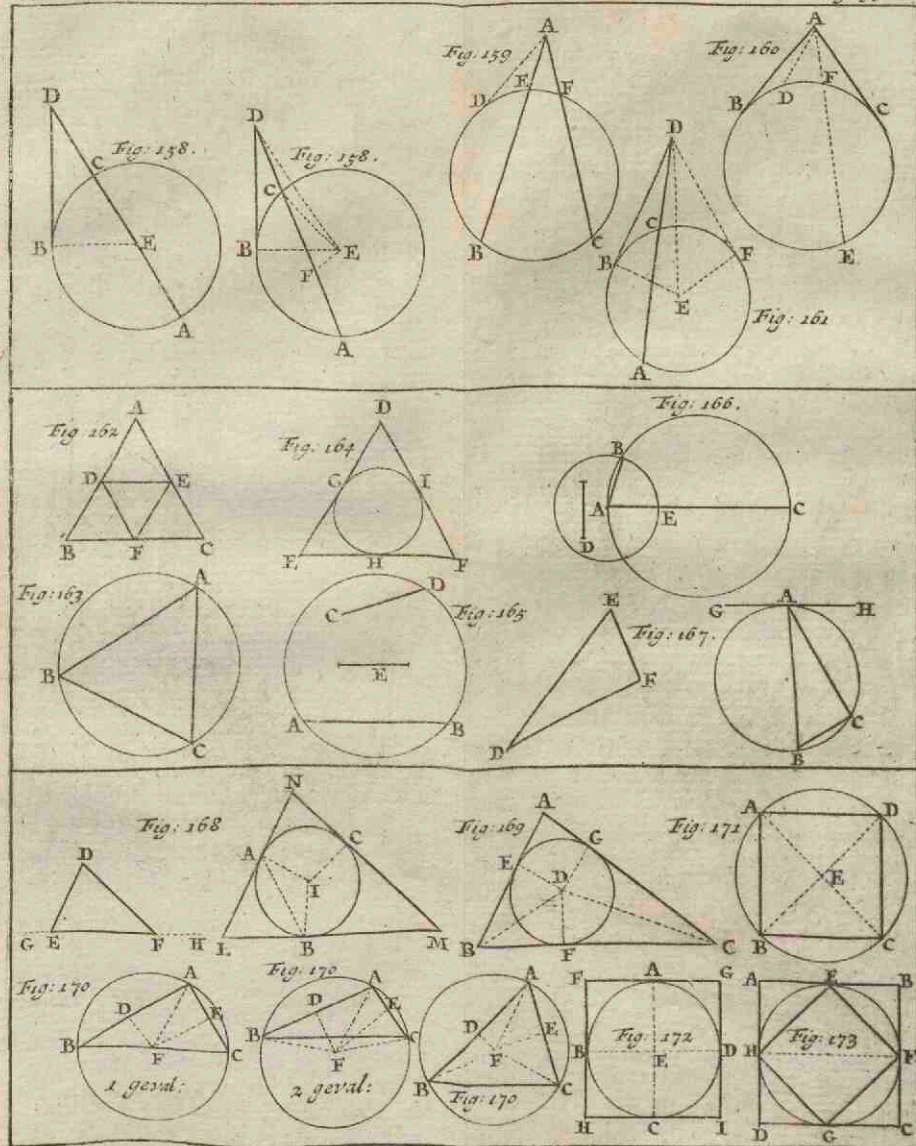


Fig: 158.
Fig: 158.
Fig: 159
Fig: 160
Fig: 161
Fig: 162
Fig: 163
Fig: 164
Fig: 165
Fig: 166.
Fig: 167.
Fig: 168
Fig: 169
Fig: 170
1 geval:
Fig: 170
2 geval:
Fig: 170
Fig: 171
Fig: 172
Fig: 173

Want de ▭ HB ∞ 2 △s HEF, en ▭ HC ∞ 2 △s HGF is door de 41: 1.

PROPOSITIE 8.

In een gegeven quadraat ABCD, een Cirkel IEFGH te beschryven. Fig. 174

't Werk. a Deelt de zyden des quadraats in tweën gelyk in de punten H, E, F, G, en b trekt HF, EG, die snyden malkander in I, uyt I als Centrum c beschryft door H een Cirkel, die is de begeerde. a 1c: 1 b 1 beg. 1 c 3 beg. 1

Bew. Om dat AH d ∞ en e ═ BF is, daarom AB f ═ HF f ═ DC, en op dezelve wyze AD ═ EG ═ BC, derhalven IA, ID, IB, IC g ▱men zyn, dienvolgens is AH d ∞ AE e ∞ HI ∞ EI ∞ IF ∞ IG, derhalven de cirkel uyt I door H beschreven, gaat ook door E, F, G, en h raakt de zyden des □s in de selve punten, om dat de hoeken H, E, F, G i recht zyn, dies is de cirkel IEFGH k in 't □ ABCD beschreven, dat te doen was. d 7 gem. 1 e 34: 1 f 33: 1 g 35 def. 1 h gev: 16: 3 i geg: en 34: 1 k 5 def: 4

PROPOSITIE 9.

Om een gegeven quadraat ABCD een Cirkel EABCD te beschryven. Fig. 175

't Werk. a Trekt de diagonalen AC, BD, die snyden den anderen in E, uyt E als centrum b beschryft door A een cirkel, deselve is de begeerde. a 1 beg. 1 b 3 beg. 1

Bew. Dewyle de hoeken ABD, BAC yder c half recht zyn, daarom van de △ AEB de zyde EA d ∞ EB, en op deselve wyse EA ∞ ED ∞ EC de cirkel uyt E door A beschreven, gaat dan ook door c 4 gev. 32. 1 d 6: 1

B,

B, C, D de hoeken des gegeven quadraats; en
e 6. def. 4 daarom [e] om deselve, dat te doen was.

PROPOSITIE. 10.

Fig. 176 *Een gelykbeenigen Triangel ABD te maken, diens hoeken B en ADB op den Basis BD yder dubbelt zyn, aan de overige hoek A.*

't Werk. Neemt na gevallen een rechte AB, desel-
a 11: 2 ve [a] deelt in C, alzo dat de ▭ AB, BC ∞ □ AC
b 3 beg. 1 is, en uyt A als centrum [b] beschryft met de wytte
c 1: 4 AB den cirkel ABD in de selve [c] voegt BD ∞ AC,
d 1 beg. 1 en [d] trekt de rechte AD, dan is de △ ABD de begeerde.

Ber. [d] Trekt DC, en [e] om de △ ACD beschryft
e 5: 4 den cirkel ACD.

Bew: Om dat de ▭ ABC [f] ∞ □ AC of □ BD
f 't werk. is, zo [g] raakt BD den cirkel ACD, en CD snyd de-
g 37: 3 selve daarom de hoek BDC [h] ∞ A
h 32: 3 add: de hoek CDA ∞ CDA

komt de hoek BDA [i] ∞ A + CDA,
i 2 gem. 1 k 32: 1 [k] ∞ BCD, maar BDA is [l] ∞ ABD (dat is CBD)
l 5: 1 ergo BCD [m] ∞ CBD, daarom DC [n] ∞ DB [o] ∞
m 1 gem. 1 AC, derhalven de hoek CDA [l] ∞ A ∞ BDC,
n 6. 1
o 't werk. dies is ADB ∞ 2 A ∞ ABD, dat te doen was.

Gevolg.

Als alle de hoeke A, B, D [p] uytmaken $\frac{5}{5}$ van 2
p 32: 1 rechte, zo blykt dat A is $\frac{1}{5}$ van 2 rechte.

PRO-

PROPOSITIE 11.

In een gegeven Cirkel ABCDE een gelykzydigen en gelykhoekigen vyfhoek ABCDE te beschryven. Fig. 177

't Werk. [a] Beschryft een gelykbeenigen △ FGH diens hoeken op de basis elk dubbelt tegen den tophoek zyn, dan in de [b] cirkel een △ CAD ∞ hoekig △ FGH, en deelt de hoeken C en D op de basis, yder in tweën gelyk door de rechte CE, DB; die ontmoeten de circumferentie in B, E, dan [d] trekt de rechte CB, BA, AE, ED; zo is ABCDE de begeerde vyf-hoek. a 10.4. b 2: 4. c 9: 1. d 1 beg. 1

Bew. Uyt 't werk blykt dat de vyf-hoeken CAD, CDB, BDA, DCE, ECA gelyk zyn, daarom de [e] bogen, en vervolgens de ondertogene [f] linien DC, CB, BA, AE, DE ook gelyk, derhalven de vyf-hoek gelykzydig is; maar hy is ook [g] gelykhoekig, om dat desselfs hoeken BAE, AED &c. op gelyke bogen BCDE, ABCD &c. staan; derhalhalven 't begeerde volbragt. e 26: 3. f 29: 3. g 27: 3.

Gevolgen.

Hier van komt een hoek des gelykzydigen en gelykhoekigen vyf-hoeks gelyk $\frac{3}{5}$ van 2 rechte, ofte $\frac{6}{5}$ een rechte.

Byvoeg.

In 't algemeen werden de figuuren met oneven zyden in een cirkel beschreeven door behulp van een gelykbeenige Triangel, diens hoeken op de basis veelvoudig tegens de top-hoeken zyn.

Maar figuuren met evene zyden werden in een cirkel beschreven, door behulp van gelykbeenige Triangels, diens hoeken op de basis anderhalfmaal zoo veel zyn als de hoeken aan het top.

Fig. 178 Gelyk als in de gelykbeenige △ CAB, zoo de hoek A ꝏ 3 C ꝏ B is, zoo is AB de zyde eens zehoek; zoo A ꝏ 4 C ꝏ B is, dan is AB de zyvenhoeks; zoo A ꝏ 4 C ꝏ B is, dan is AB de zyde eens negenhoeks, enz.

Maar indien A ꝏ 1½ C ꝏ B is, dan is AB een zyde des vierhoek, en A ꝏ 2½ C ꝏ B is, zoo is AB de zyde eens zeshoek; en insgelyks wanneer A ꝏ 3½ C ꝏ B is, zoo is AB de zyde van een achthoek enz.

PROPOSITIE 12.

Fig. 179 *Om een gegeven Cirkel F ABCDE een gelykzydigen en gelykhoekigen vyfhoek HIKLG te beschryven.*

a 11: 4. *'t Werk* a Beschryft in de cirkel een gelykzydigen en gelykhoekigen vyfhoek ABCDE, uyt 't
b 1 beg: 1 centrum F b trekt de rechte FA, FB, FC, FD, FE,
c 11: 1. op dezelve stelt perpendiculaar c GAH, HBI, ICK, KDL, LEG ontmoetende den anderen in de punten H, I, K, L, G, zoo is de vyfhoek HIKLG de begeerde.

Bew. Dewyle GA, GE uyt een punt G de
d gev: 16: 3. cirkel d raken, zoo is GA e ꝏ GE, en AF is f
e 2 gev: 36: 3. ꝏ EF, en GF is beyde △s GAF, GEF gemeen;
derhalven de hoek GFA g ꝏ GFE, en vervolgens
f 15 def: 1 AFE ꝏ 2 GFA, op dezelve wyze is de hoek
g 8: 1. AFH ꝏ HFB: en daarom AFB ꝏ 2 AFH.

Maar

Maar de hoek A F E is [h] ∞ A F B derhalven hoek h 27: 3:
G F A [i] ∞ A F H ook F A H [k] ∞ F A G en F A is i 7 gem: 1
beyde △s G A F, H A F gemeen, dies is H A [l] k 't werk en 12 gem:
∞ A G ∞ G E ∞ E L &c., derhalven H G, G L,
L K, K I, I H de zyden des vyfhoeks [m] gelyk: maar l 26: 1.
ook zyn de hoeken [n] gelyk, want zy zyn elks het dub- m 2 gem:
belt van de gelyke hoeken A G F, A H F &c. der- n 32: 1.
halven de vyfhoek H I K L G om de cirkel be-
schreven, dat te doen was.

Gevolg.

Op de selve wyse zo in een cirkel, een sekere gelykzydige en gelykhoekige figuur beschreeven wert, en op de uytterste punten derhalve diameters (die getrokken zyn uyt 't Centrum tot de hoeken) andere rechte linien perpendiculaar op dezelve gestelt werden; deeze maaken een andere figuur die om den cirkel beschreeven, en gelykzydig, en gelykhoekig met de ingeschreven zyn.

PROPOSITIE 13.

In een gelykzydigen en gelykhoekigen vyfhoek ABCDE een cirkel FGHIKL te beschryven. Fig. 180

't Werk. [a] Deelt twee hoeken des vyfhoeks, die a 9: 1.
gy wilt, A, B, yder in tweên gelyk door de rechte
A F, B F t'samen komende in F; uyt F [b] trekt de b 12: 1
perpendicularen F G, F H, F I, F K, F L, en uyt
F als Centrum door G [c] beschryft een cirkel, die is c 3 beg:
de begeerde.

Ber. [d] Trekt FC, FD, FE. d 1 beg.

Bew. De △s A B F, C B F hebben BF gemeen,

e 't geg: AB [e] ∞ BC, en de hoek FBA [f] ∞ FBC, dies is
f 't werk. AF [g] ∞ FC en hoek FAB [g] ∞ FCB: maar FAB
g 4: 1. is [f] ∞ $\frac{1}{2}$ BAE [f] ∞ $\frac{1}{2}$ BCD, daarom FCB [h] ∞ $\frac{1}{2}$
h 1 gem: BCD, op dezelve wyze zyn de andere geheele hoe-
ken C, D, E in tweên gelyk gesneden, derhalven
i 12 gem: in de △s FGB, FHB de hoek FGB [i] ∞ FHB,
k 26. 1 FBH ∞ FBG en FB gemeen, daarom FG [k] ∞
FH, insgelyks FH, FI, FK, FL, FG alle gelyk,
derhalven de cirkel uyt 't Centrum F door G be-
l gev: 16: 3. schreeven, [l] raakt alle de zyden des vythoeks, (de-
m 't werk wyl de hoeken aan de punten [m] recht zyn) en daarom
n 5 def: 4 dezelve [n] in de vythoek beschreeven, dat te doen
was.

Gevolg.

Hier uyt volgt zoo twee naaste hoeken, eens ie-
gelyken, gelykzydigen en gelykhoekigen figuurs;
in tweên gelyk gesneeden werden, en uyt het punt
in welke deeze sny-linien te samen komen, tot al de
overige hoeken des figuurs rechte linien getoogen
werden, zoo zyn ook al de hoeken in tweên gelyk
gesneeden.

Byvoeg.

Op dezelve wyze wert in een iegelyk gelykzydige
en gelykhoekige figuur een cirkel beschreven.

PROPOSITIE 14.

Fig. 181 *Om een gegeven gelykzydigen en gelykhoekigen vyfhoek ABCDE een cirkel FABCD te beschryven.*

a 9: 1. *'t Werk.* [a] Deelt 2 hoeken des vyfhoeks welke gy wilt, als A en B, in tweên gelyk, door de rechte AF, BF, t'samen komende in F, uyt F, als centrum door A [b] beschryft een cirkel, die is om den vyfhoek beschreeven. b 3 beg: 1

Ber. [c] Trekt FC, FD, FE. c 1 beg. 1

Bew. Dewyl de hoeken C, D, E door FC, FD, FE, ook in [d] tweên gelyk gedeelt zyn, zoo zyn FA, FB, FC, FD, FE alle [e] gelyk, en daarom gaat den cirkel uyt 't centrum F door A beschreven, ook door B, C, D en E, zynde de hoeken des vyfhoeks, dat te doen was. d gev. 13. 4 e 6. 1

Byvoeg.

Op dezelve wyze wert een cirkel om een iegelyk gelykzydige ende gelykhoekige figuur beschreven.

PROPOSITIE 15.

In een gegeven cirkel G A B C D E F een gelykzydige en gelykhoekige ses-hoek A B C D E F te beschryven. Fig. 182

't Werk. [a] Trekt de diameter AD, en uyt D als centrum [b], beschryft met de wytte DG een Cirkel, die snyd de gegeven cirkel in C en E, dan [a] trekt de diameters CF, EB, en [a] voegt de eynden te samen met de rechte AB, BC, CD, DE, EF, FA, soo is A B C D E F de begeerde seshoek. a 1 beg. 1 b 3 beg. 1

Bewys. De hoek C G D is [c] ∞ ⅓ 2 rechte [c] ∞ D G E [d] ∞ A G F [d] ∞ A G B derhalven B G C [e] ∞ ⅓, 2 rechte ∞ F G E, en daarom de [f] boogen, en vervolgens de [g] ondertogene AB, BC, CD, DE, EF, alle gelyk zyn, derhalven is de seshoek c 5 gev. 32. 1 d 15. 1 e 4 gev. 13. 1 f 26. 3 g 29. 3

h 27.3 ABCDEF gelykzydig : maar hy is ook h gelykhoekig, om dat desselfs hoeken alle op gelyke boogen staan, dat te doen was.

Gevolgen.

1. Hier uyt volgt dat een zyde des seshoeks in een cirkel beschreven, gelyk is de halve diameter.

2. Hier door werd lichtelyk een gelykzydigen Triangel in een cirkel beschreven.

Byvoeg.

Op een gegeven rechte linie CD maakt men een geschikte seshoek.

Aldus.

Zie *Fig.* 182 a 1. 1 b 3 beg. 1 a Maakt op de gegevene CD een gelykzydige Triangel CGD, en b beschryft uyt G als centrum door C en D een cirkel, die begrypt de seshoek op de gegeven CD.

PROPOSITIE 16.

Fig 183 *In een gegeven Cirkel AEBCH een gelykzydige en gelykhoekige vyftien-hoek te beschryven.*

a 11. 4 *'t Werk.* a Beschryft eerst in den gegeven cirkel de gelykzydige en gelykhoekige vyfhoek AEFGH, b 2 gev. 15. 4 ook in dezelve de b gelykzydige Triangel ABC, dan c 1 beg. 1 c trekt BF, CG, en deeze d brengt over in 't overige d 1. 4. van de cirkel, zoo zal de vyftien-hoek in den cirkel beschreeven zyn.

Bew:

Bew: De Booge A F ᵉ is de $\frac{2}{5}$ of $\frac{6}{15}$ der cir- e 't werk.
cumferentie, en A B ᶜ de $\frac{1}{3}$ of $\frac{5}{15}$ derselver
(subst.
derhalven de overige B F de $\frac{1}{15}$ der circumferentie, en dewyle alle de andere zyden ᶻ gelyk deeze zyn, zoo is de vyftien-hoek gelykzydig: maar hy is ook ᶠ gelykhoekig om dat alle desselfs hoeken op gelyke boogen staan, van welke een yder is $\frac{1}{15}$ der geheele circumferentie, en is alzoo het begeerde volbracht. f 27. 3

Byvoeg.

Een Cirkel wert meetkonstig gedeelt,

$$\text{in}\left\{\begin{array}{l} 4/\ 8/\ 16\ \&c. \\ 3/\ 6/\ 12\ \&c. \\ 5/\ 10/\ 20\ \&c. \\ 5/\ 30/\ 60\ \&c. \end{array}\right\}\text{deelen, door de}\left\{\begin{array}{r} 6{:}\ 4\ \text{en}\ 9{:}\ 1. \\ 15{:}\ 4\ \text{en}\ 9{:}\ 1. \\ 11{:}\ 4\ \text{en}\ 9{:}\ 1. \\ 16{:}\ 4\ \text{en}\ 9{:}\ 1. \end{array}\right.$$

Wyders wert de deeling der circumferentie in gegeeven deelen begeert, als wanneer men zich dikwils in plaats van de bewerkinge van zekere geschikte figuuren begeeft tot de bouwkundige werktuygen, die men by de meetkundige oeffenaars zoeken moet.

VYFDE BOEK.

Definitien.

1. *Effen deel*, is een grootheyt, welke in een grooter ettelyke gelyke maalen begreepen is.

Als 2. wert een effen deel van 8. genaamt: ook 4. van 8., 3. van 6., 2. van 6., 5. van 20 enz. dewyle elk in zyn meerder gelyke malen (dat is zonder overschot) bevonden wort.

Het minder is ook een deel van het meerder, al is het geen gelyke maalen in 't zelve begreepen; doch dat is dan geen effen, maar een oneffen deel; en daar van spreekt Euclidis hier niet: daarom wy het woord effen hier by gedaan hebben.

2. *Menigvuldige grootheyt* is, welke ettelyke gelyke maalen een ander minder grootheyt begrypt.

Deeze is een omgekeerde, ofte het tegendeel der voorgaande, en is te verstaan dat 8. ettelyke gelyke maalen van 2. of 4. is, wert daarom 8. een menigvuldige grootheyt van de 2. of 4. genaamt: als mede is 12. menigvuldige grootheyt van 4., om dat 12. de 4. effen driemaal begrypt, enz.

3. *Reden*, is de overeenkoming van twee grootheeden van gelyke natuur, na haar groote.

Dat is, als twee lengtens, twee vlacken, twee lichamen, (uyt welke alle redens bestaan) tegen malkander na haar groote, of waarde (die men

men alle door getallen uyttet) geſchat, of gewaardeert werden; dat is na dat d'een grooter is als d'ander, of minder of gelyk: deeze overeenkoming dan, welke uyt zulke achting, ſchatting, vergelyking of waardeering bevonden wert, wert reden genaamt.

In alle redens wert die grootheyt dewelke tot een ander gebracht wert, genaamt de voorgaande, ende die tot welke een ander gebracht wert de volgende des redens: als in de reden van 6. tot 4 is 6 de voorgaande, en 4. de volgende.

Nota; De grootheyt eens iegelyke redens wert bekent, deelende de voorgaande door de volgende, als de reden van 12. tot 5. wert openbaar daar $\frac{12}{5}$ Ook de grootheyd des redens van A tot B is $\frac{A}{B}$. Waarom wy dikwils kortheyts halven de grootheden der redens aldus uytbeelden $\frac{A}{B}$ ⊏, of ∞ of ⊐ $\frac{C}{D}$; dat is de reden van A tot B is grooter als de reden van C tot D, of gelyk, of kleynder: dat die geene die dit leezen wil, ter deeg moet aanmerken.

Wat vorders van de ſoorten en de verdeelingen der redens aan te merken is, kunnen by de uytleggers van dien gezien werden.

4. *Evenredenheyt* (Proportie) is de overeenkominge der redens.

Dat is, als gezeyt wert 6. en 8 zulke reeden te hebben, als 3. tot 4. wert dan zulke gelykheyt der redenen, proportie genaamt.

5. De grootheeden werden gezegt reedenen tot malkan-

kander te hebben, als d'een ettelyke maalen genoomen zynde, d'ander te boven gaat.

Dat, als 'er twee grootheeden zyn, 4. en 6.' de minste 4. met een getal (groot genoeg zynde) multipliceert dan meerder, kome als de ander: gelyk als 4. met 2 gemultipl.: komt 8, dewelke de andere 6. te booven gaat, en daarom hebben 4 en 6. reden tot malkander.

Maar niet tegen iet, hebben geen reden, als 0. en 1.; multipliceert 0. met zoo grooten getal als gy wilt, zal nooit de 1. te boven gaan, want zy blyft altyd 0.

E 12	A 4. B 6.	G 24
F 30	C 10. D 15.	H 60

6. De grootheden werden gezegt in gelyke reeden te zyn, te weeten, de eerste A tot de tweede B, en derde C tot de vierde D; als de gelykmenigvuldige grootheeden E en F der eerste A en derde C in zulke multiplicatie als men wil, tegen de gelykmenigvuldige G en H van de tweede B en vierde D te samen ontbreeken, gelyk zyn, ofte te boven gaan, als die geene genoomen werden E, G en F, H welke onder malkander over een stemmen.

Alhier verhaalt Euclidis wat de grootheden vereyschen om in gelyke reden te zyn, als A 4. en C 10. elx met een gelyk getal na gevallen, als 3. multipliceert: als mede B 6. en D 15. elx met een gelyk getal als 4, zoo komt E 12, F 30, G 24, H 60, als dan E zoo veel maal grooter, of gelyk, of kleynder als G is, gelyk E hie

E hier 2 maal kleynder als G bevonden wert, dat dan F ook zoo veel maal grooter, of gelyk, of kleynder als H zal zyn, gelyk hier F ook 2 maal kleynder als H is, en daarom zyn de 4 gestelde getallen in gelyke reden, te weeten A 4. tot B 6. als C 10. tot D 15. Waar van wy het merkteken aldus stellen, A/B :: C/D, dat is dat A tot B, en C tot D, zyn in een zelve reeden; somtyds schryven wy 't dus $\frac{A}{B} \propto \frac{C}{D}$ dat is ook A/B :: C/D.

7. De grootheeden die gelyke reeden hebben, (A/B::C/D) werden geproportioneerde grootheeden genaamd.

Alle geproportioneerde grootheden worden onderscheyden in *Continue*, dat is geduurige, ofte *Discontinue*, dat is ongedurige.

Continue, proportionaale grootheeden zyn, welkers reeden aan malkander hangt, als 4/6/9/$13\frac{1}{2}$, alwaar 4 tot 6 is als 6 tot 9, en wederom 6 tot 9, als 9 tot $13\frac{1}{2}$. Alzoo is 't ook met 4/8/16/32/64 en andere.

Discontinue proportionale grootheden zyn, die twee en twee een, of gelyke reden hebben als 4/6/8/12, waar van 4 tot 6, als 8 tot 12 is. Zoo ook 6/10/9/15, en meer andere

	5	7
E 30	A 6. B 4.	G 28
F 60	C 12. D 9.	H 63

8. Als van vier grootheeden A, B, C, D de eerste A, en derde C, eenige gelyke maalen genoomen werden; en de tweede B en vierde D, ook eenige gelyke maalen zoo 't valt: als dan E de me-

menigvuldiging A, meerder is als G de menigvuldiging B, maar F de menigvuldiging C, niet meerder is als H de menigvuldiging D: dan zegt men de eerste A grooter reeden te hebben, tot de tweede B, als de derde C tot de vierde D.

Alhier wort verklaart de conditie van 4 grootheeden die geen gelyke reden tot malkander hebben, namelyk:

A 6 tot C 12 met een gelyk getal 5, gemultip: komt E 30, F 60: en B 4, D 9, ook met een gelyk getal 7 gemultipliceert: komt G 28, H 63. dewyle dan E 30, meer is, als G 28, maar F 60, niet meer als H 63, daarom is de reden van A 6 tot B 4 (als $1\frac{1}{2}$) meerder, als van C 12 tot D 9 (zynde $1\frac{1}{3}$.)

9. *Proportie* bestaat ten alderminsten van drie termen.

a 5 def. 5
b 4 def. 5

Dewyl de redens tusschen twee termen bepaalt [a] wert, en de proportie een [b] gelykheyt des redens is, zoo moet ze ten minsten uyt drie termen bestaen, en dan zyn 't Continue proportionale, waar van de tweede zoo veel is als twee termen; maar in Discontinue proportionale moet 'er ten minsten vier termen zyn.

10. Als drie grootheden A, B, C proportionaal zyn, wert gezegt de reden der eerste A tot de derde C, dubbelt te zyn tegen de reden der eerste A en tweede B: ende als vier grootheden A, B, C, D, proportionaal zyn, soo seght men dat de reden der eerste A tot de vierde D drievoudig is tegen de reden

der

der eerste A en tweede B: ende soo voort altyd een meerder tot dat de proportie geëyndight is.

Alhier wert verstaan voor de dobbele reeden het quadraat, door de drievoudige de cubicq enz. als by exempel 4, 8, 16, 32, de reden van de quadraten van 4 en 8, zynde 16 en 64, is de zelve reden als van 4 tot 16: en de Cubicquen van 4 en 8, zynde 64 en 512, is de selve reden als 4 tot 32 enz.

De dobbele reden drucken wy dus uyt $\frac{A}{C} \infty \frac{A}{B}$ tweemaal, dat is de reden van A tot C dobbel tegen de reden van A tot B.

Ende de drievoudige aldus $\frac{A}{D} \infty \frac{A}{B}$ driemaal, dat is de reden van A tot D drievoudig tegen de reden van A tot B.

$\div$ Dit betekent Continue porportionale, als A, B, C, D of 2, 6, 18, 54 syn $\div$

11. *Gelykformige* grootheden zyn, als de voorgaande met de voorgaande, en de volgende met de volgende in gelyke reden zyn.

Als indien A, B :: C, D soo werden soo wel A en C als B en D gelykformige grootheden gesegt.

12. *Verwisselde reden* is een stelling van de voorgaande tot de voorgaande, en van de volge tot de volgende.

Laat zyn A, B :: C, D verwisselt is A, C :: B, D door de 16: 5.

In deze en de vyf volgende Definitien werden gestelt de namen der bewysredens op ses manienieren, welke de Wiskundige dikwils gebruyken, en van welke invoering de kracht steunt op de voorstellen deses boeks, welke in de uytlegginge aangetekent werden.

13. *Omgekeerde reden* is, een stelling van de volgende in plaats van de voorgande, ende de voorgaande in plaats van de volgende.

Als A, B :: C, D derhalven omgekeert B, A :: D, C door het gevolg van de 4: 5.

14. *t'Samenstelling der reden* is, als de somme der voorgaande en volgende, tot de volgende gestelt werd.

Als A, B :: C, D derhalven t'samen gestelt is A + B, B :: C + D, D door de 18: 5:

15. *Deeling der reden* is, als de rest, van soo veel de voorgaande meerder is als de volgende, tot de selve volgende gestelt wert.

Als A, B :: C, D derhalven gedeelt is A — B, B :: C — D, D door 17: 5.

16. *Omkeering der reden* is, als de voorgaande gestelt werd, tot de rest, die de voorgaande meerder is als de volgende.

Als A, B :: C, D derhalven omkeering A, A — B :: C, C — D door gevolg 19: 5.

17. *Gelyke reden* is, als van veel grootheden aan d'eene zyde, ende mede soo veel aan d'andere zyde, twee en twee in gelyke reden zyn: ende dan in de eerste grootheden de eerste tot de laatste is, als in de tweede grootheden de eerste tot de laatste. Of anders: een stelling der uytersten door wegneeming van de middelsten.

Als

Als A, B, C, D en E, F, G, H de middelſte aan beyde zyden weggenomen is A, D :: E, H.

18. *Geordineerde of geſchikte Proportie* is, als de voorgaande is tot de volgende, gelyk de voorgaande tot de volgende van de ander, ende gelyk d'een der volgende is tot eenig ander, zal mede d'ander volgende tot eenig ander zyn.

Dat is A, B, C, D en E, F, G, H ſoo is geordineerde A, B :: E, F en B, C :: F, G en C, D :: G, H ſoo ſal A, D :: E, H zyn door 22: 5.

19. *Beroerde Proportie* is, als van drie grootheden aan d'een zyde, ende ook ſoo veel aan d'ander zyde, de eerſte is tot de tweede, als de vyfde tot de ſeſte, en de tweede tot de derde als de vierde tot de vyfde.

Dat is als A, B :: F, G en insgelyks B, C :: E, F ſoo zal uyt de gelyke beroerte zyn A, C :: E, G door de 23: 5.

20. Soo veel grootheden als men wil in ordre geſtelt zynde, is de proportie van de eerſte tot de laatſte t'ſamen geſtelt, uyt de proportie der eerſte tot de tweede, en van de tweede tot de derde, en van de derde tot de vierde, en ſoo vervolgens ſoo lange als 'er proportie is.

Laat zyn eenige grootheden A, 16. B, 12. C, 8. D, 4.

Deſzelve zyn, volgens deze definitie, aldus geſtelt:

$$\frac{A}{B}\ \frac{16}{\cancel{12}} + \frac{B}{C}\ \frac{\cancel{12}}{\cancel{8}} + \frac{C}{D}\ \frac{\cancel{8}}{4}\ \infty\ \frac{A}{D}\ \frac{16}{4}$$

PRO-

PROPOSITIE 1.

Fig. 184 *Soo 'er eenige grootheden AB, CD zyn, die yder bysonder ettelyke gelykmalen van eenige andere grootheden E, F zyn: soo veelmaal als de eene grootheyt AB, van de eene E is, soo veelmaal sullen ook alle de grootheden AB + CD van alle de andere E + F zyn.*

a 't gev. *Bew*: Laat AG, GH, HB yder [a] ∞ E, en CI, IK, KD yder [a] ∞ F zyn, soo is de veelheyt der

b 2 def. 5 deelen AB [b] ∞ de veelheyt der deelen CD, dewyle nu

AG + CI [c] ∞ E + F
en GH + IK [c] ∞ E + F } addt.
c 2 gem. ook HB + KD [c] ∞ E + F is

d 15 gem. 1 soo is AG + CI + GH + IK + HB + KD ([d] AB + CD) [e] ∞ 3 maal E + F zynde, even [b] soo veelmaal als de eene AB de eene E bevat, dat te bewysen was.

In getallen.

Laat AB 12 } die yder 3 maal { E 4 } zyn.
en CD 9 } { F 3 }

komt AB + CD 21 zynde ∞ 3 maal E + F 7, dat is even soo veel maal als AB de grootheyt F is.

PROPOSITIE 2.

Fig. 185 *Soo de eerste AB soo veel maal de tweede C is, als de derde DE, de vierde F, en insgelyks de vyfde BG soo veelmaal de tweede C, als de seste EH de vierde F is: dan is de eerste en vyfde t' samen*

(*AG*)

(AG) ſo veel maal de tweede C, als de derde en ſeſde t'ſamen (DH) de vierde F.

Bew. AB } is [a] zoo veel maal C, als { DE } F is, a 't geg:
ook BG }   { EH }

derhalven AB + BG ([b] AG) [c] zo veel maal C, als b 15 gem: 1
DE + EH ([b] DH) F is, dat te bewyzen was. c 2 gem: 1

In getallen.

Laat AB 12 - C 6 - DE 8 F 3 zyn;
en BG 30 EH 20

AB + BC 42 DE + EH 28.

komt AG 42 zynde 7 maal C 6 gelyk als DH 28 is 7 maal F 4.

PROPOSITIE 3.

Soo de eerſte A, is even ſoo veel maal de tweede B, als de derde C de vierde D: en dan EI, FM yder ettelyke gelyke malen van de eerſte en derde genomen werden: dan is ook elk der genomene, even veel maal van de andere, namelyk EI van de tweede B, en FM van de vierde D. Fig. 186

Bewys. Laat EG, GH, HI yder [a] ∞ A, en FK, KL, LM yder [a] ∞ C zyn, zo is de veelheyt der deelen EI [b] ∞ de veelheyt der deelen FM. Wyders A dat is EG of GH of HI is even veel maal B [a], als C of FK, of KL, of LM van D is; derhalven EG + GH [c] even veel maal van de tweede B, als FK + KL van de vierde D. Op gelyke wyze is EI (EH + HI) [c] zoo veel maal B als FM (FL + LM) van D is, dat te bewyzen was.

a 't ge:
b 2 def: 5
c 2: 5.

In getallen.

Laat A 12 - B 6 C 8 - D 4 zyn
neemt 3 maal 3 maal.

komt E I 36, en F M 24, zynde E I 36 zoo veel maal B 6, als F M 24 van D 4 is, namelyk 6 maal.

PROPOSITIE 4.

Fig. 187 *Soo de eerste A tot de tweede B de selve reden heeft, als de derde C tot de vierde D: dan zullen ook E en F die ettelyke gelyke maalen van de eerste A en derde C zyn, deselve reden hebben tot G en H tot ettelyke gelyke maalen van de tweede B en vierde D zyn, na sulken multiplicatie als men wil, indien de selve soo genomen werden datse onder malkander over een stemmen (E, G :: F, H).*

Ber. Neemt I en K yder even veel maal E en F, als ook L en M yder even veel maal G en H.

Bew. Dewyle I even veel maal A is[a], als K van
a 3: 5. C, ook L zoo veel maal B[a] als M van D is, en
b 't geg: A B[b] :: C D. zoo[c] zal, indien I ⊏, ∞, ⊐ als
c 6 def: 5 L is, ook K ⊏, ∞, ⊐ als M zyn, en daarom dewyle I en K even veel malen E en F, als ook L en M
d ber: even veel malen G en H[d] zyn, zal E, G[e] :: F, H,
e 6: 5. zyn, datte bewyzen was.

In getallen.

Laat A tot B als C tot D zyn,
12 — 9 — 8 — 6
multipl: 2 3 2 3

Komt E 24 tot G 27 als F 26 tot H 18, zynde de reden

reden van 24 en 27, gelyk de reden van 16 en 18, namelyk $1\frac{1}{8}$.

Gevolg.

Hier uyt bewyst men de omgekeerde reden.

Want dewyl A, B :: C, D; indien E $\sqsubset$, ∞, $\sqsupset$ als G is, zal insgelijks F f $\sqsubset$, ∞, $\sqsupset$ als H zyn, derhalven blykt het zoo G $\sqsubset$, ∞, $\sqsupset$ E is, dat ook H $\sqsubset$, ∞, $\sqsupset$ F is, daarom B, A f :: D, C, dat te bewyzen was. f 6 def. 5

PROPOSITIE 5.

Soo een grootheyt AB zoo veel gelyke malen een ander grootheyt CD is; als het afgetrockene AE van het afgetrokkene CF is: dan is ook het overige EB soo veel gelyke malen van het overige FD als de gehele AB van de gehele CD. Fig. 188

Ber. Neemt een andere grootheyt GA, die zoo veel maal de overige FD is, als de geheele AB van de geheele CD is, ofte als het afgetrokkene AE van het afgetrokkene CF is.

Bew. Dewyl GA + AE (a GE) zoo veel maal CF + FD (a CD) is b, als de eene AE van d'eene CF, zoo is GE c ∞ AB

en AE ∞ AE gemeen } subst.

rest GA d ∞ EB zynde zoo veel maal FD e als AB van CD is, dat te bewyzen was.

a 15 gem: 1
b 1:5.
c 6 gem: 1
d 3 gem: 1
e ber.

In getallen.

Laat	AB	24	en	CD	12	de geheele zyn
en	AE	6		CF	3	de aftrekkende
rest	EB	18	en	FD	9	zynde EB tweemaal FD gelyk AB van CD is.

PROPOSITIE. 6.

Fig. 189 *Soo men van twee grootheden A B, C D die ettelyke gelyke malen andere grootheden E, F zyn, twee grootheden A G, C H die mede eenige gelyke malen de gestelde zyn, aftrekt, dan zullen de resten G B, H D, gelyk, of gelyke malen de gestelde, E, F zyn.*

a 't geg: *Bew:* A B is soo veel maal E [a] als C D van F is
ook A G   C H
—————————————————— subs:
b 3 gem:1 rest G B soo veel maal E [b] als H D van F is, derhalven als G B ∞ E is, sal H D ∞ F zyn, of soo G B eenige gelyke malen E is, sal ook H D eenige gelyke malen F zyn, dat te bewysen was.

In getallen.

E 2 - F 3		E 2	F 3
neemt yder 3 gelyke malen		ook 2	
AB 6 - CD 9		AG 4	CH 6
AG 4 - CH 6 sub:			
rest GB 2 - HD 3 zynde gelyk E en F.			

Ofte

E 2 F 3
—————— 6 maal
AB 12 CD 18
sub: AG 8 CH 12 zynde 4 maal E, F.
rest GB 4 HD 6 zynde 2 gelyke malen E en F.

PRO-

PROPOSITIE 7.

Gelyke grootheden A en B, hebben een selfde reden tot een ander grootheyt C: ende de grootheyt C heeft tot gelyke A en B de selfde reden. Fig. 190

Ber. [a] Neemt D en E yder eenige gelyke malen de gelyke A en B, ook F na gevallen eenige gelyke malen C. a 3: 1.

1. *Stell. Bew.* Dewyle D [b] ∞ E is, daarom als D ⊏, ∞, ⊐ F is, sal ook E ⊏, ∞, ⊐ F zyn, derhalven A, C [c] : : B, C dat te bewysen was. b 6 gem:r c 6 def: 5

2. *Stell.* En omgekeert C, A [d] : : C, B dat te bewysen was. d gev:4:5

In getallen.

Laat A 6, en B 6 zyn, C 4, dewyle A soo veel maal C als B is, te weten $1\frac{1}{2}$ maal, het welke de reden is, soo is A, C : : B, C

dat is 6 —— 4 —— 6 —— 4

of C, A : : C, B

4 —— 6 —— 4 —— 6

Byvoeg.

Soo in plaats van de menigvuldige F, genomen wederom twee gelykmenigvuldige, dan wert op deselve wyse getoont dat gelyke grootheden tot andere gelyke grootheden deselfde reden hebben.

PROPOSITIE 8.

Van twee ongelyke grootheden A B en C, heeft de grootste A B tot een ander D, grooter reden als Fig. 191

 de

de kleynste C; ende deselve D heeft tot de kleynste C, grooter reden als tot de grootste A B.

13: 1. *Ber.* Van A B ᵃ snydt A E ∞ C ᵃ neemt H G, G F sodanig dat H G soo veel maal A E of C als G F de overige B E is, neemt dan I K soo veel maal D dat I K grooter is als H G, maar kleynder als H F.

1. *Stell*: *Bew.* Dewyle H G soo veel maal A E
c ber: ᶜ als G F van E B is, soo is ook de geheele H F
d 1: 5. soo veel mael de geheel A B ᵈ als de eene H G van de eene A E of C is, maar H F ᶜ ⊏ I K en H G ᶜ ⊐ I K en I K is ᶜ gelykmenigvuldig D,
e 8 def: 5 derhalven $\frac{AB}{D}$ ᵉ ⊏ $\frac{C}{D}$ dat te bewysen was.

f ber: 2. *Stell.* Wederom om dat I K ᶠ ⊏ H G en
g 8 def: 5 I K ᶠ ⊐ H F is, soo is $\frac{D}{C}$ ᵍ ⊏ $\frac{D}{AB}$ dat te bewysen was.

In getallen.

Laat A B 12 - C 8 - D 5 zyn, de reden van 12 tot 5 is $2\frac{2}{5}$, het welke meerder is als $1\frac{3}{5}$, zynde de reden van 8 tot 5.

Wederom de reden van 5 tot 8 is $\frac{5}{8}$ dat meerder is als $\frac{5}{12}$, zynde de reden van 5 tot 12.

PROPOSITIE 9.

Fig. 192 *De grootheden A, B die elk tot een ander C de selfde reden hebben zyn gelyk: ende tot welke A, B een ander C de selfde reden heeft, die zyn ook gelyk.*

1. *Stell.* Soo niet A ∞ B is, soo moet A ⊏

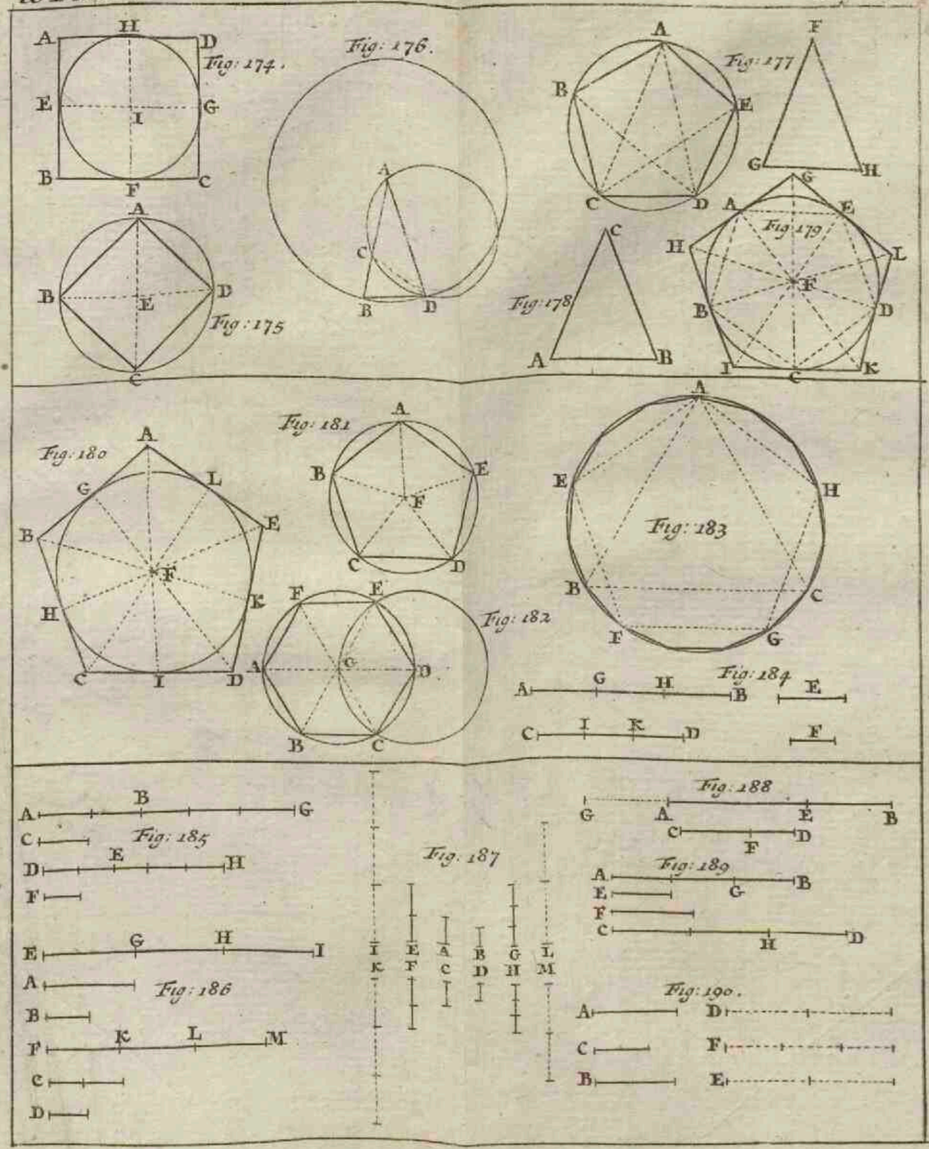


Fig: 174.
Fig: 175
Fig: 176.
Fig: 177
Fig: 178
Fig: 179
Fig: 180
Fig: 181
Fig: 182
Fig: 183
Fig: 184
Fig: 185
Fig: 186
Fig: 187
Fig: 188
Fig: 189
Fig: 190.

⊏ of ⊐ B zyn, derhalven $\frac{A}{C}$ a ⊏ of ⊐ $\frac{B}{C}$ tegen a 8: 5.
't voorstel, daarom A ∞ B, dat te bewysen was.

2. *Stell.* Wederom soo A ⊏ B is, soo is $\frac{C}{B}$ b ⊏ $\frac{C}{A}$ tegen 't voorstel, en daarom ook A niet b 8: 5.
⊐ B, ergo A ∞ B, dat te bewysen was.

In getallen.

Laat A 3, B 3, C 2 zyn, de reden van A tot C is $1\frac{1}{2}$, en dewyl de reden van B tot C ook soo veel is soo multip: de $1\frac{1}{2}$ met C 2, komt 3, zynde gelyk B, dat te bewysen was.

Wederom de reden van C tot A is $\frac{2}{3}$ soo is ook de reden van C tot B, daarom C 2 door $\frac{2}{3}$ gedeelt komt 3, zynde gelyk B.

PROPOSITIE 10.

Van eenige grootheden A, B is dese de grootste, die de grootste reden tot een ander C heeft: ende die tot welke deselve C de grootste reden heeft is de kleynste. Fig. 193

1. *Stell.* Soo $\frac{A}{C}$ ⊏ $\frac{B}{C}$ dan is A ⊏ B.

Bew. Indien A ∞ B gestelt wert soo is A, C
a ∷ B, C tegen 't voorstel, en soo A ⊐ B is, soo is a 7: 5.
$\frac{A}{C}$ b ⊐ $\frac{B}{C}$ ook tegen 't voorstel, derhalven A ⊏ B, b 8: 5.
dat te bewyzen was.

2. *Stell* Als $\frac{C}{B}$ ⊏ $\frac{C}{A}$ soo is B ⊐ A.

Bew. Stelt men B ∞ A, soo is C, B c ∷ C, A, c 7: 5.
tegen 't voorstel en stelt men B ⊏ A, dan is $\frac{C}{A}$ d ⊏ $\frac{C}{B}$ d 8: 5.
ook tegen 't voorstel, ergo B ⊐ A dat te bewysen was.

In getallen.

Laat A 8, B 6, C 10 zyn, de reden van A 8 tot C 10 is $\frac{4}{5}$, en van B 6 tot C 10 is $\frac{3}{5}$, nu $\frac{4}{5}$ is meer als $\frac{3}{5}$, daarom A meer als B.

Wederom de reden van C 10 tot B 6 is $1\frac{2}{3}$, en van C 10 tot A 8 is $1\frac{1}{4}$, maar $1\frac{2}{3}$ is meer als $1\frac{1}{4}$, daarom B minder als A.

PROPOSITIE 11.

Fig. 194 *Als eenige redens, byſonder een andere reden gelyk zyn, dan zynze alle malkander gelyk.*

Laat zyn A, B :: E, F en C, D :: E, F, ik zeg dat A, B :: C, D is.

a 3: 1. *Ber.* [a] Neemt G, H, I elk na geval gelykmenigvuldig A, C, E: ende K, L, M elk na gevalle gelykmenigvuldig B, D, F.

b 't gegt c 6 def: 5. *Bew.* Om dat A, B [b] :: E, F, ſoo ſal, indien G ⊏, ∞ ⊐ K is, ook I [c] ⊏, ∞ ⊐ M zyn, en mede om dat E, F [b] :: C, D ſoo ſal indien I ⊏, ∞ ⊐ M is, ook insgelyks H [c] ⊏, ∞, ⊐ L zyn. derhalven ſoo G ⊏, ∞ ⊐ K is, ſal

d 1 gem: 1 e 6 def: 5. mede H [d] ⊏, ∞, ⊐ L zyn, daarom A, B [e] :: C, D dat te bewyſen was.

In getallen.

Laat A 8, B 6, C 4, D 3, E 12, F 9 zyn
nu is 8 tot 6 als 12 tot 9
en 4 tot 3 als 12 tot 9
daarom 8 tot 6 als 4 tot 3 door 1 gem. 1

By-

Byvoeg.

De redens die aan een ſelve reden gelyk zyn, die zyn ook onder malkanderen gelyk.

PROPOSITIE 12.

So'er ſoo veel geproportioneerde grootheden zyn als men wil A en B, C en D, E en F, gelyk zig een der voorgaande A, tot ſyn volgende B, alſoo ſullen alle de voorgaande A, C, E tot alle de volgende B, D, F zyn. Fig. 195

Ber. [a] Neemt G, H, I elk gelyke malen na gevallen van de voorgaande A, C, E, en K, L, M van de volgende B, D, F. a 3: 1.

Bew. Dewyl G + H + I ſoo veel maal A + C + E is [b] als G van A, en K + L + M ſoo veel maal B + D + F is [b] als K van B: ende dat A, B [c] :: C, D [c] :: E, F is, ſoo ſal indien G $\sqsubset$, ∞, $\sqsupset$ K is, ook H $\sqsubset$, ∞, $\sqsupset$ G, en I $\sqsubset$, ∞, $\sqsupset$ M zyn, en daarom ſoo G $\sqsubset$, ∞, $\sqsupset$ K is, ſal G + H + I $\sqsubset$, ∞, $\sqsupset$ K + L + M zyn, derhalven A, B [d] :: A + C + E, B + D + F, dat te bewyſen was. b 1: 5. c 't geg: d 6 def: 5

In getallen.

voorg:		volg:	
A	2.	B	3
C	6.	D	9
E	8.	F	12
A + C + E	16.	B + D + F	24

Dewyle 2 is tot 3 als 6 tot 9 en 8 tot 12; ſoo heeft mede 16 tot 24 want de reden van alle is $\frac{2}{3}$.

Gevolg.

Hier uyt blykt, ſoo men tot gelykformige proportionale, gelykformige proportionalen toedoet, de ſomme ſullen ook proportionaal zyn.

PROPOSITIE 13.

Fig. 196 *Soo de eerſte A tot de tweede B deſelve reden heeft, als de derde C tot de vierde D, maar dat de derde C tot de vierde D grooter reden heeft als de vyfde E tot de ſeſte F, ſoo heeft ook de eerſte A tot de tweede B grooter reden, als de vyfde E tot de ſeſte F.*

a 3:1. *Ber.* a Neemt G, H, I even veel maal A, C, E: en K, L, M even veel maal B, D, F.

b 't geg. *Bew.* Om dat A, B b :: C, D is, ſoo ſal indien H ⊏ L is ook G ⊏ K ſyn, maar om dat $\frac{C}{D}$ ⊏ $\frac{E}{F}$, ſoo kan 't geſchieden dat H ⊏

c 8 def. 5. L is, en I niet ⊏ M, dien volgens c kan ook G ⊏ K en I niet ⊏ M zyn, derhalven $\frac{A}{B}$ c ⊏ $\frac{E}{F}$ dat te bewyſen was.

In getallen.

A 8. B 10. C 12. D 15. E 15. F. 18.

de reden van A tot B is $\frac{4}{5}$

van C tot D mede $\frac{4}{5}$

van E tot F is $\frac{5}{6}$ zynde grooter als $\frac{4}{5}$ dat is van C tot D, ook mede van A tot B, om dat die mede $\frac{4}{5}$ is.

By-

Byvoeg.

Indien $\frac{C}{D} \sqsupset \frac{E}{F}$ ſal zyn $\frac{A}{B} \sqsupset \frac{E}{F}$. Ook indien $\frac{A}{B} \sqsubset \frac{C}{D} \sqsubset \frac{E}{F}$ is, ſal zyn $\frac{A}{B} \sqsubset \frac{E}{F}$, en ſoo $\frac{A}{B} \sqsupset \frac{C}{D} \sqsupset \frac{E}{F}$ is, ſal zyn $\frac{A}{B} \sqsupset \frac{E}{F}$.

PROPOSITIE 14.

Indien in vier geproportioneerde grootheden de eerſte A grooter is als de derde C, ſal mede de tweede B grooter zyn als de vierde D, maar als de eerſte A gelyk de derde C is, ſal de tweede B gelyk de vierde D zyn, en de eerſte A kleynder als de derde C, ſal de tweede B kleynder als de vierde D zyn. Fig. 19.

1. *Stell. Bew.* Soo A $\sqsubset$ C is, ſoo is $\frac{A}{B}$ [a] $\sqsubset \frac{C}{B}$ a 8: 5.
maar $\frac{A}{B}$ [b] $\infty \frac{C}{D}$ en daarom $\frac{C}{D}$ [c] $\sqsubset \frac{C}{B}$, derhalven b 't gegf
B [d] $\sqsubset$ D, dat te bewyſen was. c 13: 5. d 10: 5.

2. *Stell.* Met gelyk bewys, ſoo A $\sqsupset$ C is ſal B [d] $\sqsupset$ D zyn, dat te bewyſen was.

3. *Stell.* Soo A ∞ C is, ſoo is C, B [e] : : A, e 7: 5.
B [f] : : C, D, derhalven B [g] ∞ D, dat te bewyſen was. f 't gegf g 11 en 9: 5.

In getallen.

	A		B		C		D
1.	4	—	6	—	2	—	3
2.	3	—	4	—	6	—	8
3.	5	—	6	—	5	—	6

Deſe 3 exempelen ſyn alle 4 geproportioneerde:

in

in 't eerste is A grooter als C, daarom B grooter als D. In 't tweede, is A kleynder als C, daarom B kleynder als D. In 't derde is A gelijk C, daarom B gelijk D, dat alles klaar vertoont.

Byvoeg.

Als A de grootste is, indien $\frac{A}{B}$ ⊐ $\frac{C}{D}$ ende A ⊏ C is, soo is B ⊏ D. Vorders soo A ∞ B is, soo is C ∞ D, en A ⊏ of ⊐ B soo is C ⊏ of ⊐ D.

PROPOSITIE 15.

Fig. 198 *De grootheden C, en F zyn tot malkander als haar gelyke malen AB en DE, indien sy genomen werden datse onderling over een stemmen (AB, DE :: C, F.)*

Bew. Laat AG, GB yder ∞ C, en DH, HE yder ∞ F zyn, soo is de veelheyt der deelen
a 1 def: 5 AB [a] ∞ de veelheyt der deelen DE, derhalven
b 7: 5. AG, C [b] :: DH, F en GB, C [b] :: HE, F, en daarom AG + GB (AB), DH + HE
c 12: 5. (DE) [c] :: C, F dat te bewysen was.

In getallen.

C 3 F 2

——————— ——— 2 maal

komt AB 6 tot DE 4 als C 3. tot F 2.

PROPOSITIE 16.

So vier grootheden A, B, C, D proportionaal zyn, die verwisselt, zyn mede proportionaal (A, C :: B, D.) Fig. 199

Ber. Neemt E en F gelyke malen A en B, en G en H gelyke malen C en D

Bew: Dewyle E, F[a] :: A, B[b] :: C, D[a] :: a 15:5.
G, H is, soo sal indien E ⊏, ∞, ⊐ G is, b t'geg:
ook F[c] ⊏, ∞, ⊐ H zyn, derhalven A, c 11 en 14:5
C[d] :: B, D dat te bewysen was. d 6 def: 5

In getallen.

	A		B		C		D	
	16	—	12	—	4	—	3	de rechte
	A		C		B		D	
komt	16	—	4	—	12	—	3	verwisselt.

Byvoeg.

De Verwisselde reden heeft alleen plaats, wanneer de grootheden van een natuur zyn: Want die van geen een natuur konnen met malkanderen niet vergeleken werden.

PROPOSITIE 17.

Indien de vergaderde grootheden proportionaal zyn (AB, CB :: DE, EF) deselve gedeelt, zyn mede proportionaal AC, CB :: DF, FE. Fig. 200

Ber: [a] Neemt GH, HL; IK, KM elk in rang gelyke malen van AC, CB, DF, FE, ook a 3:1
LN, MO gelyke malen CB, EF.

Bew:

Bew: De geheele GL is soo veel maal de geheele AB, ᵇ als de eene GH van de eene AC dat is ᶜ als IK van DF, en ook als de geheele IM ᵇ van de geheele DE. Wyders is HN (HL + LN) soo veel maal CB ᵈ als KO (KM + MO) van FE is, dewyle dan AB, BCᵉ : : DE, EF, is, soo sal, indien GL ⊏, ∞, ⊐ HN is, ook IMᶠ ⊏, ∞ ⊐ KO zyn, van deselve genomen HL ∞ KM, soo sal, indien de overblyvende GH ⊏, ∞, ⊐ LN is, ook IK ᵍ ⊏, ∞, ⊐ MO zyn, en daarom AC, CBᶠ : : DF, FE dat te bewysen was.

b 15. 5.
c ber:
d 2: 5.
e 't geg:
f 6 def: 5
g 5 gem: 1

In getallen.

AB	CB	DE	EF	
9 —	3 —	12 —	4	vergadert
CB 3		EF 4		
AC	CB	DF	EF	
6 —	3 —	8 —	4	gedeelt.

PROPOSITIE 18.

Fig. 201 *Soo de grootheden gedeelt, proportionaal zyn AB, BC : : DE, EF, deselve vergadert zyn mede proportionaal zyn AC, BC : : DF, FE.*

Bew. Indien niet AC, BC : : DF, FE is, soo moet tot DF een ⊏ of ⊐ als FE zyn, stelle een ⊐ namentlyk FG, dan is AC, CB : : DF, FG derhalven gedeelt AB, BC ᵃ : : DG, GF en AB, BCᵇ : : DE, EF, ergo DG, GFᶜ : : DE, EF. Maar DG ᵈ ⊏ DE daarom GFᵉ ⊏ EF dat niet wesen kan; op deselve wyse kan tot

a 17: 5.
b 't geg:
c 11: 5.
d 9 gem: 1
e 14: 5.

tot DF ook geen ▭ FE zyn, derhalven AC, BC :: DF, FE dat te bewyzen was.

In getallen.

AB	BC	DE	EF
6 —	3 —	8 —	4 gedeelt
BC 3		EF 4	
AC	BC	DF	EF
9 —	3 —	12 —	4 vergaderde

PROPOSITIE 19.

Soo de geheele AB tot de geheele DE is, als de afgetrockene AC tot de afgetrockene DF, soo sal ook de rest CB tot de rest FE zyn als de geheele AB tot de geheele DE. Fig. 102.

Bew: Dewyle AB, DE [a] :: AC, DF soo is, die verwisselt zynde AB, AC [b] :: DE, DF dese gedeelt is AC, CB [c] :: DF, FE dit wederom verwisselt is AC, DF [b] :: CB, FE maar AC, DF [a] :: AB, DE ergo AB, DE [d] :: CB, FE, dat te bewysen was.

a 't geg.
b 16. 5.
c 17. 5.
d 11. 5.

In getallen.

AB 12 — DE 8 geheele
AC 9 — DF 6 afgetrockene
BC 3 — FE 2 resten.

Gevolgen.

1. Hier uyt blykt soo men van gelykformige pro-

proportionale, gelykformige proportionale aftrekt de resten proportionaal zyn.

2. Hier uyt sal de omkeering des redens bewesen worden.

Laat zyn AB, CB :: DE, FE. Ik segge AB, AB-CB (AC) :: DE, DE-EF (DF) Want
a 16. 5 verwisselt is AB, DE a :: CB, FE derhalven
b 19. 5 AB, DE b :: AC, DF, dese wederom verwisselt is AB, AC a :: DE, DF dat te bewysen was.

PROPOSITIE. 20.

Fig. 203 *So van de drie grootheden A, B, C, aan d'een, in drie D, E, F aan d'ander zyde, twee en twee in een reden zyn A, B :: D, E en B, C :: E, F ende dat in gelyke reden de eerste A grooter, gelyk, kleynder is, als de derde C, dan sal ook de vierde D grooter gelyk kleynder zyn als de seste F.*

1. *Stell:* Soo A ⊏ C is.

a geg. *Bew.* Dewyl E, F a :: B, C soo is omkeert
b gev. 4 5 F, E b :: C, B maar $\frac{C}{B}$ c ⊐ $\frac{A}{B}$, derhalven $\frac{F}{E}$ d ⊐
c 1 geg. en 8. 5. $\frac{A}{B}$ of $\frac{D}{E}$ en daarom D e ⊏ F. dat te bewysen was.

d byv. 13. 5. 2. *Stell.* Met gelyk bewys wert getoont, als
e 10. 5. A ⊐ C is, dat D ⊐ F is, dat te bewysen was.

3. *Stell.* Indien A ∞ C is.

f 7: 5. *Bew:* Dewyle F, E :: C, B f :: A, B :: D,
g 11 en 9. 5. E, soo is D g ∞ F, dat te bewysen was.

In getallen.

A 18 — 81 D	A 9 — 6 D	A 4 — 3 D
B 12 — 54 E	B 12 — 8 E	B 8 — 6 E
C 8 — 36 F	C 9 — 6 F	C 12 — 9 F

In dese 3 Exempelen is t'elkens A tot B als D tot E, en B tot C als E tot F: Men siet daar uit 1. *Exemp:* A grooter is als C, dat D grooter als F is.

2. *Exemp:* A gelyk C, dat D gelyk F.

3. *Exemp:* A kleynder als C, dat D kleynder als F is.

PROPOSITIE 21.

Soo van drie grootheden A, B, C, aan d'een, ende drie D, E, F, aan d'ander zyde, twee en twee in eene reden zyn, en dat hare proportie beroert is (A, B :: E, F ende B, C :: D, E) en als dan in gelyke reden de eerste A groote, gelyk, kleynder als de derde C is, sal mede de vierde D grooter, gelyk, kleynder als de seste F syn. Fig. 204

1. *Stell.* Als A $\sqsubset$ C is.

Bew. Dewyle D, E [a] :: B, C is, soo sal omgekeert E, D [b] :: C, B zyn, maar $\frac{C}{B}$ [c] $\sqsupset$ $\frac{A}{B}$, en daarom $\frac{E}{D}$ [d] $\sqsupset$ $\frac{A}{B}$ dat is $\frac{E}{F}$ derhalven D [e] $\sqsubset$ F, dat te bewysen was.

a 't geg.
b gev. 4, 5
c 8: 5.
d byv. 13 5
e 10. 5

2. *Stell.* Insgelyks als A $\sqsupset$ C is, sal D $\sqsupset$ F zyn, dat te bewysen was.

3. *Stell.* Soo A ∞ C is.

Bew. Dewyle E, D [f] :: C, B [g] :: A, B, [f] :: E, F. soo is D [h] ∞ F dat te bewysen was.

f bov. be.
g 7: 5.
h 9: 5

In getallen.

A 12 — 18 D	A 6 — 4 D	A 6 — 2 D
B 8 — 9 E	B 8 — 3 E	B 14 — 3 E
C 4 — 6 F	C 6 — 4 F	C 21 — 7 F

In dese 3 exempelen is t'elkens A tot B als E tot F, en B tot C als D tot E zynde, een beroerde proportie volgens de 19 def: 5. Men siet daar, dat als, A grooter als C is dat D grooter als F is. 1 *Exemp.* A gelyk C dat D gelyk F is. 2. *Exemp.* A kleynder als C is, dat D kleinder als F is. 3. *Exemp.*

PROPOSITIE 22.

Fig. 205 *Indien 'er soo veel grootheden zyn als men wil A, B, C, ende mede soo veel andere D, E, F dewelke twee en twee genomen in eene reden zyn (A, B :: D, E en B, C :: E, F); desen in gelyke reden zyn geproportioneert (A, C :: D, F.)*

a 3. 1 *Ber.* a Neemt G, H van A, D, en I, K van B, E, ook L, M van C, F elk gelyke malen.

b 't gev. *Bew.* Dewyle A, B is b :: D, E soo is G, I c ::
c 4. 5 H, K, en op deselve wyse is I, L :: K, M derhalven so G ⊏, ∞, ⊐ L is, soo sal H d ⊏, ∞
d 20. 5
e 6 def. 5 ⊐ M zyn, en daarom A, C e :: D, F dat te bewysen was.

Op deselve wyse als 'er meer als drie grootheden wederzyds zyn, dat C, N :: F, O is, wert uyt de gelyke redens getoont A, N :: D, O dat te bewysen is.

In getallen.

A	9	——	27	D	Als A tot B alſo D tot E: en als B tot C alſoo E tot F,
B	6	——	18	E	
C	4	——	12	F	

dan is ook A tot C als D tot F.

PROPOSITIE 23.

Soo van drie grootheden A, B, C, ende mede ſoo veel andere D, E, F twee en twee in eene reden, ende beroerde proportie zyn (A, B : : E, F en B, C : : D, E: ſoo ſullen deſe in gelyke reden geproportioneert zyn. Fig. 206

Ber. [a] Neem G, H, I van deſelve A, B, D, als a 3:1
ook K, L, M van deſelve C, E, F elk eenige gelyke malen.

Bew: Zoo is G, H [b] : : A, B [c] : : E, F [b] : : b 15: 5.
L, M. Vorders om dat B, C [c] : : D E, ſoo is H, K [d] : : c 't geg:
I, L, derhalven G, H, K en I, L, M zyn onder d 4: 5
den anderen beroert, volgens 21 : 5, en daarom ſoo G ⊏, ∞, ⊐ K is, ſal I ⊏, ∞, ⊐ M zyn, derhalven A, C [e] : : D, F. Op deſelve manier als e 6 def: 5
'er meer als drie grootheden zyn, dat te bewyſen was.

In getallen.

A	12	——	6	D	Gelyk als A tot B is, alſoo E tot F, ende B tot C, alſo D tot E, dan ſal mede A tot C zyn als D tot F.
B	8	——	3	E	
C	4	——	2	F	

Gevolg.

* 22:23. 5 en 20. def. 5. Uyt * deze volgt, dat de redens uyt deselve redens t'samen gevoegt, ook onder malkander gelyk zyn: als ook dat deselve deelen van deselve redens onder malkander gelyk zyn.

PROPOSITIE. 24.

Fig. 207. *Soo de eerste A B tot de tweede C sulken reden heeft, als de derde D E tot de vierde F, en dat ook de vyfde B G sulke reden heeft tot de tweede C ale de seste E H tot de vierde F, dan is mede de somme der eerste en vyfde (AG) tot de tweede C, als de somme der derde en seste (DH), tot de vierde F.*

a 't geg. *Bew.* Om dat AB, C a: : DE, F, ende door 't voorstel omgekeert C, BG :: F, EH, soo is
b 22. 5 uyt de gelyke redens bestaande AB, BG c :: DE,
c 18. 5 EH, derhalven vergadert AG, BG c : : DH, EH, maar BG, C a :: EH, F, en daarom wederom uyt de gelyke redens bestaande AG, C b :: DH, F, dat te bewysen was.

In getallen.

AB		C		DE		F		BG		EH
16	—	12	—	8	—	6	—	4	—	2
BG 4				EH 2						
		C		DH		F				
AG 20	—	12	—	10	—	6				

PRO-

PROPOSITIE 25.

Soo vier grootheden proportionaal zyn (AB, CD : : E, F) dan zyn de grootste AB en kleynste F te samen grooter, als de andere CD en E te samen. Fig. 208

Ber. [a] Maakt AG ∞ E en CH ∞ F. a 3: 1.
Bew. Dewyle AB, CD [b] : : E, F [c] : : AG, b 't geg:
CH soo is AB, CD [d] : : GB, HD, maar AB c 7. 5.
[b] ⊏ CD derhalven GB [e] ⊏ HD. vorders. d 19: 5.
is AG [f] ∞ E } add: e byv. 14. 5
en F [f] ∞ CH } f bet.
Soo is AG + F [g] ∞ CH + E g 2 gem. 1
add: GB ⊏ HD boven bewesen.
komt AG + F + GB [h] ⊏ CH + E + HD, maar h 4 gem: 1
AG + GB [i] ∞ AB en CH + HD [i] ∞ CD, ergo i 5 gem: 1
AB + F ⊏ CD + E dat te bewysen was.

In getallen.

AB	DC	E	F
8	6	4	3
F 3	E 4		

AB + F 11. DC + E 10

NB. De volgende 9. Propositien, en zyn van Euclides niet, maar uyt andere Konstlievende haar boeken versamelt en om haar menigvuldig gebruyk zyn die eertyts by die van Euclides gevoegt, gelyk wy ook sullen doen.

PROPOSITIE 26.

Fig. 209 *Soo de eerste A tot de tweede B, een grooter reden heeft, als de derde C tot de vierde D: so sal omgekeert de tweede B tot de eerste A een kleinder reden hebben, als de vierde D tot de derde C.*

Ber. Neemt E, B : : C, D.

a 13: 5. b 10: 5. c 8: 5. d ber: e gev. 4. 5

Bew. Soo is $\frac{A}{B}$ $^{a}\sqsubset$ $\frac{E}{B}$ en daarom A $^{b}\sqsubset$ E en vervolgens $\frac{B}{A}$ $^{c}\sqsupset$ $\frac{B}{E}$ maar E, B ^{d}: : C, D, en omgekeert B, E ^{e}: : D, C, derhalven $\frac{B}{A}$ $\sqsupset$ $\frac{D}{C}$ dat te bewysen was.

In getallen.

A		B		C		D
12	—	6	—	7	—	4

Om dat de reden A tot B, als 2, grooter is, als van C tot D, die $1\frac{3}{4}$ is: daarom de reden van B tot A als $\frac{1}{2}$ is minder als van D tot C, die $\frac{4}{7}$ is.

PROPOSITIE 27.

Fig. 210 *So de eerste A tot de tweede B een grooter reden heeft, als de derde C tot de vierde D zoo zal verwisselt zynde de eerste A tot de derde C een grooter reden hebben, als de tweede B tot de vierde D.*

Ber. Neemt $\frac{E}{B}$ ∞ $\frac{C}{D}$.

a 13. 5 b 10. 5 c 8. 5 d ber: e 16. 5

Bew. $\frac{A}{B}$ $^{a}\sqsubset$ $\frac{E}{B}$, daarom A $^{b}\sqsubset$ E, derhalven $\frac{A}{C}$ $^{c}\sqsubset$ $\frac{E}{C}$: maar $\frac{E}{B}$ $^{d}\infty$ $\frac{C}{D}$ en verwisselt $\frac{E}{C}$ $^{e}\infty$ $\frac{B}{D}$, ergo $\frac{A}{C}$ $\sqsubset$ $\frac{B}{D}$ dat te bewysen.

In

In getallen.

A — B — C — D
12 —— 6 —— 7 —— 4 de rechte.
A — C — B — D
12 —— 7 —— 6 —— 4 verwiſſelt.

Om dat de reden van A tot B, als 2, grooter is als van C tot D, die $1\frac{3}{4}$ is: daarom de reden van A tot C als $1\frac{5}{7}$ ook grooter is als van B tot D, zynde $1\frac{1}{2}$.

PROPOSITIE 28.

Soo de eerſte A B tot de tweede B C grooter reden heeft, als de derde D E tot de vierde E F dan ſal de vergaderde der eerſte en twede A C tot de tweede B C grooter reden hebben, als de vergaderde der derde en vierde D F, tot de vierde E F. Fig. 211

Ber. Neemt $\frac{GB}{BC} \infty \frac{DE}{EF}$.

Bew. Om dat $\frac{AB}{BC}$ [a] $\sqsubset \frac{DE}{EF}$. a 't geg:

Soo is AB [b] $\sqsubset$ GB } add. b 10:5
BC ∞ BC }

komt AC [c] $\sqsubset$ GC, derhalven $\frac{AC}{BC}$ [d] $\sqsubset \frac{GC}{BC}$ c 4 gem: 1 d 8: 5.

maar $\frac{GB}{BC}$ [e] $\infty \frac{DE}{EF}$ en vergadert $\frac{GC}{BC}$ [f] $\infty \frac{DF}{EF}$ ergo $\frac{AC}{BC}$ [g] $\sqsubset \frac{DF}{FE}$ dat te bewyſen. e ber. f 18: 5 g 13. 5

In getallen.

AB — BC — DE — EF
12 —— 6 —— 7 —— 4 rechte.
BC 6 — EF 4
BC — EF
AC 18 —— 6 —— DF 11 —— 4 vergadert.

 Om

Om dat de reden van AB tot BC zynde 2, grooter is als van DE tot EF zynde $1\frac{3}{4}$; daarom de reden A tot BC zynde 3 grooter als $2\frac{3}{4}$ de reden van DF tot EF.

PROPOSITIE 29.

Fig. 212 *Soo de eerste AC tot de tweede BC een grooter reden heeft als de derde DF tot de vierde EF de selve gedeelt sal de eerste AB tot de tweede BC grooter reden hebbe, als de derde DE tot de vierde EF.*

Ber. Stelt $\frac{GC}{BC} \infty \frac{DF}{EF}$.

a 't geg: *Bew.* Dewyle $\frac{AC}{BC}$ ${}^{a}\sqsubset$ $\frac{DF}{EF}$ soo is

$AC \; {}^{b}\sqsubset \; GC$

b 10: 5 subs $BC \infty BC$ gemeen

rest $AB \; {}^{c}\sqsubset \; GB$, daarom $\frac{AB}{BC}$ ${}^{d}\sqsubset$ $\frac{GB}{BC}$; maar

c 5 gem: 1
d 8: 5
e ber.
f 17: 5

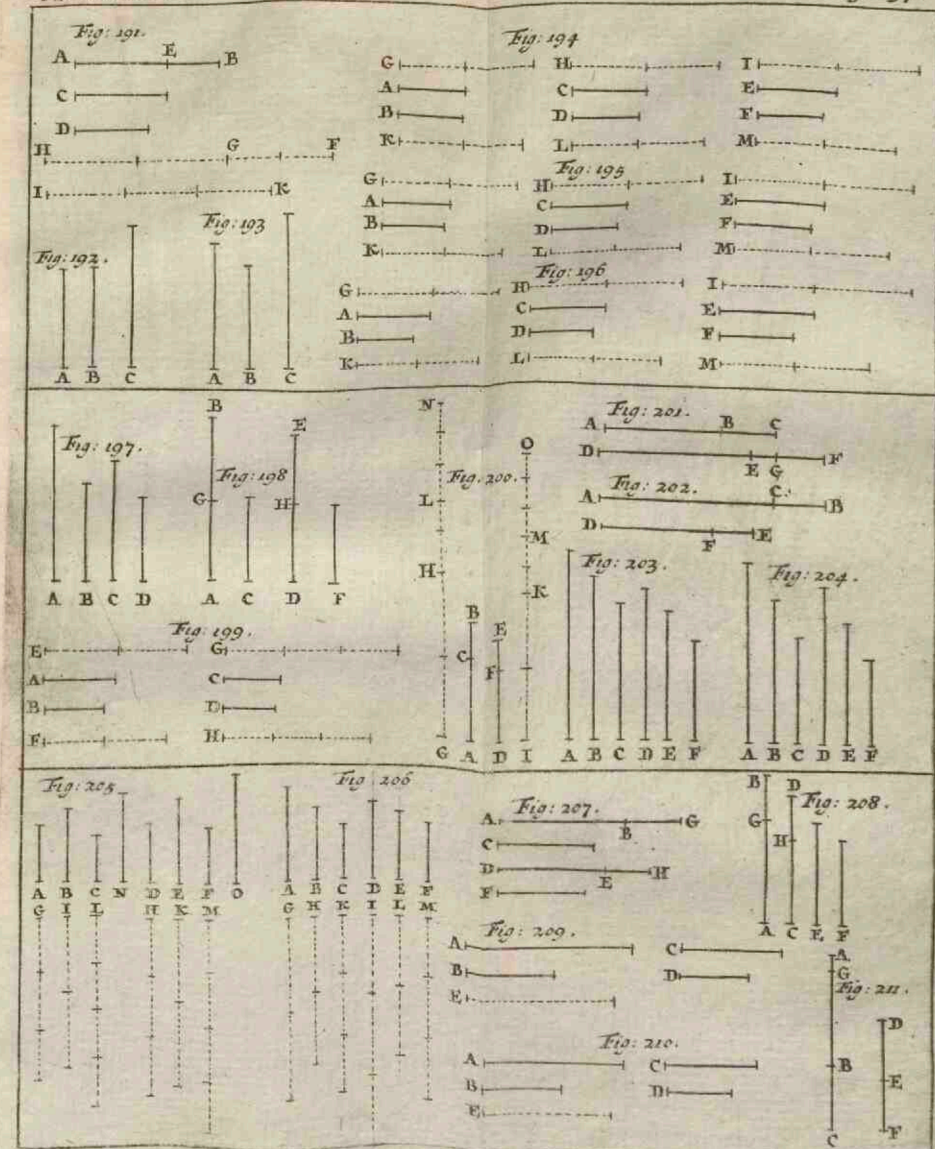
$\frac{GC}{BC}$ ${}^{e}\infty$ $\frac{DF}{EF}$ deselve gedeelt is $\frac{GB}{BC}$ ${}^{f}\infty$ $\frac{DE}{EF}$ derhalven $\frac{AB}{BC} \sqsubset \frac{DE}{EF}$ dat te bewysen was.

In getallen.

AC — BC — DF — EF
20 — 8 — 14 — 6
BC 8 — EF 6

BC — EF
AB 12 — 8 — DE 8 — 6 gedeelt.

't Is openbaar dat de reden van 12 tot 8 (als $1\frac{1}{2}$) grooter als van 8 tot 6, (zynde $1\frac{1}{3}$.)



PROPOSITIE 30.

Soo de eerste AC tot de tweede BC, grooter reden heeft als de derde DF tot de vierde EF soo sal door omkeering des redens, de eerste AC tot de tweede AB kleynder reden hebben, als de derde DF tot de vierde DE. Fig. 213

Bew. Dewyl $\frac{AC}{BC}$ a $\sqsubset$ $\frac{DF}{EF}$ so is gedeelt $\frac{AB}{BC}$ b $\sqsubset$ $\frac{DE}{EF}$ der- a 't geg: b 29: 5
halven omgekeert $\frac{BC}{AB}$ c $\sqsupset$ $\frac{EF}{DE}$ en daarom vergadert c 26: 5
$\frac{AC}{AB}$ d $\sqsupset$ $\frac{DF}{DE}$, dat te bewyzen was. d 28: 5

In getallen.

AC — BC — DF — EF
10 — 4 — 7 — 3

$\frac{BC}{4}$ $\frac{EF}{3}$

AC — AB — DF — DE
10 — 6 — 7 — 4 Omkeering.

Om dat de reden van 10 tot 4 (als $2\frac{1}{2}$) grooter is als van 7 tot 3, (zynde $2\frac{1}{3}$): daarom de reden van 10 tot 6 (als $1\frac{2}{3}$) minder als van 7 tot 4 (zynde $1\frac{3}{4}$.)

PROPOSITIE 31.

So'er drie grootheden A, B, C aan d'een, en drie D, E, F aan d'andere zyde, en datter een grooter reden is der eerste A van d'eerste zyde tot B de twede derselver, als van D de eerste der andere tot E de tweede derselver $\left(\frac{A}{B} \sqsubset \frac{D}{E}\right)$ *als ook een groter reden der twede B van de eerste zyde, tot* Fig. 214

C de derde derselver als van E de twede der andere, tot F de derde derselver $\left(\frac{B}{C} \sqsubset \frac{E}{F}\right)$ *zo isser ook gelyke lyk een groter reden der eerste A van de eerste zyde tot de derde C derselve zyde, als de eerste D van de andere tot de derde F* $\left(\frac{A}{C} \sqsubset \frac{D}{F}\right)$

Ber. Stelt $\frac{G}{C} \infty \frac{E}{F}$ en $\frac{H}{G} \infty \frac{D}{E}$.

a 't geg. b 10. 5 *Bew.* Dewyle $\frac{B}{C}$ ^a $\sqsubset \frac{E}{F}$ soo is B ^b $\sqsubset$ G, en daarom $\frac{A}{G}$ ^c $\sqsubset \frac{A}{B}$ ^a $\sqsubset \frac{D}{E}$ ^d $\infty \frac{H}{G}$, alsoo A ^b $\sqsubset$

c 8. 5 d bew. e 22. 5 H, dienvolgens $\frac{A}{C}$ ^e $\sqsubset \frac{H}{C}$ of ^c $\frac{D}{F}$, dat te bewysen was.

In getallen.

A 12 ——— 10 D
B 9 ——— 8 E
C 6 ——— 7 F

Om dat de reden van 12 tot 9 (als $1\frac{1}{3}$) meer is als van 10 tot 8 (zynde $1\frac{1}{4}$) en van 9 tot 6 (als $1\frac{1}{2}$) meer is als 8 tot 7 (zynde $1\frac{1}{7}$) daarom is ook de reden van 12 tot 6 (als 2) meerder dan de reden van 10 tot 7 (zynde $1\frac{3}{7}$)

PROPOSITIE 32.

Fig. 215 *Soo van drie grootheden A, B, C aan d'een en drie D, E, F aan d'ander zyde en datter een grooter reden is der eerste A van de eerste grootheden, tot B de tweede, als van E tweede tot F derde der andere grootheden* $\left(\frac{A}{B} \sqsubset \frac{E}{F}\right)$ *als ook een grooter reden der tweede B tot de derde C der eerste grootheden, als der eerste D tot de tweede E der andere grootheden,* $\left(\frac{B}{C} \sqsubset \frac{D}{E}\right)$*: dan is'er*

ook

ook een grooter reden der eerste A tot de derde C der eerste grootheden, als van D tot F de eerste en derde der andere $\frac{A}{C} \sqsubset \frac{D}{F}$.

Ber. Stelt $\frac{G}{C} \infty \frac{D}{E}$ en $\frac{H}{G} \infty \frac{E}{F}$.

Bew. Om dat $\frac{B}{C}$ a $\sqsubset$ $\frac{D}{E}$, daarom B b $\sqsubset$ G, a 't geg: b 10: 5
derhalven $\frac{A}{G}$ c $\sqsubset$ $\frac{A}{B}$ a $\sqsubset$ $\frac{E}{F}$ d ∞ $\frac{H}{G}$, dies b A $\sqsubset$ c 8: 5 d ber:
H, en daarom $\frac{A}{C}$ c $\sqsubset$ $\frac{H}{C}$ of e $\frac{D}{F}$, dat te bewysen e 23: 5
was.

In getallen.

A 36	——	20 D	
B 12	——	10 E	
C 4	——	5 F	

Om dat de reden van 36 tot 12 (als 3) meer is dan van 10 tot 5 (zynde 2) en de reden van 12 tot 4 (als 3) meer als van 20 tot 10 (zynde 2) daarom ook de reden van 36 tot 4 (als 9) meerder dan van 20 tot 5, zynde 4.

PROPOSITIE 33.

Soo'er een grooter reden is van de geheele AB tot de geheele CD, als van de afgetrokkene AE tot de afgetrokkene CF, zo isser ook een grooter reden van de rest EB tot de rest FD als van de geheele AB tot de geheele CD. Fig. 216

Bew. Dewyl $\frac{AB}{CD}$ a $\sqsubset$ $\frac{AE}{CF}$, soo is verwisselt $\frac{AB}{AE}$ a 't geg:
b $\sqsubset$ $\frac{CD}{CF}$, daarom door de omkeering des redens $\frac{AB}{EB}$ b 27: 5
c $\sqsupset$ $\frac{CD}{FD}$, ergo verwisselt, is $\frac{AB}{CD}$ b $\sqsupset$ $\frac{EB}{FD}$, dat te c 30: 5
bewyzen was.

In

In getallen.

AB 16	—	12 CD	
AE 10	—	8 CF	
EB 6	—	4 FD	

Om dat de reden van 16 tot 12 (als $1\frac{1}{3}$) meer is als van 10 tot 8 (die $1\frac{1}{4}$ is) daarom is de reden van 6 tot 4 (als $1\frac{1}{2}$) ook meerder als van 16 tot 12.

PROPOSITIE 34.

Fig. 217 *So veel grootheden A, B, C &c. aan d'eene als men wil, en mede soo veel andere D, E, F &c. aan d'ander zyd, ende dat de reden der eerste A van d'eene, tot D de eerste van d'andere zyde grooter is, als van B de tweede van d'eene, tot E de tweede van d'ander zyd, en ook de reden van B de tweede van d'eene tot E de tweede van d'andere zyd grooter is, als de reden van C de derde van d'eene, tot F de derde van d'ander zyd, en soo voorts; soo sal de somme A, B, C, &c. van alle de grootheden aan d'eene zyde tot de somme D, E, F &c. van alle de grootheden aan d'andere zyd.*

1. *Grooter reden hebben als B, C, &c te samen de somme van alle de grootheden uytgenomen de eerste A aan d'eene zyd, tot E, F &c. te samen, de somme van alle de grootheden uytgesondert de eerste D aan de andere zyd.*
2. *Kleynder reden hebben als A de eerste van d'eene, tot D de eerste van d'andere zyd.*
3. *Grooter reden hebben als C de laatste van d'eene tot F de laatste van d'ander zyd.*

Dat

Dat is aldus.

De grootheden van d'eene zyd A, B, C &c. en van d'ander zyd D, E, F &c

En de reden van { A tot D grooter als B tot E. B tot E grooter als C tot F. en zo vervolgens.

Dan is de reden van { A + B + C tot D + E + F } { 1. $\sqsubset$ B + C tot E + F. 2. $\sqsupset$ A tot D 3. $\sqsubset$ C tot F.

Bew. Dewyle $\frac{A}{D}$ [a] $\sqsubset$ $\frac{B}{E}$ is, zo ſal verwiſſelt $\frac{A}{B}$ [b] $\sqsubset$ $\frac{D}{E}$ zyn, en vergadert $\frac{A+B}{B}$ [c] $\sqsubset$ $\frac{D+E}{E}$, weder verwiſſelt, is $\frac{A+B}{D+E}$ [b] $\sqsubset$ $\frac{B}{E}$, derhalven $\frac{A}{D}$ [d] $\sqsubset$ $\frac{A+B}{D+E}$

a 't geg: b 27: 5 c 28: 5 d 33: 5

Op deſelve wyſe is $\frac{B}{E}$ $\sqsubset$ $\frac{B+C}{E+F}$ en daarom $\frac{A}{D}$ $\sqsubset$ $\frac{B+C}{E+F}$ dit verwiſſelt is $\frac{A}{B+C}$ [e] $\sqsubset$ $\frac{D}{E+F}$, derhalven vergadert ſal $\frac{A+B+C}{B+C}$ [f] $\sqsubset$ $\frac{D+E+F}{E+F}$ zyn, en verwiſſelt is $\frac{A+B+C}{D+E+F}$ [e] $\sqsubset$ $\frac{B+C}{E+F}$ dat te bewyzen was.

e 27: 5 f 28: 5

2. *Bew.* Om dat $\frac{A+B+C}{D+E+F}$ $\sqsubset$ $\frac{B+C}{E+F}$ bewezen is, daarom $\frac{A}{D}$ [g] $\sqsubset$ $\frac{A+B+C}{D+E+F}$ dat is $\frac{A+B+C}{D+E+F}$ $\sqsubset$ $\frac{A}{D}$ dat te bewyſen was.

g 33: 5

3. *Bew.* Dewyle $\frac{B}{E}$ [h] $\sqsubset$ $\frac{C}{F}$ is, verwiſſelt, ſal $\frac{B}{C}$ [i] $\sqsubset$ $\frac{E}{F}$ zyn, dit vergadert is $\frac{B+C}{C}$ [k] $\sqsubset$ $\frac{E+F}{F}$ en weder verwiſſelt $\frac{B+C}{E+F}$ [i] $\sqsubset$ $\frac{C}{F}$, en boven is $\frac{A+B+C}{D+E+F}$

h 't geg. i 27: 5 k 28. 5

$\sqsubset \frac{B+C}{E+F}$ derhalven $\frac{A+B+C}{D+E+F} \sqsubset \frac{C}{F}$ dat te bewysen was.

Op deselve wyse wert getoont als 'er meer, als drie grootheden wederzyde zyn als G en H, dat

$$\frac{A+B+C+G}{D+E+F+H}\left\{\begin{array}{l}\sqsubset \frac{B+C+G}{E+F+H}\\ \sqsupset \frac{A}{D}\\ \sqsubset \frac{G}{H}\end{array}\right\}$$ is, en zo met meer grootheden.

$$\begin{array}{lllcll} & A & 36 & — & 12 & D \\ B+C\,44\left\{\begin{array}{l}\\ \\ \end{array}\right. & B & 28 & — & 14 & E \\ & C & 16 & — & 9 & F\left.\begin{array}{l}\\ \\ \end{array}\right\}23\,E+F \\ \hline A+B+ & C & 80. & & 35 & D+E+F \end{array}$$

Om dat de reden van 36 tot 12 (als 3) meer is, als die van 28 tot 14 (zynde 2) ende de reden van 28 tot 14 (als 2) meer als die van 16 tot 9 (zynde $1\frac{7}{9}$): daarom de reden van de som 80 tot de som 35 (als $2\frac{2}{7}$) meer als de reden der som 44 tot de som 23 (zynde $1\frac{21}{23}$)

En ook de reden $2\frac{2}{7}$ minder als de reden van 36 tot 12 (als 3)

Als mede de reden $2\frac{2}{7}$ meer als de reden van 16 tot 9 (als $1\frac{7}{9}$), en soo voort met meerder getallen insgelyks.

SESDE BOEK.

Definitien.

1. *Gelykformige rechtlinische figuren* zyn, welkers hoeken bysonder gelyk, ende de zyden om de gelyke hoeken geproportioneert zyn. *Fig. 218*

De hoek B ∞ DCE, de hoek A ∞ D en de hoek ACB ∞ E, dit soo zynde als dan ook AB, BC :: DC, CE, en BA, AC :: CD, DE als ook BC, CA :: CE, ED is, dan zynse gelykformingh, maar een van die ontbrekende dan zynse niet gelykforming.

2. *Wederkeerige figuren* (BD, BF) zyn, als in zulke figuur de voorgaande en volgende term van twee redens (AB, BG :: EB, BC) zyn. *Fig. 219*

Dat is in vier proportionale zyden, daar de eerste en vierde in d'eene, ende de tweede en derde in d'ander figuur zyn, besiet hier van de 14 en 15 Propositien deses.

3. Een *rechte linie* AB wert gesegt in de uyterste en middelste reden gedeelt te zyn, als de geheele AB tot het meeste deel AC is, als het selve meeste AC tot het kleenste deel CB (dat is AB, AC :: AC. CB. *Fig. 220*

4. De *hoogte* van een figuur ABC, is den perpendiculaar AD, getrokken van de top of het bovenste A tot op den basis BC. *Fig. 221*

5. Een

5. Een *reden* wort gesegt uyt redens t'samen geset te zyn, als de grootheyt der redens met malkander gemultipliceert zynde een andere reden uyt brengen.

Gelyk of daar drie grootheden zyn A, B, C, soo wert de reden van A tot C t'samen geset uyt de redens A tot B, en B tot C, want

a 3 def: 5 A tot B a is $\frac{A}{B}$, en B tot C a is $\frac{B}{C}$ dies,

b 1 def: 2 ▭ $\frac{A,B}{B,C}$ b ∞ $\frac{A\ B}{B\ C}$ derhalven de reden van A

c 15: 5 tot C c als A B tot B C.

PROPOSITIE I.

Fig. 222 *Alle Triangels ABC, ACD ende parallelogrammen BCAE, CDFA die een gelyke hoochte hebben, zyn tot malkander als hare Basen BC, CD.*

Ber: a Neemt soo veel maal gy wilt BG, HG

a 3: 1 yder ∞ BC, ook DI ∞ CD en b trekt AG,
b 1 beg. AH, AI.

Bew. Dewyle de △ f ACB, ABG, AGH c ∞ zyn, als ook de △ ACD c ∞ ADI, daar-

c 38: 1 om de △ ACH soo veel maal de △ ACB als de basis HC de basis BC is, als ook de △ ACI soo veel maal de △ ACD als de basis CI de basis CD is, soo sal indien HC ⊏, ∞ ⊐ CI

byv: is, ook de △ AHC d ⊏, ∞ ⊐ de △ ACI
38: 1 zyn, derhalven BC, CD e :: △ ABC, △ A
e 6 def: 5 CD f :: ▭ CE, ▭ CF, dat te bewysen was.
f 41: 1 en
15: 5

By-

Byvoeg.

Hier uyt hebben de Triangels A B C, D E F, en de parallelogrammen A G B C, D E F H diens Basen B C, E F gelyk zyn, tot malkander als haar hoochtens, A I, D K. Fig. 223

Ber. [a] Neemt I L ∞ C B en K M ∞ E F en [b] trekt A L, G L, D M, H M. a 3. 1

Bew. Het blykt dat de △ A L I [c] ∞ A B C en △ D K M [c] ∞ △ D E F is, en daarom △ A B C, △ D E F [d] :: △ A L I, △ D K M [e] :: A I, D K [f] :: ▭ A G B C, ▭ D E F H, dat te bewysen was. b 1 beg: c 38: 1 d 7: 5 e 1: 6: f 41: 1 en 15. 5

PROPOSITIE 2.

Als in een Triangel ABC, een linie DE parallel met een der zyde BC getrocken wert, dese sal de andere zyden AB, AC proportionaal deelen (AD, BD :: AE, CE): En als de zyden AB, AC proportionaal (AD, BD :: AE, CE) in D, E gedeelt werden, dan is de rechte linie DE parallel met de andere zyde BC. Fig. 224

Ber. [a] Trekt C D, B E. a 1 beg.

1. *Bew.* Om dat D E [b] ═ B C is, daarom △ D E B [c] ∞ △ D E C; derhalven de △s A D E, D B E [d] :: A D E, E C D, maar de △ A D E, △ D B E [e] :: A D, D B en △ A D E, △ D E C [e] :: A E, E C derhalven A D, D B [f] :: A E, E C dat te bewysen was. b 't gev. c 37. 1 d 7. 5 e 1 6. f 11. 5

2. *Stell.*

Bewys. Dewyle △ A D E, △ D B E [g] :: A D, D B g :: 6

h 't gev. DB h :: AE, EC g :: △ ADE, △ ECD daarom △ DBE i ∞ △ ECD (als hebbende een self-
i 9. 5 de basis DE) k derhalven DE ═ BC, dat te be-
k 39. 1 wysen was.

Byvoeg.

Wanneer 'er meer parallelle getrocken werden, met eene zyde des Triangels, soo sullen alle de deelen der zyden proportionaal zyn, als licht uyt deses te sien is.

PROPOSITIE 3.

Fig. 225 *Soo in een triangel ABC, door een rechte linie AD, een hoek BAC gedeelt wort in twee gelyke deelen, dese den basis BC doorsnydende, sal deselve deelen: in sulken reden als de andere zyde AB, AC tot malkander hebben (BD, DC :: AB, AC): ende soo de deelen BD, DC der basis BC, tot malkander zyn als de ander zyden AB, AC des triangels ABC (BD, DC :: AB, AC) dan sal de rechte linie DA de hoek BAC in twee-en gelyke deelen.*

a 2 beg. 1 *Ber.* a Verlengt BA en b maakt AE ∞ AC
b 3. 1 en c trekt CE.
c 1 beg.

1. *Stell.*

d ber. *Bew.* Om dat AE d ∞ AC is, daarom de
e 5. 1 hoek ACE e ∞ E f ∞ ½ BAC g ∞ DAC der-
f 32. 1 halven DA h ═ CE en oversulx BA, AE
g 't gegt
h 27. 1 (AC) i :: BD, DC dat te bewysen was.
i 2. 6

2. *Stell.*

2. *Stell.*

Bew. Dewyle BA, AC (kAE) l :: BD, k ber. l geg.
DC soo is DA m ═ CE, en daarom de hoek m 2 6
BAD n ꝏ E en de hoek DAC n ꝏ ACE o ꝏ n 29. 1
E derhalven de hoek BAD p ꝏ DAC, dien- o 5. 1 p. 1 gem: 1
volgens de hoek BAC in tweën gelyk gedeelt, dat
te bewysen was.

PROPOSITIE 4.

Van de gelykhoekige Triangelen ABC, DCE zyn Fig. 226
de zyden om de gelyke hoeken B, DCE propor-
tionaal (AB, BC :: DC, CE) ende de
zyden AB, DC die overgelyke hoeken ACB,
E zyn, die zyn van deselve reden.

Ber: a Stelt de △s ABC, DCE aan malkan- a 3. 1 en
der, dat de zyde BC met CE in een rechte linie 13 gem.
zy, en verlengt BA, ED tot datse t' samen ko-
men.

Bew: Om dat de hoek B b ꝏ ECD is, daar- b geg.
om BF c ═ CD, en ook de hoek BCA b ꝏ c 28. 1
CED daarom CA c ═ EF derhalven CAFD
een d ▱, en oversulx AF e ꝏ CD en AC e d 35 def. 1
ꝏ FD, vorders is AB, AF (CD) f :: BC,
CE en verwisselt AB, BC g :: CD, CE e 34. 1 f 2. 6

Ook is BC, CE f :: FD (AC), DE en
verwisselt BC, AC g :: CE, DE en daarom
ook AB, AC h :: CD, DE dat te bewysen g 16. 5 h 22. 5
was.

Gevolg.

Hier uyt AB, DC :: BC, CE :: AC, DE.

Byvoeg.

Hier uyt blykt soo in een Triangel F B E de rechter A C parallel met een zyde F E getrocken is, soo is de Triangel A B C gelykformig de geheele F B E.

PROPOSITIE 5.

Fig. 227 *Zoo twee Triangels A B C, D E F de zyden geproportioneert zyn (A B, B C : : D E, E F en A C, B C : : D F, E F, ook A B, A C : : D E, D F, so zyn mede de hoeken over welke de zyden van eene reden zyn, malkander gelyk.*

a 23. 1 *Ber.* [a] Maakt op de zyde E F de hoek F E G ∞
b 32: 1 B en E F G ∞ C, soo is G [b] ∞ A.

c 4. 6 *Bew*: In de $\triangle^s$ A B C, G E F is G E, E F [c] : :
A B, B C [d] : : D E, E F daarom G E [e] ∞ D E,
d geg. ook is G F, F E [c] : : A C, C B [d] : : D F, E F
e 11 en 9. 5 daarom G F [e] ∞ D F derhalven de $\triangle^s$ D E F,
G F E de zyden d' een d' ander gelyk zyn, en daarom
f 8. 1 de hoek D F E [f] ∞ G F E [g] ∞ C en d' hoek F E D [f]
g ber. ∞ F E G [g] ∞ B en oversulx d' hoek D [h] ∞ A:
h 32. 1 dat te bewysen was.

PROPOSITIE 6.

Fig. 228 *Zoo twee triangels A B C, D E F elk eenen hoek B gelyk D E F hebben, ende de zyden om deselve geproportioneert zyn (A B, B C : : D E, E F) sullen mede sulke Triangels gelykhoekig zyn, waar van dese gelyk zyn, over welke de zyden in gelyke reden zyn.*

a 23. 1 *Ber.* [a] Maakt op de zyde E F de hoek F E G
b 32. 1 ∞ B en E F G ∞ C, soo is G [b] ∞ A.

Bew.

Bew. Om dat de △s ABC, GEF c gelyk- c ber.
hoekig zyn, daarom GE, EF d :: AB, BC f :: d 4:6.
DE, EF derhalven DE e ∞ GE, en dewyl de e 9:5
hoek DEF f ∞ B c ∞ GEF is, soo is EFD g f 't geg: 2
∞ EFG c ∞ B dies ook D h ∞ A dat te bewysen g 4:1
was. h 32:1

PROPOSITIE 7.

Soo twee triangels ABC, DEF elk eenen hoek A gelyk D hebben, ende de zyden om een andere hoek ABC, E geproportioneert zyn (AB, BC :: DE, EF) 't zy nu de overige hoeken C, F beyde elk kleynder of grooter als recht zyn, soo zyn die triangels ABC, DEF gelykhoekig, waar van dese gelyk zyn, om welke de zyden geproportioneert zyn. Fig. 229

Ber. Stelle de hoeken C en F beyde kleynder als recht soo dan de hoek B niet ∞ E is, soo moet die ⊏ of ⊐ zyn, stelle de hoek ABC ⊏ E, en a maak de hoek ABG ∞ E. a 23:1

Bew. In de △s ABG, DEF is de hoek A BG b ∞ E, d'hoek A c ∞ D dies de hoek AG b bet.
B d ∞ F, en daarom AB, BG e :: DE, EF e :: c 't geg:
AB, BC derhalven BG f ∞ BC en vervolgens d 32:1.
de hoek BGC g ∞ C ∞ ⊐ als recht gestelt, e 4.6
en daarom de hoek BGA h ∞ F i ∞ ⊏ als recht, f 9:5.
tegen 't gestelde, want wy hebben C en F beyde g 5:1
minder als recht gestelt. h boven bewesen. i 1 gev. 13.1

Op deselve wyse wert dese strydigheyt getoont, als de hoeken C en F beyde grooter als recht zyn, daarom konnen de hoeken ABC en E niet onge-lyk zyn. derhalven de △s ABC, DEF k gelyk-hoekig dat te bewysen was. k 32:1

PRO-

PROPOSITIE 8.

Fig. 230 *Zoo in een rechthoekige Triangel ABC uyt den rechten hoek A tot den basis BC getrocken wert den perpendiculaar AD, dan zyn de triangels ADB ADC, aan beyde zyden de perpendiculaar malkander, en mede yder bysonder gelykformigh de geheele triangel ABC.*

Bew. De △s ABC, DBA hebben de hoek B gemeen, de hoek A [a] ∞ D; dies is de hoek BAD [b] ∞ C, op deselve wyse is de hoek CAD ∞ B, derhalven alle 3 △s gelykhoekig, en daarom alle aan malkander [c] gelykformig, dat te bewysen was.

a 12gem. 1
b 32: 1
c def: 6.

Gevolgen.

d 4. 6 1. Hier uyt BD, DA [d]:: DA, DC.

2. BC, AC [d]:: AC, DC, en CB, BA [d]:: BA, BD.

PROPOSITIE 9.

Fig. 231 *Van een gegeven rechte linie AB een begeert deel AG af te snyden.*

't Werk, Neme dat het $\frac{1}{3}$ van AB moet afgesneden werden, soo trekt uyt A de oneyndige AC, makende den hoek BAC na gevallen, en [a] neemt in deselve soo veel gelyke deelen als gy moet affnyden als hier drie AD, DE, EF so groot gy wilt, en [b] trekt FB, dan uyt D, [c] getrocken DG ═ FB die snydt van AB het begeerde deel AG.

a 3. 1.
b 1 beg: 1
c 31. 1.

Bew.

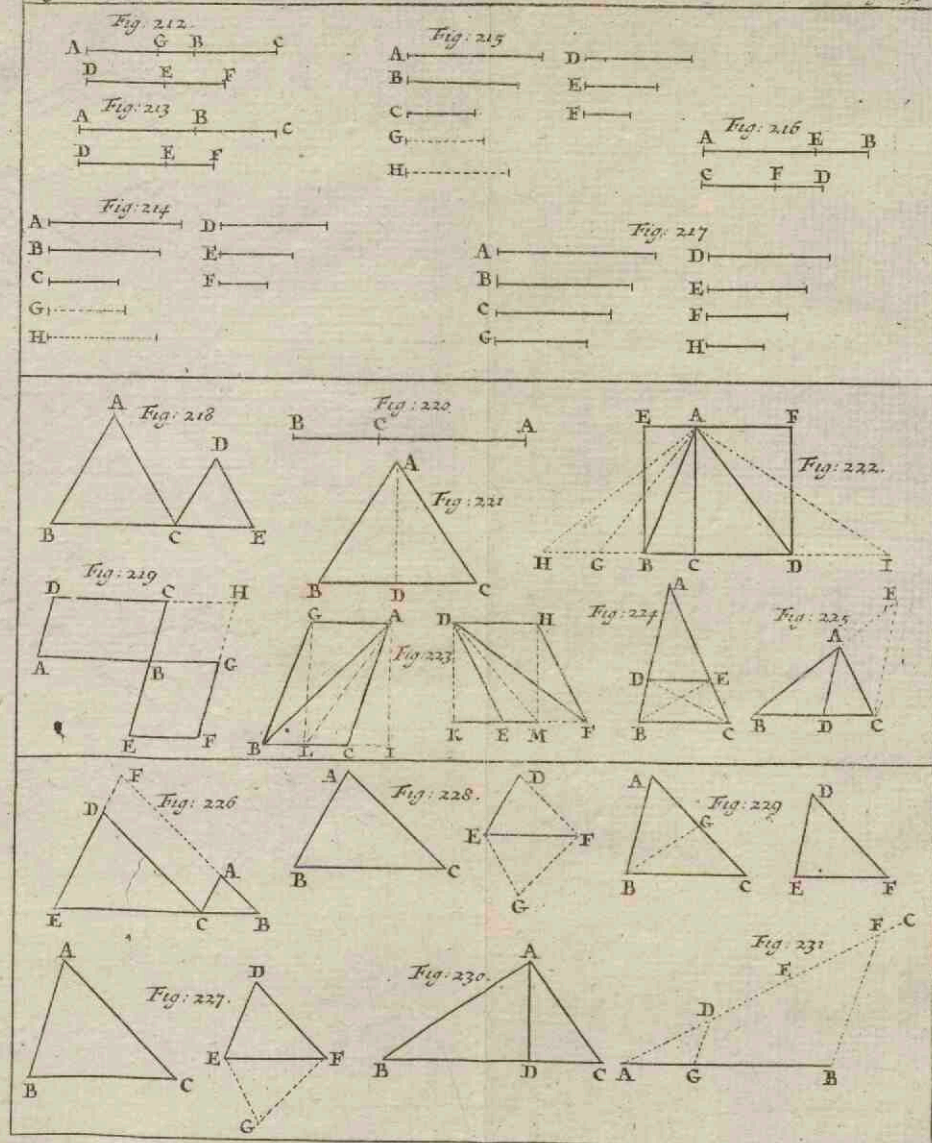


Fig: 212.
Fig: 213
Fig: 214
Fig: 215
Fig: 216
Fig: 217
Fig: 218
Fig: 219
Fig: 220
Fig: 221
Fig: 222.
Fig: 223
Fig: 224
Fig: 225
Fig: 226
Fig: 227.
Fig: 228.
Fig: 229
Fig: 230.
Fig: 231

Bew: Want G B, A G[d] : : F D, A D is vergad. A G AD d 2: 6

komt A B, A G[e] : : A F, A D, maar A D is [f] ∞ $\frac{1}{4}$ A F, en daarom A G [g] ∞ $\frac{1}{3}$ A B dat te doen was. e 18: 5 f 't werk g 6 gem: 1

PROPOSITIE 10.

Een gegeven rechte linie A B te deelen in F en G, gelykformigh een gegeven rechte linie A C die gedeelt is in D en E. Fig. 232.

't Werk. Stelt A B aan A C met een hoek B A C soo 't valt, en [a] trekt B C, dan D F, E G [b] ═ C B die snyden A B na begeeren. a 1 beg. b 31: 1

Ber. Trekt D H [b] ═ A B.

Bew. Dewyl D F [c] ═ E G soo is A D, D E[d] : : A F, F G, en om dat E G [e] ═ C B is, daarom D E, E C[d] : : D I, I H, maar D I [f] ∞ F G en I H [f] ∞ G B is (om dat D H [g] ═ A B is) ergo D E, E C[h] : : F G, G B, dat te doen was. c 't werk d 2: 6 e 't werk en 1 gem: 1. f 34: 1 g ber. h 7: 5

Byvoeg.

Hier uyt leeren wy een gegeven rechte linie A B in soo veel gelyke deelen (ik neem 4) te deelen als men wil, 't welk seer licht op deze wyse te bewerken is. Fig. 233

Voeg aan A B de oneyndige A D met een hoek B A D na believen, dan B H ═ A D mede oneyndig, neem dan in deze A D, B H eenige gelyke deelen A S, S V, V N en B Z, Z X, X T, namelyk in elk een deel minder als 'er in A B begeert werden, dan trekt TS, XV, ZN dese sullen de gegevene AB in vier gelyke deelen doorsnyden

a 33: 1 b 't werk c 2: 6 Want ST, VX, NZ zyn a ═══, derhalven om dat AS, SV, VN b ∞ zyn, sullen AO, OP, PQ ook c ∞ zyn, insgelyk om dat ZB b ∞ ZX is, soo is BQ c ∞ QP en daarom AB in 4 gelyk gedeelt. dat te doen was.

PROPOSITIE 11.

Fig. 234 *Tot twee rechte linien AB, AD een derde proportionaal linie DE te vinden.*

't Werk. Voegt AB, AD aan malkander met
a 1 beg: 1 een hoek BAD na gevallen en a trekt BD, dan
b 2 beg: 1 AB b verlengt, en neemt BC c ∞ AD uyt C d trekt
c 3 1 CE ═══ BD die ontmoet de voortgetrokkene
d 31. 1 AD in E, dan is DE de begeerde.
e 2: 6. *Bew.* Want AB, BC (AD) e :: AD, DE dat te doen was.

Ofte aldus.

Fig. 235
a 11: 1 Uyt A a stelt AD perpendiculaar op AB en
b 1 beg. b trekt BD uyt D a stelt DC perpendiculaar op BD tot dat die de verlengde BA ontmoet in C soo is AC de begeerde.

c 1 gev. 8. 6 *Bew.* Want BA, AD c :: AD, AC is dat te doen was.

PROPOSITIE. 12.

Fig. 236 *Tot drie gegeven linien A, B, C een vierde proportionaal GH te vinden.*

a 3. 1 *'t Werk.* Trekt de oneyndige DF, en a snydt daar

daar af DE ∞ A en [a] EF ∞ B, aan DF voegt de oneyndige DH met een hoek D nagevallen, en [a] a 3.1
snydt daar af DG ∞ C [b] en trekt GE, dan uyt b 1 beg.
F [c] trekt FH ═ EG ontmoetende DH in c 31.1
H, soo is GH de begeerde.

Bew. Want DE, EF [d] :: DG, GH is, d 2.6
maar DE, EF, DG zyn [e] ∞ A, B, C ergo A, e 't werk.
B [f] :: C, GH dat te doen was. f 7. 5.

PROPOSITIE 13.

Tusschen twee rechte linien AE, EB een middel proportionaal EF te vinden. Fig. 237.

't Werk. [a] Voegt AE, EB in een rechte linie AB, en [b] beschryft daar op de halve Cirkel AFB, uyt E [c] stelt EF perpend: op AB die ontmoet de halve Cirkel in F, soo is EF de begeerde. a 3.1 b 9. 1 en 3 beg. c 11. 1

Ber. [d] Trekt AF, FB. d 1 beg.

Bew. Dewyle de hoek [e] AFB en [f] AEF, BEF recht zyn; soo is AE, EF [g] :: EF, EB dat te doen was e 31. 3 f 't werk. g 't gev. 8. 6.

Gevolg.

Hier uyt soo een rechte linie uyt eenig punt in de diameter, perpendiculaar op deselve tot de Circumferentie getrokken wert, soo is die middel proportionaal tusschen de twee stukken des diameters.

PROPOSITIE 14.

Van de gelyke Parallelogrammen BD, BF die elk een hoek ABC, EBG gelyk hebben, zyn de zyden om deselve in wederkeerige reden (AB, BG :: EB, BC): ende welke parallelogram- Fig. 238

 men

men BD, BF die eenen gelyken hoek ABC, EBG hebben, ende de zyden om deselve in wederkerige reden zyn (AB, BG :: EB, BC) die zyn gelyk.

a 3.1. *Ber.* [a] Stelt de ▱s BD, BF alzoo dat de zyden AB, BG om de gelyke hoeken in een rechte
b 2 beg. 1 linie zyn, dan [b] verlengt FG, DC tot datse t'samen komen.

1. *Stell.*

c ber. *Bew.* Om dat ABG een [c] rechte linie, en de
d geg. hoek ABC [d] ∞ EBG is, daarom EBC een
e byv. 15. 1. [e] rechte linie is, en BH een [f] ▱. Nu is AB, B
f 35 def. 1 G [g] :: ▱ BD, ▱ BH [h] :: ▱ BF. BH [g] ::
g 1. 6 BE, BC derhalven AB, BG [i] :: BE, BC
h 7. 5 dat te bewysen was.
i 11. 5

2. *Stell.*

k 1. 6 *Bew.* ▱ BD, ▱ BH [k] :: AB, BG [l] ::
l geg. BE, BC [k] :: ▱ BF, ▱ BH, ergo ▱ BD [m] ∞
m 11 en 9. 5 ▱ BF, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 15.

Fig. 239 *In de gelyke triangels ABC, DBE met een gelyken hoek ABC, DBE zyn de zyden om deselve in wederkeerige reden (AB, BE :: DB BC): ende de triangels ABC, DBE welke eenen gelyken hoek ABC, DBE hebben, ende de zyden om deselve in wederkeerige reden zyn, zyn gelyk.*

Ber.

Ber. [a] Voegt de $\triangle$s ABC, DBE also aan malkander, dat de zyde CB, BD om de gelyke hoeken staande, in een rechte linie CBD komen, soo is [b] ABE ook een rechte linie, en [c] trekt CE. a 3:1 b byv. 15:1 c 1 beg.

1. *Stell.*

Bew. AB, BE [d] :: $\triangle$ ABC, $\triangle$ CBE [e] :: $\triangle$ DBE; $\triangle$ CBE [d] :: DB, BC, derhalven AB, BE [f] :: DB, BC, dat te bewysen was. d 1:6 e 7.5 f 11.5

2. *Stell.*

Bew: De $\triangle$ ABC, $\triangle$ CBE [g] :: AB, BE [h] :: DB, BC [g] :: $\triangle$ DBE, $\triangle$ CBE derhalvende $\triangle$ ABC [i] ∞ $\triangle$ DBE, dat te bewysen was. g 1:6 h geg: i 11 en 9:5

PROPOSITIE 16.

Soo vier rechte linien proportionaal zyn AB, FG :: EF, CB, dan is den rechthoek EG begrepen van de middelste EF, FG gelyk de rechthoek AC begrepen van de uyterste AB, CB: en so de rechthoek AC begrepen van de uyterste gelyk is aan de rechthoek EG begrepen van de middelste, dan zyn de vier rechte linie proportionael (AB, FG :: EF, CB.) Fig. 24.

1. *Stell.*

Bew. De hoeken B en F werden recht gestelt, daarom B [a] ∞ F, ook is AB, FG [b] :: EF, CB derhalven ▭ AC [c] ∞ ▭ EG dat te bewysen was. a 12 gem: 1 b geg. c 14.6

2. *Stell.*

2. *Stell.*

d geg: *Bew.* De ▭ AC [d] ∞ ▭ EG en de hoek
e 12gom1 B [e] ∞ F derhalven AB, FG [f] :: EF, CB dat
f 14: 6 te bewysen was.

Gevolg.

Hier uyt is licht een gegeven rechthoek EG, op
a 4 en een gegeven rechte linie AB, te voegen: [a] maken-
12.6 de AB, EF :: FG, BC.

PROPOSITIE 17.

Fig. 241 *Soo drie rechte linien proportionaal zyn (AB, EF :: EF, CB) dan is den rechthoek AC begrepen van de uyterste AB, CB gelyk het quadraat EG beschreven op de middelste EF, ende soo den rechthoek AC begrepen van de uytersten AB, CB gelyk is 't quadraat EG beschreven op de middelste EF, dan zyn de drie rechte linien proportionaal (AB, EF :: EF, CB.)*

a 3: 1 *Ber.* [a] Neemt FG ∞ EF.

1. *Stell.*

b geg: *Bew.* Aangesien AB, EF [b] :: EF ([c] FG),
c ber.
d 16.6 CB is, daarom de ▭ AC [d] ∞ ▭ EG [e] ∞ □
e 29 def. 1 EF dat te bewysen was.

2. *Stell.*

f geg: *Bew.* De ▭ AC [f] ∞ □ EG [g] ∞ □ EF is,
g 16.6 derhalven AB, EF [h] :: FG [i] (EF), BC dat te
h 7. 5.
i 29 def. 1 bewysen was.

Ge-

Gevolg.

Hier uyr, soo A x B ∞ □ C is, soo is A; C :: C, B.

Byvoeg.

Door dese en 2 gev. 8: 6, werdt licht bewesen de 47: 1. Fig. 242

Aldus.

Ber. [a] Beschryft op AB het □ AE, uyt C[b], trekt CG ═ BE. a 46. 1 b 31. 1

Bew. Om dat AB, AC, AD, als ook AB, BC, BD [c] proportionaal zyn, daarom

▭ AB, AD (▭ AG) [d] ∞ □ AC } add. c 2 gev. 8. 6
en ▭ AB, BD (▭ BG) [d] ∞ □ BC } d 17. 6

komt ▭ AG + ▭ BG ([e] □ AB) [f] ∞ □ AC + □ BC dat te bewysen was, e 15 gem. 1. of 2. 2. f 2 gem. 1

PROPOSITIE 18.

Op een gegeven rechte linie AB een rechtlinische figuur AGHB te beschryven gelykformig, en alleens gestelt met een gegeven rechtlinische figuur CEFD. Fig. 243

't Werk. [a] Deelt de gegeven Figuur in △[s], door de rechte CF, en maakt de hoek ABH [b] ∞ CDF BAH [b] ∞ DCF dan den hoek AHG [b] ∞ CFE en HAG [b] ∞ FCE, soo is de rechtlinische figuur AGHB de begeerde. a 1 beg. b 23: 1

Bew. Dewyle de hoek B [c] ∞ D en BAH [c] ∞ DCF is, daarom AHB [d] ∞ CFD om deselven reden is c 't werk. d 32. 1

de

de hoek G ∞ E, soo is dan bewesen
de hoek BAH ∞ DCF ook AHB ∞ CFD } add.
en GAH ∞ ECF en GHA ∞ EFC }

e 2 gem: 1 komt BAG e ∞ DCE en BHG e ∞ DFE
en alzo zyn de figuren ABHG, CDFE
gelykhoekig.

Wyders is om de gelykhoekige △s
f 4. 6 AB, BH f :: CD, DF
AG, GH f :: CE, EF
AG, AH f :: CE, CF
AH, AB f :: CF, CD en daarom
g 22. 5 AG, AB g :: CE, CD, en op deselve wyse
GH, HB :: EF, FD derhalven zyn de zyden
om de gelyke hoeken van de figuren ABHG,
CDFE geproportioneert en boven gelykhoekig,
h 1 def. 6 en daarom zynse h gelykformig en i gelykstandig ge-
i 't werk stelt, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 19.

Fig. 244 *Alle gelykformige Triangels ABC, DEF zyn tot malkander in dobbele reden harer zyden BC, EF die in gelyke reden zyn.*

a 11. 6 *Ber.* Tot BC, EF a vindt een derde proportio-
b 1 beg. 1 naal BG, en b trekt AG.
c gev. 4. 6 *Bew.* Om dat AB, DE c :: BC, EF d ::
d ber. EF, BG en de hoek B e ∞ E is, daarom de △
e geg. ABG f ∞ △ DEF, en de △ ABC, △ ABG g ::
f 15. 6
g 1. 6 BC, BG is, maar $\frac{BC}{BG}$ h ∞ $\frac{BC}{EF}$ 2 maal, derhal-
h 10 def. 5
i 11. 5 ven $\frac{\triangle ABC}{\triangle ABG}$ dat is $\frac{\triangle ABC}{\triangle DEF}$ i ∞ $\frac{BC}{EF}$ 2 maal, dat
te bewysen was.

Ge-

Gevolg.

Hier uyt volgt, als drie linien BC, EF, BG proportionaal zyn dat gelyk de eerste tot de derde is, alsoo is de Triangel beschreven op de eerste BC tot de triangel op de tweede EF gelykformig en gelykstandig beschreven: ofte alsoo is de triangel op de tweede EF beschreven tot de triangel op de derde gelykformig en gelykstandig beschreven.

PROPOSITIE 20.

Gelykformige veelzydige figuren ABCDE, FGHIK konnen in evenveel gelykformige triangelen ABC, FGH en ACD, FHI en ADE, FIK onder malkander ende tot haar geheele geproportioneert (ABC, FGH :: ABCDE, FGHIK :: ACD, FHI :: ADE, FIK) gedeelt werden: ende de veelzydige figuren ABCDE, FGHIK zyn tot malkander in de dobbele reden harer zyden BC. GH die in gelyke reden zyn. Fig. 245

1. *Stell.*

Bew. Dewyle de hoek B [a] ∞ G en AB, BC [a] :: FG, GH is, daarom zyn de △s ABC FGH [b] gelykhoekig, op de selve wyse zyn de △s AED FKI gelykhoekig. ook is a geg. en 1 def. 6 b 6. 6.

de hoek BCD [a] ∞ GHI
en BCA [c] ∞ GHF } Sub: c bewesen

rest ACD [d] ∞ FHI, op deselve wyse is de hoek ADC ∞ FIH en daarom CAD [e] ∞ HFI, en alsoo zyn de △s ACD, FHI ook gelyk- d 3 gem. e 32. 1

lykhoekig, vorders zyn de zyden om de gelyke hoeken [f] geproportioneert, derhalven de △s van de veelzydige figuren onder malkander [g] gelykformig dat te bewysen was.

f 4. 6
g 1 def. 6

Dat yder triangel tot de geheele figuur geproportioneert is, sal blyken uyt de

2. *Stelling.*

h bewesen
i 19. 6.

Bew. Dewyle de △s BCA, GHF [h] gelykformig zyn, soo is $\frac{\triangle BCA}{\triangle GHF}$ [i] ∞ $\frac{BC}{GH}$ 2 maal, om deselve reden $\frac{\triangle CAD}{\triangle HFI}$ ∞ $\frac{CD}{HI}$ 2 maal, ook $\frac{\triangle DEA}{\triangle IKF}$ ∞ $\frac{DE}{IK}$ 1 maal en daarom, dewyl BC, GH [k] :: CD, HI [k] :: DE, IK is, soo zyn de [l] △s BCA, GHF :: CAD, HFI :: DEA, IKF :: [m] de veelzydigen ABCDE, FGHIK :: $\frac{BC}{GH}$ 2 maal, dat te bewysen was.

k geg. en 16. 5
l gev. 23. 5
m 12. 5

Gevolgen.

1. Hier uyt volgt als 'er drie rechte proportionaale linien zyn, dat gelyk de eerste is tot de derde, also de veelzydige beschreven op de eerste tot de veelzydige op de tweede gelykforming én gelykstandig beschreven.

Daar uyt is openbaar de wyze om alle rechtlinische figuren te vergroten en te verkleynen naar een gegeven reden, als by exempel.

Indien gy na een vyfhoek, wiens zyde CD is, een ander wilt maken vyfvoudig tot de eerste, soo vind

vind tusschen AB en vyfmaal AB, een middel proportionaal, en maak op deselve een * vyfhoek * gelykformig met de gegeven, zoo is die vyfmaal de gegevene. 18: 6.

2. Hier uyt volgt ook, als de zyden die gelyke reden hebben der gelykformige figuuren, bekent zyn; dat ook de proportie der figuuren bekent is, namelyk vindende een derde proportionaal.

PROPOSITIE 21.

De rechtlinische figuren (ABC, DIE) welke yder bysonder een figuur HFG gelykformig zyn, die zyn ook onder malkander gelykformig. Fig. 246

Bew. Want de hoek A a ∞ H a ∞ D, en de hoek C a ∞ G a ∞ E ook de hoek B a ∞ F a ∞ a I is, a 1 def. 6 insgelyks AB, AC a :: HF, HG a :: DI, DE, ende AC, CB a :: HG, GF a :: DE, EI, ook AB, BC a :: HF, FG a :: DI, IE; derhalven de figuren ABC, DIE gelykformig zyn, dat &c.

PROPOSITIE 22.

Als vier rechte linien proportionaal zyn AB, CD :: EF, GH, zyn mede de gelykformige ende alsoo gestelde figuren op deselve proportionaal ABI, CDK :: EM, GO: ende soo de rechtlinische figuren alsoo beschreven proportionaal zyn ABI, CDK :: EM, GO, zoo zyn ook de selve linien proportionaal AB, CD, :: EF, GH. Fig. 247

I. Stell.

Bew. Om dat AB, CD a :: EF, GH is, a gegs.

 daar-

daarom $\frac{ABI}{DKC}$ [b] ∞ $\frac{AB}{CD}$ 2 maal [a] $\frac{EF}{GH}$ 2 maal [c] ∞ $\frac{EM}{GO}$;
b 19.6 c 20.6 derhalven ABI, CDK [d] :: EM, MO, dat te
d gev. 23.5 bewysen was.

2. *Stell.*

e geg. *Bew:* Dewyl ABI, CDK [e] :: EM, MO
f 19.6 g 20.6 is, soo is $\frac{AB}{CD}$ 2 maal [f] ∞ $\frac{ABI}{CDK}$ ∞ $\frac{EM}{GO}$ [g] ∞ $\frac{EF}{GH}$ 2 maal,
h gev. 23.5 derhalven AB, CD [h] :: EF, GH, dat te bewysen was.

Byvoeg.

Hier uyt werd geseyd, en bewesen de reden der multiplicatie van surdische grootheden, by exempel: Laat $\sqrt{5}$ gemultipliceert werden met $\sqrt{3}$, soo komt'er $\sqrt{15}$. Want uyt de definitie der multiplicatien, soo moet 1, $\sqrt{3}$ :: $\sqrt{5}$ de uytkomst zyn, derhalven door dese q. 1. q. $\sqrt{3}$ :: $\sqrt{5}$. q. d'uytkomst, dat is 1. 3 :: 5. q. de uytkomst, derhalven q. de uytkomst is 15., en daarom $\sqrt{15}$. de uytkomst van $\sqrt{3}$. met $\sqrt{5}$ is, dat te bewysen was.

NB. q. betekent quadraat.

BEWYS-STUK.

Petr: Herig: Fig. 248 *Als een rechte linie AB nagevallen gedeelt is in D, zoo is de rechthoek van de stukken AD, DB middel proportionaal tusschen de quadraten van de selve stukken: ook is de rechthoek begrepen van de geheele AB en een stuk AD ofte DB middel proportionaal tusschen 't quadraat van de geheele AB en 't quadraat des selven deels AD of DB.*

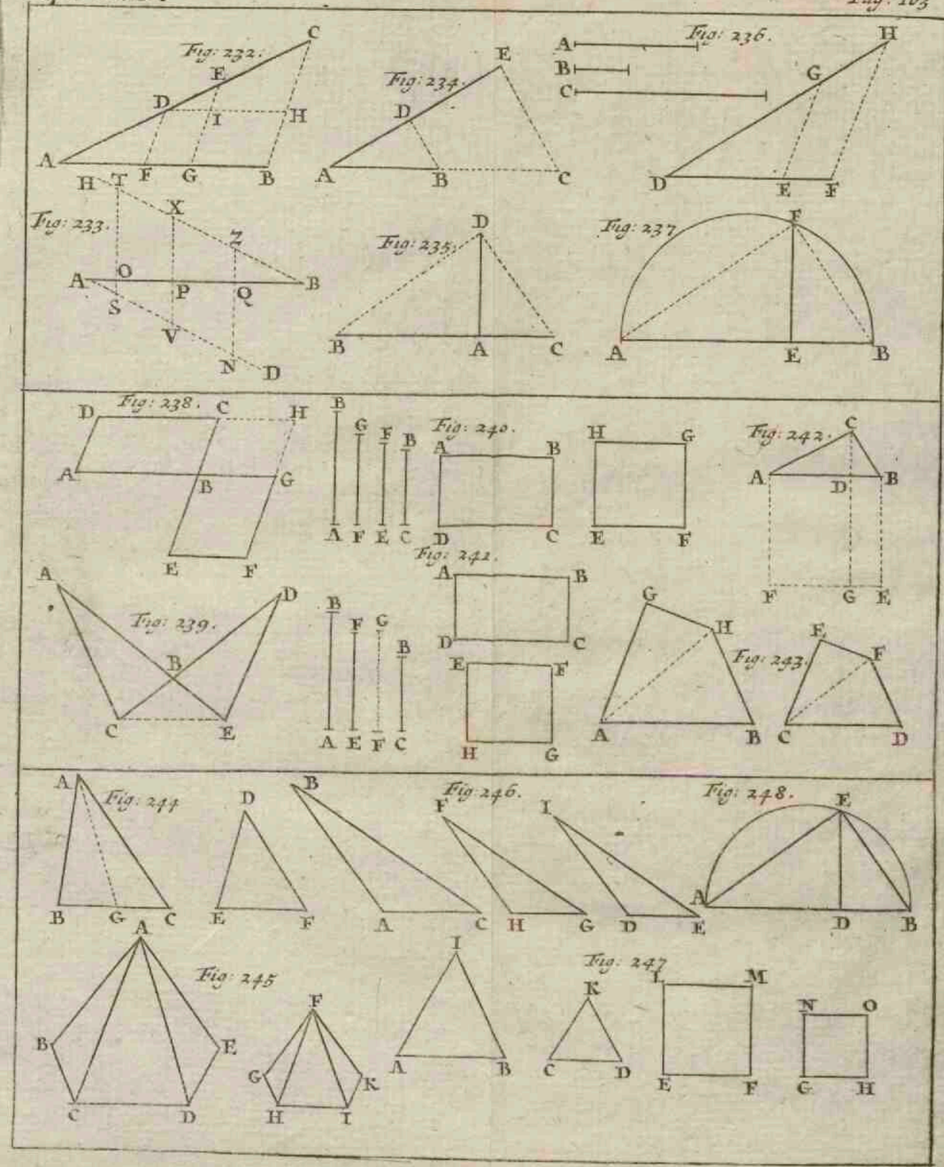


Fig: 232.
Fig: 233.
Fig: 234.
Fig: 235.
Fig: 236.
Fig: 237
Fig: 238.
Fig: 239.
Fig: 240.
Fig: 241.
Fig: 242.
Fig: 243.
Fig: 244
Fig: 245
Fig: 246.
Fig: 247
Fig: 248.

Op AB als Diameter [a] beschryft de halve Cirkel AEB, en uyt D [b] trekt DE perpenpiculaar op AB ontmoetende de halve Cirkel in E, dan [c] trekt AE, EB. a 3 beg. 1 b 11: 1 c 1 beg. 1

Bew. Het blykt dat AD, DE [d] :: DE, DB derhalven □ AD, □ DE [e] :: □ DE, □ DB, dat is □ AD, ▭ ADB [f] :: ▭ ADB, □ DB, dat te bewysen was. d gev. 8 6 e 22: 6 f 17: 6

Wyders BA, AE [g] :: AE, AD derhalven □ BA, □ AE [h] :: □ AE, □ AD dit is □ BA, ▭ BAD [i] :: ▭ BAD, □ AD, en op deselve wyse □ AB, ▭ ABD :: ▭ ABD, □ AB, dat te bewysen was. g gev. 8. 6 h 22. 6 i 17. 6

Dus wil *P. Hierogonius*, anders bewyst men dit ook seer licht uyt de 1 : 6 en 11 : 5.

PROPOSITIE. 23.

De gelykhoekige Parallelogrammen AC, CF zyn tot malkander in de geaddeerde reden van haar zyden $\left(\frac{AC}{CF} \infty \frac{BC}{CG} + \frac{DC}{CE}\right)$ Fig. 249

Ber. [a] Voegt de ▱s AC, CF aan malkander dat de zyden om de gelyke hoeken C in een rechte linie BCG komen, dan is DCE ook een [b] rechte linie, en [c] aangevoegt 't ▱ CH. a 3: 1 b byv. 15: 1 c 2 beg. 1

Bew. Het blykt dat $\frac{AC}{CF}$ [d] $\infty \frac{AC}{CH} + \frac{CH}{CF}$ [e] $\infty \frac{BC}{CG} + \frac{DC}{CE}$ is, dat te bewysen was. d 20 def. 5 e 1: 6

Gevolg.

Andr: Tacq: 15. 5 Hier uyt en uyt de 34 1. blykt dat de Trian-
gels welkers eene hoek aan C gelyk hebben, re-
Fig. 250 den hebben uyt de geaddeerde redens van de rechte AC tot CB, en LC tot CF, die de gelyke hoeken begrypen.

Ten tweeden. Blykt ook dat de rechthoeken
* 35: 1 en * daarom alle Parallelogrammen onder malkander een reden hebben, geaddeert uyt de redens van de basis tot de basis, en der hoochte tot de hoochte: Niet anders salmen 't ook van de Triangels verstaan.

Ten derden. Blykt hoe de proportie der Triangels en Parallelogrammen kan bekomen werden.

Fig. 250 Laat X en Z Parallelogrammen zyn, welkers basen zyn AC, CB en hare hoochten CL, CF. Maak CL, CF :: CB, O, soo is X, Z
† 14: 6 en 1. 6 † :: AC, O, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 24.

Fig. 251 *In alle Parallelogrammen ABCD, zyn de Parallelogrammen EG, FH die om den Diameter AC staan, onder malkander, en ook met de geheele gelykformig.*

Bewys. Dewyle de ▱men EG, HF elk een hoek moet het geheele gemeen hebben, soo zynse
a 29: 1 onder malkanderen a gelykhoekig; ook zyn de △s ABC, AEI, IHC, als mede de △s ADC, AGI, IFC onder malkanderen a gelykhoekig, derhalven AE,

AE, EI b :: AB, BC b 4: 6
en AE, AI b :: AB, AC
ook AI, AG b :: AC, AD

Derhalven uyt de gelyke AE, AG c :: AB, AD c 22: 5
en daarom ▱men EG, BD d gelykformig zyn, op
deselve wyse zyn ook de ▱men HF, BD gelyk- d 1 def. 6
formig, en oversulks ▱men EG, HF mede e ge- e 21: 6
lykformig, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 25.

Een rechtlinische figuur P, te beschryven, die gelyk is een gegeven rechtlinische figuur F, en gelykformig en alsoo gestelt, als een ander gegeven rechtlinische figuur ABEDC. Fig. 252

t Werk. Op een der zyde als AB van de gegevene ABEDC, a maakt de ▭ AL ∞ de figuur ABEDC, en op BL de b ▭ BM ∞ de figuur F. c Vindt dan tusschen AB, BH de middel proportionaal BG, op BG of NO ∞ BG genomen, d maakt de figuur P, gelykformig en alleens gestelt als de figuur ABEDC, deselve is de begeerde a 45: 1 b 44: 1 c 13: 6 d 18: 6

Bew. Dewyl AB, BG (NO) e :: NO, BH e 't werk is, soo is ABEDC e (LA), P f :: AB, BH f 20: 6
g :: AL, BM derhalven P h ∞ BM e ∞ F, dat te bewysen was. g 1: 6 h 14: 5

PROPOSITIE 26.

Soo van een Parallelogram ABCD een ander Parallelogram AGFE genomen wert, welk met het selve gelykformig en alsoo gestelt is, ende een hoek EAG gemeen hebben, dan staat Fig. 253

het afgetrokkene ook om den ſelven Diameter A C als het geheele.

Ber. Indien A C de gemeene Diameter niet is, ſoo laat A H C de Diameter van 't ▱ A G F E
a 31. 1 zyn, die ſnyd E F in H. en [a] trekt H I ═ E A.
Bew. Dit ſoo geſtelt zynde ſullen de ▱men
b 24: 6 E I, D B [b] gelykformig zyn, derhalven A E,
c 1 def. 6 E H [c] :: A D, D C [d] :: A E, E F en daarom
d geg. e 9: 5 E H [e] ∞ E F dat [f] niet weſen kan, deſelve ſtry-
f 9 gem. 1 digheden ſullen 'er zyn in alle punten die de Diameter, buyten F de rechte E F, F G doorſnydt, en daarom A F C de gemeene Diameter, en alſoo ſtaan de ▱men om den ſelven Diameter, dat te bewyſen was.

PROPOSITIE 27.

Fig. 254 *Als op de helft B C eener rechte linie A B een Parallelogram B D gemaakt is, ende een ander A G op een ſtuk A K der linie A B, alſoo dat het Parallelogram B G gemaakt op het reſterende ſtuk K B het eerſte gelykformig en om den ſelven Diameter B D geſtelt: ſoo is het Parallelogram B D op de halve linie C B grooter als het Parallelogram A G dat op 't eerſte ſtuk A K ſtaat.*

a 2 beg. 1 *Ber.* [a] Verlengt K G tot D E in N.
b 43: 1 *Bew.* Het ▱ G E [b] ∞ ▱ G C is:
addt. ▱ K I ∞ ▱ K I gemeen.

c 2 gem. 1 komt ▱ K E [c] ∞ ▱ C I [d] ∞ ▱ A M
d 36: 1 addt. ▱ C G ∞ ▱ C G

komt de haak Q R [c] ∞ ▱ A G
maar

maar de haak QR is [e] ⊐ ▱ BD, ergo ▱ BD [c] e 9 gem: 2
[f] ⊏ ▱ AG, dat te bewysen was. f 1 gem. 1

PROPOSITIE 28.

Op een gegeven rechte linie AB, te voegen twee Parallelograms AP, ZR van gelyke hoochte, zulks dat het eene ZR gelykformigh een gegeven Parallelogram D is, en het ander AP gelyk is een gegeven rechtlinische figuur C, doch niet grooter als 't Parallelogram EG welke op de halve linie AB gelykformig het gegeven Parallelogram D gestelt is Fig. 255

't Werk. [a] Deelt AB in tweën gelyk in E, op EB [b] maakt 't ▱ EG gelykformig het gegeven D, en [c] laat zyn ▱ EG ∞ C + I, om dat C niet [d] ⊏ EG is, [e] maakt het ▱ NT ∞ I en gelykformig D of EG, dan [f] trekt de Diameter BF, en [g] maakt FO ∞ KN, en FQ ∞ KT door O en Q, [h] trekt RS ═ AB, QZ ═ FE, soo zyn AP, ZR de begeerde a 10: 1 b 18: 6 c byv. 45. 1 d geg. e 25. 6 f 1 beg. 1 g 3: 1 h 31: 1

Bew. De ▱ [s] D, EG, OQ, NT, ZR zyn onder malkander [i] gelykformig, en ▱ EG [k] ∞ ▱ NT + C, maar ▱ OQ [k] ∞ ▱ NT, derhalven ▱ EG [l] ∞ ▱ OQ + C i 't werk en 24: 6 k 't werk l 1 gem. 1

sub: ▱ OQ ∞ ▱ OQ gemeen.

rest de haak OBQ [m] ∞ C

Wyders ▱ PG [n] ∞ ▱ EP m 3 gem. 1 n 43: 1

add: ▱ ZR ∞ ▱ ZR gemeen.

▱ ZG [o] ∞ ▱ ER [p] ∞ ▱ AO o 2 gem. 1

add: ▱ EP ∞ ▱ EP gemeen p 36 1 q boven bew.

komt de haak OBQ [o] ∞ ▱ AP [q] ∞ C, dat te doen was.

PROPOSITIE 29.

Fig. 256 *Op een gegeven rechte linie A B een parallelogram A N te voegen gelyk een gegeven rechtlinische figuur C, alsoo dat van 't selve een stuk buyten A B kome, als P O, gelykformig met een ander gegeven Parallelogram D.*

a 10: 1 *'t Werk.* [a] Deelt A B in tweën gelyk in E,
b 18: 6 [b] maakt op E B het ▱ E G gelykformig het ge-
c 25: 6 geven D: [c] maakt 't ▱ H K ∞ ▱ E G + C
d 3: 1 en gelykformig D of ▱ E G. Wyders [d] maakt
F E L ∞ I H, F G M ∞ I K, dan [e] trekt door L
e 31: 1 en M, R N ═══ A B, M N ═══ F L, en [e] A R
f 2 beg. 1 ═══ M N, [f] verlengt A B tot M N in P, en G B
g 1 beg. 1 tot N R in O, en [g] trekt de Diameter F B N, soo
is A N het begeerde ▱, en P O het begeerde
stuk.

h 't werk. *Bew.* De ▱men D, H K, L M, E G zyn [h] ge-
i 24. 6 lykforming, daarom ▱ O P [i] gelykformig ▱ L M
of D, ook is

▱ L M [h] ∞ ▱ H K [h] ∞ ▱ E G + C
▱ E G ∞ ▱ E G gemeen.
sub:

k 5 gem. 1 haak E N G [k] ∞ C
l 43: 1 Maar ▱ B M [l] ∞ ▱ L B [m] ∞ ▱ A L is.
m 36. 1 addt ▱ L P ∞ ▱ L P

o 2 gem. 1 komt haak E N G [o] ∞ ▱ A N [p] ∞ C,
p boven bew. dat te doen was

PRO-

PROPOSITIE 30.

Een gegeven rechte linie AB in de uyterste en middelste reden te deelen (AB, AG :: AG, GB). Fig. 257

't Werk. a Deelt AB in G, alsoo dat AB x BG ∞ □ AG is. a 11:2

Bew. Derhalven BA, AG b :: AG, GB, dat te doen was. b 17:6

PROPOSITIE 31.

Fig. 258

In de rechthoekige Triangelen ABC is de figuur BF beschreven op de zyde BC over den rechten hoek BAC gelyk beyde soodanige gelykformige figuren BG, AL op elks der andere zyden BA, AC.

Ber. Uyt A a trekt AD perpendiculaar op BC. a 11:1

Bew. Dewyle DC, CA b :: CA, CB is, soo zal de figuur AL, figuur BF c :: DC, CB. Ook om dat DB, BA b :: BA, BC is, daarom figuur BG, figuur BF c :: DB, BC, derhalven figuur AL + BG, figuur BF d :: DC + DB (BC) BC, dienvolgens figuur AL + figuur BG e ∞ fig. BF, dat te bewysen was. b gev. 8. 6. c 20. 6 d 24: 5. e byv. 14. 5.

Ofte aldus.

Fig. BG, fig. BF f :: □ BA, □ BC f 22:6

en fig. AL, fig BF f :: □ CA, □ BC

derhal. fig. BG + AL, BF g :: □ BA + □ CA □, BC g 24: 5

maar □ BA + □ CA h ∞ □ BC, derhalven h 47. 1

fig. BG + fig. AL i ∞ fig. BF, dat te bewysen was. i 9. 5

Gevolg.

Uyt dit voorstel kunnen alle gelykformige figuren by gedaan en afgetrocken werden, op de selve wyse als de quadraten by gedaan en afgetrocken werden in de byvoeg van de 47: 1.

PROPOSITIE 32.

Fig. 259 *Als twee Triangels A B C, D C E elks twee zyden bysonder geproportioneert zyn (A B, A C :: D C, D E) ende alsoo met een hoek C aan malkander gestelt, dat de zyden in gelyke reden parallel zyn A B tot D C en A C tot D E, dan sullen de twee andere zyde B C, C E in een rechte linie zyn.*

a geg. *Bew.* Om dat A B [a] ═ D C, en A C [a] ═ D E is, daarom de hoek A [b] ∞ A C D [b] ∞ D en
b 29. 1 A B, A C [a] :: D C, D E is, derhalven
c 6. 6 de hoek B [c] ∞ D C E } add.
en A ∞ A C D }
d 2 gem. komt B + A [d] ∞ A C E
addeert A C B ∞ A C B
e 32. 1 komt B + A + A C B [e] ∞ 2 rechte [d] ∞ A C E, + A C B daarom B C E een [f] rechte linie, dat te bewysen
f 14. 1 was

PROPOSITIE 33.

Fig. 260 *In gelyke Cirkelen D B C A, H F G P zyn de hoeken soo B D C, F H G aan 't Centrum, als B A C, F E G aan de Circumferentie, tot malkander in reden als de bogen B C, F G op welke* *ke die staan: insgelyks zyn mede de deelers BDC, FHG tot malkander*

Ber. a Trekt de rechte BC, FG, en b voegt CI ∞ CB, als mede GL ∞ FG ∞ LP, neemt in de boge BC, CI de punten M, N na gevallen: en a trekt DI, HL, HP, BM, MC, CN, NI. a 1 beg. 1 b 1: 4

Bew. Om dat de rechte BC, CI, als ook FG, GL, LP c ∞ zyn, daarom zyn ook de boogen BD d ∞ CI, en de boogen GL, LP d ∞ FG, en dienvolgens de hoek CDI e ∞ BDC, en hoek GHL e ∞ GHF e ∞ LHP, derhalven de booge BI soo veel maal de booge BC als de hoek BDI van de hoek BDC, ook mede de booge FP soo veel maal de booge FG, als de hoek FHP van de hoek FHG, soo dan de booge BI ⊏, ∞, ⊐ FP is, sal ook de hoek BDI f ⊏, ∞, ⊐ FHP zyn, daarom de boogen BC, FG g :: de hoeken BDC, FHG h :: $\frac{BDC}{\,}$, $\frac{FHG}{2}$ i :: A, E, dat te bewysen was. c ber. d 28. 3 e 27. 3 f 27. 3 g 6 def. 5 h 15. 5 i 20. 3

Wederom de hoek BMC k ∞ CNI daarom Cirkel-stuk BCM l ∞ CIN, en ook de △ BDC m ∞ △ CDI, derhalven de deeler BDCM n ∞ CDIN, op de selve wyse zyn de deelers FHG ∞ GHL ∞ LHP, indien dan de booge BI ⊏, ∞, ⊐ FGP is, sal insgelyks de deeler BDI ⊏, ∞, ⊐ FHP zyn, derhalven zyn de deelers BDC, FHG o :: de boogen BC, FG, dat te bewysen was. k 27. 3 l 24 3 m 4 1 n 2 gem. 2 o 6 def. 5

Gevolgen.

Hier uyt, 1. Gelyk de deeler tot de deeler, alsoo de hoek tot de hoek.

2. De

2. De hoek BDC aan 't Centrum is tot 4 rechte, als de booge BC, op welke sy staat, tot de geheele Circumferentie.

Want gelyk de hoek BDC tot een rechte, alsoo de booge BC tot een vierendeel Cirkels, derhalven BDC tot 4 rechte, als de booge BC tot 4 vierendeel Cirkels, dat is de geheele circumferentie, ook de hoek A tot 2 rechte, alsoo de booge BC tot de circumferentie.

Fig. 261 3. De boogen IL, CB van ongelyke Cirkelen die gelyke hoeken, 't zy in 't Centrum als IAL, BAC, 't zy in de circumferentie ondertogen staan, die zyn gelykformig.

Want IL, circumferens : : hoek IAL, (BAC) 4 rechte. Ook booge BC, circumferens : : hoek BAC, 4 rechte, derhalven IL, circumferens : : BC, circumferens, daarom de boogen IL, BC gelykformig zyn. Daar van komt

4. Dat twee halve Diameters AB, AC van een Centrums Circumferentien gelykformige boogen IL, BC affnyden.

Eynde des festen Boeks.

ELFDE

ELFDE BOEK.

Definitien.

1. *Corporale Figuur* (*Solidum*) is, welker lengte, breete ende diepte heeft.
2. Wiens uyterften syn *superfitien.*
3. Een *rechte linie* A B is perpendiculaar op een vlak C D, als alle linien B D, B E, B F op't selve vlak na den selven getrocken met hem in rechte hoeken A B D, A B E, A B F t'samen komen. Fig. 262
4. Een *Vlak* A B is perpendiculaar op een vlak C D gerecht, als de rechte linien F G, H K, getrocken op 't eene vlak A B, perpendiculaar met de linie E B der gemeene doorsnydinge, mede perpendiculaar op 't ander vlak C D zyn. Fig. 263
5. De *neyging* of *helling* eener rechte linie A B, tot een vlak C D, is den scherpen hoek A B E, begrepen van deselve linie A B, ende van een ander rechte linie B E getrocken in 't vlak C D uyt B, 't begin der neygende, door t punt E, in welke een perpendiculaar A E valt van 't bovenste derzelve neygende linie A B. Fig. 264
6. Een *vlak* A B neygt of helt op een ander vlak C D, als de perpendiculare linien F H, G H in elks getrocken met de linie E B der gemeene doorsnydinge, ende uyt een selfde punt H, dan niet perpendiculaar d' een A B op d' ander C D zyn; ende de neyging sulker Fig. 265

vlacken

vlacken, is den ſcherpen hoek F H G begrepen van de perpendicularen F H, G H.

7. Een *vlak* werd gezeyd gelykformig op een vlak te hellen, als de voorzeyde hoeken der helling malkander gelyk zyn.

8. *Parallele vlacken* zyn, die verlengt werdende noyt malkander ontmoeten.

9. *Gelykformige corporale figuren* zyn, welke van even veel gelykformige ſuperfitien begrepen zyn.

10. *Gelyke* en *gelykformige corporale figuren* zyn, welke van even veel gelyke en gelykformige ſuperfitien begrepen zyn.

11. *Corporalen hoek* is de t'ſamenkoming in een ſelfde punt, van meer als twee linien die niet in het ſelfde vlak zyn tot alle de linien der helling e.

Anders.

Corporalen hoek, is de t'ſamenkoming in een ſelfde punt, van meer als twee platte hoeken, geſtelt zynde op verſcheyde ſuperfitien.

Fig. 266 12. *Piramis*, is een lichamelyke figuur van veelderleye vlacken begrepen, die malkander in een ſelfde punt ontmoeten, ende hebbende een ander vlak voor baſis.

In de figuren 266, zyn A B C, A B C E, A B C F E den baſis van den Piramis A B C D, A B C E D, A B C F E D, welke baſis kan zyn een driehoek, vierhoek, vyfhoek of andere veelhoek: maar de andere vlacken die van den baſis geſet tot aan 't punt D te ſamen komen, ſyn alle Triangels.

13. *Priſma*

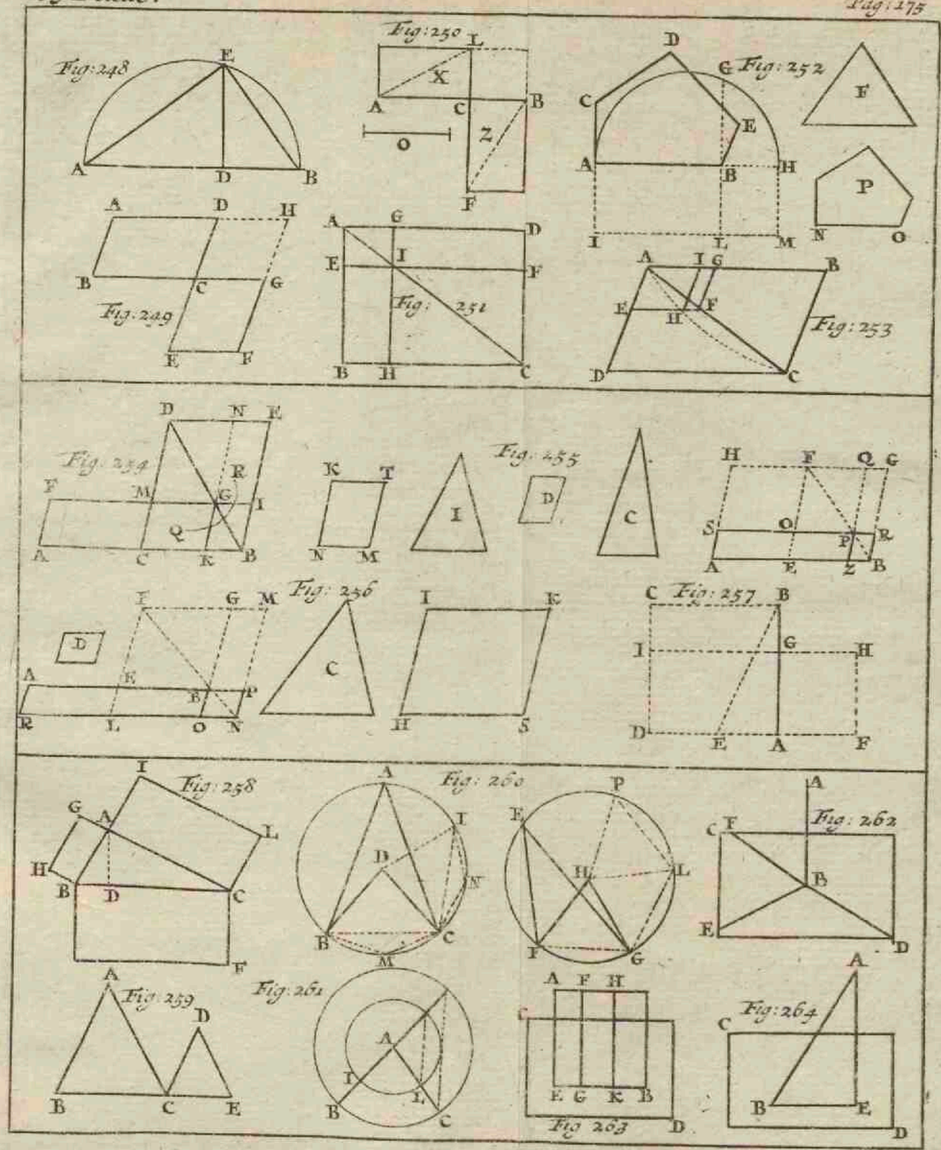


Fig: 248
Fig: 250
Fig: 252
Fig: 249
Fig: 251
Fig: 253
Fig: 254
Fig: 255
Fig: 256
Fig: 257
Fig: 258
Fig: 260
Fig: 262
Fig: 259
Fig: 261
Fig: 264
Fig: 263

13. *Prisma* is een corporale figuur, begrepen van fulke vlacken, die de twee over malkander, zyn parallel, gelyk en gelykformige figuren, maar de andere zyn parallelogrammen. Fig. 267

Dese figuren zyn Prisma, waar van A B C, D E F ook A B C D, H G F E, als mede A B C D E, F G H I K parallele, gelyke en gelykformige vlacken zyn, die driehoeken of veelhoeken konnen wesen: ende de andere A C F E, A B D E, B D F C &c. zyn parallelogrammen.

14. *Sphera*, is een figuur begrepen, wanneer den Diameter A B eens halven Cirkel A C B onbeweeglyk blyvende, den selven halven Cirkel gekeert werd, tot dat hy komt daar hy begonnen heeft. Fig. 268

Gevolg.

Hier van daan zyn alle de linien uyt 't centrum der Sphere tot de superficie of de uytterste vlakte onder malkander gelyk.

15. *Asse* (*Axis*) der Sphere is de onbeweeglyken Diameter A B, om welke den halven Cirkel A C B draayt.

16. Het *Centrum* der *Sphere*, is 't punt D, het selve van den halven Cirkel A C B.

17. *Diameter* der *Sphere*, is een sekere rechte linie, gaande door 't Centrum der selve, ende eyndigt aan de superficie ofte uyterste vlakte der sphere.

18. *Conus*, is een corporale figuur A E B C D begrepen, door een rechthoekigen Triangel Fig 269

gel

gel C D A als van deselve een der recht-
hoeks zyde D C onbeweeghlyk blyvende, den Triangel C D A, een keer doet, rontsom de selve zyde D C passerende 't punt A langs de Cirkel A E B: En soo deze onbeweeglyke zyde C D gelyk is de ander rechthoeks zyde D A, sal de Conus rechthoekig zyn, dat is den hoek A C B (als No. 1.) maar minder wythoekig (als No. 2.) ende meerder scherphoekig (als No. 3.)

19. *Asse der Cone*, is deselve onbeweeglyke linie D C, om welke den Triangel C D A drayt.

20. Maar den Cirkel D A E B beschreven door de drayende rechthoeks zyde D A met 't uyterste punt A, is den basis der Cone A E B C D.

Fig. 270 21. *Cylinder*, is een corporale figuur A B F D begrepen door een rechthoekig parallelogram A C E D, als een der zyden C E onbeweeglyk blyvende, het parallelogram A E een keer om deselve zyde C E doet,

22. *Asse des Cylinders*, is deselve onbeweeglyke linie C E, om welke het parallelogram A E beweegt werd.

23. *Basis des Cylinders* zyn de Cirkels C A B, E D F die door 't drayen van 't parallelogram A E, met de uyterste punten A en D, der andere rechthoeks zyde van 't geseyde parallelogram beschreven werden.

Fig. 271 24. *Gelykformige Conen* A B C; E F G. en Cylinderen A B I K, E F L M zyn, wiens assen D C, H G, ende Diameters haarder basen, als A B, E F. geproportioneert zyn (D C, H G (:: A B, E F)

25. Cu-

25. *Cubus* is een Corpus (Lichaam) begrepen van ses gelyke quadraten. Fig. 272

Als in dese figure is B G H A D E F C een cubus, waar van ABCD, AHED, ABGH, FGHE, FGBC, FCDE yder voor een quadraat aangemerkt moet werden die alle gelyk zyn.

26. *Parallelepipedum* is een Corpus begrepen van ses vier zydige vlakken, waar van die, de welke over malkander staan parallele zyn. Fig. 273

Gelyk als in dese figure ABCD, EFGH ook ABGH, DCFE, als mede AHED, BGFC parallel zynde, soo is ABCDEFGH een parallelepipedum.

De verdere *Definitien* die Euclides in dese noch stelt, dienen alleen tot het gene hy op 't laatst van 't 13, 14 en 15 boek voorstelt, die wy kortheyts halven hier niet byvoegen.

PROPOSITIE I.

Van een rechte linie, en kan niet een deel A C op een vlak D E, ende het ander deel C B in de lucht zyn. Fig. 274

Ber. [a] Verlengt A C in 't voorgestelde vlak tot F. *Bew.* Soo nu A C B een rechte linie is, dan hebben die twee rechte A C B en A C F een gemeen deel A C, dat [b] niet wesen kan, daarom moet C B ook op 't vlak D E zyn, als die een rechte linie met A C maken sal, dat te bewysen was.

[a] 2 beg. 1
[b] 10 gem. 1

PROPOSITIE 2.

Fig. 275 *Soo twee rechte linien A B, C D malkander doorsnyden in E, soo zynse op een selfde vlak, ende de Triangel D E B is een vlak.*

a 1 beg. 1 *Ber.* In de △ D E B [a] trekt nagevallen de rechte F G.

Bew. Stelt nu dat de △ D E B en zyn deel E F G in een vlak zyn, maar F D G B in een ander vlak, dan is van de rechte E D, een deel E F in het voorgestelde, maar het deel F D in de lucht,
b 1: 11 dat [b] niet wesen kan, derhalven de △ D E B in een vlak is: en daarom ook de rechte E D, E B, en [b] vervolgens de geheele A B, D C in een vlak, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 3.

Fig. 276 *Soo twee vlacken A B, C D malkander doorsnyden in E, F haar gemeene snede E F is een rechte linie.*

Ber. Soo de gemene snee E F geen rechte linie is,
a 1 beg. 1 soo [a] trekt in 't vlak A B de rechte E G F, en in 't vlak C D de [a] rechte E H F.

Bew: Dewyle beyde rechte E G F, E H F deselve uyterften E en F hebben, soo besluyten die
b 14 gem. 1 een plaats, dat [b] niet wesen kan, derhalven E F een rechte linie, dat te bewysen was.

PRO-

PROPOSITIE 4.

Soo twee linien AB, CD malkander doorsnyden in Fig. 279 *E, ende in 't punt E van haar doorsnydinge een perpendiculaar E F gerecht werd, dese sal mede perpendiculaar zyn op 't vlak derselver ABCD.*

Ber. Maakt E A, E C, E B, E D alle [a] ∞, en a 3: 1
[b] trekt de rechte A C, C B, B D, A D, door E b 1 beg. a
trekt na gevallen de rechte G H: eyndelyk [b] trekt de rechte A F, F C, F D, F B, F G, F H.

Bew. In de △s A E D, C E B is A E [c] ∞ E B, D E [c] ∞ E C, en de hoek A E D [d] ∞ C E B, derhalven A D [e] ∞ C B, om deselve reden, dewyle de hoek A E C [d] ∞ D E B is, sal ook D B [e] ∞ A C zyn, en daarom A D [f] ═ C B en A C [f] ═ D B, dienvolgens de hoek G A E [g] ∞ E B H en A G E [g] ∞ E H B, en de zyde A E [c] ∞ E B, derhalven G E [h] ∞ E H, A G [h] ∞ B H: Wyders hebben de △s E A F, E B F de zyde E F gemeen, en A E [c] ∞ E B, en de hoek F E A [i] ∞ F E B, dies is F A [e] ∞ F B, op deselve wyse is F A [e] ∞ F C [e] ∞ F D, daarom de △s A D F, F B C onder malkander gelykzydig zyn, derhalven de hoek D A F [k] ∞ C B F dienvolgens van de △s F A G, F B H, de hoek G A F ∞ H B F en A G ∞ B H, A F ∞ F B bewesen, daarom F G [l] ∞ F H is, en vervolgens (dewyl G E ∞ E H is) de △s F E G, F E H onder sig gelykzydig, derhalven de hoek F E G [k] ∞ F E H [m] ∞ recht. Op deselve wyse maakt F E met alle de rechte linien die in 't vlak A D B C door E getrokken zyn, rechte hoeken, derhalven F E [n] perpendiculaar op 't selve vlak, dat te bewysen was.

c ber.
d 15: 1
e 4: 1
f byv. 34: 1
g 29: 1
h 26: 1
i geg. en 12 gem. 1
k 8: 1
l 4: 1
m 10 def. 1
n 3 def. 11

PROPOSITIE 5.

Fig. 278 *Soo een rechte linie A B, op drie rechte linien AC, AD, A E die malkander in een punt A ontmoeten, perpendiculaar staat, deselve drie linien zyn in een vlak.*

a 2:11 *Bew.* Dewyle A C, A D in a een vlak F C, en A D, A E in a een vlak B E zyn, soo moeten dit dan verscheyde vlacken zyn, alsse alle 3 in geen een vlak zyn, laat derhalven A G haar gemeene
b 3:11 b snee wesen Om dat B A c perpendiculaer op
c 't geg. A C en A D staat, en ook in 't vlak F C, daarom
d 4:11 isse e perpendiculaar op A G. Maar B A is ook
e 3 def. 11 c perpendiculaar op A E, derhalven de hoek BAE
f 12 gem. 1 f ∞ B A G, dat niet g wesen kan, en daarom A C,
g 9 gem. 1 A D, A E in geen verscheyden, maar in een vlak, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 6.

Fig. 279 *Twee rechte linien A B, D C op een selfde vlak E F penpendiculaar gerecht, zyn parallel.*

a 1 beg. 1 *Ber.* a Trekt A D, en b stelt D G ∞ A B per-
b 3 en 11:1 pendiculaar op A D, dan a trekt A G, B D, B G.
Bew. Van de △s B A D, A D G is de hoek
c 12 gem. 1 B A D c ∞ A D G (om datse d recht zyn) en B A
d 't geg. en e ∞ G D en A D gemeen, derhalven B D f ∞
ber. A G, en alsoo de △s A G B, B G D de zyden d'een
e ber. d'ander gelyk, daarom ook g gelykhoekig, dat is
f 4:1 B A G ∞ B D G, maar de hoek B A G is h recht,
g 8:1
h 3 def. 11 dies is B D G ook recht, ook is de hoek G D C h recht, derhalven G D perpendiculaar op de drie

rechte

rechte A D, D B, C D, die daarom in i een vlak i 5: 11
zyn als B A, dewyle dan A B en D C op een vlak en 2: 11
zyn, en de inwendige hoeken B A D, C D A recht
zyn, soo is A B k = C D, dat te bewysen was. k 28. 1

PROPOSITIE 7.

Soo twee rechte linien AB, CD parallel zyn, en in deselve na gevallen genomen de punten E, F ende getrocken de rechte linie E F, deselve sal met de parallel linien op een vlak A B C D zyn. Fig. 280

Bew. Soo E F niet is in 't vlak A B C D, soo laat die in een ander vlak zyn, die A B, C D in de punten E, F snyd, en laat E C F haar gemeene snee wesen, deselve sal een a rechte linie zyn, derhalven sullen de twee rechte E F en E G F een plaats besluyten, dat b niet wesen kan, en daarom E F op 't selve vlak als A B, C D is, dat te bewysen was.

a 3: 11
b 14 gem. 1

PROPOSITIE 8.

Soo twee parallele rechte linien A B, D C welkers eene AB rechthoekig op 't vlak E F zy; sal ook d'ander CD rechthoekig op 't selve vlak zyn. Fig. 281

Bew. Door 't bereydsel en bewys 6: 11 zyn de hoeken G D A, G ~~D B~~ recht, derhalven G D a rechthoekig op 't vlak dat door A D, B D gaat, (in welke b A B, C D ook staan) dienvolgens is G D c perpendiculaar op C D, en daarom de hoek C D A ook d recht, derhalven C D e rechthoekig op 't vlak E F, dat te bewyzen was.

a 4: 11
b 7: 11
c 3 def. 11
d 29: 1
e 4: 11

PROPOSITIE 9.

Fig. * *De rechte linien AB, CD, die tegen een ander rechte linie EF parallel, maar niet in een selfde vlak zyn: die zyn ook onder malkander parallel.*

Ber. Neemt 't punt G na gevallen in EF, uyt deselve in 't vlak der parallele AB, EF a trekt GH perpendiculaar op EF: ook in 't vlak der parallele
a 11: 1 EF, CD, a trekt GI perpendiculaar op EF.
b ber. *Bew.* Dewyle de hoeken EGH, EGI b recht
c 4: 11 zyn, daarom EG c rechthoekig op 't vlak HGI;
d 8: 11 en op 't selve vlak zyn ook AH, CI d rechthoekig,
e 6. 11 derhalven AH e ═ CI, dat is AB ═ CD, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 10.

Fig. 282 *Soo twee rechte linien AB, AC die malkander raken, parallel zyn met twee andere rechte linien ED, DF malkander rakende, ende niet zyn in een zelfde vlak, die sullen gelyke hoeken BAC, EDF begrypen.*

a 3: 1 *Ber.* a Maakt AB ∞ DE, en AC ∞ DF, en
b 1 beg. b trekt de rechte AD, BC, EF, BE, CF.
c geg. *Bew.* Dewyl AB c ═ en d ∞ DE is, sal BE
d ber. e ═ en e ∞ AD zyn: op deselve wyse is CF
e 33: 1 e ═ en e ∞ AD, derhalven BE f ═ en f ∞
f 1 gem: 1 CF, en daarom ook BC e ═ en e ∞ EF, en
en 30: 1 alsoo de △s BAC, EDF de zyden d'een d'ander
g 8: 1 gelyk, derhalven de hoek BAC g ∞ EDF, dat te bewysen was.

PRO-

PROPOSITIE 11.

Van een gegeven punt A in de lucht, op een onderstelde vlak B C; een perpendiculaar rechte linie A I te trekken. Fig. 283

't Werk. Op 't vlak BC trekt na gevallen de rechte DE, op de selve uyt A [a] trekt de perpendiculaar AF, en uyt F in 't vlak BC [b] trekt FH perpendiculaar op DE, dan op FH [a] getrocken de perpendiculaar AI, deselve zal rechthoekig op 't vlak BC zyn. a 12. 1 b 11. 1

Ber. Door I [c] trek KIL ═ DE. c 31. 1

Bew. Om dat DE [d] rechthoekig op AF, en FH is, daarom DE [e] rechthoekig op 't vlak IFA, derhalven ook KIL op 't selve vlak [f] rechthoekig is, dienvolgens is de hoek KIA [g] recht, en dewyle de hoek AIF ook [h] recht is, daarom AI [i] perpendiculaar op 't vlak BC, dat te doen was. d 't werk. e 4. 11 f 8. 11 g 3 def. 11 h 't werk. i 4: 11

PROPOSITIE 12.

Uyt een gegeven punt A, in een vlak BC, een perpendiculaar linie A F op 't selve te rechten. Fig. 284

't Werk. Uyt 't punt D na gevallen buyten 't vlak [a] recht DE perpendiculaar op 't vlak BC, en [b] trekt AE, dan getrocken AF [c] ═ ED. a 11. 11 b 1 beg. 1 c 31. 1

Bew. Dewyl ED [d] perpendiculaar op 't vlak BC, en AF [d] ═ ED is, soo is ook AF [e] perpendiculaar op BC, dat te doen was. d 't werk. e 8. 11

Dit, als ook het voorgaande Werkstuk, werd volbracht, zoo twee Wilkelhaaken tot de gegeven punten gestelt werden, als blykt uyt de 4: 11.

PROPOSITIE 13.

Fig. 285 *Van een gegeven vlak AB, uyt een gegeven punt C in deselve, en konnen op eene zyde, geen twee perpendiculaar linien CD, CE gestelt werden.*

Bew. Indien beyde CD, CE op 't vlak AB
a 6: 11 perpendiculaar zyn, soo sullen die [a] = zyn, dat
b 34 def: 1 [b] niet wesen kan, om datse in C t'samen komen, en daarom de Propositie waar, dat te bewysen was.

Anders.

Bew. Soo CD, CE beyde rechthoekig op 't
a 2: 11 vlak AB zyn, dan [a] zynse in 't vlak FG (om datze in 't selve in C doorsnyden) en HG de gemeene doorsnydinge der vlacken is een [b] rechte linie, en
b 3: 11
c 3 def. 11 daarom de hoeken DCG, ECG [c] recht en [d] ge-
d 12 gem. 1 lyk, dat [e] niet wesen kan, derhalven de Propositie
e 9 gem. 1 waar, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 14.

Fig. 286 *Soo een rechte linie AB perpendiculaar is op twee vlacken CD, FE, deselve vlacken zyn parallel.*

Bew. Indien de vlacken CD, FE niet = zyn, soo moetense verlengt zynde, t'samen komen, laat sulks geschieden dat de rechte GH haar gemeene snee zy: Neemt hier in 't punt I na gevallen,
a 1 beg. 1 en [a] trekt de rechte IA, IB die sullen in de △
b geg. en IAB, de hoeken IAB, IBA beyde [b] recht moe-
3 def. 11 ten maken, dat [c] niet wesen kan, derhalven de vlac-
c 17. 1 ken CD, FE = zyn, dat te bewysen was.

PRO-

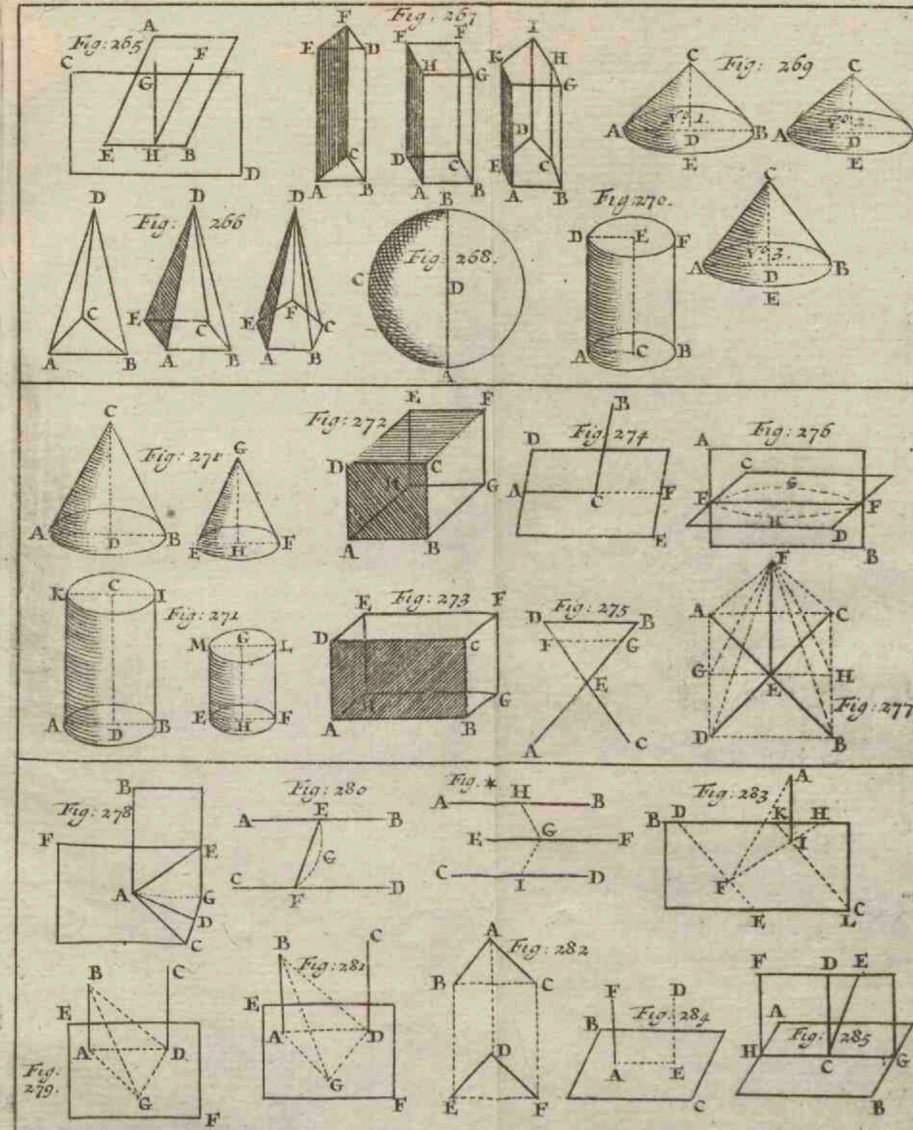


Fig: 265
Fig: 267
Fig: 269
Fig: 266
Fig: 268.
Fig: 270.
Fig: 271
Fig: 272
Fig: 274
Fig: 276
Fig: 271
Fig: 273
Fig: 275
Fig: 277
Fig: 278
Fig: 280
Fig. *
Fig: 283
Fig: 281
Fig: 282
Fig: 284
Fig: 285
Fig. 279.

PROPOSITIE 15.

Soo twee rechte linien A B, A C malkander raken- Fig. 287
de, parallel zyn met twee ander malkander ra-
kende rechte linien D E, D F, dese verschey-
den vlacken B A C, E D F in welke zy zyn:
zyn mede parallel.

Ber. Uyt [a] trekt A G perpendiculaar op 't a 11: 11
vlak E F, dan [b] trekt G H = D E, G I = D F. b 31: 1
Bew. Dewyl G H [c] = D E [d] = A B en G I [c] = c ber.
D F [d] = A C is, daarom de hoeken I G A, H G A [e] d geg.
recht zyn, en oversulks zyn ook de hoeken C A G, e 3 def. 11
B A G [f] recht, derhalven G A perpendiculaar op f 29. 1
't vlak B C is, maar deselve is ook [e] perpendiculaar
op 't vlak E F, ergo 't vlak B C [g] = E F is, dat te g 14. 11
bewysen was.

PROPOSITIE 16.

Soo twee parallel vlacken A B, C D, van een an- Fig. 288
der vlak H E I G F doorsneden werden, zyn
de linie E H, G F van haar gemeene sny-
ding parallel.

Bew. Indien E H, G F niet = zyn, soo sul-
len deselve verlengt zynde, t' samen komen, dat ik
neme in I te zyn, derhalven, dewyle de geheele
H E I, F G I in de vlacken A B, C D [a] zyn, soo a 1. 11
sullen deze voortgetrocken zynde, ook te samen
komen, dat [b] niet wesen kan, om datse [c] = b 8 def. 11
zyn, en daarom ook E H = G F, dat te bewy- c geg.
sen was.

PROPOSITIE 17.

Fig. 289 *Soo twee rechte linien ALB, CMD, van verscheyden parallele vlacken EF, GH, IK doorsneeden zyn, dezelve zyn dan proportionaal gesneden (AL, LB :: CM, MD).*

a 31: 1 beg. 1 *Ber.* In de vlacken EF, IK a trekt de rechte AC, BD, ook a AD gaande door 't vlak GH in N; dan a trekt NL, NM.

b 2: 11 *Bew.* De △s ADC, ADB b zyn vlacken, en
c 16: 11 maken de snede LN c ═ BD, NM c ═ AC,
d 2: 6. derhalven AL, LB d :: AN, ND d :: CM, MD, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 18.

Fig. 290 *Soo van een rechte linie AB, die perpendiculaar op een vlak CD staat, eenige andere vlacken EF &c. beginnen, desezullen alle perpendiculaar op 't selve vlak CD zyn.*

Ber Stelle dat EG is de gemeene doorsnydinge der vlacken CD, EF. Neemt in deselve 't punt
a 31: 1. H na gevallen in 't vlak EF, uyt H a trekt HI ═ BA.

b geg. *Bew.* Dewyle AB b perpendiculaar op 't vlak
c ber. CD, en HI c ═ BA is, soo is HI ook d per-
d 8: 11 pendiculaar op 't vlak CD, van gelyke sullen ook alle perpendicularen op de snee EG zyn, derhalven
e 4 def: 11 staat 't vlak EF e perpendiculaar op 't vlak CD. Om deselve reden sullen ook alle andere vlacken door AB getrocken perpendiculaar op 't vlak CD zyn, dat te bewysen was.

PRO-

PROPOSITIE 19.

Soo twee vlacken A B, C D malkander perpen-diculaar op een ander vlak G H ſnyden, dan is derſelver gemeene doorſnyding E F mede per-pendiculaar op 't ſelve vlak G H. Fig. 291

Bew. Dewyle de vlacken A B, C D [a] perpendi-culaar op 't vlak G H zyn, ſoo [b] blykt dat uyt 't punt F op yder vlak A B, C D een perpendiculaar op 't vlak G H kan getrocken werden, ende dat zal de [c] eenigſte zyn, en daarom de gemeene ſnee van bey de de vlacken A B, C D, dat is E F; ergo E F perpendiculaar op G H, dat te bewyſen was. a geg. b 4 def. 11 c 13: 11

PROPOSITIE 20.

Soo een Corporale hoek A B C D drie platte hoe-ken B A D, D A C, B A C begrypt: zyn twee van deſelve welke men wil t'ſamen meerder als de derde. Fig. 292

Ber. Indien de drie hoeken gelyk zyn, ſoo is het openbaar: maar ſooſe niet gelyk zyn, en dat B A C de grootſte is, ſoo [a] neemt daar van B A E ∞ B A D, en [b] maak A E ∞ A D, en trek door E ſoo 't valt B E C, die ſnyd A C, A B in C, B [c] trekt B D, D C. a 23. 1 b 3, 1 c 1 beg.

Bew. De △s B A D, B A E hebben A B ge-meen, en A E [d] ∞ A D, en de hoek B A E [d] ∞ B A D, dergalven B E [e] ∞ B D; d ber. e 4: 1

ende	B D + D C	[f] ⊏	B C		f 20, 1
ſubſ:	B D	∞	B E		
reſt	D C	[g] ⊏	E C		g 5 gem. 1

Nu

Nu is van de △ˢ DAC, EAC de zyde AC gemeen, AE [d] ∞ AD en DC ⊏ EC, derhalven de hoek DAC [b] ⊏ EAC

h 25: 1 add: BAD [i] ∞ BAE

i bewesen

k 4 gem. 1 komt DAC + BAD [k] ⊏ BAC, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 21.

Fig. 293 *Alle de Corporale hoeken, worden van minder als vier rechte platte hoeken begrepen.*

Bew. Aangesien de zyden van de Corperlyken hoek A van het vlak na gevallen gesneden werden, maakt de veelzydige figuur BCDE, ook soo veel △lem ABC, ACD, ADE, AEB, soo noem ik alle de hoeken van de veelhoek X, en de hoeken van de driehoekigen bases te samen, noem ik Y,

a 32. 1 en derhalven X + 4 rechte [a] ∞ Y + A.

byv. 32: 1 Maar dewyle (van de hoeken tot B) de hoek

b 20: 11 ABE + ABC [b] ⊏ CBE is, en 't selfde mede soo

c 5 gem. 1 is van de hoeken tot C tot D, tot E, soo [c] blykt dat Y ⊏ X is, en daarom A ⊐ als 4 rechte, dat te bewesen was.

PROPOSITIE 22.

Fig. 294 *Soo 'er zyn drie platte hoeken A, B, H C I welkers twee grooter zyn als de derde, begrepen van gelyke rechte linien AD, AE, FB, BG, CH, CI, soo is 't mogelyk, dat uyt de rechte linien DE, FG, HI, die gelyke rechte linien t' samen voegen, een Triangel kan gemaakt werden.*

Merkt,

Merkt. Van drie rechte linien, waar van twee derselver t'samen grooter zyn als de derde [a] kan een Triangel gemaakt werden. Maar in dit voorstel is 't aldus. a 22. 1

Ber. [b] Maakt den hoek HCK ∞ B en CK [c] ∞ CH, en [d] trekt HK, IK b 23. 1; c 3. 1

Bew. Van de △s FBG, KCH, is de hoek HCK [e] ∞ B de zyde CK [e] ∞ CH [f] ∞ BF [f] ∞ BG, daarom KH [g] ∞ FG, en om dat de hoek KCI (dat is [h] HCI + B) [f] ⊏ A is; sal KI [i] ⊏ DE zyn: maar KI [k] ⊐ HI + HK (FG; derhalven DE [l] ⊐ HI + FG. Op gelyke wyse kan getoont worden dat yder twee ⊏ zyn, als de derde, en vorvolgens dat daar van een △ gemaakt [m] kan werden, dat te bewysen was. d 1 beg. 1; e ber.; f geg.; g 4. 1; k ber. en 2 gem. 1; i 24. 1; k 20. 1; l 1 gem. 1; m 22. 1

PROPOSITIE 23.

Van drie platte hoeken A, B, C waar van de twee welke men neemt t'samen grooter zyn, als de overige een corporale hoek M H I K te maken: mits dat derselver drie hoeken, t'samen minder als vier rechte zyn. Fig. 295

't Werk. [a] Maakt AD, AE, BE, BF, CF, CG alle malkander gelyk; en [b] trekt DE, EF, FG van welke [c] maakt den △ HIK, sulks dat HI ∞ DE, IK ∞ EF, KH ∞ FG is, en om den selven [d] beschryft den Cirkel LHKI. En aangesien AD ⊏ HL is, soo laat □ AD [e] ∞ □ HL + □ LM zyn, en [f] stelt LM perpendiculaar op 't vlak des Cirkels HKI, en [g] getrocken HM, KM, IM soo is MHIK de begeerde corporale hoek. a 3. 1; b 1 beg. 1; c 22. 1; d 5. 4; e byv. 47. 1; f 12. 11; g 1 beg. 1

Bew,

Bew. Dewyl de hoek H L M [h] recht, en daarom
h 't werk. □ H M [i] ∞ □ H L ✢ □ L M [h] ∞ □ A D is, soo
i 47:1 sal H M [k] ∞ A D zyn. Op gelyke wyse werden M K,
k byv. 46:1 M I, A D (dat is A E, E B &c.) gelyk bewesen, dewyle dan van de △s A D E, H M I de zyde H M [h] ∞ A D, M I [h] ∞ A E en D E [h] ∞ H I is, soo zal
l 8.1 de hoek H M I [l] ∞ A zyn; op gelyke wyse is de hoek I M K [l] ∞ B, en H M K [l] ∞ C, derhalven is van de drie gegeven platte hoeken, gemaakt den Corporalen hoek M, dat te doen was.

Merkt. Wy hebben gestelt dat A D ⊏ H L is, 't welk aldus bewesen werd.

Want soo A D ∞ of ⊐ H L is, zal de hoek
a 't werk. A [a] ∞ of [b] ⊏ H L I zyn, Op deselve wyse zal B
en 8.1 ∞ of ⊏ H L K, en C ∞ of ⊏ K L I zyn, der-
b 21.1 halven A ✢ B ✢ C, [d] vier rechte of gelyk, of te
d 4. gev. 13.1 boven gaan, tegen de stelling, daarom dan A D ⊏ H L, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 24.

Fig. 296 *Soo een Corpus A B begrepen is van parallele vlacken; zyn derzelver over malkander staande vlacken (A G, D B &c.) gelykformige en gelyke parallelogrammen.*

a 1 beg. 1 *Ber.* [a] Trekt de rechte F D, G C.

Bew. Het vlak A C, snydt de parallele vlacken
b 16. 11 A G, D B, makende de snede A H [b] ═ D C:
om dezelve reden is A D [b] ═ H C, derhalven is
c 35 def. 1 A D C H een [c] ▱; op gelyke wyse zyn de overige vlacken van het ⬚ A B, [c] ▱men. Dewyle dan A F tot H G, en A D tot H C ═ zyn, zal de hoek

FAD

FAD d ∞ CHG zyn, derhalven ook AF e ∞ HG en AD e ∞ HC; en dien volgens AF, AD f :: HG, HC, de △s FAD, GHC dan g gelykformig en h ∞ zyn; daarom ook de ▱men AE, HB gelykformig en i ∞ zyn: het selfde kan van al de andere tegengestelde vlacken getoont worden. Ergo de Propositie waarachtig, dat te bewysen was.

d 10: 11
e 34. 1
f 7. 5
g 6. 6
h 4. 1
i 6 gem. 1

PROPOSITIE. 25.

Soo een corporaal parallelepipedum ABCD gesneden wort, door een vlak EF parallel tegen de overstaande vlacken AD, BC: soo zal de Basis AH tot de Basis BH zyn, als het Corpora AHD tot het Corpora BHC. Fig. 291

Ber. Laat 't ⊟ ABCD aan beyde zyden verlengt werden, en a neemt AI ∞ AE, BK ∞ BE, en b stelt de vlacken IQ, KP ═ de vlacken AD, BC.

a 3. 1.
b 31. 1

Bew. De ▱men IM, AH c en DL, DG d ook IQ, AD, EF &c. e gelykformig en gelyk zyn: derhalven 't ⊟ AQ e ∞ AF is, om de selfde reden is 't ⊟ BP ∞ BF, dienvolgens zyn de Corpora IF, EP, de corpora AF, EC gelykmenigvuldig, als mede de basis IH, KH den basis AH, BH. Soo dan de basis IH ⊏, ∞, ⊐ KA is, sal insgelyks 't Corpus IF f ⊏, ∞, ⊏ EP zyn, en daarom AH, BH g :: AF, EC, dat te bewysen was.

c 36 1 en 1 def. 6
d 24. 11
e 10 def. 11.
f 24. 11. en 10. def. 11.
g 6 def. 5

Alle dit selfde kan ook aan de prismaten toegepast worden; waarom

Gevolg.

Gevolg.

Soo eenig prisma gesneden wort, door een vlak parallel met de tegen overstaande vlacken, de sneede sal een figuur zyn, gelyk en gelykformig de overstaande vlacken.

PROPOSITIE 26.

Fig. 298 *Op een gegeven rechte linie A B, uyt een gegeven punt A in deselve, een corporale hoek A H I L te maken, die een ander corporale hoek CDEF gelyk is.*

'*t Werk.* Uyt een punt F [a] stelt F G perpendi-
a 11. 11. b 1 beg 1 culaar op 't vlak D C E, en [b] getrocken de rechte
c 3. 1 D F, F E, E G, G D, C G, [c] maakt A H ∞
d 23. 1 C D, en d'hoek H A I [d] ∞ D C E, ook A I [c] ∞ C E in 't vlak H A I, maakt de hoek H A K [d] ∞
e 12. 11 en D C G en A K [c] ∞ C G, dan [e] stelt K L ∞
3. 1 G F perpendiculaar op 't vlak H A I, en [b] trekt A L. Soo is de corporale hoek A H I L ∞ de gegeven corporale hoek C D E F.

Ber. [b] Trekt de rechte H K, K I, I L, L H.

Bew. Van de $\triangle$s D C G, H A K is A H [f] ∞
f 't werk C D, A K [c] ∞ C G, d'hoek H A K [f] ∞ D C G, daarom H K [g] ∞ D G is, ook

de hoek H A I [f] ∞ D C E
g 4. 1 en H A K [f] ∞ D C G

rest K A I [f] ∞ G C E daarom K I [g]
h 3 gem. 1 ∞ G E (want A I, A K [f] ∞ C E, C G zyn) wederom in de $\triangle$s, D G F, H K L is de hoek
i 12 gem. 1 K [i] ∞ G, om datse [f] recht zyn) K L [f] ∞ G F,

H K

HK[k] ∞ DG, dies is HL[g] ∞ DF. Ook in de △s AKL, CGF de hoeken K, G[f] recht AK[f] ∞ CG, KL[f] ∞ GF, daarom is AL[g] ∞ CF, derhalven de △s AHL, CDF de zyden d' een d' ander gelyk, daarom de hoek HAL[l] ∞ DCF; wyders in de △s EGF, IKL de hoeken G, K[f] recht KL[f] ∞ GF, KI[k] ∞ GE daarom LI[g] ∞ FE, en overſulks de △s CFE, ALI de zyden d' een d' ander gelyk, derhalven de hoek LAI[l] ∞ FCE, en vervolgens de corporale hoek AHIL ∞ CDEF, dat te bewyſen was.

k bewesen.

18. 1

PROPOSITIE 27.

Op een gegeeven rechte linie AB een corporale parallelepipedum AK te beſchryven gelykformig en gelykſtandig een voorgeſtelde parallelepipedum CD. Fig.

't Werk. Van de platte hoeken BAH, HAI, BAI die ∞ zyn FCE, ECG, FCG. [a] Maakt den corporale hoek A ∞ C, dan [b] maakt FC, CE :: AB, AH en CE, CG :: AH, AI (dan ſal uyt de gelyke FC, CG [c] :: BA, AI zyn), voorts [d] voltrekt 't ⌸ AK, dat ſelve ſal gelykformig 't voorgeſtelde zyn.

a 26: 11
b 12: 6
c 22. 5
d 31. 1

Bew. De ▱men BH, FE en HI, EG, ook BI, FG [e] gelykformig zyn, daarom der ſelver tegen overſtaande ook [f] gelykformig, derhalven de ſes vlacken van 't corpus AK, gelykformig de ſes vlacken van 't corpus CD zyn, en dienvolgens AK, CD [g] gelykformig en gelykſtandige corpora zyn, dat te doen was.

e 't werk en 1 def. 6
f 24. 11.
g 9 def. 11

PROPOSITIE 28.

Fig. 300 *Soo een corporale parallelepipedum A B van een vlak FGCD gesneden wert door de Diagonalen D F C G, der tegenoverstaande vlacken A E, H B, dan werdt het corpus A B van 't selve vlak F G C D in twee-en gelyk gesneden.*

a 24. 11 *Bew.* Om dat D C a ∞ en a ═ F G is, daar-
b 34. 1 om 't vlak F G C D een b ▱ is, derhalven ▱ A E a ∞ en a gelykformig ▱ H B, als mede de △s A F D, H G C, C G B, D F E b gelyk en gelykformig zyn: En de ▱men A C, A G deselve F B, D B ook a gelyk en gelykformig zyn, derhalven alle de vlacken van de Prisma F G C D A H gelyk en gelykformig zyn alle de vlacken van de Pris-
c 9 def. 11 ma FGCDEB: en daarom deselve c gelyk zyn, en vervolgens 't corpora A B in tweën gelyk gesneden is, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 29.

Fig. 301 *De corporale parallelepipedes A G H E F B C D, A G H E M L K I op deselfde basis A G H E en de selfde hoochte (dat is tusschen parallele vlacken A G H E, F L K D) gestelt, welkers opstaande linien A F, A M in deselve rechte linien A G, F L zyn; zyn malkander gelyk.*

a 10 def. 11. en 35. 1 *Bew.* Want de Prisma AFMEDI a ∞ GBLHCK.
subs: de gemeene NBMPCI ∞ NBMPCI

b 3 gem. 1 rest corpor: AFBNEDCP b ∞ GNMLHPIK
add: de gemeene A G N E H P ∞ AGNEHP
c 2 gem. 1 komt ⬚ AGHEFBCD c ∞ ⬚ AGHEMLKI, dat te bewysen was.

PRO-

PROPOSITIE 30.

De corporale parallelepipedes ADCBHEFG, ADCBIMLK op deselve Basis ADCB en hoochte gestelt, welkers opstaande linien AH, AI niet zyn tusschen de selfde rechte linien, zyn malkander gelyk. Fig. 30

Ber. [a] Verlengt HE, GF, LM, KI tot datse t'samen komen in O, N, P, en [b] trekt de rechte AP, DO, BQ, CN. a 2 beg. 1 / b 1 beg. 1

Bew. Het blykt dat DC, AB, HG, EF, PQ, ON: als mede AD, HE, GF, BC, KL, IM, QN, PO onder malkander [c] ∞ en [c] ═ zyn, c 34:1
derhalven 't ⬚ ADCBHEFG [d] ∞ ⬚ ADCBPONQ [d] ∞ ⬚ ADCBIMLK, dat te bewysen was. d 29:11

PROPOSITIE 31.

De corporale parallelepipedes ALEKGMBI, CPaOHQDN op gelyke Basen ALEK, CPaO en selfden hoochte (dat is perpendiculaar van des Basis vlak tot het tegen overstaande vlak) gestelt, zyn malkander gelyk. Fig. 303

Eerst, soo de ⬚s AB, CD de zyden AG, LM, EB, KI en CH, PQ, aD, ON perpendiculaar op de Basen ALEK, CPaO hebben, soo is om de gelyke hoogte de perpendiculaar [a] AG ∞ CH. a 't geg.

Ber. [b] Verlengt CP dat PR [c] ∞ KE is, op PR [d] maak 't ▱ PRTS gelyk en gelykformig 't ▱ KELA, b 2 beg. 1 / c 3:1

d 18.6 KELA, op 't selve [c] beschryft 't □ PRTSQ
e 27:11 VYX gelyk en gelykformig 't □ AB, en [b] voort-
10 def. 11 getrocken O *ae*, ND *d*, *a* PZ, DQF, *e* R*b*,
f 1 beg. 1 *d*V*g*, TSZ, YXF, en [f] trekt *ed*, *bg*, ZF.

Bew. O*ed*N, CRVH, ZTYF zyn vlacken
g 26 def. 11 die onder malkander [g] ═ zyn, en ALEK,
CP*a*O, PRTS, PR*b*Z, zyn ▱men die [h] ∞
h 't geg. en 35:1 zyn: dewyle dan 't □ CD, □ PV *da* [i] :: ▱
i 25:11 C*a* (PR*b*Z), ▱ P*ei* :: □ PR*b*ZQV*g*F,
k 9:5 □ PV *da* is, soo sal □ CD [k] ∞ □ PR*b*Z
l 29:11 QV*g*F [l] ∞ □ PRVQSTYX [m] ∞ □ AB,
m bew. zyn, dat te bewysen was.

2. Of soo de □s AB, CD de zyden op den Basen niet perpendiculaar hebben, soo laat in de selfde hoogte gestelt werden een □ dien zyden op den basis perpendiculaar zyn: die sullen onder malkander en de schuynen [n] gelyk zyn; en daarom ook
n 29:11 de schuynen AB, CD gelyk zyn, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 32.

Fig. 304 *De corporale parallelepipedes ABCD, EFGL met deselfde hoogte, zyn tot malkander als haar Basen AB, EF.*

Ber. [a] Verlengt EH en [b] maakt ▱ FI ∞ ▱
a 2 beg. 1 AB, en [c] voltrekt 't □ FINM.
b 3:1 en 45:1 *Bew.* 't Is openbaar dat □ FINM ([d] ABCD),
c 31:1 EFGL [e] :: basis FI (AB), EF, dat te bewy-
d 31:11 sen was.
e 25:11

PRO-

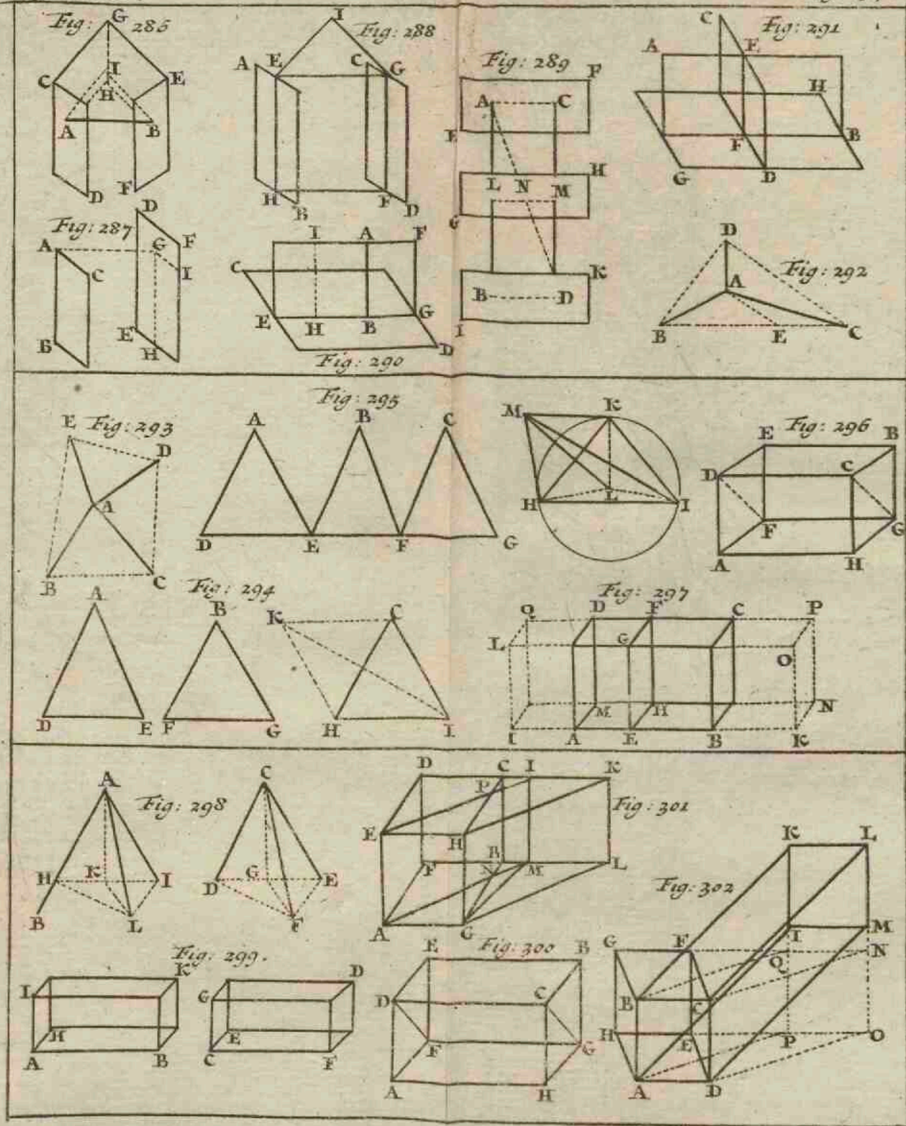


Fig: 285
Fig: 287
Fig: 288
Fig: 289
Fig: 290
Fig: 291
Fig: 292
Fig: 293
Fig: 294
Fig: 295
Fig: 296
Fig: 297
Fig: 298
Fig: 299.
Fig: 300
Fig: 301
Fig: 302

PROPOSITIE 33.

De gelykformige corporale parallelepipedes ABCD, EFGH zyn tot malkander in de drievoudige reden haarder gelykformige zyden AI, EK. Fig. 305

Ber. [a] Verlengt AI, BI, DI tot dat IL [b] ∞ EK, IN [b] ∞ KF, IO [b] ∞ KH is, en [c] voltrekt 't ▭ IXMT dat sal [d] ∞ en [d] gelykformig 't ▭ EFGH zyn, [e] voltrekt ook de ▭den IXPB. DLYQ.

Bew. Het blykt dat AI, IL (EK) [f] :: DI, IO (HK) [f] :: BI, IN (KF) dat is ▱ AD, DL [g] :: DL, IX [g] :: BO, IT, dat is ook ▭ ABCD, DLQY [h] :: DLQY, IXBP [h] :: IXBP, IXMT ([i] EFGH) derhalven de reden ABCD tot EFGH [k] drievoudigh is der reden ABCD tot DLQY [l] of AI tot EK, dat te bewysen was.

a 2 beg. 1
b 3. 1
c 2 beg. en 31: 1
d 27. 11
e 1 en 2 beg. 1
f ber. en geg.
g 1. 6
h 32. 11
i ber.
k 10 def. 5
l 1. 6.

Gevolg.

Hier uyt volgt, soo der vier rechte lini[illegible], in continue proportie zyn, dat de eerste tot [illegible] vierde is, als 't parallelepipedum op de eerste tot 't parallelepipedum op de tweede beschreeven.

PROPOSITIE 34.

Van de gelyke corporale parallelepipedes ABCD, EFGH zyn de Basen en hoochtens een wederkeerige reden (AD, EH :: EG, AC): en welke corporale parallelepipedes ADCB, EHGF die de Basen en hoochten in wederkeerige reden zyn, die zyn gelyk. Fig. 306

 Bew.

Bew. Eerſt, ſoo de zyden CA, GE perpendiculaar op de Baſen zyn, als de hoogte der corporale gelyk zyn, ſullen ook de Baſen gelyk zyn, en 't bewys dan klaar is.

a 3:1 *Ber.* Indien de hoogten ongelyk zyn, ſoo neemt
b 31:1 van 't meerdere EG af, EI a ∞ AC, en door I b trekt 't vlak IK parallel de baſis EH, derhalven

1. *Stell.*

c 32:11 *Bew.* Baſis AD, EH c :: ADCB, EHIK
d 7:5 d :: EHGF, EHIK c :: baſis GL, IL e ::
e 1:6 hoogte GE, IE (f AC) 't blykt derhalven dat
f bet. baſes AD, EH g :: hoogte GE, AC dat te be-
g 11:5 wyſen was.

2. *Stell.*

h 32:11 *Bew.* ADCB, EHIK h :: baſis AD,
i geg. EH i :: hoogte EG, EI h :: baſis GL, IK l ::
k 1:6. EHGF, EHIK is, derhalven ADCB
l 32:11
m 9:5 m ∞ EHGF is, dat te bewyſen was.

Eyndelyk, ſoo de zyden op de baſis niet perpendiculaar, maar ſcheef ſtaan, ſoo recht op de ſelve baſis een rechthoekige , in deſelve hoogte, deze
n 29:11 ſullen de ſcheve n gelyk zyn, derhalven dewyle deze door 't 1. deel de baſen en hoogten in wederkeerige reden zyn, ſullen ook de ſcheve in wederkeerige reden zyn; en zoo ook in tegendeel, dat te bewyſen was.

Gevolg.

Dat van de Parallelepipedes beweſen is, Propoſitie 29, 30, 31, 32, 33, 34, moet ook van de driehoekige Priſmaten verſtaan werden, want deſelve halve Parallelepipedes zyn, als blykt uyt de 28 Propoſitie.

Der-

Derhalven.

1. De driehoekige Prismaten van gelyke hoogt zyn, tot malkander als haar basen. e

2. Soo deselve gelyke hoogte, en een selfde of gelyke basen hebben, zyn gelyk. d

3. Soo se gelykformig zyn, soo is derselver reden drievoudig, der reden van haar geproportioneerde zyden.

4. Soo se gelyk zyn, soo zyn de basen en hoogte in wederkeerige reden; en soo de basen en hoogte in wederkeerige reden zyn, soo zyn se gelyk.

PROPOSITIE. 35.

Soo der zyn twee gelyke platte hoeken BAC, EDF, Fig. 307 *uyt welkers spitsen A, D, rechte linien AG, DH, in de lucht gestelt werden, die met de eerst gestelde hoeks zyden, elks tot de zyne, gelyke hoeken maken (GAB ∞ HDE en GAC ∞ HDF), ende in dese lucht-linien AG, DH genomen de punten G, H en van deselve tot 't vlak, der eerst gestelde hoeken BAC, EDF trekt de perpendicularen GI, HK, en van de Punten I, K die van de perpendicularen op de vlacken zyn, tot de eerstgestelde hoeken gevoegt werden, de rechte linien AI, DK, die sullen met die in de lucht gaande AG, DH, gelyke hoeken GAM, HDK begrypen.*

Ber. [a] Maakt AL ∞ DH, en [b] trekt LM ═ GI, dan [c] MC, MB, KF, KE perpendiculaar op AC, AB, DF, DE, en [d] getogen de rechte BC, LB, LC, ook EF, HF, HE.

a 3:1
b 31:1
c 12:1
d 1 beg.

e geg. *Bew.* Dewyle G I [e] perpendiculaar op 't vlak
f ber. B A C en L M [f] ═ G I is, soo is L M [g] ook
g g: 11 perpendiculaar op 't vlak B A C, en daarom de hoe-
ken L M C, L M A, L M B [h] recht zyn, en om
h 3 def: 11 dat H K [f] perpendiculaar op 't vlak E D F is, daar-
om zyn de hoeken H K F, H K D, H K E ook [h]
recht, derhalven □ A L [i] ∞ □ L M + □ A M
i 47: 1 [i] ∞ □ L M + □ C M + □ A C [i] ∞ □ L C + □
k 48: 1 A C, dienvolgens is de hoek A C L [k] recht.

Wederom □ A L [i] ∞ □ L M + □ M A [i] ∞ □
L M + □ B M + □ B A [i] ∞ □ B L + □ B A,
daarom de hoek A B L [k] recht, op gelyke wyse
werd bewesen de hoeken D F H, D E H recht te
zyn; derhalven A B [l] ∞ D E, B L [l] ∞ E H ook
l 26: 1 A C [l] ∞ D F, en C L [l] F H, en daarom B C
m 4: 1 [m] ∞ E F, als ook
de hoek ABC [m] ∞ DEF en ACB [m] ∞ DFE, dit
n ber. en 12 gem: 1 sub: van ABM [n] ∞ DEK en ACM [n] ∞ DEK

o 3 gem. 1 rest CBM [o] ∞ FEK en BCM [o] ∞ EFK, en
also zyn van de △s B C M, E F K twee hoeken met
een zyde d'een d'ander gelyk, en daarom ook C M
p byv: 46 1 [l] ∞ F K is, of ook □ C M [p] ∞ □ F K
q ber. en byv. 46: 1 add: □ A C [q] ∞ □ D F

r 47: 1 en 2 gem: 1 komt □ A M [r] ∞ □ D K, dat is
A M [q] ∞ D K;

Vorders is □ L A [q] ∞ □ H D
s bewesen sub: □ A M [s] ∞ □ D K

t 47: 1 en 3 gem: 1 rest □ L M [t] ∞ □ H K, dat is ook L M
[p] ∞ H K, en alsoo zyn de △s L A M, H D K on-
der malkander gelykzydig, en oversulks de hoek
v 8: 1 L A M [v] ∞ H D K, dat te bewysen was.

Ge-

Gevolg.

Derhalven zoo der zyn twee gelyke platte hoeken, uyt welkers toppen in de lucht gelyke rechte linien ſtaan, die met de eerſt geſtelde linien, gelyke hoeken maken, d'een tot d'ander, zullen de perpendicularen, die van de uyterſte punten, der in de lucht linien, op de vlacken der eerſt geſtelde hoeken vallen, onder malkander gelyk zyn: te weten L M ∞ H K.

PROPOSITIE. 36.

Als drie rechte linien DE, DG, DF proportionaal zyn, ſoo is't corporaal parallelepipedum DH dat van deſelve drie linien gemaakt is, gelyk het gelykzydig corporaal parallelepipedum IN dat van de middelſte linie DG (dat is IK, IM, IL) gemaakt is, als deſelve gelykhoekig zyn. Fig. 308

Bew. Dewyle DE, IK [a] :: IL, DF ſoo is 't ▱ LK [b] ∞ ▱ FE, en om dat de platte hoek EDF [a] ∞ KIL, en die in de luchtgaande DG [a] ∞ IM is, daarom zyn de hoogte der ▱s DH, IN [c] gelyk, en overzulks deſelve [d] gelyk zyn, dat te bewyſen was.

a geg.
b 14:6
c gev. 35 11.
d 31:11

PROPOSITIE 37.

Als vier rechte linien A, B, C, D proportionaal zyn, ſullen ook de corporale parallelepipedums A, B, C, D, die op deſelve gelyk formig en gelykſtandig beſchreven proportionaal zyn: ende ſoo vier corporale parallelepipeden gelykformig en gelykſtandig Fig. 309

 dig

digproportionaal zyn (A, B: : C, D) sullen ook de vier rechte linien, op welke zy beschreven zyn, proportionaal zyn.

a 33: 11 1 *Stell: Bew.* De reden der ▱ A tot ▱ B [a] is in 3 voudige reden : : A tot B of C tot D, ook is de reden der ▱ C tot ▱ D [a] 3 voudig : : C
b gev. 23: 5 tot D, derhalven ▱ A, ▱ B [b] : : ▱ C, ▱ D, dat te bewysen was.

c 33: 11 2 *Stell: Bew.* ▱ A, tot ▱ B [c] : : 3 voudige reden A tot B, maar de reden ▱ C tot ▱ [c]
d gev. 23. 5 D is 3 voudig als C tot D, derhalven A, B [d] : : C, D, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 38.

Fig. 31c *Soo een vlak A B, perpendiculaar op een ander vlak A C gerecht is, ende uyt een punt E in een der selver (A B) getogen tot het ander vlak A C, de perpendiculaar E F, dese sal op der vlacken gemeene doorsnydinge A D vallen.*

Ber. Soo 't mogelyk is, laat F de uyterste onder de gemeene doorsnydinge A D zyn, en in 't vlak
a 12. 1 A C [a] getrocken F G perpendiculaar op de snee
b 1 beg. 1 A D, en [b] trekt E G.

c beryd. *Bew.* Dewyle F G [c] perpendiculaar op A D is,
d 4 def. 11 soo is die ook [d] perpendiculaar op 't vlak A B, en
e 3 def. 11 de hoek F G E [e] recht, ook is de hoek E F G [f]
f geg. recht, derhalven in de △ E F G twee rechte hoe-
g 17. 1 ken souden zyn, dat [g] niet wesen kan: en daarom kan de perpendiculaar niet buyten, maar op de gemeene doorsnyding vallen, dat te bewysen was.

PRO-

PROPOSITIE 39.

Soo de corporale parallepipedum A B, de zyden (AE, FC, AF, EC en DH, GB, DG, HB) der overstaande vlacken AC, DB in tweën gelyk gedeelt zyn, en door deese punten gemaakt de vlacken I L Q O, PKMR, deser vlacken gemeene doorsnydinge ST, en des corporale parallelepipedums diameter AB, sullen malkander in tweëen gelyk snyden. Fig. 311

Ber. [a] Trekt de rechte SA, SC, TD, TB. a 1 beg. 1
Bew. In de △s DOT, BQT is DO (OG) [b] ∞ QB, OT [b] ∞ QT de hoek TOD [c] ∞ TQB, daarom DT [d] ∞ TB, en de hoek DTO [d] ∞ BTQ is, derhalven is DTB een [e] rechte linie. Op deselve wyse is ASC ook een rechte linie. Vorders is AD [f] ∞ en [f] ═ FG, ook CB [f] ∞ en [f] ═ FG, dies is AD [g] ∞ en [g] ═ CB, ook is AC [h] ∞ en ═ DB, derhalven AB, ST in een [i] zelfde vlak ADBC zyn. Eyndelyk is in de △s VAS, VBT de hoek AVS [k] ∞ BVT, ASV [l] ∞ BTV, en de zyde AS [m] ∞ BT, dies is AV [n] ∞ VB en SV [n] ∞ VT, en snyden alsoo AB en ST malkander in tweën gelyk, dat te bewysen was.

b 't geg. en 34: 1
c 29: 1
d 4: 1
e byv. 15: 1
f 34: 1
g 1 gem. 1 en 9. 11
h 33. 1
i 7. 11
k 15. 1
l 29. 1
m 7 gem. 1
n 26. 1

Gevolg.

Hier uyt volgt, dat in alle Parallelepipedes de Diameters alle malkanderen in tweën gelyk snyden in een punt V.

PRO-

PROPOSITIE 40.

Fig. 312 *Als twee Prismaten A B C F E D, G H M L I K van gelyke hoochte, de eene een parallelogram A B C F, en de ander een triangel G H M tot Bases hebben, en dat 't parallelogram ABCF dubbelt is, van den triangel GHM dan zyn de twee prismaten A B C F E D, GHMLIK gelyk.*

Ber. [a] Voltrekt de den A N, G Q.

a 31.1 *Bew.* Om dat de Bases G P [b] ∞ A C is, en
b 34 1 en 6 gem. 1 de hoogten [c] gelyk zyn, daarom is 't G Q [d] ∞
c geg. AN; maar de Prismaten ABCFED, GHMLIK
d 31.11 zyn [e] heltren van de den A N, G Q, en daarom
e 38.11 ook [f] gelyk, dat te bewysen was.
f 7 gem 1.

Byvoeg.

Uyt de voorgaande demonstratie heeft men de afmetinge van een drie en vierhoekige Prisma, of Parallelepipedum, soo namentlyk de hoogte gemultipliceert wert met de basis.

Als by Exempel.

Indien de hoogte is 10 voet, en de Basis 100 vierkante voeten (zal ook de Basis gemeten worden door Byv. 35: 1. of 41: 1.) multipliceert 100 met 10, komt 1000 Cubische voeten voor de corporale inhoud der gegeven Prisma.

Want gelyk de rechthoek, alzoo werd ook een rechthoekig parallelepipedum voortgebragt uyt de hoogte

hoogte gemultipliceert met de basis, derhalven zal een ieder Parallelepipedum gemaakt worden, uyt de gemultipliceerde hoogte met de Basis, als blykt uyt de 31 deses.

Wyders nadien de geheele parallelepipedum gemaakt word uyt de hoogte op den geheele Basis; soo zal de driehoekige prisma (zynde de helft daar van) gemaakt worden uyt de gemultipliceerde hoogte met den halven Basis, namelyk den driehoek.

Bekentmakinge.

De Letteren die een Corporale hoek betekenen, is altyd de eerste tot een punt, in welke de hoek is, maar de Letteren die een pyramide betekenen, is de laatste tot den top der pyramide.

Als by Exempel.

De Corporale hoek ABCD, is tot het punt A; *Fig:* 313
en de Pyramide BCDA, is het top tot het punt A, en Basis is den Triangel BCD.

Eynde des Elfden Boeks.

TWAALFDE BOEK.

PROPOSITIE 1.

Fig. 314 *De gelykformige veelhoeken ABCDE, FGHIK in Cirkelen ABC, FGI beschreven, zyn tot malkander als de quadraten der diameter AL, FM der cirkelen.*

a 1 beg. 1 *Ber.* [a] Trekt de rechte AC, BL, FH, GM.
b 1 def. 1 *Bew.* Dewyle de hoek ABC [b] ∞ FGH en AB, BC [b] :: FG, GH is, soo sal de hoek
c 6 6. ACB [c] ∞ FHG zyn: en de hoek ALB [d] ∞
d 21. 3 ACB; FMG [d] ∞ FHG is, derhalven is de hoek ALB [e] ∞ FMG, ook zyn de hoeken ABL,
e 1 gem. 1 FGM [f] recht, en daarom [g] gelyk, dies zyn de △s
f 31. 3
g 12 gem. ABL, FGM [h] gelykhoekig, en daarom AB,
h 32. 1 FG [i] :: AL, FM; en oversulks de gelykformige
i 4. 6 figuren op de selve beschreeven proportionaal, dat is
k 22. 6 veelhoek ABCDE, FGHIK [k] :: □ AL, □ FM, dat te bewysen was.

Gevolg.

Hier uyt blykt (om dat AB, FG :: AL, FM :: BC, GH &c.) dat de omtrecken der gelykformige veelhoeken in Cirkelen beschreven, tot malkander zyn als de Diameters.

Lemma of *Voorbewys.*

Gegeven zynde, twee ongelyke grootheden AB, C, zoo men van de grootste AB, afsnyd AH meer als

als zyn helft, en van de rest HB mede meer als zyn helft (dat is HI) sal eyndelyk overblyven, een grootheit IB, minder als de minste gegeven C.

Ber. Neemt DE soo veelmaal C, dat deselve ten naasten AB te boven gaat, zulx dat DF [a] ∞ FG [a] ∞ GE [a] ∞ C is, stelle AH [b] ⊏ $\frac{1}{2}$ AB, soo is HB [b] ⊐ AH, stelle ook HI [b] ⊏ $\frac{1}{2}$ HB, dat is IB [b] ⊐ HI, dit soo lang aldus gedaan dat de menigte der deelen AB ∞ de menigte der deelen DE is. *Fig.* 315 a 3.1 b geg.

Bew: DE is [c] ⊏ AB
subs: DF ⊐ $\frac{1}{2}$ DE   AH ⊏ $\frac{1}{2}$ AB c ber.

rest FE ⊏ $\frac{1}{2}$ DE en HB ⊐ $\frac{1}{2}$ AB
derhalven FE ⊏ is als HB
subs: FG niet ⊏ $\frac{1}{2}$ FE   HI ⊏ $\frac{1}{2}$ HB

rest GE niet ⊐ $\frac{1}{2}$ FE   IB ⊐ $\frac{1}{2}$ HB
derhalven GE [c] ∞ C ⊏ IB, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 2.

De Cirkelen ABT, EFN zyn toe malkanderen als de quadraten haarder diameters AC, EG. *Fig.* 316

Bew. Indien 't soo niet is, soo laat □ AC, □ EG :: Cirkel ABT, een grootheyd I. Dese grootheit I moet dan ⊏ of ⊐ als de Cierkel EFN zyn.

Stelle eerst, soo 't mogelyk is, dat I ⊐ de Cirkel EFN is, en laat 't verschil zyn de grootheyt K, soo is I + K ∞ de Cirkel EFN.

In de Cirkel EFN [a] beschryft 't □ EFGH, dat selve is de [b] helft van het omgeschreven quadraat, a 6.4 b blyv. 7 en 4 en daarom grooter als de halve Cirkel.

c 30.3 c Snydt de boogen EF, FG, GH, HE yder in twee gelyke deelen, de punten der doorſnyding d voegt te ſamen met de rechte EL, LF &c. door
d 1 beg. 1 L e trekt QP ═ FE, die f raakt de Cirkel EFN,
e 31.1 en ontmoet de verlengde GF, HE, makende 't
f byv. 27 3 □ EPQF, dat g 't dubbelt is van de △ ELF, en
g 41.1 daarom de △ ELF ook grooter als de helft van 't Cirkelſtuk ELF; Insgelyks zyn de overige △den grooter als de helft van de overige Cirkelſtucken. En ſo wederom de boogen EL, LF, FM &c. in tween gelyk geſneden worden, ende met rechte t'ſamen gevoegt, ſullen op deſelve wyſe de △len de helften van de Cirkelſtucken te boven gaan. Derhalven ſoo het quadraat EFGH van de Cirkel EFN, en d'overige Triangelen van de Cirkelſtucken geſubſtr: worden, en ſoo gedueriglyk geſchiedende,
h lemm. 2.12. ſal eyndelyk h reſten of overblyven een grootheyd minder als K: Waar uyt nu genoegſaam blykt, dat de Cirkelſtucken EL, LF, FM &c. te ſamen minder zyn als K, derhalven I (dat is i Cirkel
i ſtell. en 3 gem. 1 EFN — K) ⊐ als de veelhoek ELFMGNHO (dat is Cirkel EFN — Cirkelſtuk EL + LF &c)
k 30.3 en 1 beg. 1 k Beſchryft in de Cirkel ABT de veelhoek AKB SCTDV gelykformig de veelhoek ELFMGNHO, dan is AKBSCTDV, ELFMGNHO l :: □ AC,
l 1.12 m. Stell □ EG m :: Cirkel ABT, I. Maar de veelhoek
n 9 gem. 1 AKBSCTDV n ⊐ Cirkel ABT. derhalven
o 14.5 veelhoek ELFMGNHO o ⊐ I, en boven is I ⊐ ELFMGNHO, dat ſtrydig is, daarom kan I niet ⊐ als de Cirkel EFN zyn.

Wederom ſoo 't mogelyk is; laat; I ⊏ Cirkel EFN

EFN zyn. Dewyle dan □ AC, □ EG p :: Cirkel ABT, I en omgekeert I, Cirkel ABT :: □ EG, □ AC. Stelle I, Cirkel ABT :: Cirkel EFN, K. Dan zal de Cirkel ABT q ⊏ K zyn, en □ EG, □ AC r :: EFN, K, dat strydig is tegen 't geen voor bewesen is. p stell. q 14: 5

Soo is dan bewesen dat I niet ⊐ noch ⊏ Cirkel EFN is, ergo I ∞ Cirkel EFN: maar wy hebben gestelt □ AC, □ EG :: Cirkel ABT, I, en om dat I ∞ Cirkel EFN is, soo is dan □ AC; □ EG r :: Cirkel ABT, Cirkel EFN, dat te bewysen was. r 11: 5

Anders.

De gelykformige veelhoeken sonder eynde, in Cirkelen beschreven a zyn tot malkander als de quadraten harer Diameters: maar de veelhoeken in 't oneyndige in Cirkels beschreven, die eyndigen in een Cirkel: derhalven de Cirkelen tot malkander b zyn als de quadraten haarder diameters, dat te bewysen was. a 1: 12 b 11: 5

Gevolg.

Hier uyt blykt, gelyk de Cirkelen zyn tot Cirkelen, alsoo de veelhoeken in de zelve beschreven, tot de gelykformige veelhoeken in de zelve beschreven.

PROPOSITIE 3.

Alle Pyramide ABDC met driehoekige Basen, konnen in twee gelyke Pyramides AEGH, HIKC Fig. 317

gedeelt werden, die malkander, en bysonder de gantsche Pyramide ABDC gelykformig zyn, en drie hoekige Basen hebben: als mede in twee gelyke Prismata BFGEHI, FGD IHK 't samen grooter als de helft der gantsche Pyramide ABDC.

Ber. [a] Deelt alle de zyden der Piramide in tweën
a 10: 1 gelyk in de punten E, F, G, H, I, K, en [b] trekt de
b 1 beg 1. rechte EF, FG, GE, IE, IF, IK, KG, GH, HE.

c ber. *Bew.* Aangesien de zyden der Piramide [c] proportionaal gesneeden zyn, soo sullen HI, AB; en GF, AB, ook IF, DC, als mede HG, DC &c. [d] ═ zyn, waar uyt blykt dat de △s ABD,
d 2: 6 AEG, EBF, FDG, HIK [e] gelykhoekig, en
e 29: 1 de 4 laatste [f] ∞ zyn. Op deselve wyse de △s
f 26: 1 ACB, AHE, EIB, HIC, FGK [e] gelykhoekig, en de 4 laatste [f] ∞ zyn. Insgelyks de △s BFI, FDK, IKC, EGH, als mede de △s AHG, GDK, HKC, EFI onder malkander [e] gelykformig en [f] ∞ zyn. Soo ook de △s HIK, ADB en EGH, BDC, ook EFI, ADC, als mede
g 15: 11 FGK, ABC [g] ═ zyn. Waar uyt voor eerst klaarlyk blykt dat de Pyramide AEGH [h] gelykformig en [h] ∞ HIKC, en ook [h] gelykformig de geheele ABDC is, dat te bewysen was.
h 10 def. 11

i 38: 1 Ten tweeden is de △ EBF [i] ∞ △ GDF
add △ EFG [i] ∞ △ GDF

komt ▱ BFGE [k] ∞ 2 △s GDF, zyn:
k 2 gem. 1 de Basen van de Corpora BFGEIH, FGDIHK
l 13 def. 11. dat [l] Prismaten zyn, en van gelyke hoogte of tusschen

para-

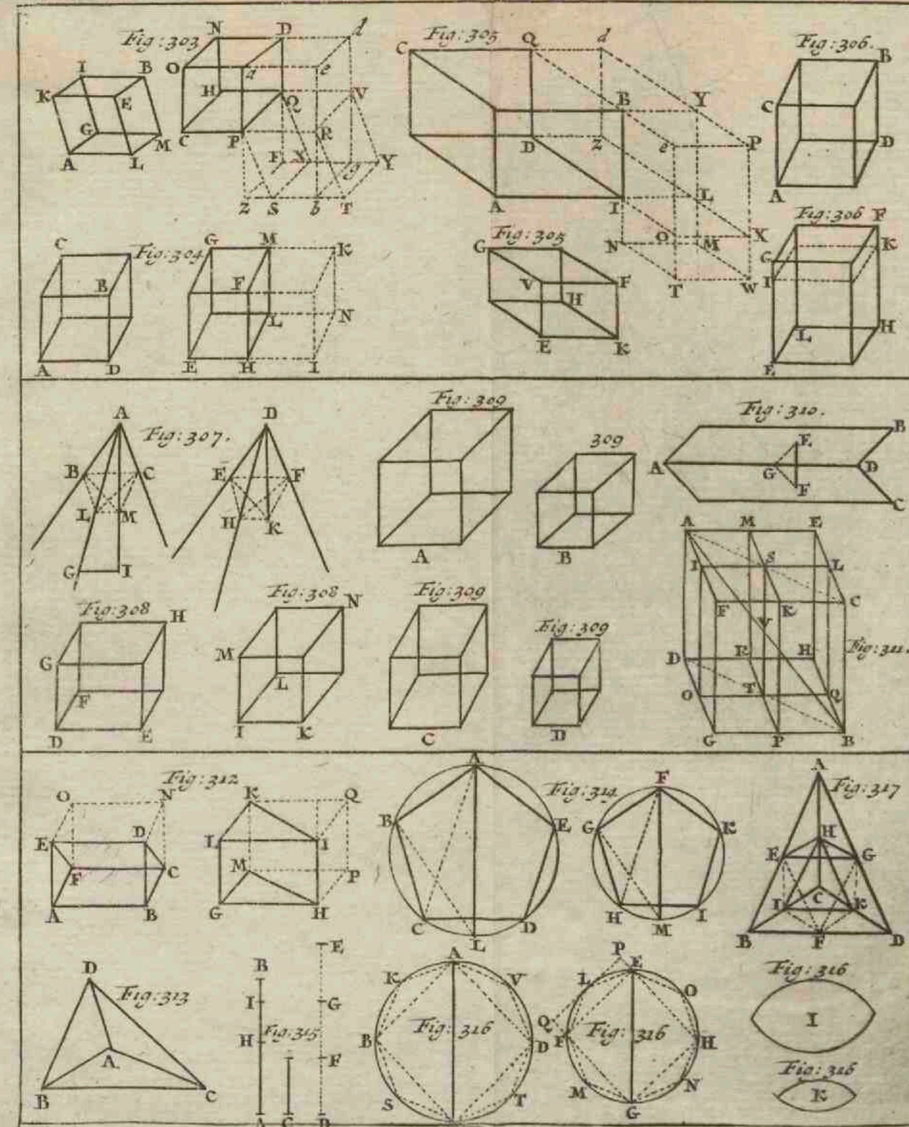


Fig: 303
Fig: 305
Fig: 306.
Fig: 304
Fig: 305
Fig: 306
Fig: 307.
Fig: 309
309
Fig: 310.
Fig: 308
Fig: 308
Fig: 309
Fig: 309
Fig: 311.
Fig: 312
Fig: 314
Fig: 317
Fig: 313
Fig: 315
Fig: 316
Fig: 316
Fig: 316
Fig: 316

paralele vlacken A B D, H I K staan [n]o, en daar om [m] ∞ zyn: ook is de eene prisma B F G E I H [n] grooter als de piramide B F E I ([o] A E G H): derhalven de prisma B F G E I H [p] ⊏ 2 pyramide A E G H of H I K C, en dienvolgens ook prisma B F G E I H + prisma F G D I H K [q] ⊏ ½ pyramide A B D C, dat te bewysen was. m 49: 11 n 9 gem. 11 o 10 def. 11 p 1 gem. 11 q 4 gem. 11

PROPOSITIE 4.

Soo twee Pyramiden A B C D, E F G H zyn, met gelyke hoochte, en driehoekige basen A B C, E F G: waar van elk gedeelt is in twee andere Pyramiden A I L M, M N O D en E P R S, S T V H, malkander, ende de gansche gelykformigh; ende in twee gelyke prismata I B K L M N, K L C N M O en P F Q R S T, Q R G T S V: en op de selve wyse elke Pyramide die uit de vorige deelinge spruyt gedeelt, dat altyt gedaan zynde: zal zyn gelyk den Basis van d' eene Pyramide, tot den Basis van d' andere Pyramide, alsoo alle de prismata, die in d' eene Pyramide, tot alle de prismata die in d' andere Pyramide gelyk menigvuldig zyn. Fig. 318

Bew. Het werk of de deeling gedaan als in de voorgaande, soo is △ M N O [a] ═ △ A B C, en △ S T V [a] ═ △ E F G, en de hoogte van 't punt D [b] ∞ H, derhalven de hoogte △ M N O [c] ∞ △ S T V, waar uyt volgt de prisma K L C N M O, Q R G T S V [d] :: △ K L C. Q R G: maar B K [e] ∞ K C en F Q [e] ∞ Q G is, derhalven △s A B C, L K C en △s E F G, R Q G [f] gelykformig a 15. 11 b geg. c 2: 6 en 7 gem. 11 d 34: 11 e 't werk. f 19: 1 en 1 def. 6

g 15.5 mig zyn en daarom BC, KC g :: FG, GQ,
h 22.6 en alsoo △ ABC, △ LKC h :: △ EFG, △
i 16.5 RQG, en verwisselt △ ABC, △ EFG i :: △
k gev. 34. 11 LKC, △ RQG k :: prisma KLCNMO, prisma QRGTSV (want dese gelyke hoogh zyn)
l 7.5 l :: prisma IBKLMN prisma PFQRST, der-
m 12.5 halven de △ ABC, △ EFG m :: prisma KLCNMO + IBKLMN, prisma QRGTSV + PFQRST, dat te bewysen was.

Op gelyke maniere vorders gedeelt de Pyramide MNOD, AILM en EPRS, STVH, zoo zullen de vier nieuwe Prismata die gedaan werden tot de vier voort getrockene zyn gelyk de Basis MNO en AIL tot den Basis STV en EPR, dat is als LKC tot RQG of als ABC
n 12.5 tot EFG, derhalven n alle Prismata van de Pyramide ABCD tot alle Prismata van de Pyramide EFGH sig tot malkander hebben, als de Basis ABC tot de Basis EFG, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 5.

Fig. 319 *De Pyramides ABCD, EFGH van gelyke hoogte, en driehoekige Basen ABC, EFG, zyn tot malkander als de Basen ABC, EFG.*

Bew. Indien 't zoo niet en is, zoo laat de Basen ABC, EFG :: Pyramide ABCD, X zyn, de grootheyt X, moet dan ⊏ of ⊐ de Pyramide EFGH zyn.

Stell. Eerst zoo't mogelyk is dat X ⊐ EFGH is, en laat 't verschil Y zyn, dan is X + Y ∞ Pyramide EFGH.

Deelt

[a] Deelt de Pyramide E F G H in Pyramiden en a 3. 12
Prisma, soo lange dat de overgeblevene Pyramide E P R S + S T V H [b] ⊐ corpora Y werde, b lem. 2. 12
gesub: van Pyramida EFGH [c] ∞ corp: X + Y c Stell.
rest Prism. PFQRST + QRGTSV [d] ⊏ corp X d 5 gem. 1

[a] Deelt ook de Pyramide A B C D in Pyramiden en Prisma zoo lange als de Pyramide E F G H gedaan is, soo zal zyn Prisma I B K L M N + K L C N M O, P F Q R S T + Q R G T S V [e] : : e 4. 12
Bas. A B C, E F G [c] : : Pyramide A B C D, corp. X: maar de Pyramide A B C D is [f] ⊏ als Prisma f 9 gem. 1
I B K L M N + K L C N M O, derhalven corp. X [h] ⊏ Prisma P F Q R S T + Q R G T S V, g 14. 5
en boven is 't contrarie bewesen, daarom kan X niet ⊐ Pyramide E F G H zyn.

Zoo 't Corpus X ⊏ kon zyn als de Pyramide EFGH, dewyl dan gestelt werd de Pyramide ABCD, tot 't corp. X : : de Basis A B C, E F G, en omgekeert 't corp. X, Pyramide ABCD [h] : : Basis EFG, h gev. 4. 5.
A B C. Laat gestelt werden 't corp. X, Pyramide A B C D : : Pyramide E F G H, 't corp Y, dewyl 't corp X ⊏ gestelt werd als de Pyramide EFGH, zal ook de Pyramide A B C D [i] ⊏ als 't corp Y zyn, i 14: 5
derhalven sal 't zyn gelyk de Basis E F G, A B C [k] : : k 11: 5
de Pyramide EFGH, 't corp. Y, welke minder is als de Pyramide A B C D: strydende tegen 't eerste bewesene, daarom kan ook X niet ⊏ Pyramide EFGH zyn, en eerst is getoont dat X niet ⊐ Pyr. E F G H kan zyn, ergo X ∞ Pyramide EFGH, en dewyle de Basis A B C, E F G : : Pyramide A B C D, X gestelt is, soo moet dan ook Basis ABC, EFG : : Pyramide A B C D, E F G H, dat te bewysen was.

PROPOSITIE. 6.

Fig. 320 *De Pyramiden ABCDEF, GHIKLM van gelyke hoogten en veelhoekige Basen ABCDE, GHIKL, zyn tot malkander als haar Basen ABCDE, GHIKL.*

a 7 beg. 1 *Ber.* [a] Trekt de rechte AC, AD, GI, GK.

b 5:12 *Bew.* Dewyle Basis ABC, ACD [b] :: Pyramide ABCF, ACDF is, zo is vergadert ABCD,
c 18:5 ACD [c] :: Pyramide ABCDF, ACDF. Ook is Basis ACD, ADE [b] :: Pyramide ACDF, ADEF, derhalven uyt de gelyke ABCD, ADE
d 22:5 [d] :: ABCDF, ADEF, en vergadert ABCDE, ADE [c] :: Pyramide ABCDEF, ADEF. Vorders ADE, GKL [b] :: Pyramide ADEF, GKLM, en als vooren dan omgekeert, is
e gev. 4:5 GKL, GHIKL [e] :: Pyramide GKLM, GHIKLM derhalven wederom uyt de gelyke, ABCDE,
g 24:5 GHIKL [g] :: Pyramide ABCDEF, GHIKLM, dat te bewysen was.

Fig. 321 Soo de Basen niet even veel zyden hebben, is 't bewys.

Aldus.

f 5:12 Den Basis ABC, GHI [f] :: Pyramide ABCF, GHIK en ACD, GHI [f] :: Pyramide ACDF, GHIK, derhalven Basis ABCD, GHI [g] ::
g 24:5 Pyramide ABCDF, GHIK. Ook is de Basis ADE, GHI [f] :: Pyramide ADEF, GHIK, derhalven Basis ABCDE, GHI [g] :: Pyramide ABCDEF, GHIK, dat te bewysen was.

PRO-

PROPOSITIE 7.

Alle Prisma ABCDFE driehoekige Basen hebbende, konnen gedeelt werden, in drie gelyke Pyramiden ACBF, ACDF, CDFE met drie hoekige Basen. Fig. 322

Ber. [a] Getrocken de ▱men Diameters AC, CF, FD. a 1 beg. 1

Bew. Dewyle △ ABF [b] ∞ en gelykformig △ DCE en △ ACB [c] ∞ △ ACD is, soo zijn de gelijke hooge Pyramide ACBF, ACDF [d] gelyk, op de zelve wyse de Pyramide DFAC ∞ pyr. DFEC is; en ACDF, DFAC zyn een en selfde Pyramide, ergo de drie Pyramides AC F, ACDF, DFEC in welke de Prisma gedeelt is, zyn onder malkander [e] gelyk, dat te bewijsen was. b 13 def 11 c 34. 1 d 5. 12 e 1 gem. 1

Gevolg.

Hier uyt blykt, dat de Pyramides het derdendeel van een Prisma is, als die een zelve Bases en hoogte hebben: *Fig.* 323

Of.

Alle Prisma is drievoudig van een Pyramide als die een selfde Basis en hoochte heeft.

Want maakt den veelhoekigen Prisma ABC DEGHIKF in driehoekige Prismata, en Pyramides, ABCDEH in driehoekige Pyramides, soo sullen yder byzonder deelen van de Prismata, en de byzondere deelen der Pyramide [a] drie in getal zijn, derhalven de geheele Prisma ABCDEGHIKF de geheele Pyramide ABCDEH [b] drievoudig is, dat te bewijsen was a 7. 12 b 1. 5

PROPOSITIE 8.

Fig. 324 *De gelykformige Pyramides ABCD, EFGH met driehoekige Basen ABC, EFG zyn tot malkander in de drievoudige reden haarder geproportioneerde zyden AC, EG.*

a 27. 11 *Ber.* a Maakt de Pyramides tot de □s ABIC DMKL, EFNGHQOP.

Bew Om dat de ▱s ABIC, EFNG en ABMD, EFQH; ook ACLD, EGPH
b 1 def 8 b gelijkformig zijn, daarom de □s ABICDMKL,
c 9 def 11 EFNGHQOP ook c gelijkformig, en het
d 28. 11 d sesvoud van de Pyramides ABCD, EFGH zijn,
en 7. 12 derhalven zijn dezelve in een e zelfde reden: maar
e 15. 5 de reden der □s tot haar zyden is f drievoudig,
f 33. 11 ergo de reden der Pyramides ABCD, EFGH,
g 11. 5 is ook g drievoudig de reden haarder gelijkredige zyden AC, EG, dat te bewijsen was.

Gevolgen.

Hier uyt blijkt ook dat de veelhoekige gelijkformige Pyramides een drievoudige reden hebben haarder gelijkredige zyden.

Als lichtelijk bewesen kan werden, als men die in driehoekige Pyramide maakt.

PROPOSITIE 9.

Fig. 325 *Van de gelyke Pyramides ABCD; EFGH met driehoekige Basen ABC, EFG, zyn haar hoogte in wederkeerige reden met haar Basen: en welke Pyramides driehoekige Basen hebbende*

hebbende, die in wederkeerige reden met haar hoogte zyn, zyn gelyk.

1. *Stel. Bew.* De Bereyding als in de voorgaande Propositie, zoo zynde ⬚s ABIC DMKL, EFNGHQOP het [a] zesvoud van de gelyke Pyramide ABCD, EFGH, en daarom [b] gelyk derhalven de hoogte (H), hoogte (D) [c] : : ▱ ABIC, ▱ EFNG [d] : : Basis ABC, Basis EFG, dat te bewysen was. a 28. 11 en 7. 12 b 6 gem. 1 c 34. 11 d 15. 5

2. *Stel. Bew.* Dewyl de hoogte (H), hoogte (D) [e] : : Basis ABC, Basis EFG [f] : : ▱ ABIC, ▱ EFNG is, derhalven ⬚ ABIC DMKL [g] ∞ ⬚ EFNGHQOP; maar de ⬚s zyn het [h] zesvoud van de Pyramide, daarom ook de Pyramide ABCD [i] ∞ Pyramide EFGH, dat te bewysen was. e geg. f 15. 5 g 34. 11 h 28. 11 en 7. 12 i 6 gem. 1

Het zelfde is te verstaan van de veelhoekige Pyramides: want die tot driehoekige konnen gebragt werden.

Gevolg.

Dat van de Pyramiden beweesen is Prop. 6 8. 9. is ook te verstaan van sodanige Prismata die drievoudig van de Pyramiden zyn en de zelve Basis en hoogte hebben; derhalven,

1. De Prismaten van gelijke hoogte zijn tot malkander als haar Basen

2 De gelijkformige Prismaten zyn tot malkander in de drievoudige reden haarder zyden, die in gelijke reden zijn.

3. Van de gelijke Prismaten zijn de Basis en hoogte in wederkeerige reden: en ter contrarie:

Byvoeg.

Uyt het tot noch toe bewesene, komt de metinge der Pyramiden en Prismata.

a 1. gev. deses en byv. 40. 11 De Inhoud van [a] Prismaten wort bekomen uyt de hoogte gemultipliceert met de Basis: derhalven de [b] Pyramides uyt 't derdendeel van de hoogte gemultipliceert met de Basis.
b 7. 12.

PROPOSITIE 10.

Fig. 326 *Elke Conus is het derdendeel des Cylinders als die gelyke of een selve Bases A B C D en hoochte hebben.*

Bew. Indien 't soo niet en is, zoo laat eerst,
1 soo 't mogelijk is, het corpus E, den Cylinder, het drievoud des conus te boven gaan, zulks dat de Cylinder ∞ 3 conus $+$ E is.

* *de fig. bereyd. als de 2 Prop. deses.* * Dewijle de Prisma op het □, om den Cirk. of Basis ABCD [a] dubbelt is, der Prism. op het □ in den selven Cirk. als ook der gelijke hooge Cylinder: soo sal de Prisma op het □ ABCD, ook de helft der Cylinder te boven gaan. Op de
a byv 7 4 en gev. 9. 12 zelve wijse gaat de Prisma op den Basis AFB de helft des Cylinder op het Cylinderstuk AFB als die even hoog zijn, [b] te boven. De bogen gedurig in
b 27. 3 en gev. 9. 12 twee-en gelijk gesneden en getrocken de Prismata soo lange tot dat de overgebleven stucken der Cylinder, te weten AF, FB, BG &c. t'samen ⊐ zijn als Corpus E. Derhalven Cyl. — stuk. AF, FB, BG &c. (dat is der Prism. AFBGCHDI) is,
e 5 gem. 1 [c] ⊏ als Cyl. — E, (dat is het [d] drievoud der Conus,)
d 't gestelde. en vervolgens de Pyramide der voorseyde Prisma-

ta

ta die het [e] ⅓ der zelver zijn (als die op een Baſes [e] gev. 7 12
ſtaan en een zelve hoogte hebben) [f] ⊏ als de [f] 7 gem. 1
even hooge conus op de Baſis of Cirk. ABCD,
dat is het deel grooter als zijn geheel, dat [g] niet we- [g] 9 gem. 1
ſen kan, daarom kan de Cylinder niet ⊏ als het
drievoud der conus zijn.

Ten tweeden, laat ſoo 't mogelijk is, de ⅓ Cylinder
∞ conus — corpus E zijn. En uyt de conus
trekt de Pyramides, als in 't voorige deel de Priſma
uyt de Cylinder, zoo lang tot datter eyndelijk de
ſtucken der conus als AF, FB, BG &c. over-
blijven t' ſamen minder als het Corpus E. Der-
halven de Conus — E (dat is [h] ⅓ des Cylinder) [h] geſtelde
⊐ Pyramide AFBGCHDI (dat is de conus
— ſtuk AF, FB &c.) ergo de Priſma (dat is
[i] drievoud der Pyramide als die een Baſis en gelijke [i] gev. 7
hoogte hebben) [k] ⊏ als de Cylinder op de Baſis 12
ABCD, dat is het deel grooter als ſijn geheel, [k] 6 gem. 1
dat [l] niet weſen kan, daarom kan de Cylinder niet [l] 9 gem. 1
⊐ als het drievoud des conus zijn.

Soo is dan beweſen dat de Cylinder niet ⊏ noch
⊐ als het drievoud des conus is, derhalven de Cyl:
∞ 3 conus, dat te bewijſen was.

Anders.

Neemt dat op de Baſis van de Conus ABCD
een gereguleerde veelhoek van eenige zijden geſz.
is, en dat ook op de Conus als Baſes een Pyra-
mide, en op de Cylinder een Priſma geſchreven
wort, zoo zal de Pyramide het [a] derdendeel van [a] gev. 7
de Priſma zyn. 12

En indien alſoo wederom aan den Circumferen-
tie,

tie, een veelhoek van, meer als twee zyden geschreven wort, en op die Conus een Pyramide, en op de Cylinder een Prisma word gestelt, zoo zal van gelijke de Pyramide het [a] derdendeel van de Prisma zyn. En dit sal gedurig zoo zyn.

Derhalven dewyl de Pyramide in een Conus, en de Prisma in een Cylinder eyndigen, zoo zal ook de Conus het derdendeel van de Cylinder zyn, dat te bewysen was.

PROPOSITIE 11.

Fig. 327 *De Conen en Cylinderen A B C D K, E F G H M met gelyke hoogte zyn tot malkander als haar Basen A B C D, E F G H.*

Bew. Indien 't zoo niet is, zoo laat zyn de Cirkel A B C D, Cirkel E F G H :: Conus A B C D K, corpus N, zoo moet dan N ⊏ of ⊐ Conus E F G H M zyn.

Stell. Eerst zoo 't mogelyk is dat Cor N ⊐ Conus E F G H M is, en laat het verschil corp. O zijn, zoo is N + O ∞ Conus E F G H M.

Stell. De bereydinge en Demonstratie als de voorgaande, zoo zal eyndelijk overblijven des Conus stukken E P + P F + F Q &c. ⊐ O

a 't gestelde gesubit: van Con. E F G H M [a] ∞ N + O

rest Pyr. E P F Q G R H S M [b] N.

b 5 gem. 1

c 30. 3 en 1 beg. 2 [c] Maakt nu in de Cirkel A B C D de veelh. A T B V C X D Y gelijkt. de veel. E P F Q G R H S. Dewijle dan de Pyramide A B V Y K,

d 6. 12 Pyramide E F Q S M [d] :: veelh. A T B V Y,

e gev. 2. 12. veelh. E P F Q S [e] :: Cirkel A B C D, Cirkel E F

G H

G H f :: Conus A B C D K, corpus N, soo f stell.
zal de Pyramide E P F Q G R H S M g ⊐ N g 11. 5
zijn, en boven isse ⊏ getoont, dat strydig is,
daarom kan N niet ⊐ Conus E F G H M zijn.

Laat nu zoo 't mogelijk is N ⊏ Conus E F
G H M zijn, en stelle de Konus E F G H M, O
:: N, Conus A B C D K h :: Cirkel E F G H, h stell. en
Cirkel A B C D, ergo (om dat N ⊏ E F G H M gev. 4. 5
gestelt wort) zoo zal (de Pyramide A B V Y K
⊐ de Conus A B C D K zijnde) ook de Conus
A B C D K i ⊏ O zijn, 't welk strijd tegen 't i 14. 5
getoonde in 't eerste deel, derhalven kan N
niet ⊏ Conus E F G H M zijn, en boven kanse
niet ⊐ zijn, ergo N ∞ Conus E F G H M, en
daarom Basis A B C D, E F G H :: Conus A B
C D K, E F G H M, dat te bewijsen was.

Het selfde is het van de Cylinders, als men in de plaats der Konen en Pyramide neemt de Cylinders en Prismata, derhalven ook de Cylinders tot malkander als hare Basen.

Anders.

De Pyramides aan even hooge conen ingeschreven, zijn a tot malkander als haar Basen, en de- a 6. 12
zelve eyndigen eyndelijk in de conen, derhalven zy de conen tot malkander als haar Basen, dat te &c.

Soo ook de cylinders, dewijle die het b drievoud b 10. 12
van de conus zijn als die gelijke Basis en hoogte
hebben, soo zullen die ook c tot malkander zijn c 15. 5
als haar Basen, dat te &c.

By-

Byvoeg.

Uyt dese heeft men de metinge van ieder Cone en Cylinder.

Den inhoud van de rechte cylinder, wert voortgebracht, uyt den Cirkel der Basis (welkers metinge ons Archimedes aanwijst) gemultipliceert met de hoogte: en zoo ook van alderhande cylinders

Waar uyt volgt dat de inhoud van een conus voortkomt, uyt het derdendeel van de hoogte gemultipliceert met de Basis.

PROPOSITIE 12.

Fig. 328 *De gelykformige Conen en Cylind'ren ABCDK, EFGHM, zyn tot malkander in de drievoudige reden der Diameters TX, PR haarer Basen ABCD, EFGH.*

Bew. Soo 't soodanig niet is, soo moeten die tot een ander grootheyt een drievoudige reden hebben, stelle dan de conus ABCDK, corpora N :: drievoud TX, PR. Soo moet N ⊏ of ⊐ conus EFGHM zijn Laat dan eerst zoo 't mogelijk is N ⊐ con: EFGHM zijn, en haar verschil O soo is N + O ∞ conus EFGHM.

Ber. Als in 't voorgaande zoo zal met 't zelfde bewijs N ⊐ Pyramide EPFQGRHSM zijn.

Laat nu vorders tot de Asse der conen IK, LM

a 1 beg. 1 getrocken werden de [a] rechte VK, CK, VI, CI; en QM, GM, QL, GL.

b geg. Dewijle de conen [b] gelijkformig zijn. Soo is

c 24 def. 11 VI, IK [c] :: QL, LM en de hoeken VIK, QLM

QLM zijn [d] recht, daarom de △s VIK, QLM [e] gelijkhoekig zijn, derhalven VC, VI [f] :: QG, QL, ook VI, VK [f] :: QL, QM. ergo uyt de gelijke, is VC, VK [g] :: QG, QM, ook is VK, CK [h] :: QM, MG, dies weder uyt de gelijke, is VC, CK [g] :: QG, GM, derhalven △s VKC, QMG [i] gelijkformig zijn, met gelijke redenen zijn d'overige △s van d'eene Pyramide de overige van d'ander gelykformige, daarom de zelve Pyramide [k] gelijkformige zijn, maar dese Pyramide ATBVCXDYK, EPFQGRHSM zijn tot malkander in een [l] drievoudige reden, der zyde VC tot QG, dat is [m] VI tot RL, [n] of TX tot PR: ergo Pyramide ATBVCXDYK, Pyramide EPFQGRHSM [o] :: conus ABCDK, N, maar de Pyramide ATBVCXDYK [p] ⊐ conus ABCDK is, derhalven Pyramide EPFQGRHSM [q] ⊐ N, en boven was het contrarie, daarom kan N niet ⊐ conus EFGHM zijn.

d 18 def. 11
e 6. 6
f 4. 6
g 22. 5
h 7. 5
i 5. 6
k 9 def. 11
l gev. 8. 12
m 4. 6
n 15. 5
o stell. en 11. 5.
p 9 gem. 1
q 14. 5

Laat ten tweeden zoo 't mogelijk is N ⊏ con: EFGHM zijn, en stelle N, con: ABCDK :: conus EFGHM, O: voren is Pyramide ATBVCXDYK, Pyramide EPFQGRHSM :: conus ABCDK, N, dit verandert is N, con. ABCDK [r] :: Pyramide EPRM, Pyramide ATCK [s] :: GQ, VC drievoud of [t] PR, TX drievoud, derhalven is conus EFGHM, O [v] :: PR, TX drievoud, en om dat N ⊏ conus EFGHM gestelt werd, soo sal de conus ABCDK [w] ⊏ O, strijdende tegen 't voorgetoonde, daarom kan ook N niet ⊏ EFGHM zijn, derhalven N ∞ EFGHM, en vervolgens de conus ABCDK, conus EFGHM ::

r gev. 4. 5
s gev. 8. 12
t 4. 6
v 11. 5
w 14. 5

TX,

TX, PR drievoud, dat te bewijsen was.

Anders.

In de cirkels der basen van de gelijkformige conen, beschrijft gereguleerde veelhoeken, die sullen ook gelijkformig zijn, ook sullen de Pyramides op dese veelzydige conen gelijkformige zijn, dat ligtelijk kan getoont worden. Dese Pyramides staan
a gev. 8 12 dan tot [a] malkander in de drievoudige reden haarder gelikredige zyden V C, Q G, dat is ook als
b 4. 6. V I tot Q L of diameter T X [c] tot P R.
c 15. 5 Dewijle dan de Pyramides in conen eyndigen, soo is dan ook de reden der conen, tot malkander drievoudig, de reden der Diameter TX, PR haarder Basen, dat te bewijsen was.

Dit nu van de conen bewesen de waarheyt te zijn, is licht van de cylinder mede te verstaan, de-
d 10. 12 wijle de conen het [d] derdendeel des cylinders zijn, zoo hebben dan ook de cylinders tot malkander een
e 15. 5 [e] drievoudige reden der Diameters haarder Basen;
en 11. 5 dat te &c.

PROPOSITIE 13.

Fig. 229 *Soo een Cylinder A B C D gesneden wiert, met een vlak E F, Parallel met zyn tegen overstaande vlacken B C, A D, zoo zal de Cylinder A E FD tot de Cylinder E B C F zyn, als de As G I tot As I H.*

a 2 beg. 1 *Ber.* [a] Verlengt de Asse wedersijds, en [b] neemt
b 3. 1 GK

GK ∞ GI ook HL ∞ HI ∞ LM, en stel dat uyt de punten K, L, M, de cirkels of vlacken KN, LO, PM ═ GAD [c] getrocken zyn. c 3 beg. 1

Bew. Om de [d] gelykheyt der assen, soo is de d ber. cylinder ED [e] ∞ cyl. AN en cyl. EC [e] ∞ BO e 11:12 ∞ OP, alzo is de cyl. EN [f] even veel maal de cyl f 15.5 ED, als de asse IK de asse IG is: en soo ook de cyl. FP [f] even veel maal de cyl. FB als de asse IM de asse IH: na dat dan IK ⊏, ∞, ⊐ IM is [g] sal ook den cyl. EN ⊏, ∞, ⊐ FP g 11:12 zyn, derhalven de cyl. AEFD; cyl. EBCF [h] :: GI, IH, dat te bewysen was. h 6 def. 5

PROPOSITIE 14.

De Conen AEB, CFD, en Cylinderen AH, CK met gelyke Basen AB, CD: zyn tot malkander als haar hoogten ME, NF. Fig. 33e

Ber. De cylinder HA en de as EM [a] voort- a 2 beg. 1 getrocken zynde, soo [b] neemt ML ∞ FN uyt b 3:1 L, trekt 't vlak LOP ═ MAB. c 3 beg. 1

Bew. Om dat ML [d] ∞ FN is, daarom de d ber. cyl. AP [e] ∞ CK en de cyl. AH, AP (CK) e 11:12 [f] :: ME, ML (NF), dat te bewysen was. f 13:12

Het zelve is het van de conen, als zynde het [g] derdendeel van de cylinder. Ik voeg 'er by de g 10:12 Prismaten en Pyramiden als blykt uyt 9 en 7. 12.

PROPOSITIE 15.

Gelyke conen BAC, EDF en Cylinders BH, EK zyn de Basen en hoogte in wederkeeringe reden (BC, EF :: MD, LA): en welke Fig. 33f *conen en cylinders haar basen en hoogte in wederkeerige reden zyn dezelve zyn gelyk.*

Soo de hoogtens gelyk zyn, zullen ook de ba-
a 9:5 sen [a] gelyk zyn en 't vereyschte dan [b] klaar is: dog
b 7:5 de hoogtens ongelyk zyn, zoo [c] neemt 'er af
c 3:1 MO ∞ LA.
d ber. 1. *Stell. Bew:* Om dat de hoogte cyl. EQ [d] ∞
hoogte cyl. BH is, daarom hoogte MD, MO,
e 14:12 ([d] LA) [e] :: cyl. EK ([f] BH), EQ [g] :: basis
f geg. BC, EF, dat te bewysen was.
g 11:12 2 *Stell Bew.* Om dat de Basis BC, EF
h geg. [h] :: hoogte DM, OM ([i] LA) [k] :: cyl. EK,
i ber. EQ [l] :: basis BC, EF [m] :: cyl. BH, EQ
k 14:12 is, daarom cyl. EK [n] ∞ cyl. BH, dat te bewy-
l 11:5 sen was.
m 11:12
n 9:5 Met gelyk bewys zyn ook de conen het selfde.

PROPOSITIE 16.

Fig. 332. *Twee ongelyke Cirkelen ABCG, DEF om een centro M zynde; in de grootste cirkel ABCG een gelykzydigen veelhoek, even zyden hebbende, te beschryven, die de kleynste Cirkel DEF niet raakt.*

a 1 beg. 1 *'t Werk.* Door 't centr. M [a] trekt de rechte
b 11:1 AC snydende den cirkel DEF in F, uyt F [b] stelt
FH Perp. op DF, dan [c] maakt CI ∞ $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$
c 30:3 of $\frac{1}{32}$ &c. van de halve cirkel ABC, soo [d] lange de
d lem. 2 boge IC ⊐ boge HC is: dan [a] trekt de rech-
12 te IC selve is een zyde van de begeerde veelhoek.

·Ber

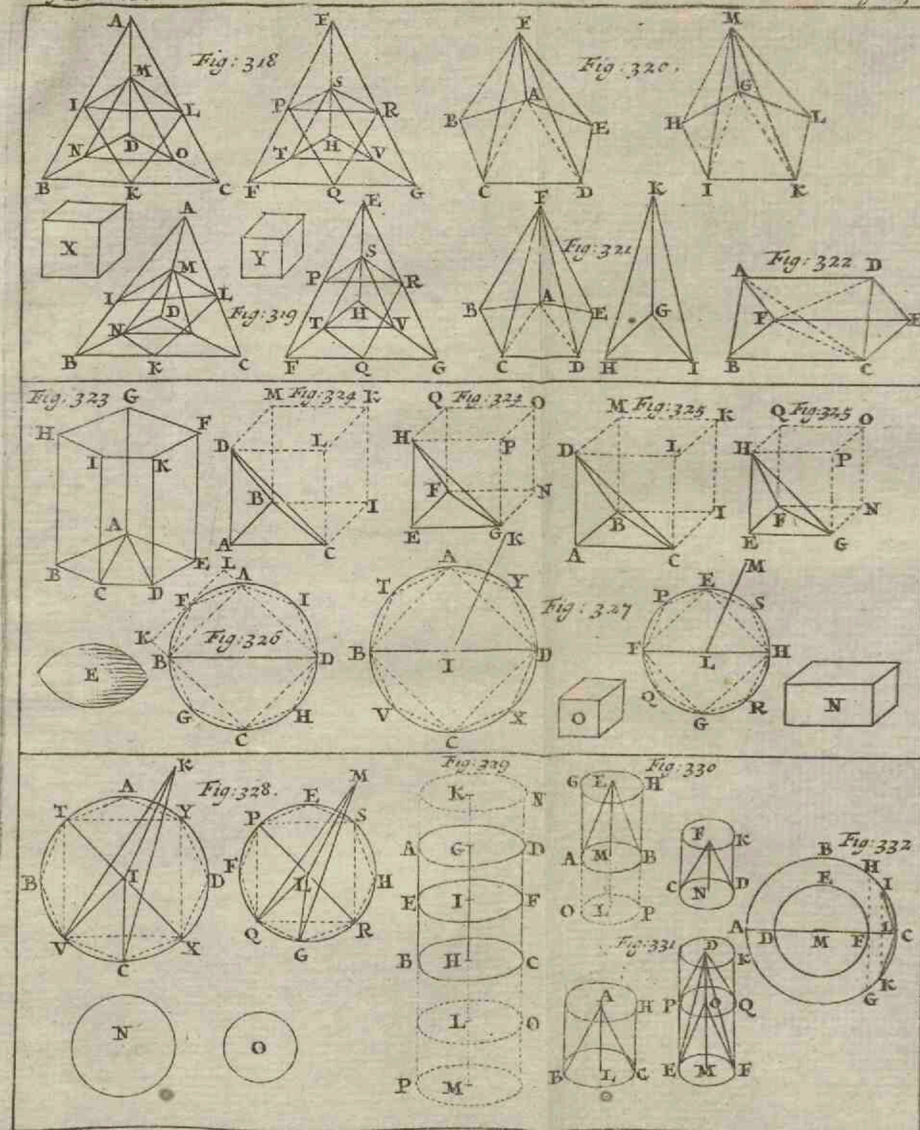


Fig: 318
Fig: 319
Fig: 320
Fig: 321
Fig: 322
Fig: 323
Fig: 324
Fig: 324
Fig: 325
Fig: 325
Fig: 326
Fig: 327
Fig: 328
Fig: 329
Fig: 330
Fig: 331
Fig: 332

Ber. Uyt I [e] trekt I L perp. op A C. e 12: 1

Bew. Het [f] blykt dat de boge I C de geheele cirkel meet, en dat het getal der bogen gelyk is, derhalven is de ondertogene I C, eens [g] zyde der ingeschreven veelhoek. Wyders is de hoek I L C [h] ∞ H F C, daarom I K ═ H G, maar H G, [k] raakt de cirkel D E F, derhalven I K deselve [l] niet raakt noch snyd, veel min [m] raaken C I, C K en de overige zyden der veelhoek die verder van het centrum M afstaan de cirkel D E F, dat te doen was.

f 't werk. g byv. 16: 4 h 12 gem. i 28. 1 k gev. 16: 3 l 34 def. 1 m 15: 3

Gevolg.

Hier uyt blykt dat I K den Cirkel D E F noyt raken of snyden sal.

PROPOSITIE 17.

Twee ongelyke Spheren A B C V, E F G H om een Centrum D zynde, in de grootste Sphere A B C V een Corporale veelhoek te schryven, welke vlacken niet raken de superfitie der minste Sphere E F G H. Fig. 333

't Werk. Snyd beyde de Spheren met een vlak door 't centrum [a] makende de cirkel E F G H, A B C V en [b] getrocken de diameter A C, B V malkander rechthoekig snydende In de cirkel A B C V [c] beschryft de gelykzydige veelhoek V M L, N C &c. die de kleynste cirkel E F G H niet raakt: dan [b] trekt de diameter N *a*, en [d] stelt D O perp. op 't vlak A B C V, door D O en Diameters A C, N *a* getrocken de cirkels of vlacken D O C, D O N,

a 15 def. 1 b 1 beg 1. c 16, 12 d 12, 11 e 18: 11

DON, DOL, DOM &c. die zullen [e] recht-
hoekig op 't vlak des cirkel ABCV en EFGH
f gev. 33: 6 zyn, en vervolgens in het vlak der Sphere [f] vie-
rendeel cirkels DOC, DON maken, waar in
g 1: 4 [g] gestelt: de rechte CP, PQ, QR, RO, NS,
ST, Tc, Oc, ꝏ CN, NL &c. gelyk, en even
h 1 beg. 1 veel in menigte, en getrocken de rechte SP, TQ,
cR &c. In de overige vierendeel cirkels OL,
OM &c. en in de geheele Sphere, insgelyks ge-
daan, soo is ORQPCN &c. de begeerde veel-
hoek.

i 11. 1 *Ber.* Van de punten P, S [i] trekt PX, SY
k 38. 11 Perpend. op 't vlak ABCV die [k] vallen in de
gemeene snydinge AC, N*a*, en uyt 't centrum D stelt
l 11. 11 DZ [l] Perpend. op 't vlak NCPS als ook D*d*
m 1 beg. 1 Perpend. op 't vlak SPQT en [m] getogen de
rechte ZN, ZC, ZS, ZP, *d*P, *d*Q, *d*T, *d*S,
dan [n] trekt NI Perpend. op AC en [m] getogen
n 12. 1 de rechte XY.

o 12 gem. 1 *Bew.* Dewyle de hoek PXC [o] ꝏ SYN, en
d'hoek PCX [p] ꝏ SNY is, daarom de △s PCX,
p 27. 3 SNY [q] gelykhoekig zyn, waar van de zyde PC
q 32. 1 [r] ꝏ SN, dies ook PX [s] ꝏ SY en XC [s] ꝏ YN dit
r 't werk
s 26. 1 subst. van DC [t] ꝏ DN

t 15 def. 1 rest DX [v] ꝏ DY, der-
v 3 gem. 1 halven DX, XC [w] :: DY, YN, dienvolgens
w 7. 5. is YX [x] ═ NC. Maar om dat PX [y] ꝏ en
x 2. 6
y bewesen [z] ═ SY en beyde op een selve vlak ABCV recht-
z 6. 11 hoekig zyn, zal ook SP [a] ꝏ en [a] ═ YX zyn,
a 33: 1 en daarom SP [b] ═ NC, derhalven de vierzy-
b 9. 11 dige NCPS een [c] vlak is, en om deselve reden
c 7. 11 SPQT, TQRC in een vlak zyn, en ook [d] △
d 2. 11

*c*RO

c RO geheel in een vlak is. Op dezelve wyse is de gantsche Sphere van deselve vierzydige en driehoekige vlakken vervult, derhalven een corporaal veelhoek daar in beschreven is.

Wyders is DN, NC e :: DY, YX, en e 4. 6
DN f ⊏ DY is, daarom NC g ⊏ YX (SP) f 9 gem. 1
is, en soo ook SP ⊏ TQ en TQ ⊏ *c* R, g 14. 5
en om dat de hoeken DZC, DZN, DZS, DZP h h 3 def. 11
recht zyn, ook de zyden DC, DN, DS, DP i gelyk i 15 def. 1
en DZ gemeen, zoo zullen ZC, ZN, ZS, ZP,
onder malkander k gelyk zyn; en daarom kan om k 47. 1
de vierzydige NCPS l een cirkel beschreven wor- l 15 def. 1
den, van welke (om dat NS, NC, CP m ge- m 't werk
lyk en NC ⊏ SP is) NC n meer als een vie- n 28. 3
rendeel-ronts begrypt; derhalven de hoek NZC
aan 't contr. o plomp is, en daarom □ NC p ⊏ o 33. 6
2 □ ZC (□ ZC + □ ZN). p 12. 2

Vorders zyn de hoeken NIC, ADV q rechte, q ber.
dies is de hoek ADN (r DNC + DCN) s plomp, r 32. 1 s 9 gem. 1
en deselve DCN r ⊏ ½ rechte, en daarom de
overige der rechte, dat is CNI t ⊐ DON, t 3 gem. 1
derhalven IN v ⊏ IC, en oversulx □ NC, v 19. 1
(□ NI + □ IC) w ⊐ 2 □ IN en alsoo IN w 47. 1
⊏ ZC en bygevolg DZ w ⊏ DI. En dewyle
't punt I x buyten de Sphere EFGH is; daarom x gev. 16. 12.
't punt Z noch meer buyten de selve Sphere, en derhalven 't vlak NCPS (wiens centr. 't punt Z 't naast is,) de Sphere EFGH niet raakt, noch snydt. Soo ook om dat D *d* w ⊏ DI is, zal 't vlak SPQT noch verder van 't centrum zyn en overzulks de Sphere EFGH niet raken noch snyden. En van de overige vlacken der veel-

hoek is 't ſelve: derhalven is de veelhoek ORQ PCN &c. in de grootſte Sphere beſchreven: en raakt de kleynſte niet, dat te doen was.

Gevolg.

Hier uyt blijkt, zoo in eenige andere Sphere, een corporaal veelhoek beſchreven wert, gelijkformig een gegeven corporaal veelhoek; zoo is de reden van de veelhoek in d'eene Sphere, tot de veelhoek in d'andere, drievoudig de reden der Diameters deſer Sphere.

Want zoo uyt 't centr. der Spheren tot alle hoeken van de baſen der geſtelde veelhoeken rechte linien getrocken werden, zullen de veelhoeken in pyramide verandert werden, gelijk en gelijk in getal, welkers gelijkformige zyden zijn halve Diameters der Spheren, gelijk 't blijkt, ſoo verſtaan wert dat de kleynſte deſer Sphere in de grootſte, om een Centr beſchreven is, dan zullen de recht getrockene linien van 't centr. der Sphere tot de hoeken der baſen om de gelijkformigheyt der baſen over een komen; en daarom ſullen de Pyramiden gelijk worden. Derhalven elke byſondere Pyramide in een Sphere, tot elke byſondere Pyramide in de andere Sphere [a] een drievoudige reden der gelijkformige zyden hebben, dat is de halve diameters der Spheren. Maar gelijk de eene [b] Pyramide tot d'ander Pyramide is, alzoo alle Pyramides uyt d'eene corporaal veelhoek t'ſamen geſet, tot alle Pyramides uyt d'ander corporaal veelhoek t'ſamen geſtelt: en alzoo hebben de veelhoeken in een Sphere een drievoudige reden der halve Diameters, en [c] derhalven ook van de heele Diameters.

a gev. 8. 12.
b 12. 5.
c 15. 5

PROPOSITIE 18.

De Spheren A B C, E D F zyn in een drievoudige reden haarder Diameters B C, E F. Fig. 334

Bew. Laat de Sphere B A C tot de Sphere G, in een drievoudige reden der Diameter B C tot de Diameter E F zyn. Ik zegge dat dan G ∞ E D F is.

Want ſoo 't mogelyk is, laat G ⊐ E D F zyn, en gedenkt dat de Sphere G een centrum heeft met de Sphere E D F, en dat in de Sphere E D F een veelhoek beſcheeven is, die de Sphere G [a] niet raakt, en gelijkformig is de veelhoek in a 17, 12
de Sphere B A C beſchreven. Deſe veelhoeken zijn in een [b] drievoudige reden der diameters B C, b gev. 17. 12.
E F, dat is de [c] ſphere B A C tot G, daarom de c ſtell.
Sphere G ⊏ als de veelhoek in de Sphere E D F beſchreven, dat is 't deel grooter als 't geheel, daarom kan G niet ⊐ E D F zijn.

Wederom ſoo 't mogelijk is, laat de Sphere G ⊏ E D F zijn, en laat zijn gelijk de Sphere E D F tot een ander Sphere H, alzoo G tot B A C dat is in [e] een drievoudige reden der Ciameters E F tot e ſtell.
B C; dewijle dan B A C [f] ⊏ H is, ſoo is dat f 14. 5
wederom ſtrijdig tegen 't eerſte deel. Waarom blijkt dat de Sphere G ∞ E D F is, dat te bewijſen was.

Gevolg.

Hieruyt blijkt, dat gelijk de Sphere tot de Sphere, alzoo is de veelhoek in d'eene beſchreven tot de gelijkformige veelhoek in d' ander beſchreven.

Eynde des Twaalfden Boeks.

TOEGIFT.

EUclides leert in het vierde boek verscheyde figuren in en om cirkelen te beschryven: maar een quadraat in en om een triangel, mitsgaders een achthoek in een quadraat te schryven en leert hy in geen van zijn boeken; echter zijn dat zeer fraye en nutbare saken, zullen derhalven, daar van, benessens noch iets anders, tot een toegift, op ons voorgaande werk handelen, hope dat zulx by den konstlievende niet onaangenaam sal zijn.

Fig. 335 1. *In een gegeven rechthoekige Triangel ABC een quadraat BGFH te schryven.*

a 46. 1 *'t Werk.* a Beschrijft op AB, 't □ ABDE, en
b 1 beg. b trekt de diagon: EB, die snyd AC in F, uyt F
c 12. 1 c trekt FG, FH perp. op BD, BA, zoo zal BG FH, 't begeerde zyn.

Bew Om dat BD d ∞ ED is, daarom de
d 't Werk hoek DBE e ∞ DEB f ∞ ½ recht, en dienvol-
e 5 1 gens BFG ook f ∞ DBE f ∞ ½ recht, der-
f 4 gev. 32 1 halven BG g ∞ FG: op deselve wyse is de
g 6. 1 hoek BFH, ½ recht, en FH ∞ BH h ∞ GF
h 34. 1 i ∞ BG, overzulx d'hoek GFH k recht d ∞ G
i bew. k 2 gem. 1 d ∞ H l ∞ B, daarom BGFH een m □, diens
l geg. hoeken de zyden des gegeven △s n raken, in F,
m 29 def. 1 G, H, derhalven o in deselve beschreven, dat te
n 't werk doen was.
o 1 def. 4

Of korter.

Dewyle de △s BFG, BHF p gelykhoekig zyn, met de △s BDE, BAE, dewelke t'samen een q □ zyn: zoo zyn △s BFG + BHF ook een r □ zynde in de △ ABC s beschreven, dat te doen was. p 29. 1 q 5 gem. r 20. 6 s 't werk.

Anders. Fig. 336

't Werk. a Beschryft op BC b 't □ BDEC, a 46. 1 en trekt AE, die snyd BC in G, uyt G c trekt b 1 beg. GF Perpenp. op BC, die snydt AC in F uyt c 11. 1 F d trekt FH Perpend. op AB, soo is GFHB, d 12. 1 't begeerde quadraat.

Bew. Want AE, AG e :: CE, FG e 2. 6
en AE, AG e :: DE, BG is,
derhalven CE, FG f :: DE, BG, maar CE f 11. 5
g ∞ DE is, en daarom FG h ∞ BG, en vervol g 29 def. 1
gens GFHB een g □, zynde in den △ ABC h 9. 5
i beschreven, dat te doen was. i 't werk

2. *In een gegeven schreef hoekigen triangel ABC een quadraat EFGH te schryven.*

Om dat de scheefhoekige Triangelen zyn gelyk en ongelykzydig, ende de ongelykzydige scherp en plomphoekig zyn, zoo zoud men hier drie voorstelien van konnen maken. maar dewyle in alle deselve bewerkinge en demonstratie is, zoo zullen wy die alle in een betrecken, en seggen dat in de gelykzydige men 't quadraat kan stellen op wat zyde men wil, en in een ongelykzydige scherphoekige op zulken zyde die met Perpendiculaer minſt verſchilt, ende een plomphoekige kan het grootſte quadraat niet anders dan op de zyde over den wijden hoek gemaakt worden.

a 46.1 *'t Werk.* a Beſchrijft op AB 't □ ABKI, en
b. 31.1 door C b trekt MD ══ IA c trekt de Diago-
c 1 beg. 1 naal ID, die ſnyd AC in F uyt F b trekt FG
══ AB, die ſnyd BC in G, uyt G en F b
Fig. 337 trekt GH, FE ══ MD, ſoo ſal EFGH 't
begeerde □ zijn.

d 29.1. *Bew.* Om dat de △ DFE d gelijkhoekig DIA
is, en het d ongeſchikt 4 hoek DFGH met
DIKB, en den △ DIA + 4 hoek DIKB
e 15. gem. 1 e een □ maken, ſoo ſal △ DFE + 4 hoek DF
GH f ook een □ zyn, welk □ de zyden des ge-
f 20.6 geven △s g raakt, en daarom h in deſelve beſchre-
g 't welk
h 1 def. 4 ven, dat te doen was.

Fig. 338

Anders.

a 11 en 3, 1 *'t Werk.* a Stelt AI ∞ AB Perpend. op AB,
b 12.1
c 1 beg. 1 en b trekt CD Perpend. op AB dan c DI
d 31.1 die ſnyd AC in F, uyt F d trekt FG, FE
══ AB, CD, die ſnyden CB, AB in G, E
uyt G d trekt GH ══ CD, ſoo is EFGH,
't begeerde.

e 2.6 *Bew.* Om dat AD, FL e ∷ DC, LC is, en DC,
f 11.5 LC e ∷ DB, LG, daarom AD, FL (ED) f ∷ DB, LG,
(DH) wyders is AI, FE e ∷ AD, ED ∷ DB, DH
addeert DB, DH

g 2.5 komt AI, FE g ∷ AB, EH, maar AI
h 't werk h ∞ AB is, derhalven FE i ∞ EH k ∞ FG ∞
i 9.5
k 34.1 GH en de hoeken G, H, E, F zyn l recht, daarom
l 29.1 EFGH

EFGH een [m] □ dat in de △ ABC [h] beschreven is, dat te doen was. m 29 def. 1

3. *In een gegeven Quadraat ABCD een gelykzydigen en gelykhoekige achthoek EMLKIHGF te schryven.* Fig. 339

't Werk. [a] Trekt de diagonaals AC, BD, die [b] snyden malkander rechthoekig in twee- en gelijk in R, dan [c] maakt AE, AL, BM, BI &c. yder ∞ de halve diagonaals AR, BR &c. en [a] trekt EM, LK, IH, GF, soo sal EMLKIHGF de begeerde achthoek zijn. a 1 beg. 1 b 4 gev. 32 en 4. 1 c 3. 1

Ber. [a] Trekt uyt R de rechte RE, RF, RG &c. ook uyt R de perpend. RN.

Bew. Dewijl AL [d] ∞ BM } sub. d 't werk
en LM ∞ LM gemeen is }

rest AM [e] ∞ BL, op deselve wijse is AE ∞ DF, DG ∞ CH, CI ∞ BK. e 3 gem. 1

ook is AB [f] ∞ AD } sub. f geg.
AL [d] ∞ AF }

rest BL [e] ∞ DF [g] ∞ AE &c. en soo zijn AM, AE, DF, DG &c. alle malkander gelijk, en daarom de △s AEM, BLK, CHI, DFG alle gelijkbeenig, dies hoeken A, B, C, D [f] recht en daarom [h] gelijk zijn, en oversulks d'andere hoeken yder [i] half recht, en hare Basen ME, LK, IH, GF [k] gelijk. g bew. h 12 gem. 1 i 4 gev. 32 1 k 4. 1

Wyders om dat AF [d] ∞ AL } sub.
en AE [g] ∞ AM is }

soo is ook EF [e] ∞ ML, en op gelijke wyse EF, GH, IK, LM, alle gelijk zijn.

We-

Wederom, dewijle AD, BC, CD, BA [f] ∞ zijn en de hoeken ABC, BCD, CDA, DAB, [f] recht zijn. zoo zijn de hoeken OAM, OAE, PDF, PDG [i] half recht, en OMA, OEA, PFD, PGD zijn [g] half recht, en AE [g] ∞ AM [g] ∞ DF &c. derhalven zijn MO, [l] ∞ AO

l 5.1 [l] ∞ OE [l] ∞ FP [l] ∞ PD [l] ∞ PG

ook is AR [g] ∞ RD }
AO [g] ∞ DP } sub:

rest OR [e] ∞ RP

van de Δ[s] MRO, ERO, FRP, PRG is MO ∞ OE ∞ FP ∞ PG en OR ∞ RP gemeen, de hoeken O en P recht, overzulks MR [k] ∞ ER [k] ∞ FR

m. 5. 1. [k] ∞ RG en de hoek MRO [k] ∞ ORE ∞ FRP

n 32. 1 [k] ∞ PRG; en dewijle AR [d] ∞ AF is, soo is de hoek ARF [m] ∞ AFR [n] ∞ FRD + RDF

sub. ARN [n] ∞ ½ recht [g] ∞ RDF

rest hoek NRF [d] ∞ FRP

2 maal.

komt hoek ERF [e] ∞ FRG, en de-

o 8 1. wijle dese hoeken van gelijke zyden begrepen zijn, zoo zal ook EF [o] ∞ FG zijn om gelijke reden ook gelijk GH en soo voorts, ook is hier uyt openbaar dat de hoek MEF ∞ EFG ∞ FGH is, om dat yder uyt twee gelijke hoeken bestaat, bygevolg is EMLKIHGF een gelijkzydige en gelijkhoekige achthoek, diens hoeken de zyden

p 1 def. 4 des quadraats [d] raken, en daarom in deselve [p] beschreven, dat te doen was.

An-

Anders.

Het Bewijs.

$$\left.\begin{array}{l}\square ED + \square AD - 2\,\Box ADE \;{}^{a}\!\propto \square AE \\ \square ED + \square AD - 2\,\Box ADE \;{}^{a}\!\propto \square AM\end{array}\right\}\text{add.}$$ a 7: 2

$$2\,\square ED + 2\,\square AD - 4\,\Box ADE \;{}^{b}\!\propto \square EM$$

en $2\,ED - AD \propto EF$ b 47: 1 en 1 gem. 1

$$\left.\begin{array}{l}\text{ook is } 4\,\square ED + \square AD - 4\,\Box ADE \;{}^{a}\!\propto \square EF \\ \square 2DR \propto 2\,\square ED \qquad {}^{c}\!\propto \square AD\end{array}\right\}\text{sub.}$$

$$\text{rest } 2\,\square ED + \square AD - 4\,\Box ADE \;{}^{d}\!\propto \square EF - \square AD$$ c 47: 1

$$\text{add } \square AD \propto \square AD$$ d 3 gem. 2

$$\text{ko. } 2\,\square ED + 2\,\square AD - 4\,\Box ADE \;{}^{e}\!\propto \square EF$$

zijnde boven $\propto \square EM$ e 2 gem. 1

derhalven $\square EF \;{}^{f}\!\propto \square EM$, en overzulks EF f 1 gem. 1
${}^{g}\!\propto EM$, dat te bewijsen was.

Wy hebben in 't 4 boek Propositie 11. geleert g byv. 46. 1 hoe men een vyf hoek in een Cirkel sal beschryven: maar dewijle dat 'er konstlievenden zijn, die desselfs manier, wat beswaarlijk toe schynt, om dat op die manier 't zelve doende, eerst een gelijkbeenige Triangel, diens hoeken op de gront, elk dobbel tegen de tophoek zijn, gemaakt moet werden, zullen derhalven hier een andere manier voordragen, doch voor af laten gaan, dese 2 volgende Lemmata of Voorbewijsen.

Lemma I.

De rechte linie A E van de t'samen gestelde zyden D F des seshoeks, en A B des tienhoeks beyde in

Fig. 340 *in eenen Cirkel ABC beschreven, is gesneden in de uyterste en middelste reden (AE, BE :: BE, AB), van welke het grootste deel BE de zyden des seshoeks is.*

a 1 beg. 1 *Ber.* [a] Trekt de diameter ADC, [a] ook BD en DE.

b geg. *Bew.* Om dat de boog AB [b] ∞ $\frac{1}{3}$ boog ABC
c 27. 3 is, daarom de hoek BDC [c] ∞ 4 BDA, ook is
d 32. 1 de hoek BDC ∞ [d] 2 DBA (DAB + DBA)
e 1 gem. 1 ergo 4 BDA [e] ∞ 2 DBA
div. 2 —— —— —— ——
f 7 gem. 1 of 2 BDA [f] ∞ DBA [d] ∞ BED + BDE, maar dewijl BD [b] ∞ BE is, soo is de hoek BED
g 5. 1 [g] ∞ BDE, derhalven DBA [f] ∞ 2 BDE, boven is DBA + 2 BDA, daarom BDE [e] ∞ BDA yder $\frac{1}{2}$ DBA, derhalven BDE + BDA, dat is ADE [e] ∞ DBA of DAB, en alsoo de $\triangle^s$ ADE, ADB gelijkhoekig zijn, en daarom AE, AD (BE) :: AD (BE), AB, dat te bewijsen was.

Gevolg.

Hier van daan, zoo de zyden, van een zeshoek in desselfs Cirkel gesneden wort in de uyterste en middelste reden, zal het grootste deel een zyde van een tienhoek in de zelve Cirkel zijn.

Lemma 2.

Fig. 341 *Het quadraat der zyde AB, des vyfhoeks ABCDE in den Cirkel ABCE beschreven, is gelyk beyde de quadraten AH de zyde des tien-*

tienhoeks, ende FB de zyde des seshoeks en den zelven Cirkel.

Ber. [a] Trekt de diameter AFG, en [b] snyd de boog AH in tweën gelijk in K, en [a] trekt FK, FH, FB, BH, HA, HM. a 1 beg. b 30:3

Bew. Dewijle ABG [c] ∞ AEG is, c 17 def. 1
en de boog ABC [d] ∞ AED sub.
soo rest de boog CG [e] ∞ GD [f] ∞ AH ∞ HB, d 28:3 e 3 gem. 1
derhalven de boog BCG ∞ 2 BHK, en over- f geg: en 7 gem. 1
zulx de hoek BFG [g] ∞ 2 BFK: maar de hoek g 33:6.
BFG [h] ∞ 2 BAG is, ergo de hoek BFK [i] ∞ h 20:3
BAG, en also de △s BFM, BAF [k] gelijkhoe- i 1 gem: 1 k 32:1
kig (want de hoek BAG is de zelfde als BAF ∞
BFM, zijnde de selfde als BFK, en ABF is bey-
de △s gemeen, dies is BFA [k] ∞ BMF) derhal-
ven AB, BF [l] :: BF, BM, en daarom ▭ AB, l 4:6
BM [m] ∞ □ BF. m 17:6

Wederom de hoek AFK [n] ∞ HFK is, en AF n 27:3
[o] ∞ HF en LF gemeen, derhalven AL [p] ∞ o 15 def. 1
LH, en de hoek FLA [p] ∞ FLH, en daarom [q] p 4:1
recht, soo zijn dan weder van de △s HLM, ALM, q 10 def. 1
de zyd HL ∞ AL, LM gemeen, en de hoek HLM
∞ ALM, dies de hoek LHM [p] ∞ LAM is, ook is
LAM [n] ∞ HBA, derhalven de △s AHB, AMH
[k] gelijkhoekig zijn, en vervolgens AB, AH [l] ::
AH, AM, daarom ▭ AB, AM [m] ∞ □ AH
boven is ▭ AB, BM ∞ □ BF

———————————— add.

komt ▭ AB, AM + ▭ AB, BM [r] ∞ □ AH + □ BF, r 2 gem. 1
maar ▭ AB, AM + ▭ AB, BM [s] ∞ □ AB is, der- s 2,2
halven □ AB ∞ □ AH + □ FB, dat te bewijsen was.

Ge-

Gevolg.

1. Hier uyt, zoo een rechte linie FK die uyt 't Centr. F, de hooge AH in twee- en gelijk snydt, zal ook de rechte HA, die derzelver boog ondertoogen is, in tweën gelijk rechthoekig gesneden werden.

2. Des Cirkels Diameter AG, uyt A, een hoek des vyfhoeks (welke men wil) getrocken, deelt de booge CD, die de zyde van de vyfhoek begrijpt, in tweën gelijk; als ook de zyde CD rechthoekig en in tweën gelijk.

Dit alsoo vóór af gestelt zijnde, kome nu tot de saak zelfs, om

Fig. 342 *In een gegeven Cirkel ADB een vyfhoek ABCDE te schryven.*

a 1 beg. 1 *'t Werk.* [a] Trekt de Diameter GHF, uyt 't Centr.
b 11. 1 H [b] stelt HA perpend. op GF, dan [c] deelt HF
c 10. 1 in tweën gelijk in I, en [a] trekt AI, [d] maak IK ∞
d 3. 1 IA en getrocken AK, dat zal een zyde des vyfhoeks in den zelve Cirkel zijn.

Bewys.

e 6. 2 Want ▭ FK, KH, + □ HI [e] ∞ □ KI [f] ∞ □ AI
f gev. 46. 1 [g] ∞ □ HA + □ HI
subst: □ HI ∞ □ HI
g 47. 1 rest ▭ FK, KH [h] ∞ □ HA (□ HF)
h gem. 3. 1 derhalven KF, HF [i] :: HF, KH, en daarom (de-
i 17. 6 wijl HF een [k] zyde des seshoeks is) sal KH [l] een zyde
k 1 gev. 15. 4 des tienhoeks zijn, en vervolgens (om dat □ AK [g] ∞
l lemma 1 □ AH + □ KH is) sal AK een [m] zyde des vyf-
m lem. 2 hoeks in den zelven Cirkel zijn, dat te bewijsen was.

AAN-

AANHANG.

Konst-lievende Leser,

HEt is niet genoeg, voor de gene, die haar in de Meetkonst willen oeffenen, dat ze hebben een speculative kennis van de Propositien der boeken Euclidis, en dat ze weten die op ordre te Demonstreren: maar daar wert vereyscht, een Practicale kennis om dezelve te konnen in 't werk stellen, ende die na behoren te gebruyken. Tot welkers eynde, ik dienstig geoordeelt hebbe, dit myn werk te vermeerderen met een aanhang, dienende op de zes eerste boeken Euclidis; bestaande in het Transformeren, of veranderen der figuren, als mede de vier spetien der Arithmetica, als Additie, Substractie, Multiplicatie, en Divisie in figuuren: Want dat zelve, niet alleen dienstig is, om de Propositien van de ses eerste boeken, te pas te brengen na behoren: maar ook om dezelve te beter, ende te vaster te leeren Demonstreren: derhalven sullen wy UE van yder speiie, eenige Exempelen voordragen, ende hare bewerkinge, mitsgaders desselfs demonstratie, sodanig die ons nu te binnen komt, daar by doen: niet dat wy willen seggen dat het niet anders kan te wege gebracht werden: want dese stoffe kan op verscheyden manieren uytgewerkt worden, maar dese is ons nu zoo in gevallen. Neemt dit dan aan, in zodanige genegentheyt, als het UE. wert mede gedeelt, van my UE. toegenegene

P. WARIUS.

1. *Een*

1. *Een plomphoekige Triangel ABC, te veranderen in een recht hoekigen ADC, als mede in een gelykbeenigen AEC.*

Fig. 343 *'t Werk.* Uyt B, [a] trekt BE ═ AC, en uyt A
a 31:1 [b] stelt AD Perp. op AC die snyd BE in D,
b 11:1 dan [c] trekt DC; vorders [d] deelt AC in twee en
c 1 beg. 1 gelijk in F, en [e] stelt FE Pergend. op AC, die
d 10. 1 snyd BE in E, [c] trekt AE, CE, dan is ADC
e 11. 1 een rechthoekige, en AEC een gelijkbeenige Triangel.

f 't werk *Bew.* Dewijle de hoek DAC [f] recht is, soo is
g 26 def. 1 de △ DAC [g] rechthoekig.

Wyders is van de △s AEF, CEF d'hoek
h 10 def. 1 AFE [h] ∞ CFE, de zyde AF [f] ∞ CF en FE
i 4. 1 gemeen, derhalven AE [i] ∞ CE, en daarom
k 24 def. 1 △ AEC [k] gelijkbeenig.

Eyndelijk, dewijle BE [f] ═ AC is, en alle de 3 △s, ABC, ADC, AEC eenen basis AC
l 37:1 hebben, daarom zijnse alle malkander [l] gelijk, dat te doen was.

Anders met de rechte hoek boven.

Fig. 344 *'t Werk.* Op de langste zyde AC, [a] beschrijft
a 10 prop. den halve Cirkel ADC, en uyt B [b] trekt BD
en 3 beg. 1 ═ AC die snyd de halve Cirkel in D, dan
b 31:1 [c] trekt AD, DC.
c 1 beg. 1 *Bew.* Soo is de △ ADC [d] rechthoekig, en
d 31. 3 [e] ∞ △ ABC, dat te doen was.
e 37. 1

2. Een

2. *Een plomphoekige Triangel A B C te veranderen in een gelykzydigen A G F.*

'*t Werk.* Op de langste zyde A C, [a] beschryft den *Fig.* 345
gelijkzydige △ A D C, uyt B, [b] trekt B E ═ a 1. 1
A C, snydende A D in E, dan [c] trekt E C: b 31. 1
vorders op A D [d] getrocken de halve Cirk. A F D, c 1 beg. 1
en uyt E, stelt E F Perp. op A D, stotende de d 10. 1 en 3 beg. 1
halve Cirk. in F, [e] trekt dan A F, en op desel- e 11. 1
ve [a] beschrijft den gelijkzydigen △ A G F die sal
∞ △ A B C zijn.

Bew: Om dat A D, A F [f] : : A F, A E is, f gev. 8. 6
daarom △ A C D, △ A F G [g] : : A D, A E [h] : : g gev. 19. 6
△ A C D, △ A C E, derhalven △ A F G [i] ∞ △ h 1. 6
A C E [k] ∞ △ A B C, dat te doen was. i 9. 5
k 37. 1

3. *Een ongeschikte vierhoek A B C D, in een Parallelogram G H K I te veranderen.*

'*t Werk.* [a] Trekt den Diagonaal A C, op de *Fig.* 345
selve uyt B, en D, [b] laat vallen de Perpendicula- a 1 beg. 1
ren BE, DF, deselve [c] deelt yder in tweën gelijk in M b 12. 1
en N, door dese punten [d] trekt GH, IK ═ AC tot c 10. 1
darse de [e] getrocken perpendicularen A G, A I en d 31. 1
C H, C K ontmoeten in G, H, K, I, soo is GHKI e 11. 1
een ▱, en ∞ de 4 hoek A B C D.

Bew. Om dat G H, I K [f] ═ A C zijn, soo f 't werk
is ook G H [g] ═ I K, ook is G I [h] ═ H K g 30. 1
en daarom A H, A K, G K [i] ▱men zijn. h 27. 1
Vorders is 't ▱ A H [k] ∞ △ A B C } i 35 def. 1
en ▱ A K [k] ∞ △ A D C } add. k 41. 1

derhalven ▱ G H K I [l] ∞ 4 hoek A B C D, dat l 2 gem. 1
te doen was.

Anders.

Fig. 347   *'t Werk.* [a] Trekt de diagonaal A C op deselve
a 1 beg. 1   rechthoekig door A en C, [b] stelt I A E, K C F dan
b 11: 1   c 31: 1   door B en D [c] getrocken E F, I K $=\!=$ A C die ontmoeten de rechtstandigen in E, F, K, I: eyndelijk
d 10: 1   E I, F K in tweën gelijk [d] gedeelt in G en H, en [a] getogen G H, zoo zijn G F, G K, yder ∞ de vierhoek.

Bew. Volgens 't bovenstaande bewys, zijn A K, A F, G K, G F ▱men.

e 41: 1   Vorders is ▱ A K [e] ∞ 2 △s A D C
en ▱ A F [e] ∞ 2 △s A B C

derhalven ▱ E K [f] ∞ 2 vierhoek A B C D:
f gev. 16 gem. 1   maar E G [g] ∞ G I, daarom is 't ▱ G K [h] ∞ ▱ G F.
g 't werk   Dies is ▱ E K in tweën gelijk gedeelt, en over-
h 36: 1   zulx ▱s G K, G E, yder ∞ de vierhoek ABCD, dat te doen was.

4. *Een Regulare Figuur A B C D E in een Parallelogram F G H I te veranderen.*

Fig. 348   *'t Werk.* Van 't centrum F, des Reguliers figuur,
a 1 beg. 1   [a] trekt F C, F D, en [b] deelt D C in tweën gelijk
b 10: 1   in G, en [a] trekt F G. Dan [c] verlengt D C, en
c 2 beg. 1   maakt G H [d] ∞ ½ G C, uyt H en F, [e] trekt H I,
d 10: 6   F I $=\!=$ G F, G H. die ontmoeten malkander in I.
e 31: 1   makende 't ▱ G H I F ∞ den vyfhoek A B C D E,

Ber. Trekt C K [e] $=\!=$ G F.

f 't werk en ber.   *Bew.* Om dat H I, C K [f] $=\!=$ G F, en F I [f] $=\!=$ G H; daarom zijn G K, C I, G I [g] ▱s.
g 35 def. 1   h 1: 6   Vorders ▱ G I, ▱ G K [h] : : G H, G C,

maar

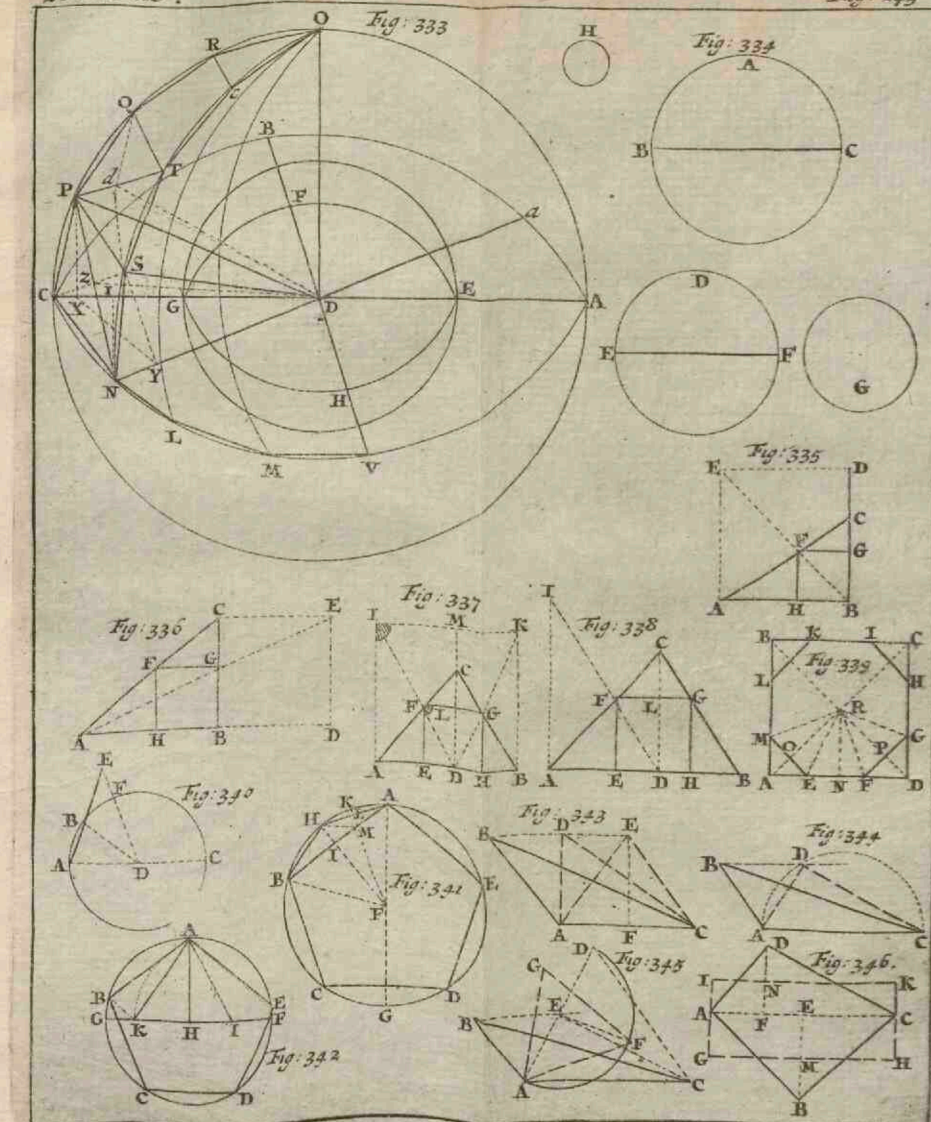


Fig: 333
Fig: 334
Fig: 335
Fig: 336
Fig: 337
Fig: 338
Fig: 339
Fig: 340
Fig: 341
Fig: 342
Fig: 343
Fig: 344
Fig: 345
Fig: 346.

maar GH [i] ∞ 5 GG is, ergo ▱ GI [k] ∞ 5 ▱ GK, ook is ▱ GK [l] ∞ △ DFC, en de vyfhoek ABCDE [m] ∞ 5 △s DFC, ergo ▱ GI [n] ∞ vyfhoek ABCDE, dat te doen was.

i 't werk
k 11: 5
l 41: 1
m gev.
32: 1 of
8 gem. 1
n 1 gem. 2

Van Parallelograms in Quadraten te veranderen.

5. *Een Parallelogram ABCD in een Quadraat AFGH te veranderen.*

't Werk. [a] Verlengt een zyde AD oneyndelijk, dan [b] maakt AE ∞ de breete des ▱s als AB of AI, en [c] beschrijt op DE de halve cirkel DFE: Uyt A [d] stelt AF perpendiculaar AD, op die stoot de halve cirkel in F, op AF [e] maakt 't □ AFGH, dat is ∞ 't ▱ ABCD.

Ber. [f] Trekt FL.

Bew. 't ▱ ABCD + □ AL [g] ∞ □ EL [h] ∞ □ FL [i] ∞ 't □ AFGH + □ AL
□ AL ∞ □ AL } sub.

rest 't □ AFGH [k] ∞ ▱ ABCD, dat te doen was.

Fig. 349
a 2 beg.
b 3: 1
c 10: 1 en 3 beg.
d 11: 1
e 46: 1
f 1 beg.
g 5: 2
h 15 def. 1 en gev. 46. 1
i 47. 1
k 3 gem. 1

Of aldus.

Om dat FA de diameter DE rechthoekig snyd, soo is 't □ AFGH [l] ∞ ▱ ABCD, dat te doen was.

l 3 en 35. 3

Anders.

't Werk. Uyt D [a] laat vallen de perpendiculaar DE, en [b] verlengt BA oneyndelijk, dan maakt AG ∞ AB en GK ∞ $\frac{1}{2}$ DE, op BK [c] beschrijft de halve cirkel BFK, uyt G [d] recht GF perpendiculaar

Fig. 350
a 12. 1
b 2 beg.
c 10: 1 en 3 beg.
d 11. 1

culaar op BK stootende de halve cirkel in F, op
e 46. 1 FG, [e] maakt □ GHIF, dat is ∞ ▱ ABCD.

Bew. Een ▱, sijn langte gemultipliceert met
f 1 def. 2 sijn hoogte, [f] komt zijn inhoud, soo komt ook als tweemaal zijn lengte met de $\frac{1}{2}$ hoogte gemultipli-
g 't werk. ceert werd, en alhier is BG [g] tweemaal zijn lengte, en KG [g] sijn $\frac{1}{2}$ hoogte, daarom ▭ BG, GK ∞ ▱ ABCD en als boven werd ▭ BG, GK
h 1 gem. ∞ □ GHIF bewesen, ergo □ GHIF [h] ∞ ▱ ABCD, dat te doen was.

Om Triangels in Quadraten te veranderen.

6. Een Triangel ABC in een Quadraat FGHC te veranderen.

Fig. 351 *'t Werk.* [a] Trekt de perpendiculaar BD [b] ver-
a 12. 1 lengt AC tot dat CE ∞ $\frac{1}{2}$ BD is, op AE [c] be-
b 2 beg. en 3. 1 schrijft de halve Cirkel AHE, en uyt C de [d] per-
c 10. 1 en 3 beg. pendiculaar CH, op de selve [e] maakt 't □ CFGH, dat is ∞ de △ ABC.

d 11. 1 e 46. 1 *Bew.* De △ ABC [f] ∞ ▭ AC, $\frac{1}{2}$ BD (CE)
f byv. 41. 1 [g] ∞ □ CFGH is, dat te doen was.

g 3. en 35. 3

Anders.

Fig. 352 *'t Werk.* [a] Getrocken de perpendiculaar BD, en
a 12. 1 b 10. 1 de basis AC in tweën gelijk gedeelt in E, [c] verlengt
c 2 beg. AC dat CI ∞ BD is: en op EI de halve cirkel
en 3. 1 EHI [d] beschreven, en uyt C, de [e] perpendiculaar
d 10. 1 en 3 beg. CH, tot aan de halve cirkel, het □ CHGF op
e 11. 1 CH [f] gemaakt is ∞ △ ABC.

f 46. 1 *Bew.* Want de △ ABC [g] ∞ ▭ CE, BD
g 41. 1 (CI) [h] ∞ □ CHGF is, dat te doen was.
h 3 en 35. 3

On-

Ongeschikte vierhoeken in Quadraten. te veranderen.

7. *De ongeschikte vierhoeken ABCD te veranderen in Quadraten CLMN.*

't Werk. [a] Getrocken de diagonaals A C, en uyt de hoeken B en D op deselve, of desselfs verlengde, de [b] perpendicularen B E, D F, en van A C en ½ BE, ½ DF [c] gemaakt de ▭ken AHGC, AIKC, en op voorgaande wijse gemaakt □ C N M L ∞ ▭ GHIK, dat sal zijn ∞ 't ongeschikt vierkant ABCD. Fig. 353 a 1 beg. b 12 1 c 46. 1

Bew. Want de △ ABC [d] ∞ ▭ AHGC } addt in de eerste, in 't leste sub. d 41, 1
en △ ADC [d] ∞ ▭ AIKC

derhalve 4hoek ABCD [e] ∞ ▭GHIK [f] ∞ □ CNML, dat te doen was. e 2 en 3 gem. 15 deses.

Regulare Figuren in Quadraten te veranderen.

8. *De Regulare vyfhoek ABCDE te veranderen in een Quadraat HNKL.*

't Werk. Maakt de ▭ GHIF [a] ∞ 5 hoek ABCDE en 't □ HNKL [b] ∞ ▭ GHIF, dat sal 't begeerde zijn. Fig. 354 a 4 deses. b 5 deses.

Bew. In de 4 en 5 deses, en de volgende is klaar genoeg getoont, 't begeerde alhier voldaan te zyn

Op deselve wijse kan men alle Regulare Figuren, als 6, 7, 8 &c. hoeken in quadraten veranderen.

En dewijl H N de zyde des Quadraats, * het middel proportionaal is tusschen G H de langte, en HM de breete, van de ▭, soo blijkt dat men * 31. 3 en gev. 8. 6

niet anders heeft te doen: als een middel proportionaal te soeken.

In *Triangelen* tusschen de basis en halve hoogte, of tusschen de halve basis en geheele hoogte.

In *Regulare Figuren*, tusschen de helft haarder zyden, en de rechte uyt 't centrum tot rechthoekig op deselve: of tusschen de langte aller zyden, en de halve rechte uyt 't centrum rechthoekig op deselve; op dit middel proportionaal dan een quadraat beschreven, dat is gelijk het voorgestelde figuur.

Cirkels in Quadraten te veranderen.

9. *Den Cirkel AGBH te veranderen in een Quadraat BGIK.*

Fig. 355 '*t Werk.* [a] Trekt den Diameter AB, op deselve [b] beschrijft het □ ABCD, ook [c] deelt deselve Diameter AB in 14 gelijke deelen, door F het 11e. deel van B, [d] trekt GFE ═ AD, stotende de Cirkel in G, dan [a] trekt BG, opdeselve [b] beschrijft 't □ BGIK, dat is nagenoeg gelijk den Cirkel AGBH.

a 1 beg. b 46: 1 c 10. 6 d 21: 1

Bew. Het □ ABCD, cirk. AGBH [e] : : 14, 11 [f] : : AB, BF [g] : : □ ABCH, ▭ BFECis, ergo ▭ BFEC [h] ∞ Cirkel AGBH: Wyders om dat AB, BG [i] : : BG, BF is, daarom □ BGIK [k] ∞ ▭ BFEC, derhalven □ BGIK [l] ∞ cirk. AGBH; dat te doen was.

Wy seggen *Nagenoeg*: om reden; dat de uyterste volkomenheyt, tot noch toe niet gevonden is.

e Archim. cirkel. met prop; f 't werk g 1: 6 h 9: 5 i gev. 8. 6 k 17. 6 l 1 gem. 1

Qua-

Quadraten in Regulare Figuren te veranderen.

10. *Een Quadraat A B C D in een Regulare vyfhoek A E F G H te veranderen.*

Dit kan niet geschieden, of moet eerst een vyfhoek in een quadraat verandert werden, ende als dan na de proportie van de zyde der vyfhoek, en des quadraats deselve veranderen; en dewijle men alsdan op die gevonden Bases een vyfhoek moet beschrijven, zal het niet ondienstig zijn, dat men eerst leert op een gegeven linie een vyfhoek te beschrijven.

Laat dan zijn gegeven, een rechte linie A B, men begeert op de selve te beschrijven een Regulare vyfhoek A B C D E.

't Werk. [a] Beschrijft uyt A en B, yder een halve cirkel: nagevallen: als A C F, B E G; deeze deelt in vyf gelijke deelen; en door het derde deel van A en B [b] trekt A E, B C, yder ∞ A B, en uyt C, E, met deselve wytte A B [c] maakt 't kruys punt D, en trekt C D, E D, soo is A B C D E de begeerde vyfhoek. Fig. 356 / a 3 beg. 1 / b 1 beg. en 3. 1 / c 3 beg.

Bew. Uyt 't werk is openbaar dat het een figuur is van 5 gelijke zyden, zoo moet dan alleen beweesen werden dat het een Regulare vyfhoek is, het welke blijken sal, als wy toonen, dat van een Regulare vyfhoek de uytwendige hoeken tegen de inwendige staan, als 2 tot 3, 't welk aldus geschiet: Laat H I K L M een Regulare vyfhoek zijn, die in een cirkel beschreven is, door de 11 des 4 Eucl: van desel- Fig. 357

 ve

ve verlengt de zyde H I na gevallen : Dewyle de zyden I K, K L, L M, gelyk zyn door 't gegeven, soo zyn ook de deelen der circumferentie, als I K, K L, L M d gelyk, en daarom de hoeken I H K,
d 29.3 K H L, L H M e gelyk: ook is de hoek I K H
e 27.3 f ꝏ I H K en die twe t' samen g ꝏ K I N, ergo de uyt-
f 5.1 wendige K I N h ꝏ 2 I H K, maar de inwendige
g 32.1 I H M is ꝏ 3 I H K bewesen. Weshalven de Re-
h 1 gem.1 gulare vyfhoeken de uytwendige tegen de inwen-
i 't werk. dige hoeken als 2 tot 3 i ꝏ de 5 hoek A B C D E dat te doen was.

Anders.

Fig. 358 Uyt B, a stelt B F ꝏ A B Perp: op A B, dan
a 11. en 3.1 b deelt A B in tweën gelyk in G, en c trekt
b 10.1 G F, d maakt G H ꝏ G F, uyt A en B, met de
c 1 beg.1 wytte A H, e beschryft de boogen H D, I D
d 3.1 snydende malkander in D, wederom uyt A en B
e 3 beg.1 met de wytte A B, de e boogen B E, A C snydende de bogen H D, I D in C en E, c trekt dan B C, C D, D E, A E, zoo is A B C D E, de begeerde vyfhoek.

f 6.2 en *Bew.* 't Is openbaar dat de ▭ A H H B f ꝏ □
47.1 en B F (g A B) is, daarom A H, A B h : : A B, H B,
3 gem. soo blykt dan uyt ons laatste in de Toegift, dat A B
g 17.6 C D E een Regulaire vyfhoek is, dat te doen was.
h 't Werk.

Dit soo voor af tot een voorbereydinge gestelt hebbende, kome nu om 't quadraat A B C D in een Regulare vyf hoek A E F G H te veranderen.

Fig. 359 *'t Werk.* Neemt de rechte I K na gevallen, en beschryft volgens de voorbereydinge deses, de 5 hoek
a 8 deses. I K L M N deselve a verandert in 't □ I O P Q R: op

A B

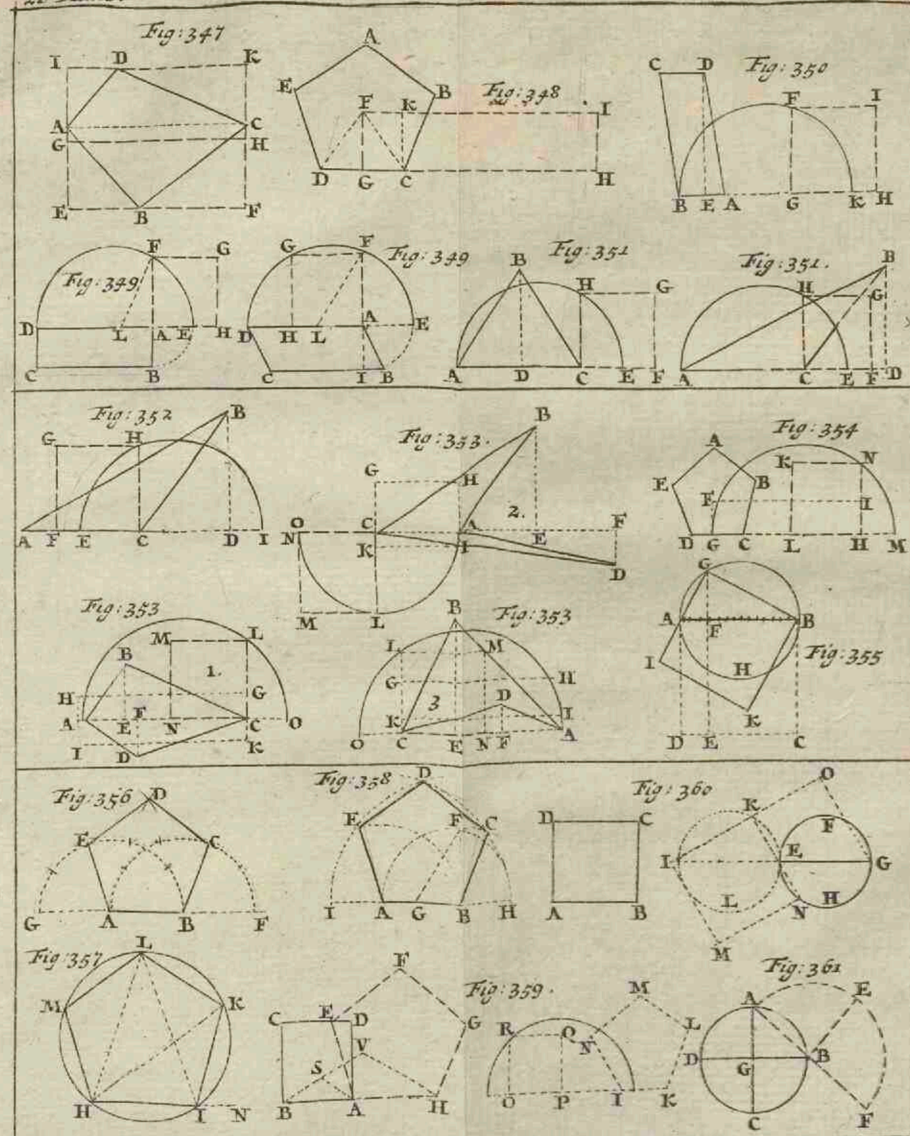


Fig: 347
Fig: 348
Fig: 350
Fig: 349
Fig: 349
Fig: 351
Fig: 351.
Fig: 352
Fig: 353.
Fig: 354
Fig: 353
Fig: 353
Fig: 355
Fig: 356
Fig: 358
Fig: 360
Fig: 357
Fig: 359.
Fig: 361

A B gemaakt den hoek A B V na gevallen, en b maakt BS ∞ OP een zyde des □s OPQR, b 3. 1
en SV ∞ IK een zyde des 5 hoeks IKLMN,
dan c trekt AS, en uyt V d trekt VH ═ SA, c 1 beg.
die snydt de verlengde BA in H. op AH. maakt d 31. 1
volgens de voorbereydinge deses de 5 hoek AEFGH
die is ∞ □ ABCD.

Bew. Dewyle BS, SV e :: BA, AH is, soo e 2. 6
is verwisselt BS, BA f :: SV, AH, en daarom f 16. 5
□ op BS, □ op BA g :: 5 hoek op SV, 5 hoek op AH, g 22. 6
dat is □ OPQR, □ ABCD :: 5 hoek IKLMN
5 hoek AEFGH en verwisselt is □ OPQR,
5 hoek IKLMN f :: □ ABCD, 5 hoek AEFGH:
maar de 5 hoek IKLMN h ∞ □ OPQR is, der- h 't werk.
halven de 5 hoek AEFGH i ∞ □ ABCD, dat i 9. 5
te doen was.

Quadraten in Cirkels te veranderen.

11. *Het Quadraat ABCD, te veranderen in een Cirkel EFGH.*

't Werk. Neemt de rechte linie IE na gevallen, *Fig.* 360
a beschryft daar op den cirk. EKIL, deselve b ver- a 10. 1 en 3 beg.
andert in 't □ KIMN; dan c verlengt IK, sulks b 9 deses.
dat KO ∞ AB een zyde des gegeven □s is, c 2 beg.
en uyt O d trekt OG ═ KE die snyd de ver- en 3. 1
lengde IE in G, op EG e beschryft den cirkel d 31. 1
EFGH, die is (als voren) na genoeg ∞ □ ABCD.

Bew. Om dat OG e ═ KE is, daarom IK, e 't werk.
KO f :: IE, EG, derhalven □ KIMN, □ op f 2. 6
KO (e □ ABCD) g :: cirkel EKIL, cirkel g 22. 6
EFGH, en vervolgens cirkel EFGH h ∞ □ ABCD, h 14. 5
dat te doen was.

Cir-

Cirkelen in halve, en halve in vierendeelen, en vierendeelen in achtendeelen Cirkels te veranderen.

12. *Een gegeven Cirkel ABCD, in een halve Cirkel AEF te veranderen.*

Fig. 361 *'t Werk.* a Trekt de Diameter AC, en op deselve b Perpendiculaar DGB, en a treckt de rechte AB, die c verlengt, tot dat BF ∞ AB is, op AF uyt B, beschryft de halve Cirkel AEF die is ∞ de Cirkel ABCD.

a 1 beg. 1
b 11. 1
c 2 beg en 3. 1.
d 3 beg. 1

Bew. Om dat den hoek G e recht is, daarom ABE f ∞ AGD + BGC } om de selve reden is EBF ∞ CGD + BGA } add.

komt AEF g ∞ ABCD, dat te doen was.

e 't werk.
f gev. 31. 6
g 2 gem. 1

13. *Een gegeven halve Cirkel ABC, te veranderen in een vierendeel AGCB.*

Fig. 362 *'t Werk.* a Deelt den halven Cirkel in tweën gelyk in B, en b trekt AB, BC: Uyt B met de wytte AB c trekt de boog AGC, soo is AGCB een ¼ cirk. ∞ de halve cirk. ABC.

a 30. 3
b 1 beg. 1
c 3 beg. 1

Bew. Want den hoek ABC d recht, en AB e ∞ BC is, daarom AGCB een ¼ cirk. is: ookzyn AEB CFB, AGC f gelykformige cirkelstukken, en daarom AGC g ∞ AEB + CFB

△ ABC ∞ △ ABC gemeen

komt ¼ cirk. AGCB h ∞ ½ cirk. ABC, dat te doen was.

d 31. 3
e 29. 3
f 10 def. 3
g gev. 31. 6
h 2 gem. 1

14. Een

14. *Een vierendeel Cirkel ABC te veranderen in een achtendeel Cirkel DCB.*

't Werk. a Trekt de rechte BC, uyt C met de wytte CB, b beschryft de boog BD, die de verlengde CA snyd in D, soo is DCB een ⅛ cirkel ꝏ de ¼ cirkel ABC. Fig. 363 a 1 beg. 1 b 3 beg. 1

Ber. c Deelt de boog CB in tweën gelyk in F, c 30. 3 en a trekt AF.

Bew. Om dat AB d ꝏ AC, en hoek CAB e recht is, daarom hoek ACB f halfrecht, dat is de ⅛ van een cirkel, derhalven DBC een ⅛ cirkel is. Vorders is van de △s AEC, AEB de hoek EAC g ꝏ EAB de zyde AC d ꝏ AB en AE gemeen, dies is CE h ꝏ BE en hoek AEC h ꝏ AEB i recht, derhalven, wegens de k gelykformigheyd, 't cirkelstuk ADB l ꝏ cirkelstuk BFE + CFE. d 15 def. 1 e geg. f 4 gev. 32. 1 g 27. 3 h 4. 1 i 10 def. 1 k 10 def. 3 l gev. 31. 6

add. △ ACB ꝏ △ ACB gemeen.

komt ⅛ cirkel DCB m ꝏ ¼ cirkel ABC, dat te doen was. m 2 gem.

15. *Een Triangel ABC een half Quadraat zynde te veranderen in een halve Maan CDAF.*

't Werk. a Beschryft om den △ BAC, den cirkel ABCD, uyt B met de wytte AB b beschryft de boog AFC, soo is de halve maan CDAF ꝏ △ ABC. Fig. 364 a 5. 4 b 3 beg. 1

Bew. De halve cirkel ABC c ꝏ ADC, en de cirkelstuk AGB + BHC d ꝏ AFC } subs c 17 def. 1 d gev. 31. 6

rest △ ABC e ꝏ halve maan AFCD, dat te doen was. e 3 gem. 1

Volgen noch 4 Exempelen, waar van de waarheyt ofte desselfs bewys, door getallen licht geopenbaart kan worden.

16. *Een rechte linie A B, te veranderen in een Circumferentie des Cirkels K L M.*

Fig. 365
a 10:6
b 2:1
c 1:1
d 10.1
e 1 beg. 1
f 2 beg.
en 3.1
g 3 beg. 1

[a] Deelt de linie A B in drie gelyke deelen, en [b] maakt C D ∞ een der deelen, daar op [c] beschryft den gelykzydigen △ C D E, [d] deelt twee zyden van de selve, als C E, C D yder in tweën gelyk in F en G, en [e] trekt D F, E G die snyden malkanderen in H 't centrum des △s, dan [d] deelt G C in tweën gelyk in I, en [e] trekt H I, die [a] deelt in vier gelyke deelen, ook H I [f] verlengt tot dat I K ∞ een der vier deelen van H I is, [g] beschryft dan uyt H met de wytte H K, den cirkel K L M, deselve omtrek sal zyn ∞ de linie A B.

17. *Des Cirkels Circumferentie B D C K te veranderen in een rechte linie M N.*

Fig. 366
a 1 beg.
en 11: 1
b 10: 1
c 1 beg.
d 12, 1
e 3. 1
f 31. 1

[a] Trekt de diameters B C, D K malkander in 't centrum A rechthoekig doorsnydende, dan [b] deelt de halve diameter A C in tweën gelyk in E, door E, [c] trekt D E I, uyt I [d] trekt I H perpendiculaar op D K, dan [e] maakt E F ∞ E A, zoo zal D F een zyde des tienhoeks zyn, in desen cirkel, [e] maakt B G ∞ D F, en [c] trekt G H voorts [f] B L ═ G H, tot dat die de verlengde A K ontmoet in L, maakt M N ∞ 4 A L, die sal ∞ de circumferentie B D C K zyn.

18. *Een gegeven Cirkel ABCD te veranderen in een gelykzydige Triangel LMN.*

a Trekt de diameters AC, BD malkander recht- Fig. 367
hoekig snydende in E, neemt BF, BG ∞ de a 1 beg.
halve diameter b trekt EF, EG, de boog BF c en 11. 1
deelt in tweën gelyk in H, en b trekt de rechte BH, b 1 beg. 1
en d neemt BI ∞ de rechte BH, uyr C b trekt c 30. 3
door I tot de cirkel in K, door K e trekt LM d 3. 1
═ AC, tot dat wederzyds de verlengde EF, EG e 31. 1
ontmoet in L en M, op LM f beschryft de gelyk f 1. 1
zydige △ LMN, die is ∞ de cirkel ABCD.

19. *Een gegeven gelykzydige Triangel ABC te veranderen in den Cirkel LMN.*

a Trekt den perpendiculaar BD, die b deelt in Fig. 368
tweën gelyk in S, en c ook in drieën gelyk in K, soo a 12. 1
is K 't centrum d maakt ED ∞ DS, en e trekt b 10. 1
BE, daar in d stelt EF ∞ ED, en dan DG d ∞ c 10. 6
BF en GI d ∞ BG, voorts BL d ∞ DI, be- d 3. 1
schryft dan uyt K met de wytte KL den cirkel e 1 beg.
LMN, die is ∞ den gelykzydigen △ ABC.

Merkt: dat in de vier laatste verstaan moet worden nagenoeg, om reden als op de 9 deses geseyd is.

Om Triangels in hoger of lager te veranderen.

20. *Een Triangel ABC te veranderen, in een Triangel AED, hebbende een gegeven hoogte E.* Fig. 369

't Werk. a Verlengt of verkort AB tot de gege- a 2 beg.
ven hoogte E, en b trekt EC, uyt B, c trekt BD en 3. 1
b 1 beg.
═ c 31. 1

═ EC, b getogen ED, soo is △ AED ∞ △ ABC.

d 37:1 *Bew.* Want △ ABD ∞ △ ABD gemeen addt: en sub △ BED d ∞ △ BDC is

e 2 en 3 gem. 1 komt en rest △ AED e ∞ △ ABC, dat te doen was.

Om allerleye rechtlinische Figuren in een Triangel te veranderen.

21. *De vierhoeken ABCD, te veranderen in Triangels ABE.*

Fig. 370 a 1 beg. 1 b 31:1 *'t Werk.* a Trekt de rechte BD, uyt C, b trekt CE ═ BD, en a getogen BE, soo zyn de △s ABE ∞ de 4 hoeken ABCD.

c 37:1 *Bew.* De △s BDE c ∞ △s BDC zyn
sub. △ BDF ∞ △ BDF gemeen

rest △s DFE d ∞ △s BFC.

d 3 gem. 1 in 't 1. Exemp. addt. tot beyde de gemeene 4 hoek ABFD, in 't 2e. addt. de 5 hoek AEFCB komt

e 2 gem. 1 in beyde △ ABE e ∞ 4 hoek ABCD, dat te doen was.

22. *De vyfhoek ABCDE te veranderen in den Triangel FCG.*

Fig 371 *'t Werk.* a Trekt de rechte AC, EC en uyt B en D, b trekt BF ═ CA, DG ═ CE, tot dat de selve de verlengde AE ontmoeten in F en G, dan a trekt CF, CG, soo is de △ CFG ∞ vyfhoek ABCDE.

Bew.

Bew. 't Is openbaar dat △ AHF c ∞ △ BHC } is, c 37: 1 en
de vyfhoek AHCIE ∞ AHCIE } add. 3 gem. 1
en △ EIG c ∞ △ DIC }

komt △ FCG d ∞ vyfhoek ABCDE, d 2 gem. 1
dat te doen was.

23. *Den vyfhoek ABCDE, te veranderen in een Triangel ABG.* Fig. 372

't Werk. a Trekt de rechte CE en uyt D, b DF ═ CE dan de a rechte CF; voorts de rechte BF, en uyt C, CG ═ BF, die de verlengde AE ontmoet in G, en a getrocken BG, soo is de △ ABG ∞ de vyfhoek ABCDE. a 1 beg. 1 b 31: 1

Bew. Om dat DF c ═ CE is, daarom c 't werk.
de △ DHC d ∞ △ FHE } addt. d 37: 1 en
de gemeene DHFABC ∞ DHFABC } 3 gem.

komt vierhoek ABCF e ∞ vyfhoek ABCDE. e 2 gem. 1

Wederom dewyle CG c ═ BF is, daarom
de △ FIG d ∞ △ BIC } addt.
ABIF ∞ ABIF }

komt △ ABG e ∞ vierhoek ABCF f ∞ vyfhoek ABCDE, dat te doen was. f bewesen

24. *Den seshoek ABCDEF, te veranderen in den Triangel HIC.* Fig. 373

't Werk a Trekt de rechte AC en uyt B, b BG ═ AC, dan de rechte CG. Voorts de a rechte CE, en uyt D, b DH ═ CE, die de c ver- a 1 beg. 1 b 31: 1 c 2 beg. 1

 lengde

lengde FE ontmoet in H, dan de [a] rechte CH. Eyndelyk de rechte GH, en uyt F, FI ═ HG, die de verlengde CG ontmoet in I, dan de rechte HI, soo is de △ CIH ∞ de zeshoek ABCDEF.

d 't werk e 37. 1 en 3 gem. 1 f 2 gem. 1 g bov. bew.

Bew. Om dat GB [d] ═ AC is, daarom
de △ BKC [e] ∞ △ AKG } addt.
de gemene GKBCDEF ∞ GKBCDEF }
komt vyfhoek GCDEF [f] ∞ seshoek ABCDEF,
en om dat DH [d] ═ CE is, daarom
de △ EHL [e] ∞ △ DCL } addt.
de gemene GCLEF ∞ GCLEF }
komt vierhoek GCHF [f] ∞ vyfhoek GCDEF [g] ∞ de seshoek ABCDEF.

Wederom, om dat FI [d] ═ HG is, daarom
de △ GIM [e] ∞ △ HMF } addt.
de gemene GCHM ∞ GCHM }
komt △ HIC [f] ∞ vierhoek GCHF [g] ∞ de seshoek ABCDEF, dat te doen was.

Of korter aldus.

d 't werk e 37: 1 en 3 gem. 1 f 2 gem. 2

Bew Om de [d] parallele { GB, AC / DH, CE / FI, HG } is { △BKC [e] ∞ △AKG / △EHL [e] ∞ △DCL / △GIM [e] ∞ △HMF } ad.
de gemen. 8 hoek GKBCLNOM ∞ GKBCLNOM
komt △ HIC [f] ∞ seshoek ABCDEF, dat te doen was.

Additie in Figuren.

1. *De gelyke hooge Triangels ABC, CDE, EFG, GHI, IKL, in een gelyk-beenige Triangel ANL te sommeren.* Fig. 374

't Werk. [a] Deelt de Basen AL in tweeën gelyk in M, uyt M, [b] stelt de perpendiculaar MN, en [c] trekt AN, LN, soo is de △ ANL gelykbeenig, en ∞ alle de gegeven △s.

a 10:1
b 11:1
c 1 beg. 1

Ber. [c] Trekt de rechte CN, EN, GN, IN.

Bew. Dewyle de △ ABC [d] ∞ △ ANC
en △ CDE [d] ∞ △ CNE
ook △ EFG [d] ∞ △ ENG } addt.
mede △ GHI [d] ∞ △ GNI
eyndelyk △ IKL [d] ∞ △ INL } is, so

d 57:1

komt △ ABC + CDE + EFG + GHI + IKL
[e] ∞ △ ANC + CNE + ENG + GNI + INL
[f] ∞ △ ANL.

e 2 gem. 1
f 15 gem. 1

Vorders is van de △s ANM, LNM, de zyde AM [g] ∞ LM, en MN gemeen, ook de hoek AMN [h] ∞ LMN, derhalven AN [i] ∞ NL, en daarom de △ ANL [k] gelykbeenig, dat te doen was.

g 't werk
h 12 gem. 1
i 4:1
k 24 def. 1

2. *De ongelyke hooge Triangels ABC, CDE, EFG, in een Triangel HIK te adderen.* Fig. 375

't Werk. [a] Trekt door een van de bovenhoeken des gegeven △s als door D, de rechte IL ═ AG, en [b] maak de △ HIG ∞ △ ABC, en △ ELK

a 31. 1
b 20. in de transf.

c 1 beg. 1 ∞ △ EFG, even hoog als de △ CDE, dan [c] trekt KI, soo is de △ HIK ∞ de drie gegeven △s t'samen.

Ber. [c] Trekt de rechte EI.

d 't werk *Bew.* De △ ABC [d] ∞ △ HIC
e 37. 1 △ CDE [e] ∞ △ CIE
△ EFG [d] ∞ △ ELK [e] ∞ △ EIK is } add.

f 2 gem. 1 komt △ ABC + CDE + EFG [f] ∞ △ HIC + CIE
a 15 gem. + EIK [e] ∞ △ HIK, dat te doen was.

Fig. 376 3. *De rechtlinische Figuren ABCD, DEF, FGHIK in een Triangel MGN te adderen.*

a 21, 23 en 20 transf. *'t Werk.* [a] Verandert de vierhoek ABCD, en vyfhoek FGHIK, in de △s NOD, FGM van gelyke hoogte als △ DEF, en [b] trekt dan
b 1 beg. 1 NG, soo is de △ MGN ∞ de voorgegeven rechtlinische figuren.

Ber. [b] Trekt de rechte DG

Bew. Om dat alle de △s gelyke [c] hoog zyn, is
c 't werk vierhoek ABCD [c] ∞ △ NOD [d] ∞ △ NGD
d 37. 1 en △ DEF [d] ∞ △ DGF } addt.
5 hoek FGHIK [c] ∞ △ FGM

e 2 gem. 1 komt ABCD + DEF + FGHIK [e] ∞ △ NGD
f 15 gem. 1 + △ DGF + △ FGM [f] ∞ △ NGM, dat te doen was.

Omgelykformige Figuren te adderen.

Fig. 377 4. *De quadraten A en B te samen in een quadraat C te adderen.*

Wy hebben dese zaak al aangewesen, op 47: 1 Euc.

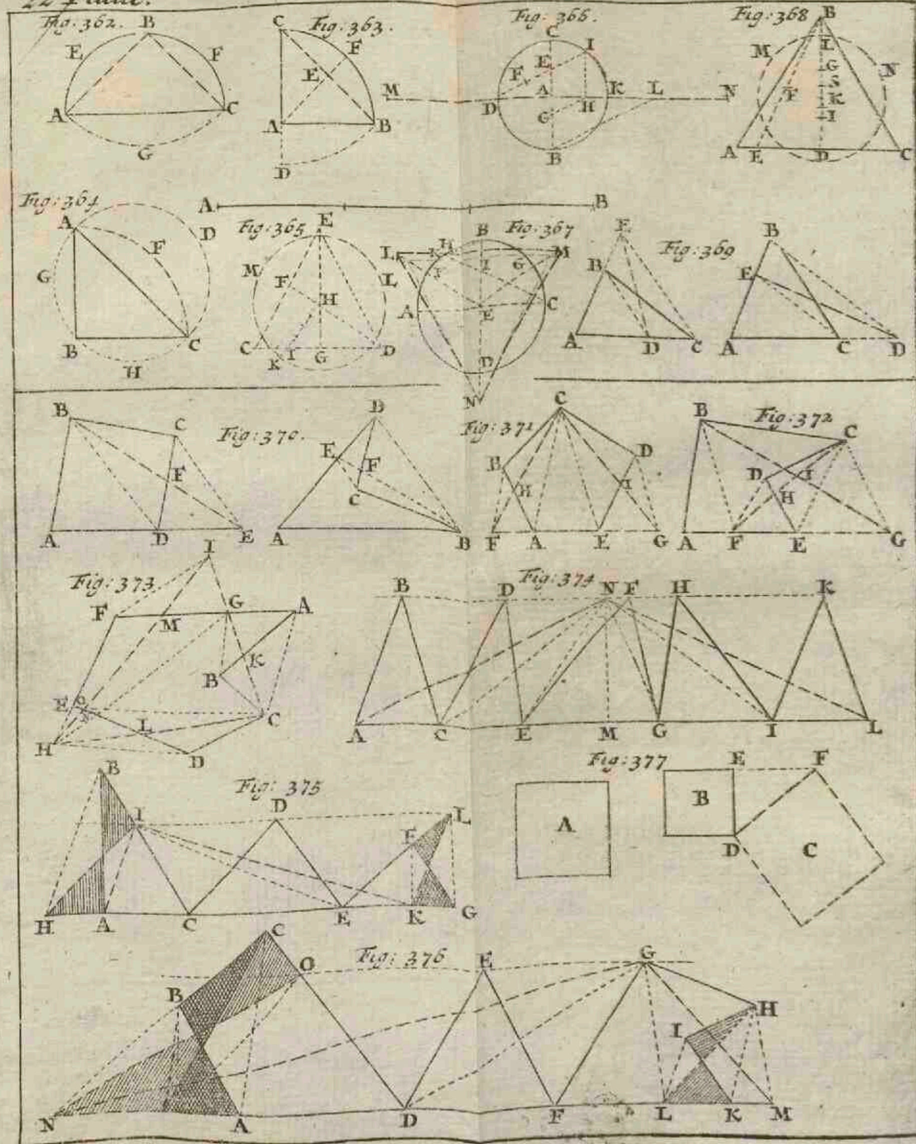


Fig: 362.
Fig: 363.
Fig: 366.
Fig: 368
Fig: 364
Fig: 365
Fig: 367
Fig: 369
Fig: 370.
Fig: 371
Fig: 372
Fig: 373.
Fig: 374
Fig: 375
Fig: 377
Fig: 376

E&c. doch om dese ordre te volgen, sullen 'er dit noch by doen.

't Werk. [a] Verlengt een zyde van het eene □, ik neme B, tot dat 't verlengsel E F [b] ∞ een zyde des □s A is, en [c] trekt D F, daar op [d] beschryft 't □ C, dat selve is ∞ de □ten A en B t'samen. a 2 beg. 1 b 3: 1 c 1 beg. 1 d 46: 1

Bew. Want om dat de hoek E [e] recht is, daar om □ C [f] ∞ □ E F (A) + □ D E (B), dat te doen was. e geg. f 47: 1

5. *De quadraten A, B, C, D in een quadraat E te adderen.* Fig. 378

't Werk. [a] Stelt G L ∞ G F perp. op F K, en [b] trekt H L, wederom H M [a] ∞ H L perp. op F K, en [b] getrocken I M, eyndelyk I N [a] ∞ I M perp. op K F, en [b] getogen K N, daar op [c] beschryft 't □ E, dat is ∞ de □een A, B, C, D te samen. a 11 en 3. 1 b 1 beg 1

Bew. Om dat de hoeken G, H, I [c] recht zyn, daarom □ LH [d] ∞ □ LG + □ GH (□ A + □ B) en □ MI [d] ∞ □ MH + □ HI (□ A + □ B + □ C) ook □ NK (□ E) [d] ∞ □ NI + □ IK (□ A + □ B + □ C + □ D), dat te doen was c 't werk d 47. 1

6. *De Cirkelen A, B, C te samen in een Cirkel D te adderen.* Fig. 379

't Werk. In de gegeven Cirkels [a] trekt hare diameters, [b] maakt E F ∞ de diameter A, [c] stelt daar op perpendiculaar F G ∞ diameter B, en [a] trekt G E, op deselve perpendiculaar [c] gestelt G H ∞ diameter C, en [a] getrocken H E, daar op [d] beschryft a 1 beg. 1 b 2: 1 c 11 en 3: 1 d 10: 1 en 2 beg 1

ſchryft de cirkel D, die is ∞ de 3 cirkelen t'ſamen.

a 't werk *Bew.* Om dat de hoeken F en G e recht zyn,
f 31. 6 daarom de cirkel op G E f ∞ cirkel op E F + cirkel op F G (A + B) en cirkel op E H (D) f ∞ cirkel op G E + cirkel op G H (A + B + D), dat te doen was.

Subſtractie in Figuren.

Fig. 380 1. *De triangel B D E, van de gelyke hooge triangel A B C te ſubſtraheren datter reſt den triangel A F C.*

a 3. 1 *'t Werk.* a Snyd van A B af, B F ∞ B D, en
b 1 beg. 1 b trekt C F, ſoo is △ A F C de reſt.
c geg. *Bew.* Om dat de △s even c hoog zyn, en de ba-
d 't werk ſis B F d ∞ B D is, daarom △ B C F e ∞ △ B E D,
e 38. 1 derhalven △ A F C de reſt is, dat te doen was.

Fig. 381 2. *Subſtraheert den triangel ABC van den vierhoek BDEF, datter reſt den vyfhoek DEFGH.*

a 31. 1 *'t Werk.* Uyt C a trekt C G ═ A D, ſnyden-
b 3. 1 de B F in G, b maakt dan B H ∞ A B, en c trekt
c 1 beg. 1 G H, ſoo is de vyfhoek D E F G H de reſt.
d 't werk *Bew.* Om dat C G d ═ A D en B H d ∞ A B
e 38. 1 is, daarom △ B G H e ∞ △ A C B, en derhalven reſt de vyfhoek D E F G H, dat te doen was.

Fig. 382 3. *Subſt. den Triangel A B C van den vierhoek B D E F datter overblyft den vierhoek I H E F.*

a 31. 1 *'t Werk:* Uyt C, a trekt C I ═ A D, dan
b 3. 1 b maakt B G ∞ A B, en c trekt I G, I D, dan uyt
c 1 beg. 1 G, G H ═ D I, die ſnyd D E in H, c trekt

den

dan I H, die snyd het begeerde stuk van de gegeven vierhoek af.

Bew. Dewyle △ I K H [d] ∞ △ D K G is, soo blykt dat de vierhoek B D H I [e] ∞ △ B I G [f] ∞ △ A C B is, derhalven resteert de vierhoek I H E F, dat te doen was.

d 37. 1 en 3 gem. 1
e 2 gem. 1
f 38. 1

4. *Substr. den Triangel A B C van de seshoek B D E F G H datter rest den vyfhoek I P F G H.* Fig. 383

't Werk. [a] Trekt C I ═ A D en [b] verlengt B D oneyndelyk, [c] maakt B K ∞ A B, en [d] trekt K I, die snydt E F in M, [d] trekt M D, en [a] E L ═ M D, dan [d] L M, I L, voorts uyt K, [a] K N ═ L I, tot dat deselve de [b] verlengde L M snydt in N, en [d] trekt I N, dan uyt N, [a] getrocken N P ═ I M die snydt E F in P, [d] trekt dan I P, die snydt van de gegeven seshoek, de vyfhoek I P F G H af, zynde de rest.

a 31. 1
b 2. beg. 1
c 3. 1
d 1 beg. 1

Bew. Om dat E L [e] ═ M D is, is △ E O M [f] ∞ △ D O L en vierhoek I M L B [g] ∞ vyfhoek I M E D B, en om dat K N [e] ═ L I is, is △ I M N [f] ∞ △ L M K, en alsoo de vierhoek I N L B [g] ∞ △ B I K: ook om dat N P [e] ═ I M is, daarom △ I Q N [f] ∞ △ P Q M en alsoo de vyfhoek I P M L B [g] ∞ vierhoek I N L B [h] ∞ △ B I K [i] ∞ △ A C B, derhalven blyft over de vyfhoek I P F G H, dat te doen was.

e 't werk
f 37. 1 en 3 gem.
g 2 gem. 1
h bew.
i 38. 1

Fig. 384 5. *Yemant wil van een ſtuk lant B E F G H afnemen, een ſtuk dat ſoo groot is als het ongeſchikt vierkant A B C D: Vrage wat'er reſt? Antw. de vyfhoek L M F G H.*

a 21 transf. b 31. 1 c 2 beg. 1 d 3. 1 e 1 beg. *'t Werk.* [a] Verandert de vierhoek A B C D in de △ B C I, [b] trekt C L ═ A E en [c] verlengt B E oneyndelyk, [d] maakt B K ∞ I B, en [e] trekt L K, L E, en [b] K M ═ E L die ſnydt E F in M, [e] trekt dan L M, die ſnydt van 't gegeven lant af de vierhoek B E M L ∞ de vierhoek A B C D, en daar blyft de vyfhoek L M F G H.

f 't werk. g 37. 1 en 3 gem. 1. h 2 gem. 1 i 38. 1 *Bew.* Om dat K M [f] ═ E L is, daarom △ L O M [g] ∞ △ E O K, en overzulks de vierhoek B E M L [h] ∞ △ B L K [i] ∞ △ B C I [f] ∞ de vierhoek A B C D, derhalven reſteert noch de vyfhoek L M F G H, dat te doen was.

Fig. 385 6. *Subſtraheert den vierhoek A E G F van den vierhoek A B C D datter overblyft een triangel I L D.*

a 21 transf. b 31. 1 c 2 beg. 1 d 3. 1 e 1 beg. 1 *'t Werk.* [a] Verandert den vierhoek A E G F, in den △ A P F, uyt P, [b] trekt P I ═ F B, [c] verlengt A B oneyndelyk en [d] maakt A H ∞ A F, en [e] trekt H I, ook B I, en [b] H K ═ B I, die ſnydt de [c] verlengde, B C in K: dan [e] trekt I C, en uyt K, [b] K L ═ C I, die ſnydt C D in L, [e] trekt dan I L, die ſnyd van den vierhoek A B C D, de vyfhoek A B C L I af, die ∞ de vierhoek A E G F is, en blyft noch over de △ I D L.

f 't werk g 37. 1 en 3 gem. 1 *Bew.* Om dat H K [f] ═ B I is, daarom is △ I N K [g] ∞ △ B N H: en alſoo de vierhoek

ABKI [h] ∞ △ AIH; en om dat KL [f] ∥ CI h 2 gem. 1
is, daarom is de △ ILM [g] ∞ △ CKM, en alsoo
de vyfhoek ABCLI [h] ∞ vierhoek ABKI [i] ∞ △ i bewes.
AIH [k] ∞ △ APF [f] ∞ vierhoek AEGF, en k 38. 1
dienvolgens resteert 'er de △ IDL, dat te doen
was.

Om gelykformige Figuren te substraheren.

7. *Substraheert 't quadraat B van 't quadraat A datter rest 't quadraat C.* Fig. 386

Dit hebben wy op de 47: 1 Eucl. al aangewesen, doch sullen het nu op een andere manier betoonen.

't Werk. Op een zyde des □s A, beschryft den halve a 10. 1 en
cirk. EFD, in dezelve [b] brengt EF ∞ een zyde 3 beg.
des □ B en [c] trekt DF, op de zelve [d] beschryft 't b 1. 4
□ C, dat sal de [e] rest zyn. c 1 beg. 1
d 46. 1

Bew. Dewyle de hoek F [e] recht is, daarom

□ED (□A) [f] ∞ □EF + □DF e 31. 3
sub: □B [g] ∞ □EF f 47. 1
g 't werk

rest □A − □B [h] ∞ □DF [g] ∞ □C, dat te h 3 gem. 1
doen was.

8. *Substraheert den Cirkel B van den Cirkel A, datter rest den Cirkel C.* Fig. 387

't Werk. [a] Getrokken de Diameters der cirkels A, a 1 beg.
en B, dan [b] neemt DF ∞ de diam. B, en [a] trekt b 1. 4
EF, op de selve [c] beschryft de cirk. C. die is de rest c 10. 1 en
3 beg

Bew. Dewyle de hoek F [d] recht is, soo is de
cirk. op DE (A) [e] ∞ cirk. op DF + op FE d 31. 3
e 31. 6
sub cirk. B [f] ∞ cirk. op DF f 't werk.

rest cirk. A − cirk. B [g] ∞ cirk. op FE [f] ∞
cirk. C, dat te doen was. g 3 gem. 1

Multiplicatie in Figuren.

Fig. 388 1. *Multipliceert den Triangel A B C met 3, dat die deselve vorm behoud: dat is, maakt een triangel die 3 maalen gelykformigh A B C is.*

a 11 en 3. 1 'ᵗ *Werk.* a Stelt A F ∞ A B perp. op A B en b trekt B F, c verlengt A B oneyndelyk d snyd daar af A G ∞ B F, en b trekt G F, eyndelyk d A D ∞ G F, en op A D e beschryft de △ A D E gelykformig △ A B C, die is 3 maal de gegeven A B C.

b 1 beg. 1
c 2 beg. 1
d 3. 1
e 18. 6

f 't werk. *Bew.* Om dat de hoek B A F f recht is, daarom de gelykformig △s op A B, A F t'samen ∞ de gelykformig △ op B F, ook de gelykformig △ op A G + op A F ∞ △ op G F: maar A F ∞ A B is, daarom △ op B F (f A G) ∞ tweemaal den △ A B C; wederom op A G, tweemaal, en op A F eenmaal, komt op F G (f A D) 3 maal den △ A B C; zynde alſo den △ A D E ∞ 3 maal en f gelykformig den △ A B C, dat te doen was.

Fig. 389 ## *Anders.*

a 3. 1 a Neemt A F ∞ 3 maal A B b beschryft daar op de halve cirk. A G F uyt B, c recht de perpendiculaar B G, stotende de halve cirk in G d trekt A G en a maakt A D ∞ A G, e beschryft daar op de △ A D E gelykformig de △ A B C, die is de begeerde.

b 10. 1 en 3 beg.
c 11. 1
d 1 beg.
e 18. 6

f gev. 8. 6 *Bew.* Dewyle A B, A G f : : A G, A F is, soo is gelykformig △ op A B, △ op A G g : : A B, A F. Maar A F is h ∞ 3 A B, derhalven △ op

g gev. 19. 6
h 't werk.

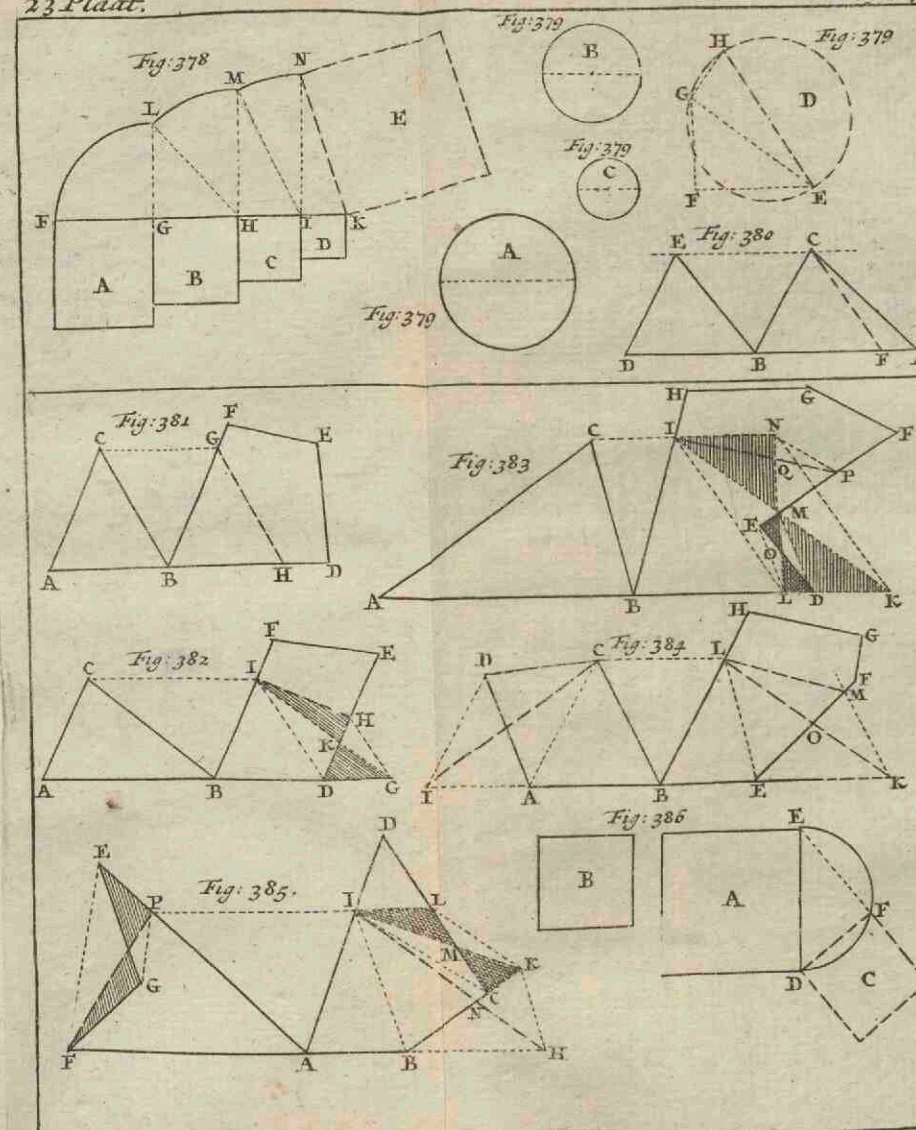


Fig: 378
Fig: 379
Fig: 379
Fig: 379
Fig: 379
Fig: 380
Fig: 381
Fig: 383
Fig: 382
Fig: 384
Fig: 385.
Fig: 386

op AG (h AD) i ∞ 3 △ op AB: Nu is △ ADE i 11: 5
op AD en h gelykformig △ ABC, dies de begeerde,
dat te doen ws

NB. Indien 't evenveel is wat voor een form, dat de begeerde Triangel heeft, zoo sal men zyn basis, of hoogte soo veel maal nemen, als begeert wert, en trekken een rechte uyt de hoek tot 't selve, soo bekomt men de vermeerderde triangel, door de 1: 6 Eucl.

Ende soo 't veelhoeken zyn, kan men die, als voren, tot triangelen maken, dan is 't weder 't selve.

2. *Multipliceert den vierhoek ABCD met 4, komt AEFG.* Fig. 390

't Werk. a Stelt AH Perpend: b op AB on- a 11: 1
eyndelyk en snydt daar af AH ∞ AB, en c trekt b 3: 1
HB, d verlengt AB oneyndelyk b snyd daar af c 1 beg. 1
AI ∞ BH en c trekt IH, wederom b AK ∞ IH d 2 beg. 1
en c getrocken KH eyndelyk b AE ∞ KH
daar op e beschryft de 4 hoek AEFG gelykformig e 18: 1
ABCD, die is de begeerde.

Bew. Om dat de hoek BAH f recht en AH f 't werk
f ∞ AB is, daarom de gelykformig 4 hoek op HB
(f AI) g 2 maal, op HI (f AK) g 3 maal, op g 31: 6
HK (f AE) g 4 maal soo groot als op AB: maar
4 hoek AEFG is op AE, en f gelykformig
ABCD beschreven, derhalven f de begeerde, h 1 gem. 1
dat te doen was.

Fig. 391 3. *Een quadraat en een cirkel A E F G te maken: welke 4 maal soo groot is, als 't quadraat, en cirkel A B C D yder bysonder.*

a 11 en 3. *'t Werk.* Uyt A des Cirkels A B C D [a] stelt
1 A D ∞ A B perp. op A B gelyk die 't □ soo is
b 1 beg. 1 in beyde [b] trekt D B, [c] maakt A H ∞ D B, en
c 3. 1 [b] trekt D H, maakt dan A I ∞ D H en [b] trekt
d 46. 1 D I, [c] neemt A E ∞ D I, op deselve [d] beschryft
e 10. 1 en 't □ als [e] ook de cirk. A E F G, die zyn 4 maal
3 beg. 1 soo groot als A B C D.

f geg. en *Bew.* Om dat de hoek A [f] recht en A D [f] ∞ A B
werk. is, daarom de gelykf. fig. op D B ([g] A H) [h] 2 maal
g 't werk op D H ([g] A I) [h] 3 maal, en op D I ([g] A E) [h] 4
h 31. 6 maal zoo groot als op A B: maar □ en cirk. zyn
i 1 gem. 1 op A E [g] geschreven, derhalven [i] 4 maal soo groot als A B C D, dat te doen was.

Fig. 392

Anders.

a 1 beg. en *'t Werk.* [a] Trekt de diameters A C, D B oneyn-
11. 1 delyk, malkanderen rechthoekig snydende in L,
b 1 beg. dan [b] trekt de rechte D C en [c] maakt H L ∞ D C,
c 3. 1 [b] trekt D H, en [c] neemt L I ∞ D H en [b] trekt
d 31. 1 D I. eyndelyk [c] L G ∞ D I, van G [d] trekt ═ met de zyden des gegeven □s en cirk. die zyn 4 maal soo groot A B C D.

e 't werk *Bew.* De hoek L is [e] recht en D L [f] ∞ L G
f 4 gev. daarom de gelykf. fig. op D C ([e] L H) [g] 2 maal op
32. 1 en D H ([e] L I) [g] 3 maal, op D I ([e] L G) [g] 4 maal
6 1 en 15 soo groot als op L C: Maar L C is een ½ diam.
def. 1
g 31. 6 van het □ en cirk A B C D, derhalven het □ en
cirk.

cirk. A E F G diens ½ diam. L G is, is h ook 4 maal soo groot als A B C D, dat te doen was. h 1 gem. 1

Manier, om een Figuur met een groot getal te multipliceeren.

4. *Multipliceert den gelykzydigen Triangel ABC met 16, komt den triangel F H I.* Fig. 393

't Werk. a Stelt A D oneyndelyk, Perpend. op A B, en b snydt daar af A D ∞ A B en c trekt D B, d verlengt A B, en b snydt daar af A E ∞ D B en c trekt D E, maakt A F ∞ D E c trekt D F, verders D G a perpend. op D F oneyndelyk, b snydt daar af D G ∞ D F en c trekt G F, wederom soodanig G H ∞ G F en c getrocken H F, daar op beschryft de gelykzydige △ F H I, die is de begeerde. a 11. 1 b 3. 1 c 1 beg. 1 d 2 beg. 1

Bew. Het e blykt dat de △ op D B, (A E) 2, op D E (A F) 3, op D F 4, op G F 8, en op F H 16 maal den △ A B C is, en △ F H I, is op F H gelykzydigh beschreven, derhalven 16 maal den △ A B C, dat te doen was. e 31. 6

5. *Multipliceert den gelykzydigen Triangel ABC met 21, datter komt den gelykzydigen G K L.* Fig. 394

't Werk. a Stelt A D ∞ A B perpend. op A B en b trekt D B, en c maakt A E ∞ D B, en b trekt D E, ook c A F ∞ D E en b trekt D F, dan A G ∞ D F, en b getrocken D G, daar op a stelt perp. D H ∞ D G, en trekt H G: weder H I ∞ H G perpend. op H G, en getogen I G; eyndelyk a 11. 1 en 3. 1 b 1 beg. 1 c 3 1.

I K

IK ∞ AB perpend. op IG en trekt KG, daar
d 1.1 op [d] beschryft den gelykzydige △ GKL die sal
21 maal den △ ABC zyn.
e 't werk. *Bew.* Om dat de hoek BAD [e] recht, en AD
[e] ∞ AB is, daarom de gelykz: △ op DB ([e] AE)
2, op DE ([e] AF) 3, op DF ([e] AG) 4, op
f 31.6 DG [f] 5 maal den △ ABC, en om dat de hoek
GDH [e] recht, en DH [e] ∞ DG is, daarom de
gelykz. △ op HG 10 maal den △ ABC, om
deselve reden op GI 20 maal, en op IK ∞ AB
1 maal, komt op GK 21 maal, zynde den △ GKL [f]
21 maal den △ ABC, dat te doen was.

Fig. 395 6. *Multipliceert het quadrant ABCD met $9\frac{5}{8}$ komt het quadraat GLMN.*

't Werk. Maakt volgens de voorgaande dat 't □
a 10 6 op DG ∞ 5 maal □ ABCD is, [a] stelt dan
b 11 en 3. DH ∞ DF of AG perpend. op DG en [b] trekt
1
c 1 beg. 1 HG: Vorders [c] deelt AB sodanig dat AI ∞ $\frac{5}{8}$
d 10. 1 en AB is, en [d] beschryft op AB de halve cirkel
3 beg. AKB en [e] stelt uyt I, de perpend. IK stotende
e 11, 1 de halve cirk. in K en [b] trekt AK: [a] stelt dan HL
∞ AK perpend. op HG, en [b] trekt LG, op
f 46. 1 deselve [f] beschryft 't □ LMNG, dat is $9\frac{5}{8}$ maal 't
□ ABCD.
g 't werk. *Bew.* Het [g] blykt dat □ op HG 9 maal 't □
en 31. 6
h gev. 8.6 ABCD is: ook is AB, AK [h] :: AK, AI
i gev 20.6 daarom [i] □ op AB, □ op AK (HL) :: AB,
k 't werk. AI [k] :: 8, 5, dat is □ op HL de $\frac{5}{8}$ □ op AB,
en op HG 9 komt □ op GL, zynde 't □ GLMN
$9\frac{5}{8}$ maal 't □ ABCD, dat te doen was.

7. *Multipliceert den cirk. ABCD met* $14\frac{5}{6}$, *komt den cirkel B I K D.* Fig. 396.

't Werk. Maakt als voren, en gelyk genoegsaam uyt de figuur openbaar is, dat de cirk. om B I ꝏ 14 maal de cirk. A B C D is, dan [a] maakt A L ꝏ $\frac{5}{6}$ A B en [b] trekt de perpend. L C tot de cirk. in C en [c] trekt A C, dan [d] I K ꝏ A C perpend. op I B en [c] trekt B K, om deselve beschryft de cirk. B I K N, die in $14\frac{5}{6}$ maal den cirk. A B C D.

a 10. 6
b 11. 1
c 1 beg. 1
d 11. 1 en 3. 1

Bew. Want AB, AC, [e] :: A C, A L is, daarom de cirk. op A B, cirk. op A C [f] :: A B, A L [g] :: 6, 5, derhalven de cirk. op AC([g] IK) [h] ꝏ $\frac{5}{6}$ cirk. A B C D,
add. de cirk. op I B [g] ꝏ 14 cirk A B C D,

komt de cirk. op I K + cirk. op I B [i] ꝏ cirk. op B K [k] ꝏ $14\frac{5}{6}$ maal de cirk. ABCD, dat te doen was.

e gev. 8. 6
f gev. 20. 6
g 't werk.
h 9. 5
i 31. 6
k 2 gem. 1

Divisio in Figuren.

1. *Men begeert dese Triangel A B C uyt den hoek B in drien gelyk te deelen.* Fig. 397

't Werk. [a] Deelt den basis A C in 3 gelyke deelen in D en E, en [b] trekt B D, B E.

a 10. 6
b 1 beg. 1

Bew. Soo is den △ ABC in driën gelyk [c] gedeelt, dat te doen was.

c 1. 6

2. *Men begeert van een vierhoek A B C D uyt den hoek D, de twee derde parten als ABGD, af te snyden.* Fig. 398

't Werk. [a] Verandert eerst den vierhoek A B C D in den △ A D E, dan [b] snydt van den basis A E af

a 21 transf.
b 10. 6

e 1 beg. d 31. 1 e 't werk. af de $\frac{2}{3}$ als AF en [c] trekt DF, en BD, ook uyt F, [d] FG ═ BD die snyd BC in G, dan [c] getogen DG, die snyd van de vierhoek ABCD $\frac{2}{3}$ af.

Bew. Om dat FG [e] ═ BD is, daarom

f 37. 1 en 3 gem. 1 de △ DHG [f] ∞ △ BHF } add.
de gemene ABHD ∞ ABHD }

g 2 gem. 1 h 't werk. en 1. 6 komt ABGD [g] ∞ △ ADF [h] ∞ $\frac{2}{3}$ △ ADE ∞ $\frac{2}{3}$ vierhoek ABCD, dat te doen was.

Fig. 399 3. *Deelt den rechthoek ABCD in reden als 3, 4, 5, dat de deel-linien perpendiculaar op den Basis AB vallen.*

a 10. 6. b 11. 1. *'t Werk.* [a] Deelt den basis AB in reden als 3, 4, 5, in de punten E en F: uyt de zelve [b] stelt de perpendicularen EG, FH die deelen de ▭ ABCD, na begeeren.

Bew Want de ▭ken AG, EH, FC zyn,

c 1. 6 d 't werk. [c] als AE, EF, FB [d] als 3, 4, 5; dat te doen was.

Fig. 400 4. *Deelt den vierhoek ABCD, in reden als 2 tot 3, dat de deel-linie op AB en DC komt.*

a 10. 6 b 1 beg. *'t Werk.* [a] Deelt AB en DC yder in reden als 2 tot 3, komt in E en F, [b] trekt EF, deselve deelt de vierhoek na begeeren.

c 't werk. d 1. 6 *Bew.* Want AE, EB [c] : : 2, 3 [c] : : DF, FC [d] : : AEFD, EBCF, dat te doen was.

Fig. 401 5. *Deelt den Triangel ABC, uyt een punt F in den Basis BC, in twee gelyke deelen.*

a 10. 1 b 1 beg. 1 *'t Werk.* [a] Deelt den basis BC in tweën gelyk in D, en [b] trekt AD, AF, dan uyt D, DE

c ═

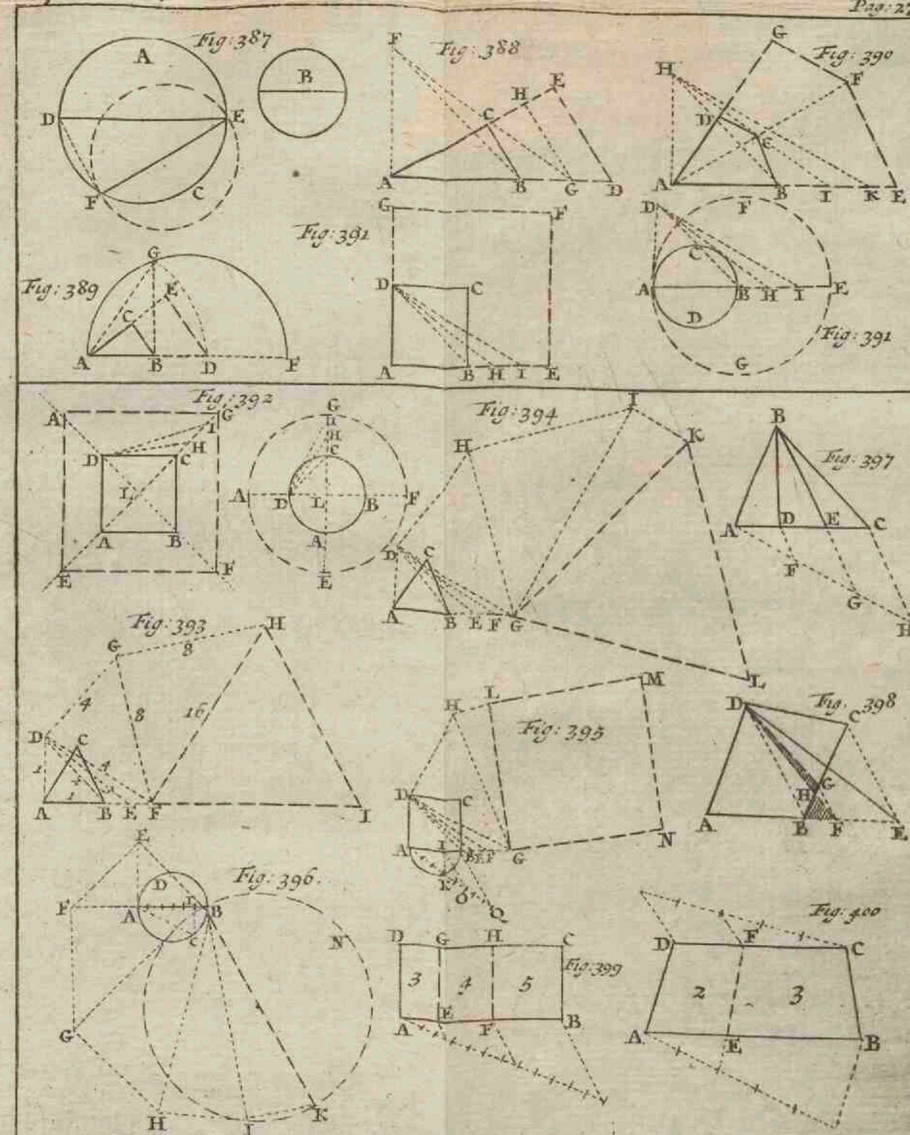


Fig: 387
Fig: 388
Fig: 390
Fig: 389
Fig: 391
Fig: 391
Fig: 392
Fig: 394
Fig: 397
Fig: 393
Fig: 395
Fig: 398
Fig: 396
Fig: 399
Fig: 400

c ═ F A, en trekt F E, die deelt de A B C na c 31. 1
begeeren.

Bew. Om dat B D d ∞ D C is, daarom de d 't werk.
△ B A D e ∞ △ D A C: ook om dat D E d ═ F A e 38. 1
is, daarom △ A G E f ∞ △ F G D tot elk. f 37. 1 en 3 gem. 1
de gemene B F G A ∞ B F G A, ook C D G E

komt B F E A g ∞ △ B A D h ∞ △ D A C g 2 gem. 1 h bew.
g ∞ △ F E C, dat te doen was.

6. *Deelt den Triangel A B C, uyt een punt F in den basis B C, in drie gelyke deelen.* Fig. 402

't Werk. a Deelt den basis B C in drie gelyke a 10. 6
deelen in D en E, en b trekt de rechte A D. A E b 1 beg. 1
ook A F, en uyt D en E, D H, E G c ═ F A, c 31. 1
en dan de b rechte F H, F G, die deelen de △ A B C,
in drie gelyke deelen.

Bew. Om dat B D, D E, E C alle d gelyk zyn d 't werk.
daarom ook de △s B A D; D A E, E A C e ge- e 1. 6. of 38. 1
lyk: ook om dat D H, E G d ═ F A zyn,
daarom de △ A K H f ∞ △ F K D en △ A I G f 37. 1 en
f ∞ △ F I E waar uyt klaar blykt de △ B H F 3 gem. 1
g ∞ △ B A D en △ C G F g ∞ △ C A E, ook
de vierhoek H F G A g ∞ △ D A E te zyn, en g 2 gem. 1
vervolgens is openbaar, dat de linien F H, F G,
de △ A B C uyt 't punt F, in drie-en gelyk deelen, dat te doen was.

7. *Men begeert den vierhoek A B C D, uyt 't punt G in de zyde A B, in twee-en gelyk te deelen.* Fig. 403

't Werk. a Trekt de diagonalen A C, D B ook a 1 beg. 1
G D b deelt A C in twee en gelyk in E, uyt E, b 10. 1

e31.1 [c] trekt EF ═══ DB, en uyt F, FH ═══ GD, dan de rechte GH, die deelt de vierhoek na begeeren.

Ber. [a] Trekt de rechte DE, BE, DF.

d 't werk. e38.1 *Bew.* Om dat AE [d] ∞ EC is, daarom

de △ ADE [e] ∞ △ CDE }
en △ ABE [e] ∞ △ CBE } add.

f 2 gem. 1 komt 4 hoek ADEB [f] ∞ vierhoek CDEB, en △ DIE [g] ∞ △ BIF is, yder in des anders plaats

g 37. 1 en 3 gem. 1 gestelt komt △ ADF [h] ∞ vierhoek BCDF, ook

h 2 en 3 gem. 1 is △ DKH [g] ∞ △ FKG, weder elk in anders plaats, komt vierhoek ADHG [h] ∞ vierhoek BCHG, dat te doen was.

Fig. 404 8. *Den vierhoek ABCD, uyt den hoek D, in twee-en gelyk te deelen.*

a 1 beg. 1 b 10. 1 c 31. 1 *'t Werk.* [a] Trekt de diagonaals AC, DB, [b] deelt AC in twee-en gelyk in E, uyt E, [c] trekt EF ═══ DB, dan de rechte [a] DF, die deelt de vierhoek na begeeren.

Ber. [a] Trekt de rechte DE, EB.

d 38. 1 en 2 gem. 1 *Bew.* Het blykt dat de vierhoek ADEB [d] ∞ vierhoek BCDE is, en de △ DEG [e] ∞ △ BFG,

e 37. 1 en 3 gem. 1 f 2 en 3 gem. dese yder in anders plaats, komt △ ADF [f] ∞ vierhoek BCDF, dat te doen was.

Fig. 405 9. *Deelt den vierhoek ABCD, uyt den hoek C, in drie gelyke deelen.*

a 1 beg. 1 b 10. 6. *'t Werk.* [a] Trekt de diagonaale AC, BD, en [b] deelt BD in drie-en gelyk in E en F, uyt desel-

ve

ve [c] trekt E G, F H ═ A C, en [a] getogen C G, C H, die deelen den vierhoek na begeeren. c 31. 1

Ber. [a] Trekt C E, C F, A E, A F.

Bew. Dewyle D E, E F, F B [d] gelyk zyn, soo zyn de vierhoeken C D A E, C E A F, C B A F, ook [e] gelyk, wyders is △ C I E [f] ∞ △ A I G en △ C K F [f] ∞ △ A K H, waar uyt blykt dat de △ C D G [g] ∞ vierhoek C D A E, en vierhoek H C G A [g] ∞ vierhoek C E A F, ook de △ C B H [g] ∞ de vierhoek C B A F, en alsoo de vierhoek A B C D, door de linien C G, C H in 3 gelyke deelen gedeelt is, dat te doen was. d 't werk e 38. 1 en 2 gem 1 f 37. 1 en 3 gem. 1 g 1 en 3 gem.

10. *Deelt den vierhoek A B C D uyt de hoek D, in drie deelen soodanig dat de stucken in reden zyn tot malkander als 5, 4, 3.* Fig. 406

't Werk. [a] Trekt de diagonaals A C, B D, [b] deelt A C in reden als 5, 4, 3 in de punten E en F, uyt de selve, [c] trekt E G, F H ═ D B en [a] getogen D G, D H, die deelen de vierhoek A B C D na begeeren. a 1 beg. 1 b 10. 6 c 31. 1

Ber. Trekt de rechte B E, B F, D E, D F.

Bew. Om dat de △ D I E [d] ∞ △ B I G en △ D K F [d] ∞ △ B K H is, so is de △ D A G [e] ∞ 4 hoek D A B E, en 4 hoek D G B H [e] ∞ de vierhoek D E B F, ook △ D H C [e] ∞ vierhoek D C B F, en de vierhoeken D A B E, D E B F, D C B F zyn tot malkander [f] als A E, E F, F C [g] :: 5, 4, 3 [h] :: D A G, D G B H, D C H, dat te doen was. d 37. 1 en 3 gem. 1 e 38. 1 en 2 gem. 1 f 1. 6 g 't werk. h 1. 5

Fig. 407 11. *Den Triangel A B C, uyt het punt D, binnen den selven, in drien gelykte deelen, dat de eene deel-linie D B, komt tot de hoek B.*

a 10.6 *'t Werk.* [a] Deelt den basis A C in driën gelyk
b 1 beg. 1 in E, F, en [b] trekt B E, B F ook D E, D F; dan
c 31. 1 [c] B G ═══ D E, B H ═══ D F, [b] voorts D G, D B, D H, die deelen den △ A B C na begeeren.

Bew. De △s D E G, D E B en D F H, D F B
d 37. 1 zyn [d] gelyk, daarom A B D G, G D H, B D H C
e 2 gem. 1 [e] ∞ A B E, E B F, F B C yder [f] ∞ ⅓ A B C, dat
f 't werk. en 1. 6 te doen was.

Fig. 408 12. *Deelt den Triangel A B C, uyt 't punt D, binnen den selven in drie gelyke deelen, dat de eene deel-linie D E, komt op de zyde A B.*

a 9. 6 *'t Werk.* Van A C [a] snydt A F ∞ ⅓ A C en
b 1 beg. 1 [b] trekt B F, E F, dan [c] B G ═══ E F, die
c 31. 1 snydt de gegeven E D in G, [b] trekt G F, D F, en uyt G, [c] G H ═══ D F, die ontmoet de verlengde C A in H; [b] trekt D H, D A en [c] H I ═══ A D, dan [b] trekt D I, soo is △ E D I ∞ ⅓ △ A B C.

Wederom van B C [a] gesneden B K ∞ ⅓ B C, en [b] getrokken A K, E K, en uyt A, [c] A M ═══ E K die ontmoet de verlengde B C in M, trekt E M, E C, en uyt M, [c] M O ═══ E C, die snyd A C in O, [b] trekt dan O E, O D en uyt E, [c] E Q ═══ O D en [b] getogen D Q, soo is Q D E B C ∞ ⅓ △ A B C.

Bew.

Bew. Dewyle △ GLD [d] ∞ HLF } add. d 37. 1
en EGLN ∞ EGLN is }

soo is △ EDN [e] ∞ EGFA + △ ANH } sub. e 2 gem. 1
en △ IDN [d] ∞ △ ANH }

rest △ EDI [f] ∞ EGFA [d] ∞ △ ABF [g] ∞ f 3 gem 1
⅓ △ ABC. Op deselve wyse is de vyf hoek EDQCK g 't wer.
∞ 4 hoek EOCK ∞ △ EMK ∞ △ EAK, tot yder de en 1. 6
gemene △ EBK, komt de vyfhoek EDQCB [e] ∞ △
BAK [g] ∞ ⅓ △ ABC, en al soo vierhoek IDQA
de resterende ⅓ △ ABC, derhalven den △ ABC,
na begeeren gedeelt is.

13. *De vierhoek ABCD, uyt 't punt E binnen den selven, in reden te deelen als 3, 4, 5: dat de eene deel-linie EB, komt in de hoek B.* Fig. 409

't Werk. [a] Deelt eerst de vierhoek ABCD in a 10 deses
de stukken ABH, HBID, IBC, dat deselve in
reden zyn als 3, 4, 5: dan [b] trekt EH, EI, en b 1 beg. 1
uyt B [c] trekt BK ═ EH, BL ═ EI, en c 31. 1
getogen EK, EL, die deelen den gegeven vierhoek na begeeren.

Bew. 't [d] Is openbaar dat BEKA ∞ BAH, d 37. 1 en
en BELC ∞ BCI, en overzulks LEKD ∞ 2 gem. 1
HBID: maar BAH, HBID, BCI, zyn tot
malkander [e] als 3, 4, 5: derhalven BEKA, LEKD, e 't werk.
BELC, ook malkander [f] als 3, 4, 5, dat te doen f 11. 5
was.

Fig. 410 14. *De vierhoek ABCD, uyt het punt E, binnen den selven, in twee-en gelyk te deelen dat de eene deel-linie EF, valt op de zyde AB.*

'*t Werk* a Trekt de diagonalen AC, BD,
a 1 beg. 1 b 10: 1 b deelt AC in twee- en gelyk in G, uyt G, c trekt
c 31: 1 GH ═ BD en a getogen BH en FH; uyt B c trekt BI ═ FH ontmoetende de verlengde AD in I, a trekt FI, FD en uyt I, IK ═ DP, die snydt DC in K, a trekt dan FK, EK, en uyt F, FL ═ EK, en getogen EL, die is de begeerde deel-linie.

d 37: 1 *Bew.* Want △ ELK d ∞ △ EFK is, en
e 2 gem. 1 daarom vyfhoek AFELD e ∞ vierhoek AFKD
f 't werk. en 1. 6 d ∞ △ AFI d ∞ △ ABH f ∞ $\frac{1}{2}$ vierhoek ABCD, dat te doen was.

Fig. 411 15. *Men begeert den vierhoek ABCD, uyt 't punt E binnen den selven, te deelen dat de stukken tot malkanderen in reden zyn als 3, 4, 5, en dat de eene deel-linie EF valt op de zyde AB.*

a 10 deses '*t Werk.* a Deelt eerst de vierhoek ABCD in de stukken ABI, IBKD, BCK, dat deselve in
b 20 transf. reden zyn als 3, 4, 5: b brengt dan de stukken ABI, KBC tot de hoogte F, komt AFL, c ∞
c 37: 1 en 2: 3 gem. ABI en QFBC c ∞ KBC, d trekt dan EL, EQ, en uyt F, e FM ═ EL, FR ═ EQ, dan getogen d EM, ER, zynde de begeerde scheyt-
d 1 beg. 1 linien, zoo is AFEM de $\frac{3}{12}$, BFERC de $\frac{5}{12}$, over-
e 31. 1 sulks MERD de $\frac{4}{12}$, derhalven staan AFEM, MERD, BFERC, tot malkander als 3, 4, 5,

wel-

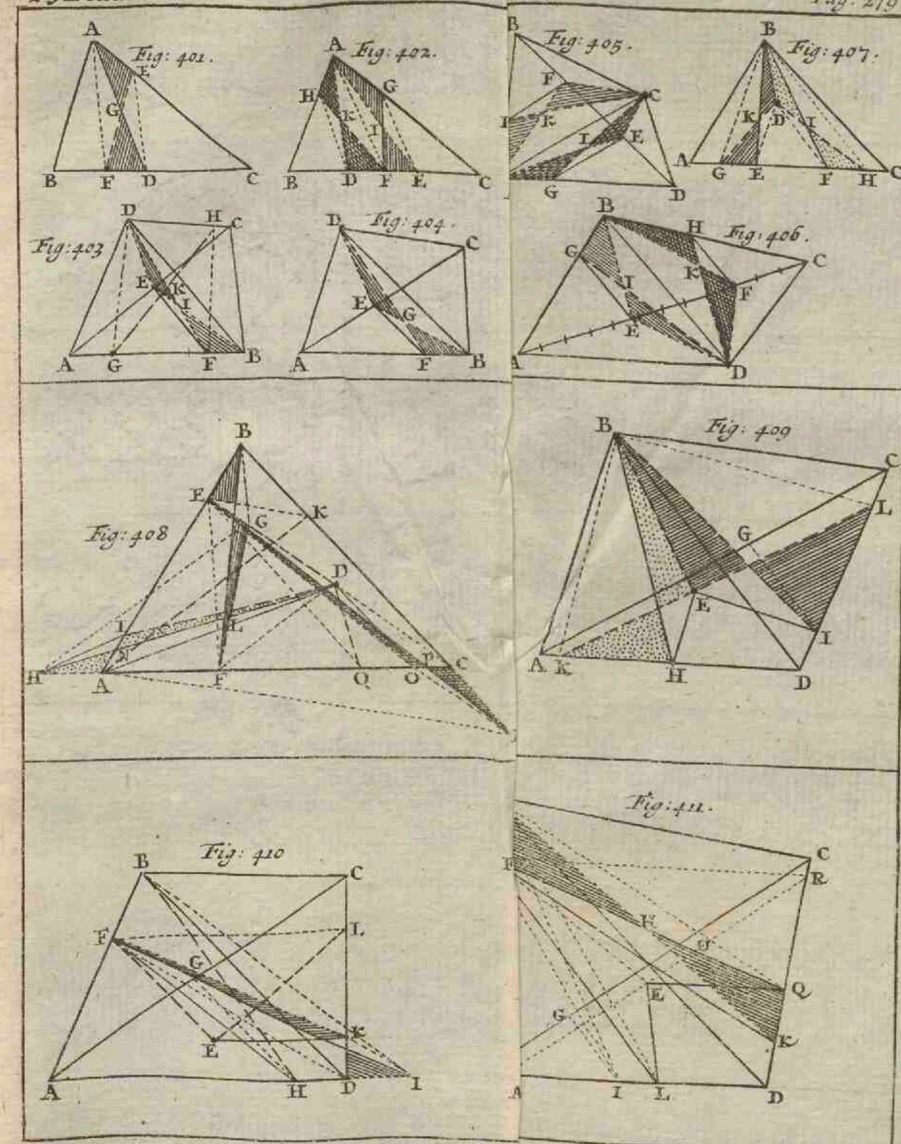


Fig: 401.
Fig: 402.
Fig: 403
Fig: 404.
Fig: 405.
Fig: 406.
Fig: 407.
Fig: 408
Fig: 409
Fig: 410
Fig: 411.

welkers verdere bewys uyt het werk openbaar is, dat te doen was.

16. *Den Triangel ABE: en twee-en gelyk te deelen, door een linie parallel met de zyde AE.* Fig. 412

't Werk. [a] Deelt AB in twee-en gelyk in F, uyt F [b] beschryft de halve cirkel AHB, [c] trekt de perpend. FH, en [d] getoogen BH, [e] maakt dan BG ∞ BH, en uyt G, [f] trekt GI ═ AE, die deelt den △ BAE na begeeren.
a 10: 1
b 3 beg. 1
c 11: 1
d 1 beg. 1
e 3. 1
f 31. 1

Bew. Om dat AB, BH [g] :: BH, BF is, daarom de gelykf. △ op AB, △ op BH ([h] BG) [i] :: AB, BF; maar [h] BF is $\frac{1}{2}$ AB, so is △ BGI die gelykf. ABE op BG beschreven is, ook de [k] $\frac{1}{2}$ van △ ABE, dat te doen was.
g gev. 8. 6
h 't werk.
i gev. 19. 6
k 11. 5

17. *Den Triangel ABC, in drie gelyke deelen te deelen, dat de deel-linien parallel met BC zyn.* Fig. 413

't Werk. [a] Beschryft op den basis AC de halve cirkel AFGC: ook [b] deelt de basis AC in drie en gelyk in D en E, uyt deselve [c] stelt DF, EG perpend. op AC stotende de halve cirk. en F en G, [d] trekt AF, AG, en [e] maakt AH ∞ AF, AI ∞ AG, dan uyt H en I [f] getrocken HL, IK ═ CB, die deelen den △ ABC na begeeren.
a 10. 1 en 3 beg.
b 10. 6
c 11. 1
d 1 beg. 1
e 3. 1
f 31. 1

Bew. Om dat AC, AF [g] :: AF, AD is, daarom △ ABC, △ op AF ([h] AH) [i] :: AC, AD maar AD is [h] $\frac{1}{3}$ AC, soo is △ op AH (△AHL) ook [k] $\frac{1}{3}$ △ ABC: op gelyke wyse is
g gev. 2. 6
h 't werk.
i gev. 19. 6
k 11. 5

 △ AIK

△ AIK de ⅓ △ ABC: en dienvolgens zoo deelen IK, HL de △ ABC in driën gelyk, dat te doen was.

Fig. 414 18. *Den vierhoek ABCD, in twee en gelyk te deelen, met de linie EF parallel met AB.*

a 21. transf. *'t Werk.* ᵃ Verandert den vierhoek ABCD in
b 10. 1 den △ ABG, en ᵇ deelt den basis AG, in twee-
c 2. beg. 1 en gelyk in I: dan ᶜ verlengt AD, BC, datse t' sa-
d 10. 1 en men komen als in K, op AK ᵈ beschryft de hal-
3 beg. ve cirk. AHK, uyt I ᵉ stelt IH perpend. op
e 11. 1
f 1 beg. 1 AK en ᶠ trekt KH, dan ᵍ maakt KE ∞ KH,
g 3. 1 uyt E ʰ trekt EF ═ AB, die snydt den vier-
h 31. 1 hoek ABCD in tweën gelyk.

i 't werk. *Bew.* Dewyle EK ⁱ ∞ HK ᵏ middel-propor-
k gev. 8. 6 tionaal tusschen AK, IK is, daarom △ ABK,
l gev. 19. 6 △ EFK ˡ :: AK, IK ᵐ :: △ ABK, △ IBK
m 1: 6 derhalven △ EFK ⁿ ∞ △ IBK } sub.
n 9. 5 de gemene △ DCK ∞ △ DCK }

o 3 gem 1 rest vierhoek EFCD ᵒ ∞ vierhoek IBCD ᵖ ∞
p 37. 1 en △ IBG ᑫ ∞ ½ △ ABG ʳ ∞ ½ vierhoek ABCD,
3 gem. 1
q 1. 6 dat te doen was.
r 7. gem. 1

Fig. 415. 19 *Den vierhoek ABCD, in twee-en gelyk te deelen, door een linie parallel CD.*

't Werk. Den vierhoek in een △ verandert, en desselfs basis in twee-en gelyk gedeelt, en de zyden
a 31. 1 verlengt als voren: zoo ᵃ trekt uyt B, BF ═
b 10. 1 en CD en op FH ᵇ beschryft de halve cirk. FGH,
3 beg. uyt E ᶜ stelt de perpendiculaar EG en trekt HG,
c 11. 1
d 3. 1 ᵈ maakt IH ∞ HG uyt I, ᵃ trekt IK ═
DC die deelt den vierhoek ABCD na begeeren.

Bew.

Bew. Om dat HI [e] ∞ HG is, daarom FH, IH [f] :: IH, EH, derhalven △ FBH, △ IKH [g] :: FH, EH [h] :: △ FBH, △ EBH, en dienvolgens is △ IKH [i] ∞ △ EBH { sub.
de gemene △ DCH ∞ △ DCH {

rest 4 hoek IKCD [k] ∞ 4 hoek EBCD [l] ∞ △ EBL [m] ∞ ½ △ ABL [n] ∞ ½ vierhoek ABCD, dat te doen was.

e 't werk. f gev. 8. 6 g gev. 19. 6 h 1. 6 i 9. 5 k 3 gem. 137. 1 en 3 gem. 1 m 38. 1 n 7 gem. 1

20. *Den vierhoek ABCD, in dieën gelykte deelen, dat de deel-linien parallel AB zyn.* *Fig.* 416

't Werk. [a] Verandert den vierhoek ABCD in den △ ABK, en [b] deelt den basis AK in drien gelyk in Q en V, en [c] trekt BQ, BV; [d] verlengt AB, BC, tot datse t'zamen komen in R, op AR [e] beschryft de halve cirkel AOPR, uyt Q en V [f] stelt de perp. QP, VO, en [c] trekt RP, RO; dan [g] maakt RH ∞ RP, RE ∞ RO, en uyt H en E [h] getrokken HG, EF ═ AB, die deelen den vierhoek ABCD, in drie gelyke deelen.

a 21 transf. b 10. 6 c 1 beg. 1 d 2 beg. 1 e 10. 1 en 3 beg 1 f 11. 1. g 3. 1 h 31. 1

Bew. Om de [i] proportionale AR, HR, QR is △ ABR, △ HGR [k] :: AR, QR [l] :: △ ABR, △ QBR dies △ HGR [m] ∞ △ QBR
subs. △ DCR ∞ △ DCR

rest 4 hoek HGCD [n] ∞ vierhoek QBCD [o] ∞ △ QBK [p] ∞ ⅓ △ ABK [q] ∞ ⅓ vierhoek ABCD.

Op gelyke wyse, om dat AR, ER, VR ook proportionaal zyn, is EFCD ∞ ⅔ vierh. ABCD,

i gev. 8 6 en 't werk k gev. 19. 6 l 1. 6 m 9. 5 n 3 gem. 1 o 37. 1 en 3 gem. 1 p 1. 6 q 7 gem. 1

 en

en alsoo den vierhoek ABCD, met parallele tegen AB in driën gelyk gedeelt, dat te doen was.

Fig. 417 21. *Deelt den vierhoek ABCD, in twee-en gelyk, door een linie parallel BC.*

a 21 transf. '*t Werk.* a Verandert den vierhoek ABCD in
b 10. 1 den △ DCK, en b deelt den basis KD in twee-
c 2 beg. 1 en gelyk in E: dan c verlengt CB tot dat die
d 10. 1 en AD snydt in I, op ID d beschryft de halve cirk.
3 beg. 1 IFD, uyt E e stelt EF perpend. op ID en f trekt
e 11. 1 DF, dan g neemt DH ∞ DF uyt H, h trekt
f 1 beg. 1 HG ═ BC die deelt de vierhoek ABCD na
g 3. 1. begeeren.
h 31. 1

Bew. Uyt het voorgetoonde blykt dat den
i 9. 5. △ HGD i ∞ △ ECD k ∞ ½ △ KCD l ∞ ½ vier-
k 38. 1 en hoek ABCD is, dat te doen was.
3 gem. 1
l 7 gem. 1

Fig. 418 22. *Den Triangel ABC, in twee-en gelyk te deelen, dat de deel-linie perpendiculaar op den basis AC staat.*

a 12. 1 '*t Werk.* Uyt B laat a vallen den perp BD, op
b 10. 1 en DC b beschryft de halve cirk DHC: c deelt den
3 beg. 1 basis AC in twee-en gelyk in G, en d trekt BG
c 10. 1 uyt G e stelt de perpend. GH, en d trekt CH,
d 1 beg. 1 f maakt CE ∞ CH, uyt E e stelt de perp. EF,
e 11. 1 die deelt den △ ABC in twee-en gelyk.
f 3. 1

g gev. 8: 6 *Bew* Want DC, EC g :: EC, GC, is.
h gev. 19. dies △ DBC, △ EFC h :: DC, GC i :: △
6 DBC, △ GBC, daarom △ EFC k ∞ △ GBC
i 1. 6 l ∞ ½ △ ABC, dat te doen was.
k 9. 5
l 1. 6

23. Den

23. *Den vierhoek A B C D, in twee-en gelykte deelen, door een linie perpendiculaar op A D.* Fig. 419

't Werk. Verandert den vierhoek in den △ ABK, en verle gt de zyden A D, B C, datse t'zamen komen, ook den basis A K in tweën gelyk gedeelt als vooren, soo [a] trekt uyt B de perpend. B G; op G R [b] beschryft de halve cirk. G O R, en [c] trekt de perp. P O, en de rechte O R en E R ∞ R O gemaakt, soo stelt E F perp. op A D, die deelt den vierhoek A B C D na begeeren.

a 12. 1
b 10. 1 en 3 beg. 1
c 11. 1

Bew. Om reden als vooren is
de △ R E F [d] ∞ △ R P B van beyde [d] 9. 5
de gemeene △ R D C ∞ △ R D C gesubs.
rest 4 hoek D E F C [e] ∞ 4 hoek D P B C [f] ∞ [e] 3 gem. 1
△ P B K [g] ∞ $\frac{1}{2}$ △ A B K [h] ∞ $\frac{1}{2}$ vierhoek A B C D, [f] 37. 1 en 3 gem. 1
dat te doen was.

g 1. 6
h 7 gem. 1

24. *Den Triangel A B C, in drie gelyke deelen te deelen, dat de deel-linien F G, L O perpendiculaar op den basis A C vallen.* Fig. 420

't Werk [a] Deelt den Basis A C in drie en gelyk in E en K, en [b] trekt B E, B K, en uyt B de [c] perp B H, deselve valt alhier tusschen de deel-punten E en K, daarom [d] beschryft op A H en C H, yder een halve cirkel, en uyt K en E de [e] perpend. K I, E D en [b] getrokken A I, C D, en A L ∞ A I, C F ∞ C D [f] gemaakt, dan uyt L en F de [e] perp. L O, F G, die deelen de △ A B C na begeeren

a 10. 6
b 1 beg. 1
c 12. 1
d 10. 1 en 3 beg.
e 11. 1
f 3. 1

Bew. Want A H, A L [g] : : A L, A K dies △ A H B, [g] gev. 8. 6

h gev. 19.6 △ AHB, △ ALO h :: AH, AK i :: △ AHB,
i 1.6 △ AKB, derhalven △ ALO k ∞ △ AKB l ∞ $\frac{1}{3}$ △
k 9.5 ABC.
l 't werk en 1.6 Op deſelve wyſe is △ CFG k ∞ △ CEB l ∞ $\frac{1}{3}$ △ ABC, en daarom de △ ABC door de perpendiculaar LO, FG, in driën gelyk gedeelt, dat te doen was.

NB. Indien de deelpunten E en K beyde aan een zyde van de perpendiculaar vallen, ſoo is 't genoeg aan een halve cirkel, en 't bewys is het ſelfde.

Fig. 421 25. Den Triangel ABC in driën gelykte deelen, dat de eene deel-linie op AC, en d' ander op BC perpendiculaar valt.

a 12.1 *'t Werk.* Uyt B trekt a BD perpendiculaar op
b 11.1 AC, en b BE perpendiculaar op BC, op DC
c 10.1 en 3 beg. en EC c beſchryft de halve cirkel DHC, EIC:
d 10.6 ook d deelt AC in driën gelyk in F en G, en
e 1 beg. 1e trekt BF, BG, dan b trekt de perpendiculaar FH, GI, en e getogen CH, CI, en uyt C de
f 3 beg. 1f bogen HL, IK, dan b LN perpendiculaar op AC, en a KM perpendiculaar op BC, die deelen den △ ABC na begeeren.

g 15 def. 1 *Bew.* Om dat CL g ∞ CH is, daarom CD,
h gev. 8,6 CL h :: CL, CF en △ CDB, △ CLN i ::
i gev 19.6 CD, CF k :: △ CDB, △ CFB, dies △ CLN
k 1.6. l ∞ △ CFB m ∞ $\frac{1}{3}$ △ ABC.
l 9.5
m 't werk en 1.6 Wederom, dewyl CK g ∞ CI is, daarom CE, CK h :: CK, CG, dies △ CEB, △ CKM i :: CE, CG :: △ CEB, △ CGB, derhalven

△ CKM

△ CKM l ∞ △ CGB m ∞ $\frac{2}{3}$ △ ABC, dat te doen was.

26. *Deelt den Triangel A BC in reden, als 3, 4, 5, en dat de deel-linien parallel A C zyn.* Fig. 422

't Werk. a Deelt een der twee andere zyden, als a 10. 6
B C in reden als 3, 4, 5, komt in E en F, b 1 beg. 1
uyt zyn overstaande hoek b trekt A E, A F: c 10. 1 en
op B C c beschryft de halve cirkel B G H C, en 3 beg.
d trekt de perpendiculaar E G, F H, en b trekt d 11. 1
B G, B H, dan B K ∞ B G, B I ∞ B H e gemaakt; e 3. 1
uyt K en I f trekt K O, I P = A C, die dee- f 31. 1
len den △ A B C na den eysch.

Bew. Om de g proportionale B C, B K, B E g 't werk,
is △ B K O h ∞ △ B E A: en om de g proportiona- en gev. 8. 6
le B C, B I, B F is △ B I P h ∞ △ B F A h gev. 19
subs. △ B K O ∞ △ B E A 6 en 9. 5

---

rest vierhoek I P O K i ∞ △ F A E i 3 gem. 1

Ook van △ A B C genomen △ B I P ∞ △ B F A
rest vierhoek C A P I i ∞ △ C A F: en de reden
van △s A B E, E A F, F A C is, k als B E, E F, k 1. 6
F C l :: 3, 4, 5, m :: B K O, K I P O, I C A P, l 't werk. m 15. 5
dat te doen was.

27. *Deelt den Triangel A B C, in reden als 3, 4, 5, met perpendicularen op een der zyden AC.* Fig. 423

't Werk. a Deelt den basis A C, in reden als 3, a 10. 6
4, 5, in H en I, en b trekt B H, B I: c trekt de b 1 beg. 1
perpendiculaar B D, soekt op voorgaande wyse de c 11. 1
mid-

middel-proportionale tusschen DC en CH: ende
d 11. 1 DC en CI, komt CG, CO [d] trekt dan de perpend.
OP, GF, die deelen den △ ABC na den eysch.
e 't werk. en gev. 19. 6 en 9 5 *Bew.* Want △ COP [e] ∞ △ CIB } subs.
en △ CGF [e] ∞ △ CHB is }

rest vierhoek GOPF [f] ∞ △ IBH: ook is de
f 3 gem. 1 vierhoek OABP [f] ∞ △ IAB (want dese met
COP, CIB de △ ABC uytmaken): maar △s
g 1. 6 CHB, IBH, IAB [g] :: CH, HI, IA [h] :: 3, 4, 5
h 't werk. i 11. 5 [i] :: CGF, GOPF, OABP, dat te doen was.

Fig. 424 28. *Het quadraat ABCD in vier gelyke deelen te deelen.*

a 10. 1 en 3 beg *'t Werk.* [a] Beschryft op eender zyden AB de
b 10. 6 halve cirkel ASB, en [b] deelt AB in vier gelyke
c 1. 1 deelen in E, F, G, uyt deselve [c] trekt de perpen-
d 1 beg. diculaar ER, FS, GT, [d] trekt AR, AS, AT,
e 3. 1 en AO, AL, AH met deselve ∞ [e] gemaakt,
f 46. 1. daar op yder een □ [f] beschreven, soo is 't □ ABCD,
in viergelyke deelen gedeelt.
g 't werk. en gev. 8. 6 *Bew.* Want AB, AO [g] :: AO, AE, daar-
h 20. 6 om □ ABCD, □ AOPQ [h] :: AB, AE [i] ::
i 't werk. 1, 4, ergo □ AOPQ [k] ∞ $\frac{1}{4}$ □ ABCD, opge-
k 9. 5 lyke wyse is □ ALMN de $\frac{1}{2}$ □ AHIK de $\frac{3}{4}$
van 't □ ABCD, en alsoo 't selve in vieren gelyk
gedeelt, dat te doen was.

Fig. 425 *Anders.*

a 1 beg. [a] Trekt de diameters AC, BD, malkander recht-
b 10. 6 hoekig snydende in E, [b] deelt EB in vier gelyke
deelen,

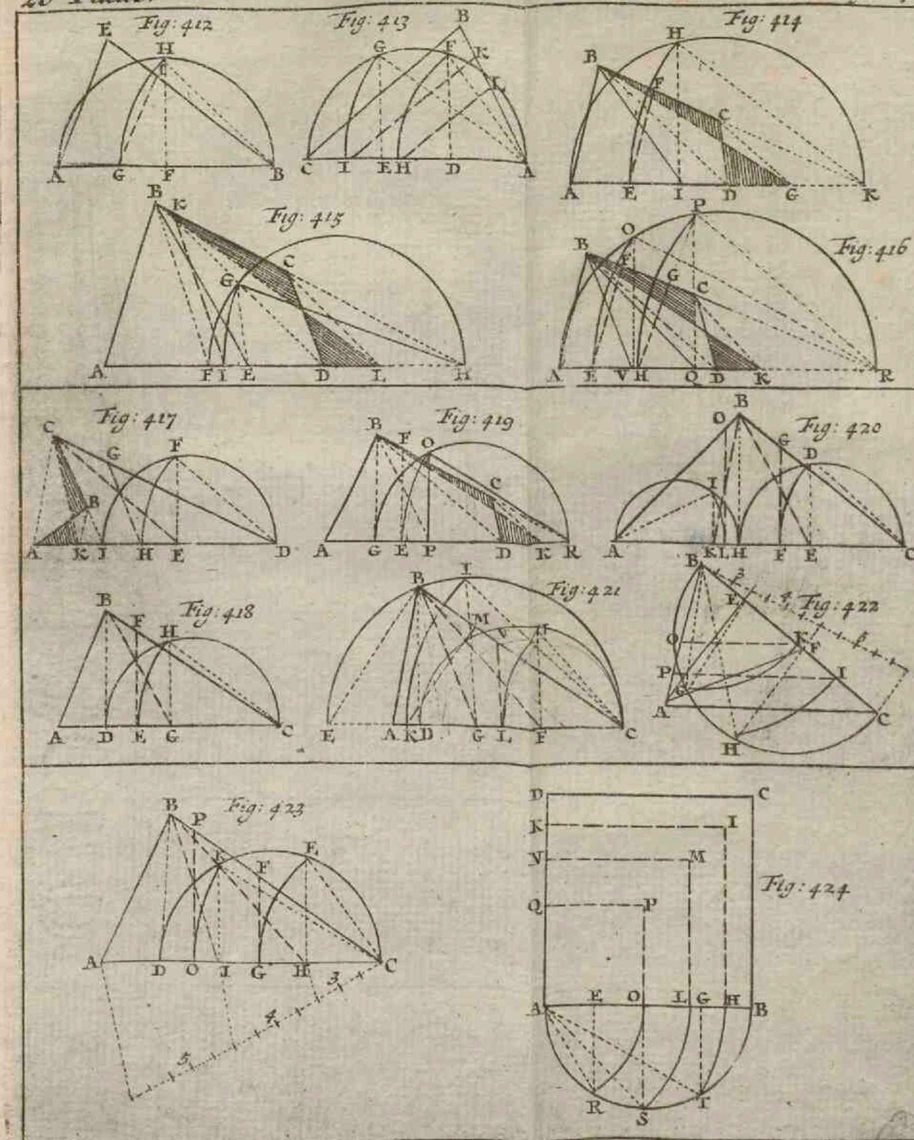


Fig: 412
Fig: 413
Fig: 414
Fig: 415
Fig: 416
Fig: 417
Fig: 419
Fig: 420
Fig: 418
Fig: 421
Fig: 422
Fig: 423
Fig: 424

deelen in F, G, H tusschen de deelen en EB, soekt de middel-proportionalen EG, EN, EM als vooren uyt G, N, M [c] trekt parallel met alle de zyden des gegeven □s, soo is 't selve in vier gelyke deelen gedeelt. c 31. 1

Bew. Om dat EB, EG [d] :: EG, EF is, is de gelykformige Figuur op EB, tot die op EG als EB tot EF: en EF is [d] $\frac{1}{4}$ EB, daarom de Figuur op EG ook [e] $\frac{1}{4}$ Figuer op EB; om deselve reden is de gelykformige Figuur op EN de $\frac{1}{2}$, op EM $\frac{3}{4}$ figuur op EB, en dewyle de linien uyt G, N, M [d] ═ met alle de zyden des □s ABCD zyn, soo zyn de gelykformige figuren op EG, EN, EM mede [f] □ten; derhalven is 't gegeven □ in vier gelyke □ten gedeelt, dat te doen was. d 't werk. e 9. 5 f 29. 1 en 29. def. 2

Ofte aldus.

Dewyle OG [g] ═ AB is, soo zyn de △s EOG, EAB [h] gelykformig, en de △ EAB, △ EOG [i] :: EB, EF; maar EF [g] ∞ $\frac{1}{4}$ EB, derhalven △ EOG [k] ∞ $\frac{1}{4}$ △ EAB, en △ EAB [l] ∞ $\frac{1}{4}$ □ ABCD, en △ EOG [l] ∞ $\frac{1}{4}$ □ OGVR, ergo □ OGVR [m] ∞ $\frac{1}{4}$ □ ABCD, op deselve wyse is 't □ PNWS de $\frac{1}{2}$, en 't □ QMXT de $\frac{3}{4}$ □ ABCD, dat te doen was. g 't werk h 2 en 4. 6 i 't werk en 19. 6 k 9. 5 l 18. 5 m 1 gem. 1

29. *Den ongeschikte seshoek ABCDEF in drien gelyk te deelen.* Fig. 426

't Werk. [a] Deelt een zyde AB in driën gelyk in G en H, [b] ook op AB de halve cirkel AKB, en [c] getrokken de perpendicularen GI, HK, dan uyt A de [d] bogen IM, KL, en op AM, AL [e] de seshoeken AMRSTV, ALNOPQ gelyk- a 10. 6 b 10. 1 en 3 beg. 1 c 11. 1 d 3 beg. 1 e 18. 6

lykformig A B C D E F, soo is deselve na begeeren gedeelt.

f 15 def. en gev. 8: 6 *Bew.* Dewyl A B, A M f : : A M, A G is,
g gev. 20: 6 soo is de seshoek op A B, seshoek op A M g : : A B, A G; en A G is h $\frac{1}{3}$ A B, daarom de seshoek
h 't werk. op A M i de $\frac{1}{3}$ van de seshoek op A B: om deselve reden is de seshoek op A L ∞ $\frac{2}{3}$ seshoek op A B;
i 9: 5 derhalven de seshoek A B C D E F in driën gelyk gedeelt, dat te doen was.

Fig. 427 30. *Deelt den ongeschikte sevenhoek ABCDEFG in driën gelyk: dat de deelen parallel met alle de zyden des gegeven sevenhoeks zyn.*

't Werk. Neemt een punt na gevallen binnen den
a 1 beg. 1 gegeven sevenhoek, als H; en a trekt van deselve tot de hoeken de rechte A H, B H, C H &c. en
b 10: 6 een derselver A H, b deelt in driën gelyk in I, K: soekt als voren de middel-proportionale H O, H N,
c 31: 1 uyt N en O, c trekt N P, O Q ═ A B, dan uyt P, Q weder ═ B C, en soo voort met alle de zyden des gegeven sevenhoeks, soo is die in driën gelyk gedeelt.

d 't werk. *Bew.* Dewyle de deel-linien d ═ met de zyden des gegeven sevenhoeks zyn, soo zyn de figuren
e 2 en 4: 6 op H N, H O e gelykformig de figuur op H A: en om de d proportionale H A, H O, H I is de
f gev. 20: 6 figuur op H A, figuur op H O f : : H A, H I, en om dat H I d ∞ $\frac{1}{3}$ H A is, soo is de figuur op H O g ∞ $\frac{1}{3}$ figuur op H A: om de selve reden is de figuur op H N ∞ $\frac{2}{3}$ figuur op H A, en alsoo de gegeven sevenhoek na den eysch gedeelt.

Of aldus.

a 't werk. Om dat O Q a ═ A B is, daarom de △s

H A B,

HAB, HOQ [b] gelykformig, en alzo de △HOQ b 2 en 4: 6
[c] ∞ $\frac{1}{3}$ △ HAB, om dezelve reden de △ HNP c gev. 20:
∞ $\frac{2}{3}$ △ HAB: en op gelyke wyze zyn alle de △s 6 en 9: 5
HBC, HCD &c. in drien gelyk gedeelt, welke d 15 gem:
alle te zamen de zevenhoek [d] uytmaken, derhalven 1
deselve in drien gelyk gedeelt, dat te doen was.

31. *Den Cirkel ADBM uyt 't punt A, in 4 gelyke deelen te deelen.* Fig. 428

't Werk. Den Diameter in 4 gelyke deelen gedeelt, en de proportionale AG, AI, AK gezogt als voren, en om de selve Cirkels [a] beschreven, die deelen den gegeven cirkel na begeeren. a 10: 1 en 3 beg. 1

Bew. Uyt de voorgaandens bewyzen is klaar, dat de cirkel om AG ∞ $\frac{1}{4}$, de cirkel om AI ∞ de $\frac{1}{2}$, en cirkel om AK ∞ de $\frac{3}{4}$ cirk. ADBM is, en derhalven dezelve in vieren gelyk gedeelt; dat te doen was.

32. *Deelt den Cirkel AMBN, in 4 gelyke deelen, dat die uyt een Centrum als de gegeven beschreven werden.* Fig. 429

't Werk. [a] Deelt den halve diameter AC in 4 gelyke in I, H, G, en soekt de proportionale CD, CE, CF, als voren; en [b] trekt uyt C door D, E, F, de cirkelen HDOP, KEQR, LFST, die deelen den gegeven cirkel na begeereu. a 10: 6 / b 3 beg. 1

Bew. De cirkel op CH als halve diameter, is de [c] $\frac{1}{4}$ Cirkel op AC, gelyk in de voorgaande genoeg getoont is: en om dezelve reden de cirkel op c 20: 6 en 9. 5

C K de ¼, op C L de ¼: derhalven de gegeven Cirkel in 4 gelyke deelen gedeelt; dat te doen was.

Fig 430 33. *Den Cirkel A D B C, te deelen in reden als 3, 4, 5.*

a 10. 6 '*t Werk.* a Deelt den Diameter, A B in reden als
b 11. 1 3, 4, 5, komt in E en F, uyt E b trekt de
c 1 beg. 1 perpendiculaar E C, en c trekt A C, B C: dan
d 31. 1 d F G = E C ook op B C den halve cirkel B H C, en uyt G b den perpendiculaar G H, c trekt B H, C H: dan om A C, C H, B H
e 10. 1 en 3 beg. als diameter yder een cirkel e beschreven, die sullen t'samen soo groot zyn als de gegeven cirkel A B C D, en reden tot malkanderen hebben als 3, 4, 5.

f gev. 8. 6 *Bew.* Dewyle A B, A C f : : A C, A E is,
g gev. 20. 6 soo is de cirkel A D B C, cirkel A I C E g : : A B, A E: ook is, om de proportionale B C, B H, B G, en B C, C H, C G.

de cirkel op B C, cirk. op B H g : : B C, B G
en cirkel op B C, cirk op C H g : : B C; C G

h 11. 5 derhalven cirkel op B H, cirkel op C H h : : B G,
i 2. 6 C G i : : B F, F E, en cirkel op A C, cirkel op
k bov. bew. A B k : : A E, A B maar A E, E F, F B zyn
l 't werk. l als 3, 4, 5, ergo de cirkelen op A C, C H,
m 31. 6 B H ook h als 3, 4, 5: ook zynse te zamen m ∞ cirkel A D B C, dat te doen was.

34. *Den*

34. *Den triangel ABC, begeert men in twee-en gelyk te deelen, dat de deel-linie komt van of door het gegeven punt E buyten of binnen den gegeven triangel.* Fig. 431

't Werk. [a] Deelt den basis AC in tweën, gelyk in D, en [b] trekt BD: dan uyt E [c] getrokken EH ═ AC, die snydt BC in H, [b] trekt HD, en uyt B, [c] BK ═ HD, die snydt AC in K, voorts KH, deelt dan KC in tweën, gelyk in L, uyt L en E, [c] trekt LI, EN ═ BC, tot datze de verlengde HE en AC ontmoet in I en N; [d] beschryft dan op LN de halve cirkel LMN, en [e] brengt daar in NM ∞ NC, en [b] trekt LM: [f] neemt dan LF ∞ LM, en [b] getrokken FEG, die deelt den △ ABC in twee gelyke deelen.

a 10. 1
b 1 beg. 1
c 31. 1
d 10. 1 en 3 beg.
e 1 : 4.
f 3. 1

Bew. Dewyle HE [g] ∞ CN [h] ∞ NM, IE [g] ∞ LN en FL [h] ∞ LM is, zoo zyn de △s HGE, IOE, LOF die [i] gelykformig zyn, op de △ LMN die [k] regthoekig is beschreven, en daarom

△ LOF + △ HGE [m] ∞ △ IOE
sub. △ HGE ∞ △ HGE

△ LOF [n] ∞ vierh. OIHG
add. LOGC ∞ LOCG

---

komt △ FGC [o] ∞ ▱ IHCL in 't 1e. fig.
△ LOF + △ HGE ∞ △ IOE
add. LOEHC ∞ LOEHC

---

komt △ FGC [o] ∞ ▱ IHCL in 't 2. fig. [p] ∞ △ KHC [q] ∞ △ DCB [r] ∞ △ ACB, dat te doen was.

g 34. 1
h 't werk.
i 29. 1 en 4. 6
k 31. 3
m 31. 6
n 3 gem. 1
o 2 gem. 1
p 41. 1
q 37. 1 en 3 gem. 1
r 't werk en 1. 6

N B. Indien 't punt F voorby A quam te vallen: soo handelt met de zyde A B, op de selve maniere als hier met A C gedaan is.

Hier uyt is openbaar, hoe men een vierhoek of andere veelzydige Figuuren uyt of door een punt, buyten of binnen deselve, in twee-en gelyk, of andere gegeven reden deelen kan: want men heeft den vier of veelhoek, maar te veranderen in een driehoek, gelyk wy in de Transformatie overvloedig aangewesen hebben, en handelen dan voort op sulke, of diergelyke wyse als wy hier nu getoont hebben, soo bekomt men het begeerde.

E Y N D E.

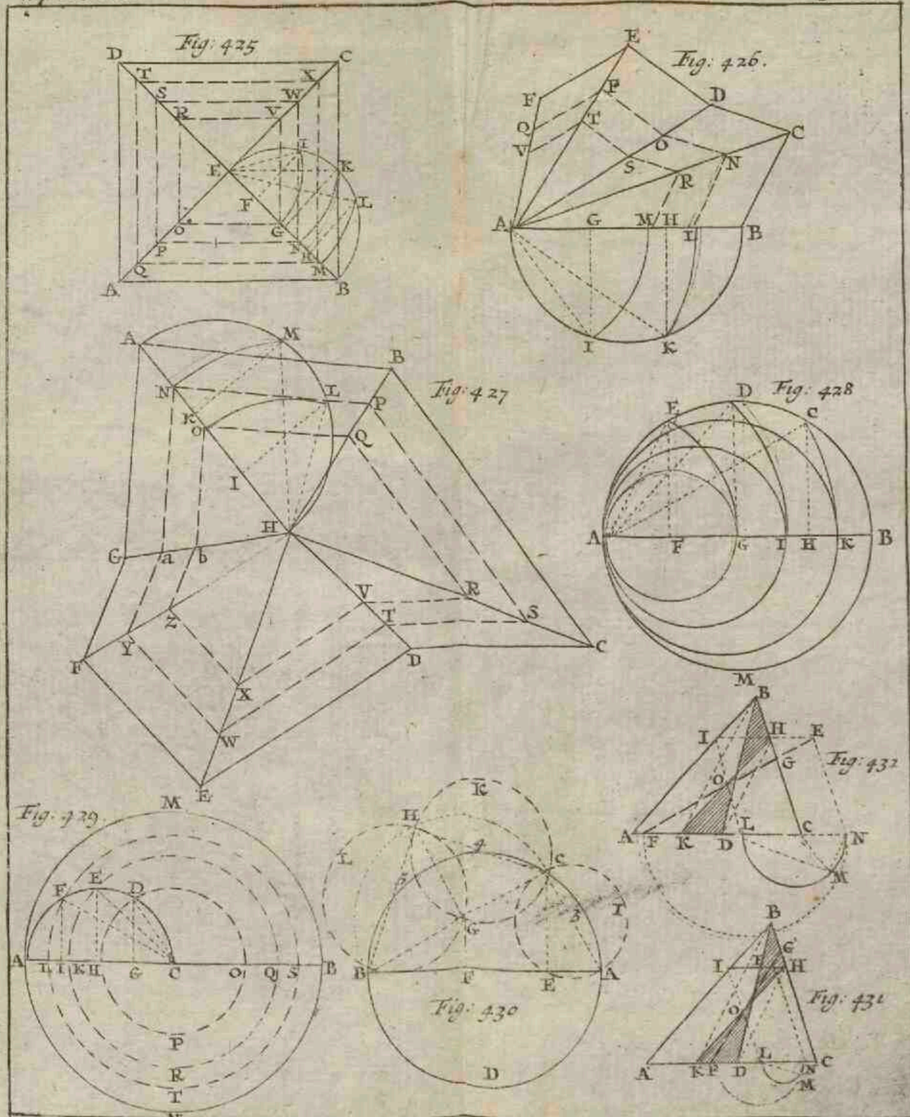


Fig: 425
Fig: 426.
Fig: 427
Fig: 428
Fig: 429
Fig: 430
Fig: 432
Fig: 431