Récréations mathématiques et physiques : qui contiennent les problêmes et les questions les plus remarquables ...

RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

TOME TROISIEME.

RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES,

QUI CONTIENNENT les Problêmes et les Questions les plus remarquables, et les plus propres à piquer la curiosité, tant des Mathématiques que de la Physique ; le tout traité d'une manière à la portée des Lecteurs qui ont seulement quelques connoissances légères de ces Sciences.

Par M. OZANAM, de l'Académie royale des Sciences, etc.

NOUVELLE ÉDITION, totalement refondue et considérablement augmentée par M. de M***.

TOME TROISIÈME,

Contenant l'*Astronomie*, la *Géographie*, le *Calendrier*, la *Navigation*, l'*Architecture* et la *Pyrotechnie*.

A PARIS, RUE DAUPHINE,

Chez FIRMIN DIDOT, libraire pour les Mathématiques, l'Artillerie et le Génie, grav. et fond. en caractères.

M. DCC. XC.

RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

SIXIEME PARTIE,

Contenant les Problêmes les plus curieux & les plus faciles, ainsi que les vérités les plus intéressantes de l'Astronomie & de la Géographie, tant mathématiques que physiques.

De toutes les parties des mathématiques, aucune n'est plus propre à piquer la curiosité, que l'astronomie & ses différentes branches. Rien ne prouve mieux en effet la force & la dignité de l'esprit humain, que d'avoir pu s'élever à des connoissances aussi abstraites que celles des causes des phénomenes que nous présente la révolution des astres, de la construction véritable de cet univers, des distances respectives des corps qui le composent, &c. Aussi, dans tous les temps, a-t-on regardé cette étude comme un des plus sublimes efforts de l'intelligence humaine ; & Ovide lui-même, quoique poëte, ne s'exprime-t-il jamais sur cet objet qu'avec une sorte d'enthousiasme. Tel est celui des vers où, parlant de la position de l'homme, il dit :

Cunctaque cùm spectent animalia cætera terram,
Os homini sublime dedit, cœlumque tueri
Jussit, & erectos in sidera tollere vultus. Met. L. I.

Felices animæ ! (dit-il ailleurs, en parlant des astronomes) *quibus hæc cognoscere primis*
Inque domos superas scandere cura fuit.
Credibile est illos pariter vitiisque, jocisque,
Altius humanis exeruisse caput.
Non venus aut vinum sublimia pectora fregit,
Officiumve fori, militiæve labor,
Nec levis ambitio, perfusaque gloria fuco,
Magnarumve fames sollicitavit opum.
Admovere oculis distantia sidera nostris,
Ætheraque ingenio supposuere suo.

Si dès ce temps l'astronomie excitoit cette admiration, que doit-ce être aujourd'hui, que les connoissances astronomiques sont infiniment plus étendues & plus certaines que celles des anciens, qui n'avoient, pour ainsi dire, fait qu'ébaucher cette science ! Quel eût été l'enthousiasme, quelles eussent été les expressions de ce poëte, s'il eût pu prévoir une partie ſeulement des découvertes que la ſagacité des modernes, aidée du téleſcope, leur a fait faire! celles de ces lunes qui environnent Jupiter & Saturne, de l'anneau ſingulier qui accompagne ce dernier; de la rotation du ſoleil & des planetes ſur leurs axes; des divers mouvements de la terre, de ſon éloignement énorme du ſoleil, de celui plus incroyable encore des étoiles fixes; du cours régulier des cometes; de la diſpoſition enfin & des loix du mouvement de tous les corps céleſtes, aujourd'hui démontrées à l'égal des vérités géométriques. C'eſt alors qu'il eût dit avec bien plus de raiſon, que les eſprits qui ſe ſont élevés à ces vérités aſtronomiques, & qui les ont miſes hors de doute, étoient des êtres privilégiés, & d'un ordre ſupérieur à la nature humaine.

CHAPITRE I.

Problêmes élémentaires d'Aſtronomie & de Géographie.

PROBLÊME I.

Trouver la ligne méridienne d'un lieu.

LA connoiſſance de la ligne méridienne eſt ſans contredit la baſe de toute connoiſſance & de toute opération ſoit aſtronomique, ſoit géographique; c'eſt pourquoi c'eſt auſſi le premier des problêmes qui nous occuperont ici.

Il y a diverſes manieres de déterminer cette ligne, que nous allons faire connoître.

I.

Sur un plan horizontal plantez ſolidement &

Pl. 1, fig. 1. obliquement une pointe de fer, comme une grosse aiguille, ou un morceau de fer quelconque AB, terminé en pointe; ayez ensuite une double équerre, c'est-à-dire formée de deux équerres, dont les plans forment un angle, & par son moyen trouvez sur le plan horizontal le point C, qui répond perpendiculairement au sommet du style; de ce point décrivez plusieurs cercles concentriques, & marquez avant midi le point D, où le sommet de l'ombre les rencontre. Faites la même chose après midi; &, deux points D & E étant ainsi déterminés dans le même cercle, partagez en deux également l'arc qu'ils interceptent; tirez enfin par le centre & par ce point de bissection F une ligne droite; ce sera la méridienne.

En prenant deux points d'un des autres cercles, & faisant la même opération, si ces lignes coïncident, ce sera une preuve, ou du moins une forte présomption, que l'opération est bien faite; sinon il y aura erreur, & il faudra recommencer l'opération avec plus de soin.

On doit préférer en général les deux observations les moins éloignées de midi, soit parceque le soleil est plus brillant & l'ombre mieux terminée, soit parceque le changement de déclinaison du soleil est moindre; car cette opération suppose que le soleil ne s'éloigne ou ne s'approche point de l'équateur, du moins sensiblement, pendant l'intervalle des deux observations.

Au reste, pourvu que ces deux observations aient été faites entre 9 heures du matin & 3 heures du soir, le soleil fût-il même voisin de l'équateur, la méridienne trouvée par cette méthode, sera assez exacte pour les usages communs de la société, sous une latitude de 45 à 60°; car je trouve que, ſous la latitude de Paris, & en faiſant les ſuppoſitions les plus défavorables, la quantité dont la méridienne pourra être en défaut, ira à peine à 20″. Si on la veut parfaitement exacte, il n'y a qu'à choiſir un temps où le ſoleil ſoit ou dans l'un des tropiques, ſur-tout celui du Cancer, ou très-voiſin, enſorte que, dans l'intervalle des deux opérations, le ſoleil ne change pas ſenſiblemeut de déclinaiſon.

Nous n'ignorons pas que, pour les uſages délicats de l'aſtronomie, il faut encore quelque choſe de plus précis; mais cet ouvrage n'a pour objet que les pratiques les plus ſimples & les plus curieuſes de cette ſcience. Voici néanmoins une ſeconde maniere de trouver la méridienne par le moyen de l'étoile polaire.

II.

Pour trouver la ligne méridienne de cette maniere, il faut attendre que l'étoile polaire, que nous ſuppoſons connue (*a*), ſoit arrivée au méridien. Or on le connoîtra lorſque cette étoile, & la premiere de la queue de la grande Ourſe, c'eſt-à-dire celle qui eſt la plus voiſine du quarré de cette conſtellation, ſe trouveront enſemble dans une même ligne perpendiculaire à l'horizon; car vers 1700 ces deux étoiles paſſoient exactement enſemble par le méridien dans le même temps; enſorte que, quand l'étoile de la grande Ourſe étoit en bas, la polaire étoit au deſſus du pôle: mais quoique cela ne ſoit plus actuellement auſſi

---

(*a*) Nous donnerons ailleurs une maniere de reconnoître dans le ciel les principales étoiles & conſtellations.

exact, on peut encore sans erreur sensible, & on pourra encore pendant plusieurs années se servir des étoiles, comme on va voir.

Ayant donc disposé un fil à plomb immobile, on attendra que l'étoile polaire, & celle de la grande Ourse désignée ci-dessus, soient à-la-fois cachées par ce fil. Dans ce moment on disposera un second fil à plomb, tellement qu'il cache à-la-fois le premier & les deux étoiles. Ces deux fils comprendront un plan qui sera celui du méridien: c'est pourquoi, si l'on joint par une ligne droite les deux points où ces aplombs aboutissent sur le pavé, on aura la direction de la méridienne.

On peut, au reste, déterminer chaque jour l'heure à laquelle l'étoile polaire, ou une étoile quelconque, passe au méridien: c'est un calcul dont on indique le moyen dans toutes les Ephémérides; mais, pour en éviter la peine, on va donner ici une table, où l'on trouvera pour chaque premier jour du mois, le moment où l'étoile polaire passe par le méridien, soit au dessus, soit au dessous du pôle.

Mois.	*Au dessus du Pôle.*		*Au dessous.*	
1 Janvier . . .	5^h	$54'$ du S.	5^h	$56'$ du M.
Février	3	42 . . .	3	44
Mars	1	53 . . .	1	55
Avril	0	0		2
Mai	10	12 du M.	10	10 du S.
Juin	8	10 . . .	8	8
Juillet	6	6 . . .	6	4
Août	4	1 . . .	3	59
Septembre . .	2	4 . . .	2	2

Mois.		*Au dessus du Pôle.*	*Au dessous.*
1 Octobre	. . .	0^h 16′ du M.	0^h 14′ du S.
Novembre	. .	10 16 du S.	10 18 du M.
Décembre	. .	8 12 . . .	8 14

Ce calcul, au reste, n'est que pour les années 1769, 1773, 1777, &c. les premieres après la bissextile. On devroit, pour plus d'exactitude, ajouter une minute pour la seconde, 2 minutes pour la troisieme, 3 minutes pour la quatrieme, dans les mois de Janvier & Février. Mais si l'on fait attention que, l'étoile polaire décrivant un cercle seulement de 1° 59′ de rayon, elle change à peine de position, non-seulement dans 3 à 4 minutes, mais même dans un quart-d'heure, on se convaincra que cette précision est inutile.

On peut, par la même raison, regarder cette table comme suffisamment exacte pendant tout le reste du siecle à écouler; car les différences que peut y apporter le mouvement propre de l'étoile polaire, ne sçauroient aller au-delà de 3 à 4 minutes.

Il y a seulement une attention à faire; c'est au jour du mois: car, du commencement d'un mois à sa fin, il y a près de deux heures de différence. L'anticipation journaliere est enfin exactement de 3′ 56″ par jour: ainsi il faudra multiplier ces 3′ 56″ par le nombre des jours du mois qui sont écoulés, & ôter le produit de l'heure du passage au premier du mois; on aura l'heure cherchée.

On se propose, par exemple, le 15 Mars, de tracer une méridienne par l'étoile polaire. Multipliez 3′ 56″ par 14, le produit est 55′; ôtez ce nombre de 1′ 55″, le restant 1′ 0″ donne l'heure du matin où l'étoile polaire passe au méridien au dessous du pôle.

Il y a des mois, comme ceux de Juin, Juillet, & partie de celui d'Août, où, à cause de la grande longueur des jours, l'un & l'autre passage n'est point visible, se faisant dans le jour ou dans le crépuscule. On y suppléera ainsi.

Vous chercherez l'heure du jour à laquelle l'étoile polaire passera par le méridien au dessus du pôle, & vous examinerez si, en comptant 6 heures de plus, cette heure tombe dans la nuit: dans ce cas, vous attendrez ce moment, & vous opérerez comme on a enseigné plus haut. Il est clair que vous aurez par-là la position du vertical ou cercle passant par le zénith, & par l'étoile polaire lorsqu'elle est arrivée à sa plus grande distance du méridien du côté du couchant; car si elle passe par le méridien à une certaine heure, il est évident que 6 heures après elle en sera à sa plus grande distance. Or, calcul fait, on trouve que l'angle de ce vertical avec le méridien (pour la latitude de 48° 50', qui est celle de Paris,) est de 2° 57': ainsi, en faisant avec la ligne trouvée un angle de 2° 57' vers l'orient, on aura la vraie ligne méridienne.

Si les 6 heures comptées après le passage par le méridien au dessus du pôle, ne conduisent pas dans la nuit, il n'y a qu'à compter 6 heures de moins; l'heure ainsi trouvée sera certainement une de celles de la nuit, & celle où l'étoile polaire est à sa plus grande digression du méridien du côté du levant: il faudra alors faire l'angle de 2° 57' du côté du couchant.

On trouvera peut-être quelque difficulté à faire un angle de 2° 57', mais en voici le moyen.

Sur la ligne avec laquelle vous voulez faire un angle de 2° 57', prenez d'un point A, en comptant vers le nord, une longueur de 1000 lignes, ou 6 pieds 11 pouces 4 lignes ; au point B, où se terminera cette longueur, élevez une perpendiculaire du côté du couchant, si vous voulez que l'angle à faire soit du côté du couchant, ou du côté du levant, si vous le voulez tracer du côté du levant ; portez sur cette perpendiculaire 51 lignes $\frac{1}{2}$, & que cette longueur se termine au point C ; tirez la ligne AC : elle formera avec AB l'angle cherché de $2^{\circ}\ 57'$, & cet angle sera incomparablement plus exact que par toute autre voie qu'on pourroit employer. Pl. 1, fig. 2.

REMARQUE.

ON lit dans les éditions précédentes de cet ouvrage, plusieurs moyens physiques de trouver la méridienne, qu'il faut faire connoître ici, ne fût-ce que pour les apprécier.

Pour connoître le méridien sans boussole ou sans aiguille aimantée, fût-on plongé dans les entrailles de la terre, ayez, dit-on, une aiguille ordinaire à coudre, menue & bien nette, & posez-la doucement sur la surface d'une eau tranquille ; elle se placera dans la direction du méridien.

Cette expérience est vraie à quelques égards. Si l'aiguille est longue & menue, elle se soutient assez facilement sur la surface de l'eau, où elle produit un petit enfoncement ; l'air qui lui est adhérent, la préserve pendant quelque temps du contact de l'eau ; & au surplus, si on y trouve quelque difficulté, on la surmonte en graissant l'aiguille avec un peu de suif : elle se soutient alors sur l'eau avec facilité, & elle prend d'elle-même un mouvement qui l'approche du méridien ; j'en ai fait plusieurs fois l'épreuve.

Mais il eſt faux que la ligne de direction où elle s'arrête ſoit la méridienne du lieu ; ce n'eſt que la méridienne magnétique, parceque tout fer allongé & bien ſuſpendu eſt une aiguille magnétique. Or la méridienne magnétique n'eſt que la direction du courant du fluide magnétique ; & cette direction fait, comme tout le monde ſçait, dans preſque tous les lieux de la terre, un angle plus ou moins grand avec le méridien aſtronomique. Il eſt, par exemple, actuellement à Paris de 19 à 20°. D'ailleurs, à moins de connoître déja le côté du nord & celui du ſud, on ne pourroit, par ce moyen, les diſtinguer l'un de l'autre.

Le P. Kircher donne un moyen qu'il dit facile pour connoître le midi & le ſeptentrion. Il veut que l'on coupe horizontalement le tronc d'un arbre bien droit, qui ſoit au milieu d'une plaine, ſans le voiſinage d'aucune hauteur, ni d'aucun abri qui l'ait pu de ce côté garantir du vent ou du ſoleil. On verra dans la ſection de ce tronc pluſieurs lignes courbes autour du centre, qui ſeront plus ſerrées d'un côté que de l'autre. Le côté le plus ſerré ſera celui du ſeptentrion, parceque le froid venant de ce côté, reſſerre, & que le chaud qui vient du côté oppoſé, raréfie les humeurs & la matiere dont ſe forment les couches de l'arbre.

Il y a quelque choſe de vrai & de fondé en raiſon dans ce moyen ; mais, outre que tous les bois ne préſentent pas ce phénomene, il n'eſt pas vrai que par-tout le vent de nord ſoit le plus froid ; c'eſt ſouvent, ſelon la poſition des lieux, le nord-oueſt ou le nord-eſt : ce ſera alors un de ces rhumbs de vent qu'on prendroit pour le nord.

PROBLÊME II.

Trouver la latitude d'un lieu.

LA latitude d'un lieu de la terre eſt la diſtance de ce lieu à l'équateur. Cette diſtance ſe meſure par l'arc du méridien céleſte, entre le zénith de ce lieu & l'équateur; car cet arc eſt ſemblable à celui qui eſt compris ſur la terre entre ce lieu & l'équateur terreſtre. Cet arc eſt égal à la hauteur du pôle, qui eſt l'arc du méridien intercepté entre le pôle & l'horizon: ainſi ceux qui ſont ſous l'équateur ont les pôles dans l'horizon; &, au contraire, ceux qui auroient le pôle au zénith auroient l'équateur dans l'horizon.

La latitude d'un lieu de la terre eſt facile à trouver de pluſieurs manieres.

1° Par la hauteur méridienne du ſoleil, un jour donné; car ſi de cette hauteur on ôte la déclinaiſon du ſoleil pour ce jour-là, (lorſque le ſoleil eſt dans les ſignes ſeptentrionaux, & le lieu donné dans l'hémiſphere boréal,) on aura la hauteur de l'équateur, dont le complément eſt la hauteur du pôle. Si le ſoleil étoit dans les ſignes auſtraux, il eſt aiſé de voir qu'il faudroit au contraire ajouter la déclinaiſon, & l'on auroit la hauteur de l'équateur.

2° Si l'on meſure dans l'intervalle d'une même nuit la hauteur d'une des étoiles circumpolaires qui ne ſe couchent point; qu'on retranche de chacune de ces hauteurs la réfraction, (*Voyez* ce qu'on dit plus loin de la réfraction.) la hauteur moyenne ſera celle du pôle.

3° Enfin ſi l'on connoît, par les catalogues des étoiles fixes, l'éloignement d'une étoile à l'équateur, c'eſt-à-dire ſa déclinaiſon, on meſurera ſa hauteur méridienne, & en y ajoutant ou en ſouſtraiſant cette déclinaiſon, on aura la hauteur de l'équateur, dont le complément, ainſi qu'on l'a dit, eſt la latitude.

PROBLÊME III.

Trouver la longitude d'un lieu de la terre.

La longitude eſt le ſecond élément de toute poſition géographique. On appelle ainſi la diſtance du méridien d'un lieu, à un certain méridien qu'on eſt convenu de regarder comme le premier. Ce premier méridien eſt vulgairement réputé celui qui paſſe par l'iſle de Fer, la plus orientale des Canaries. On prend auſſi ſouvent pour premier méridien, celui de l'obſervatoire de Paris, obſervatoire le plus célebre de l'univers, par la quantité d'obſervations qui s'y ſont faites, ou par celles faites en correſpondance avec ſes aſtronomes.

Les longitudes ne ſe comptoient autrefois que d'occident en orient dans toute la circonférence de l'équateur; mais il eſt aujourd'hui d'un uſage preſque général de les compter, les unes à l'orient, les autres à l'occident du premier méridien, ou du méridien réputé tel; enſorte que la longitude ne ſçauroit excéder 180°; & l'on marque dans les tables ſi elle eſt occidentale ou orientale. Voyons enfin comment on détermine la longitude.

Si deux méridiens terreſtres, éloignés, par exemple, l'un de l'autre de 15°, ſont conçus prolongés juſqu'au ciel, il eſt clair qu'ils intercepteront dans l'équateur & dans tous ſes paralleles des arcs de 15° : il eſt encore aiſé de voir que le ſoleil arrivera au méridien le plus oriental le premier, & qu'alors il aura encore dans l'équateur, ou dans le parallele qu'il décrit ce jour, 15° à parcourir avant que d'arriver au méridien le plus occidental. Or il faut une heure au ſoleil pour parcourir 15°, puiſqu'il en emploie 24 à parcourir 360° ; d'où il ſuit que, tandis qu'il ſera midi dans le lieu le plus oriental, il ne ſera que 11 heures du matin dans le plus occidental. Si la diſtance des méridiens des deux lieux étoit plus grande ou moindre, la différence d'heures ſeroit plus grande ou moindre, à proportion, en comptant une heure pour 15°, & conſéquemment 4 minutes par degré, 4 ſecondes par minute, &c.

Ainſi l'on voit que, pour connoître la longitude d'un lieu, il ne faut que ſçavoir l'heure qu'on y compte, lorſqu'on en compte une certaine dans un autre lieu ſitué ſous le premier méridien, ou dont la diſtance au premier méridien eſt connue ; car ſi l'on convertit cette différence de temps en degrés & parties de degrés, en prenant 15° pour une heure, un degré pour 4 minutes de temps, &c. on aura la longitude du lieu propoſé.

Pour connoître cette différence des heures, la méthode la plus uſitée eſt d'employer l'obſervation d'un phénomene qui arrive au même inſtant par tous les lieux de la terre ; telles ſont les éclipſes de lune. Deux obſervateurs, placés dans les deux endroits dont on déſire connoître la différence de longitudes, obſervent, au moyen d'une pendule bien réglée, les inſtants où l'ombre atteint ſucceſſivement diverſes taches remarquables de la lune ; ils ſe communiquent enſuite leurs obſervations ; & par la différence de temps qu'ils ont compté lorſque l'ombre arrivoit à une même tache, ils déterminent, comme on a dit ci-deſſus, la différence des longitudes des deux lieux.

Que l'obſervateur placé à Paris ait, par exemple, obſervé que l'ombre atteint la tache appellée *Tycho* à $1^h 45' 50''$ du matin, & que l'autre, placé au lieu A, l'ait obſervé à minuit $24' 30''$, la différence de ces temps eſt de $1^h 21' 20''$: ce temps, réduit en degrés & minutes de l'équateur, fait $20^o 20'$. Telle eſt la différence de longitude; & comme il étoit plus tard à Paris que dans le lieu A au moment du phénomene, il s'enſuit que le lieu A eſt plus occidental, de cette quantité de $20^o 20'$.

Comme les éclipſes de lune ſont aſſez rares, & qu'il eſt difficile d'obſerver avec préciſion, ſoit le contact de l'ombre avec le diſque de la lune pour fixer le commencement de l'éclipſe, ſoit l'arrivée de l'ombre à une tache quelconque, les aſtronomes modernes font ſur-tout uſage des immerſions, c'eſt-à-dire des éclipſes des Satellites de Jupiter, & principalement de celles du premier, qui, allant fort vîte, éprouve des éclipſes fréquentes, & qui ſe font en peu de ſecondes. Il en eſt de même de l'émerſion, ou du retour de la lumiere du Satellite, qui ſe fait preſque ſubitement. De deux obſervateurs, par exemple, placés l'un au lieu A, l'autre au lieu B, l'un a vu l'immerſion du premier Satellite arriver un certain jour à $4^h 55'$ du matin, l'autre à $3^h 25'$. On en conclura que la différence des temps eſt de $1^h 30'$; ce qui donne $22^o 30'$ de différence de longitude, & annonce que le lieu A eſt le plus oriental, puiſqu'au même inſtant on y comptoit une heure plus avancée.

REMARQUE.

CES obſervations des Satellites, qui, depuis la découverte de Jupiter, ont été extrêmement multipliées par-tout l'univers, ont en quelque ſorte réformé entiérement la géographie ; car la poſition en longitude de preſque tous les lieux, n'étoit déterminée que par des diſtances itinéraires mal réduites ; enſorte qu'en général on comptoit ces longitudes beaucoup plus grandes qu'elles n'étoient réellement. Dès la fin du ſiecle paſſé, on fut aſſuré qu'il y avoit plus de 25° à retrancher ſur l'étendue en longitude qu'on aſſignoit à notre ancien continent, depuis l'océan occidental juſqu'aux côtes orientales de l'Aſie.

Cette méthode ſi évidente & ſi démonſtrative a néanmoins été critiquée par le célebre Iſaac Voſſius ; il préféroit de beaucoup les réſultats des itinéraires des voyageurs, ou des eſtimes des pilotes : mais il n'a prouvé par-là autre choſe, ſinon qu'autant il avoit d'érudition, du reſte aſſez mal digérée, autant il avoit l'eſprit faux, & étoit éloigné de connoître même les premiers éléments de la ſphere.

La connoiſſance de la latitude & de la longitude des différents lieux de la terre eſt ſi importante pour les aſtronomes, géographes, gnomoniſtes, &c. que nous croyons devoir donner ici une table de celles des principaux points de notre globe. Cette table eſt ſans contredit la plus étendue qui ait encore été donnée. On y trouve la poſition de preſque toutes les villes de France un peu conſidérables, ainſi que celle de la plupart des capitales & villes célebres du reſte de l'univers, le tout fondé ſur les obſervations aſtronomiques les plus récentes, ou ſur les meilleures combinaiſons des diſtances & poſitions.

Cette table, nous l'oſons dire, ne reſſemble point à celle qu'on voit à la fin de la traduction nouvelle de la Géographie de Salmon. On jugera par le trait ſuivant, de la foi qu'on peut avoir dans cette derniere. L'auteur, ou le traducteur, annonce que les longitudes ſont comptées du méridien de Londres, & cependant il donne à Londres 17° & quelques minutes de longitude. C'eſt abuſer de la confiance du public, que de lui préſenter des ouvrages traduits par des perſonnes auſſi peu inſtruites de l'objet qu'elles traitent.

Dans la table que nous allons joindre ici, il faut obſerver que les longitudes ſont comptées du méridien de Paris, tant à l'orient qu'à l'occident. Lorſqu'elles ſont orientales, elles ſont déſignées par ces lettres, *or.*, & quand elles ſont occidentales, par ces lettres-ci, *oc.* Le ſigne * marque que la détermination eſt fondée ſur des obſervations de quelque membre de l'Académie royale des Sciences. Le ſigne † déſigne qu'elle eſt fondée ſur des obſervations de quelque autre aſtronome. Enfin, quand il n'y a aucun ſigne, cela veut dire que cette détermination eſt fondée ſur l'eſtime, ou des obſervations moins certaines que les autres.

A l'égard des latitudes, lorſqu'elles ne ſeront point accompagnées d'aucune lettre, cela ſignifiera que la latitude eſt boréale; quand elle ſera auſtrale, on y trouvera jointe la lettre A.

TABLE

TABLE

Des LONGITUDES *&* LATITUDES *des Villes & Lieux les plus remarquables de la Terre.*

NOMS DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE *ou* haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID. en Temps.	DIFFÉR. DES MÉRID. en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Abbeville *	50··7··1	··0··2··1 *oc.*	··0··30
Abo *, *Finlande*	60··27··0	··1··19··34 *or.*	··19··52
Acapulco *, *Amériq.*	17··30··5	··7··14··11 *oc.*	108··48
Agde	43··18··0	··0··4··30	··1··7½
Agra, *Mogol*	26··43··0	4··57··36 *or.*	··74··24
Aix*	43··31··35	··0··12··25 *or.*	··3··7
Alby *	43··55··44	··0··0··45 *oc.*	··0··11
Alençon	48··25··0	··0··9··0 *oc.*	··2··15
Alep, *Syrie*	35··45··23	··2··20··0 *or.*	··35··0
Alexandrete *, *Syrie*	36··35··10	··2··16··0 *or.*	··34··0
Alexandrie *, *Egypte*	31··11··20	··1··51··46 *or.*	··27··57
Alger	36··49··30	··0··0··29 *or.*	··0··7
Altona	53··38··25	··0··30··0 *or.*	··7··30
Altorf	49··17··38	··0··35··25 *or.*	··8··46
Amiens*	49··53··38	··0··0··8 *oc.*	··0··2
Amſterdam *	52··22··45	··0··10··36 *or.*	··2··39
Ancône *, *Etat eccl.*	43··37··54	··0··44··42 *or.*	··11··11
Andrinople, *Turquie*	41··40··0	··1··36··24 *or.*	··24··6
Angers*	47··28··8	··0··11··35 *oc.*	··2··54
Angoulême *	45··39··3	··0··8··45 *oc.*	··2··11
Antibes *	43··34··50	··0··19··14 *or.*	··4··49
Antioche	35··55··0	··2··25··19 *or.*	··36··20
Anvers *	51··13··15	··0··8··17 *or.*	··2··4
Arcangel	64··34··0	··2··26··20 *or.*	··36··35
Arles *	43··40··33	··0··9··12 *or.*	··2··18

NOMS DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID. en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Arras	50..18..25	..0....1..40 *or.*	....0..25
Assise *	43....4..22	..0..41....7 *or.*	..10..17
Astracan	40..30....0	..3..12....0 *or.*	..48....0
Athenes, *Grece*	37..40..10	..1..33....0 *or.*	..23..15
Auch *	43..38..46	..0....7..20 *oc.*	....1..45
Augsbourg	48..24....0	..0..34....4 *or.*	....8....1
Avignon*	43..57..25	..0....9..5 *or.*	....2..29
Avranches *	48..41..18	..0..14..51 *oc.*	....3..43
Aurillac *	44..55..10	..0....0 28 *or.*	....0....7
Auxerre *	47..47..54	..0....4..57 *or.*	....1..14
Azoph, *Crimée*	47..10....0	..2..34....0 *or.*	..38..30
Awatcha †, *Kamshatka*	53....1..20	10..24..30 *or.*	156....5
Bagdad, *Asie*	34..45....0	..2..50....0 *or.*	..42..30
Bâle	47..55....0	..0..21....0 *or.*	....5..15
Balsora *ou* Bassora, *Asie*	30....3....0	..3....4....0 *or.*	..46....0
Barcelone	41..26....0	..0....0..28 *or.*	....0....7
Batavia*, *Indes*	..6..15....0	..6..57..53 *or.*	104..19
Baye de tous les Sts., *Brésil.*	12..54..30 A.	..2..44..40 *oc.*	..41..10
Baye de Hudson*, *Fort Alb.*	52..22....0	..5..28....5 *oc.*	..82..20
Bayeux *	49..16..30	..0..12..11 *oc.*	....3....3
Bayonne*	43..29..21	..0..15..20 *oc.*	....3..50
Beauvais *	49..26....2	..0....1....1 *oc.*	....0..15
Belgrade	45....3....0	..1..16..30 *or.*	..19....2
Berghen, *Norwege*	61....0....0	..0..22..49 *or.*	....5..40
Berlin*	52..31..30	..0..44..17 *or.*	..11..15
Bermude, *isle*	32..25....0	..4..23....0 *oc.*	..65..45
Berne	46..58....0	..0..20..24 *or.*	....5....6
Besançon *	47..13..45	..0..14..50 *or.*	....3..43
Béziers *, *T. de l'Evêché*	43..20..20	..0....3..30 *or.*	....0..53
Bilbao	40..20....0	..0..11..40 *oc.*	....5..55

NOMS DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID. en Temps.	DIFFÉR. DES MÉRID. en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Blois	47 35 0	0 4 15 *oc.*	1 1
Bologne *, *It. S. Pétrone*	44 29 40	0 36 5 *or.*	9 1
Bolkereskoy, * *Kamshatka*	52 54 30	8 16 0 *or.*	154 0
Bordeaux *	44 50 18	0 11 39 *oc.*	2 55
Boston*	42 22 0	4 53 20 *oc.*	73 20
Bourg-en-Bresse *	40 12 30	0 11 36 *or.*	2 54
Bourges *	47 4 40	40 0 14 *or.*	0 3 ½
Breslau, *Silésie*	51 31 0	0 59 16 *or.*	14 47
Brest *	48 23 0	0 27 8 *oc.*	6 51
Bristol	51 28 0	0 20 11 *oc.*	5 4
Bruges	51 11 30	0 3 8 *or.*	0 47
Bruxelles *	50 51 0	0 8 7	2 2
Bude, *Turquie*	47 28 0	1 9 52	17 26
Buenos-Ayres *, *Paraguai.*	34 35 26 A.	4 3 25	60 51
Cadix *	36 31 7	0 34 16 *oc.*	8 34
Caen *	49 11 10	0 10 47 *oc.*	2 42
Caffa, *Crimée*	44 45 0	2 14 0 *or.*	33 30
Caire *, (le) *Egypte*	30 3 12	1 56 40 *or.*	29 10
Calais *	50 57 31	0 1 56 *oc.*	0 29
Calcuta *, *Indes orient.*	22 34 43	5 44 33 *or.*	86 8
Cambray*	50 10 30	0 3 35 *or.*	0 54
Cambridge, *Anglet.*	50 10 0	0 6 30 *oc.*	1 37
Candie *	35 18 45	1 31 52 *or.*	22 58
Canton *, *Chine*	23 8 0	7 22 53 *or.*	110 43
Cantorbéry	51 17 0	0 4 11 *oc.*	1 3
Cap Comorin, *pointe de la presqu'isle de l'Inde*	8 0 0	5 3 50 *or.*	75 54
Cap de Bonne-Espérance *	33 55 15	1 4 15 *or.*	16 4
Cap Finisterre*	42 51 50	0 46 35 *oc.*	11 39
Cap François *, *S. Doming.*	19 57 3	4 55 8 *oc.*	73 47

NOMS DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID. en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Cap Kamshatka, *Asie*	51..3..0	10..7..9 *or.*	157..47
Cap Leezard *	49..57..30	..0..29..57 *oc.*	..7..30
Cap Nord *	71..10..0	..1..22..20 *or.*	..19..35
Cap Ortegal *	43..36..37	..0..41..20 *oc.*	..10..20
Cap Saint-Lucas*, *pointe de la Californie*	23..28..0	..7..28..4 *oc.*	111..45
Cap Verd	14..43..0	..1..18..0 *oc.*	..19..30
Carcaſſone	43..12..20	0..0..1 *or.*	..0..0¼
Carthagene *d'Europe*	37..24..30	0..13..15 *oc.*	..3..25
Carthagene * *d'Amérique*	10..26..35	..5..11..5 *oc.*	..77..46
Caſan, *Ruſſie*	55..45..0	..3..5..0 *or.*	..46..15
Caſſel, *Heſſe*	51..19..0	..0..28..25 *or.*	..6..56
Caſtres	43..57..10	..0..0..21 *oc.*	..0..5
Cayannebourg *, *Finlande.*	64..13..30	..2..34..57 *or.*	..38..44
Cayenne *, *Amérique*	..4..56..0	..3..38..20 *oc.*	..54..35
Caye S. Louis*, *iſle S. Dom.*	18..19..0	..5..1..44 *oc.*	..75..26
Cette	43..20..30	..0..11..4 *oc.*	..2..46
Cézene*, *Ital*	44..8..25	..0..39..24 *or.*	..9..52
Châlons-ſur-Marne *	48..57..12	..0..8..9 *oc.*	..2..2
Châlons-ſur-Saône *	46..46..50	..0..10..6 *or.*	..2..31
Chandernagor*, *Indes*	22..51..26	..5..44..15 *or.*	..86..4
Chartres *	48..26..49	..0..3..24 *oc.*	..0..51
Cherbourg *	49..28..36	..0..15..53 *oc.*	..3..58
Civita-Vecchia *	42..5..24	..0..37..45 *or.*	..9..26
Clagenſurth, *Carinthie*	47..20..0	..0..50..10 *or.*	..12..32
Clermont-Ferrand *	45..46..45	..0..3..0 *or.*	..0..45
Collioure, *Rouſſillon*	42..34..0	..0..10..4	..0..41
Cologne	50..55..0	..0..19..0 *or.*	..4..45
Compiegne	49..25..10	..0..2..0 *or.*	..0..30
Conception, (la) * *Chili*	36..42..53	..5..0..0 *oc.*	..75

Noms des Villes et Lieux.	Latitude ou haut. du Pôle.	Différ. des Mérid. en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Constance, *Suisse*	47..42..30	..0..26..12 *or.*	..6..33
Constantinople*, *f. de Péra.*	41..1..10	..1..46..25 *or.*	..26..36
Copenhague*	55..40..45	..0..41..0 *or.*	..10..15
Cordoue	37..42..0	..0..24..48 *oc.*	..6..12
Coutances*	49..2..50	..0..15..10 *oc.*	..3..47
Cracovie	50..10..0	..1..10..0 *or.*	..17..30
Cresmunster*, *obs*	48..3..36	..1..47..10 *or.*	..11..47
Cusco, *Pérou*	12..25..0 A.	..5..4..0 *or.*	..76..0
Dantzick*	54..22..23	..1..4..44 *or.*	..16..11
Dieppe*	49..55..17	..0..5..3 *oc.*	..1..16
Dijon*	47..19..22	..0..10..50 *or.*	..2..42
Dillingen	48..30..0	..0..31..38 *or.*	..7..54
Dol*, *Bretagne*	48..33..9	..0..16..25 *oc.*	..4..6
Dole	45..5..30	..0..12..36 *or.*	..3..9
Douvres	51..7..47	..0..4..8 *or.*	..1..2
Dresde	51..6..0	..0..44..25 *or.*	..11..6
Drontheim, *Norwege*	63..10..0	..0..28..40 *or.*	..7..10
Dublin	52..12..0	..0..36..40 *oc.*	..9..10
Dunkerque*	51..2..4	..0..0..10 *or.*	..$2\frac{1}{2}$
Durazzo, *Albanie*	41..22..0	..1..9..41 *or.*	..17..25
Edimbourg	55..58..0	..0..21..41 *oc.*	..5..25
Embden	53..5..0	..0..22..20 *or.*	..5..30
Erfurth	51..6..0	..0..31..40 *or.*	..7..55
Embrun*	44..34..0	..0..16..36 *or.*	..4..9
Erivan, *Arménie*	40..30..0	..2..48..0 *or.*	..42..0
Erzerom*, *Turq. Asiatique*	39..36..55	..3..5..3 *or.*	..46..16
Evreux	49..2..0	..0..4..48 *oc.*	..1..12
Faenza*, *Italie*	44..17..19	..0..38..0 *or.*	..9..30
Fernambouc*, *Brésil*	..8..13..0 A.	..2..30..0 *oc.*	..37..30
Ferrare*	44..49..56	..0..37..0 *or.*	..9..15

NOMS DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID. en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Fleche (la) *	47 42 0	0 10 50 *oc.*	2 42
Florence *	43 46 30	0 34 48 *or.*	8 42
Francfort-sur-le-Mein *	50 6 0	0 25 0 *or.*	6 15
Francfort-sur-l'Oder	52 26 0	0 48 55 *or.*	12 13
Fréjus *	43 26 3	0 17 39 *or.*	4 25
Gand	51 4 0	0 15 24 *or.*	1 22
Genes *	44 25 0	0 25 3 *or.*	6 16
Geneve *	46 12 0	0 17 3 *or.*	4 0
Glasgow, *Ecosse*	55 51 32	0 26 21 *oc.*	6 35
Gibraltar *	36 4 44	0 28 46 *oc.*	7 11
Goa, *Indes*	15 31 0	4 45 40 *or.*	71 25
Gottingen *, *Obs*	51 31 54	0 30 16 *or.*	7 34
Gottenbourg, *Suede*	57 42 0	0 37 15 *or.*	9 19
Granville *	48 50 11	0 15 48 *oc.*	3 57
Grasse	43 39 25	0 18 24 *or.*	4 36
Gratz *, *Styrie*	47 4 18	0 52 15 *or.*	13 4
Gréenwich *, *Obs. cél*	51 28 30	0 9 10 *oc.*	2 18
Grenoble *	45 11 49	0 13 32 *or.*	3 24
Grypswald *, *Pomér*	54 4 20	0 43 46 *or.*	10 56
Guayaquil *, *Perou*	2 11 20	5 28 0 *oc.*	82 0
Hall, *Saxe*	51 34 0	0 37 25 *or.*	9 21
Hambourg	53 38 20	0 30 20 *or.*	7 35
Harlem	52 22 30	0 8 10 *or.*	2 2
Havane (la)	23 10 0	5 38 0 *oc.*	84 30
Havre-de-Grace	49 31 0	0 9 0 *oc.*	2 15
Iacoustk *, *Tart. Russe*	62 20 0	8 29 30 *or.*	127 21
Jena	51 2 0	0 35 55 *or.*	8 58
Jérusalem	31 50 0	2 12 0 *or.*	33 0
Jédo, *Japon*	36 15 0	8 52 0	133 0
Jeniseik *, *Tart. Russe*	58 27 15	5 56 0 *or.*	89 0

NOMS DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID. en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Ingolſtadt *, *Obſ.*	48..46...0	..0..36..10 *or.*	...9...2
Inſpruck, *cap. du Tirol*	47..18...0	..0..38..20	...9..35
Ircuſtsk *, *Tart. Ruſſe*	52..18..15	..7..28...0 *or.*	112...0
Iſle de l'Aſcenſion *	..7..57...0 A.	..1...5..16 *or.*	..16..29
Iſle de Bourbon *, *S. Denis*	20..51..43 A.	..3..32..40 *or.*	..53..10
Iſle de Fer *	27..47..20	..1..19..36 *oc.*	..19..54
Iſle de France *, *P. Louis*	20..9...45 A.	..3..40..32 *or.*	..55...8
Iſle Sainte-Hélene *	16...0...0 A.	..0..26..36 *or.*	...6..39
Iſle d'Hueſne *, *Obſ. de Tyc.*	55..54..15	..0..42..10 *or.*	..10..32
Iſle Madagaſcar, *à Foul-pointe*	17..41..20	..3...9...5 *or.*	..47..16
Iſle Rodrigue *, *habitation*	19..40..30 A.	..4...3..48 *or.*	.60..52
Iſle S.-Domingue *, *cap. f.*	19..57...3	..4..58...8 *oc.*	..74..32
Iſle Taity *, *mer du ſud*	17..28..55 A.	10...7...9 *oc.*	151..47
Iſle Saint-Thomas, *Afr*	..0..10...0	..0...0..40 *or.*	...0..10
Iſpahan, *Perſe*	32..25...0	..3..22...0 *or.*	..50..30
Juthia *ou* Siam *	14..18...0	..6..34...0 *or.*	..98..30
Kongkitao, *cap. de la Corée*	37..30...0	..7..36...8 *or.*	114...2
Konisberg, *Pruſſe R*	54..42.....	..1..15..52 *or.*	..18..58
Landau *	49..11..40	..0..23..10 *or.*	...5..48
Langres	47..50..50	..0..12...3 *or.*	...3...1
Lauſanne *	46..31...5	..0..17..41 *or.*	...4..25
Lectoure *	43..56...2	..0...6..52 *oc.*	...1..43
Leipſick *	51..19..14	..0..40...0 *or.*	..10...0
Leyde *	52..10...0	..0...9...0 *or.*	...2..15
Liege	50..36...0	..0..13...0 *or.*	...3..15
Lille *	50..37..50	..0...2..57 *or.*	...0..44
Lima *, *Pérou*	12...1..15	..5..16..38 *oc.*	..79..10
Limoges	45..49..20	..0...4...1	...1...4
Lincoln, *Angl*	53..15...0	..0..11...0 *oc.*	...2..45

NOMS DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID. en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Lintz, *Allemagne*	48 16..0	..0..46..30 or.	..11..37
Lisbone *, *cong. orat*	38..42..20	..0..45..50 oc.	..11..18
Livourne	43..31..0	..0..31..44 or.	..7..56
Lorette*	43..27..0	..0..44..52 or.	..11..13
Louisbourg *, *Amér*	45..53..45	..4..9..0 oc.	..62..15
Londres *	51..31..0	..0..9..41 oc.	..2..25
Louvain	50 50..0	..0..10..0 or.	..2..30
Luçon *	46..27..14	..0..14..2 oc.	..3..31
Lucques	43..50..45	..0..4..3 or.	..8..10
Lunden *, *Scanie*	55..41..36	..0..44..5 or.	..11..1
Lyon *	45..45..51	..0..10..0 or.	..2..30
Macao *, *Chine*	22 12..44	..7..25..45 or.	111..26
Madras, *Inde*	13..5..20	..5..11..8 oc.	..77..47
Madrid *, *gr. place*	40..25..0	..0..24..18 oc.	..6..4
Masulipatan, *Inde*	16..20..0	..5..16..0 or.	..79..0
Mahon *, *fort S. Phil*	39..50..46	..0..5..24 or.	..1..28
Malaca *	..2..12..0	..6..39..0 or.	..99..45
Malé, *princ. des Mald*	..4..30..0	..6..6..0 or.	..91..30
Malines *	51..0..50	..0..8..35 or.	..2..9
Malthe *, *cité Valette*	35..54..0	..0..48..34 or.	..12..8
Manchester, *Angl*	53..24..0	..0..19..0 oc.	..4..45
Manille *, *Philipp*	14..36..0	..7..54..4 or.	118..30
Mantoue	45..2..0	..0..31..22 or.	..7..50
Marseille *	43..17..45	..0..12..9 or.	..3..2
Martinique *, *fort Royal*	14..35..50	..4..14..40 oc.	..63..40
Mayence *	49..54..0	..0..24..0 or.	..6..0
Méaco, *Japon*	35..35..0	..8..43..45 or.	130..55
Meaux *	48..58..0	..0..2..0 or.	..0..30
Mecque, (la) *Arabie*	21..40..0	..2..34..40 or.	..38..40
Médine, *Arabie*	24..40..0	..2..32..0 or.	..38..0

NOMS DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE *ou* haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID. en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	M. D.
Meſſine	38..21...0	..0..51..54 *or.*	..12..58
Metz	49...7...5	..0..15..24 *or.*	...4..51
Mexico, *Mexique*	19..54...0	..6..46...0 *oc.*	101..30
Merguy *, *Inde*	12..12...0	..6..23..52 *or.*	..95..58
Milan	45..28..10	..0..27..13 *or.*	...6..49
Modene	44..34...0	..1..16..50 *or.*	..19..12
Moka, *Arabie.*	13..40...0	..2..48...0 *or.*	..42...0
Montpellier *	43..36..33	..0...6..10 *or.*	...1..32
Moſcow *	55..45..20	..2..21..45 *or.*	..35..26
Munich	48...9..55	..0..36..40 *or.*	...9..10
Munſter, *Weſtphalie*	52...0...0	..0..20..19 *or.*	...5...5
Namur	50..25...0	..0..11..20 *or.*	...2..50
Nancy	48..41..28	..0..15..26 *or.*	...3..52
Nangazaqui, *Japon*	32...5...0	..8..22..30 *or.*	125..37
Nanking *, *Chine*	31..57..31	..7..36...0 *or.*	114...0
Nantes *	47..13..17	..0..15..35 *oc.*	...3..54
Naples * *coll. R.*	40..50..15	..0..47..35 *or.*	..11..54
Narbonne *	43..11..13	..0...2..41 *or.*	...0..40
Nerzinsk *, *Tart. Ruſſe*	52...0...0	..7..44...0 *or.*	116...0
Newſtadt, *Autr.*	47..58...0	..0..56..58 *or.*	..14..14
Nice *	43..41..54	..0..19..49 *or.*	...4..51
Nieuport *	51...7..41	..0...1..40 *or.*	...0..25
Nîmes *	43..50..35	..0...8...5 *or.*	...2...1
Nouv. Orléans *, *Louiſiane.*	29..57..45	..6...9..15 *oc.*	..92..19
Noyon *	49..34..37	..0...2..43 *oc.*	...0..41
Nuremberg *	49..26..55	..0..34..56 *or.*	...8..44
Olinde. *Voyez* Fernanbuc.			
Olmutz, *Moravie*	49..43...0	..1...0..49 *or.*	..15..12
Orembourg *, *Ruſſie*	51..46...0	..3..31..20 *or.*	..82..20
Orléans *	47..54...4	..0...1..43 *oc.*	...0..26

NOMS DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID. en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Ormus, *golphe Persique*	26..30..0	..1..36..0 *or.*	..54..0
Ostende *	51..13..55	..0..2..20 *or.*	..0..35
Oxford *	51..44..57	..0..14..20 *oc.*	..3..55
Ozaca, *Japon*	35..5..0	..8..43..10 *or.*	130..50
Padoue *	45..22..26	..0..38..22 *or.*	..9..36
Pampelune	42..43..50	..0..16..0 *oc.*	..4..0
Panama *, *Amér*	..8..57..48	..5..30..44 *oc.*	..82..41
Para, *Amér. mérid*	..1..30..0 A.	..3..22..0 *oc.*	..50..30
Paris, *obs. royal*	48..50..12	..0..0..0	..0..0
Parme	44..44..50	..0..30..21 *or.*	..7..35
Passau	48..30..0	..0..42..50 *or.*	..10..42
Pavie	45..46..10	..0..27..22 *or.*	..6..51
Pau *	43..15..0	..0..9..56 *oc.*	..2..29
Pékin, *obs. impérial*	39..54..13	..7..36..35 *or.*	114..9
Pérouse *	43..6..46	..0..40..0 *or.*	..10..0
Perpignan *	42..41..55	..0..2..16 *or.*	..0..34
Pétersbourg * (Saint-)	59..56..0	..1..51..58 *or.*	..28..0
Philadelphie *, *Amér*	39..55..55	..5..10..6 *oc.*	..77..31
Pic des Açores	38..35..0	2..1..50 *oc.*	..30..27
Pic de Ténériffe *	28..15..54	..1..15..28 *oc.*	..19..52
Pise	43..41..30	..0..31..28 *or.*	..7..52
Pondichéry *, *Inde*	11..53..47	..5..11..30 *or.*	..77..37
Port-Royal, *Acadie*	45..2..30	..4..29..40 *oc.*	..67..25
Port-Royal, *Jamaïque*	17..30..0	..5..14..0 *oc.*	..78..30
Pollingen *, *Bav.*, *obs*	47..48..8	..0..33..35 *or.*	..8..24
Prague	50..40..30	..0..49..40 *or.*	..12..25
Presbourg	48..8..7	..1..0..33 *or.*	..15..8
Portobelo *, *Amér*	..9..34..35	..5..28..40 *oc.*	..82..10
Québec *	46..55..0	..4..48..52 *oc.*	..72..13
Quito *, *Pérou*	..0..13..10	..5..21..0 *oc.*	..80..15

NOMS DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID. en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Raguse	42..42..0	..1..3..44 *or.*	..15..56
Ratisbone	49..2..0	..0..38..25 *or.*	..9..36
Ravenne *	44..25..5	..0..37..16 *or.*	..9..19
Rennes *	48..6..45	..0..16..8 *oc.*	..4..2
Reims *	49..14..36	..0..6..52 *or.*	..1..43
Rimini *	44..3..43	..0..40..44 *or.*	..10..11
Rio-Janéiro *, *Amér.*	22..54..10 A.	..3..0..20 *oc.*	..45..5
Rochelle * (la)	46..9..43	..0..14..23 *oc.*	..3..56
Rome *	41..53..54	..0..40..37 *or.*	..10..9
Rostock *	54..22..0	..0..40..25 *or.*	..10..6
Roterdam	51..55..0	..0..11..26 *or.*	..2..51
Rouen *	49..26..43	..0..4..59 *or.*	..1..15
Saltzbourg, *Allemag.*	47..34..0	..0..41..30 *or.*	..10..22
Saint-Flour *	45..1..55	..0..3..2 *or.*	..0..46
Saint-Malo *	48..38..59	..0..17..29 *oc.*	..4..22
Saint-Marin, républ.	43..58..45	..0..41..0 *or.*	..10..15
Saint-Omer *	50..44..46	..0..0..20 *or.*	..0..5
Salé *, *Maroc*	34..4..0	..0..36..24 *oc.*	..9..6
Salonique *, *Grece*	40..41..10	..1..23..12 *or.*	..20..48
Sarragoce	41..40..0	..0..12..16 *oc.*	..3..4
Schamaki, *Perse*	40..30..0	..2..18..40 *or.*	..34..40
Schonbrun *, *chat. imp.*	48..12..0	..0..55..56 *or.*	..13..59
Selinginsk *, *Tart. Russe*	51..6..6	..6..57..8 *or.*	104..17
Senlis *	49..13..0	..0..0..56 *or.*	..0..14
Sens *	48..11..56	..0..3..48 *or.*	..0..57
Séville	37..21..10	..0..33..55 *oc.*	..8..29
Siam. *Voyez* Juthia.			
Sienne	43..20..0	..0..36..4 *or.*	..9..1
Skalolt, *Islande*	64..10..0	..1..20..0 *oc.*	..20..0
Smyrne *, *Asie*	38..28..7	..1..40..0 *or.*	..25..0

NOMS DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID. en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Soiſſons	49..21..30	..0...3..56 *or.*	...0..59
Spolette *	41..57..50	..0..41..40 *or.*	..10..25
Stettin, *Poméranie*	53..28...0	..0..50..32 *or.*	..12..38
Stokholm *	59..20..30	..1...2..51 *or.*	..15..43
Strasbourg *	48..34..35	..0..21..45 *or.*	...5..26
Stuttgard	48..40...0	..0..26..48 *or.*	...6..42
Surate, *Inde*	21..10...0	..4..40..40 *or.*	..70..10
Syracuſe	37...4...0	..0..52...0 *or.*	..13...0
Swetzingen * *obſ.*	49..23...4	..0..25..23 *or.*	..6...21
Tauris, *Perſe*	38...5...0	..2..58...0 *or.*	..44..30
Tefflis, *Géorgie Perſ.*	42..55...0	..2..56...0 *or.*	..44...0
Temeſwar, *Hongrie*	44..42...0	..1..18..22 *or.*	..19..35
Theſſalonique *, *Grece*	48..36..21	..1..23..12 *or.*	..20..48
Tobolsk *, *Sibérie*	58..12..30	..4..24..20 *or.*	..66...5
Tolede *	39..50...0	..0..22..40 *oc.*	...5..40
Tornéa *	65..50..50	..1..27..28 *or.*	..21..52
Toulon *	43...7..24	..0..14..26 *or.*	...3..37
Toulouſe *	43..35..54	..0...3..35 *oc.*	...0..54
Tour-de-Cordouan	45..35..30	..0..14..16 *oc.*	...3..34
Tours *	47..23..44	..0...6..35 *oc.*	...1..39
Trente	45..43...0	..0..33..30 *or.*	...8..22
Trieſte	45..43...0	..0..42..58 *or.*	..10..49
Tripoli d'*Afrique* *	32..53..40	..0..43...1 *or.*	..10..45
Tripoli de *Syrie*	34..25...0	..2..13..44 *or.*	..33..28
Turin *, *Pl. du chât.*	45...5..20	..0..21..20 *or.*	...5..20
Tyrnau *, *Hongrie*, *obſ.*	48..22..58	..1...0..55 *or.*	..15..14
Valence, *Eſpagne*	39...0..30	..0...4..20 *oc.*	...1...5
Valence, *France*	44..51...0	..0..10...0 *or.*	...2..30
Valladolid	41..42...0	..0..31..56 *oc.*	...7..59
Val-Parayſo *, *Chili*	34...0..15	..4..58..37 *oc.*	..74..39

NOMS DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID. en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Varsovie *	52..14...0	..1..15...0 *or.*	..18..45
Venise *	45..25...0	..0..38..58 *or.*	...9..45
Vera-Crux *, (la) *Amér.*	19...9..38	..6..29..13 *oc.*	..97..18
Vérone *	45..26..26	..0..35..54 *or.*	...8..59
Versailles *	48..48..18	..0...0..51 *oc.*	...0..13
Vienne * *en Autr., obs. imp.*	48..12..36	..0..56..10 *or.*	..14...2
Vigo *, *Espagne*	42..13..20	..0..43..11 *oc.*	..10..47
Vilna, *Pologne*	54..41...0	..1..33..25 *or.*	..23..21
Viterbe *	42..24..54	..0..39...0 *or.*	...9..47
Upsal *,	59..51..50	..1...1...1 *or.*	..15..15
Uranibourg. *V.* Isle d'Huesne			
Urbin *, *Italie*	43..43..36	..0..43...4 *or.*	..10..18
Wardhus *	70..22..36	..1..55...8 *or.*	..28..45
Wittemberg *, *Saxe*	51..43..10	..0..40..54 *or.*	..10..13
Wurtzbourg, *Franconie*	49..46...6	..0..31..35 *or.*	...7..54
Ylo *, *Pérou*	17..36..15 A.	..4..54..12 *oc.*	..73..33
Yorck	54...0...0	..0..12..55 *oc.*	...3..14
Zagrab, *Croatie*	46...6...0	..0..56..58 *or.*	..14..15
Zara, *Dalmatie*	44..26..40	..0..51..20 *or.*	..12..50
Zurich *	47..22...0	..0..27..45 *or.*	...6..56

PROBLÊME IV.

Déterminer l'heure qu'il est dans un lieu de la terre, pendant qu'il est une certaine heure dans un autre.

LA solution de ce problême est le premier usage qui se présente à faire de la table que nous venons de donner ; car si les deux lieux proposés se trouvent dans cette table, il n'y aura qu'une simple addition ou soustraction à faire pour déterminer l'heure qu'il est dans l'un, pendant qu'on a certaine heure dans l'autre.

Si l'un des lieux est Paris, comme les longitudes sont comptées du méridien de cette ville, tant à l'orient qu'à l'occident, il faut considérer d'abord de quel côté est le second lieu donné : s'il est à l'occident, ce que marquent les lettres *oc.*, mises à côté de la différence d'heure, il faudra la soustraire de l'heure de Paris, & vous aurez celle du second lieu.

Au contraire, si le second lieu donné est à l'orient, ce que désigneront les lettres *or.*, il faudra ajouter cette heure à celle de Paris.

On demande, par exemple, quelle heure il est à Cayenne quand il est midi à Paris. Cayenne est occidental à l'égard de Paris, ce qu'on apprendroit, si on ne le sçavoit pas déja, par les lettres *oc.*, qu'on voit à côté de la différence de temps, qui est $3^{h}\ 38'\ 20''$; ainsi ôtant ce nombre de 12 heures, resteront $8^{h}\ 21'\ 40''$: il n'est donc encore que $8^{h}\ 21'\ 40''$ du matin à Cayenne, quand il est midi à Paris ; & quand il est midi à Cayenne, il est à Paris $3^{h}\ 38'\ 20''$ du soir.

Qu'on demande maintenant quelle heure il est à Pékin quand il est midi à Paris. Comme Pékin eſt à l'orient, il faudra ajouter à 12 heures ou midi, les $7^h\ 36'\ 35''$ qu'on trouve dans la table à côté de Pékin; on aura $7^h\ 36'\ 35''$ du ſoir: & au contraire, quand il eſt midi à Pékin, il n'eſt encore à Paris que $4^h\ 23'\ 25''$ du matin.

Lorſque les deux lieux donnés ſont tous deux à l'occident de Paris, comme Madrid & Mexico, il faut chercher les différences d'heures de chacun avec celle de Paris, & ôter la moindre de la plus grande; le reſtant ſera la différence d'heures des deux lieux, différence qu'il faudra ôter de l'heure du lieu le plus oriental, par exemple ici Madrid, pour avoir l'heure du plus occidental: ainſi l'on a à côté de Madrid $23'\ 3''$, & à côté de Mexico $6^h\ 46'$; la différence eſt $6^h\ 22'\ 57''$, qu'il faudra ôter de l'heure de Madrid pour avoir celle de Mexico.

Si des deux lieux, l'un eſt à l'orient, l'autre à l'occident du méridien de Paris, il faut alors ajouter enſemble les différences de temps de chacun d'eux avec Paris, & la ſomme de ces différences ſera la différence de temps cherchée entre les deux lieux.

Soient propoſées, par exemple, les villes de Conſtantinople & de Mexico, dont la premiere eſt à l'orient de Paris. La différence en temps de Paris & de Conſtantinople eſt $1^h\ 46'\ 25''$; celle entre Paris & Mexico eſt $6^h\ 46'$: la ſomme de ces deux nombres eſt $8^h\ 32'\ 25''$. Telle ſera donc la différence des heures qu'on comptera dans le même moment à Conſtantinople & à Mexico; enſorte que, quand il ſera midi dans le premier de ces lieux, il ne ſera que $3^h\ 27'\ 35''$ dans le dernier; & quand il ſera midi dans celui-ci, il ſera déja $8^h\ 32'\ 25''$ du ſoir à Conſtantinople.

PROBLÊME V.

Comment deux hommes peuvent être nés le même jour, mourir au même moment, & cependant avoir vécu un jour, ou même deux, l'un plus que l'autre.

C'est une chose connue de tous les navigateurs, que si un vaisseau fait le tour du monde en allant d'orient en occident, lorsqu'il rentrera au port, il se trouvera compter un jour de moins que ne comptent les habitants de ce port. Cela vient de ce que le vaisseau suivant le cours du soleil, a ses jours plus longs ; &, sur la totalité des jours comptés dans le voyage, il trouve nécessairement une révolution du soleil de moins.

Au contraire, si on fait le tour de la terre de l'occident à l'orient, comme on va au devant du soleil, les jours sont plus courts ; &, dans le circuit entier autour de la terre, on compte nécessairement une révolution du soleil de plus.

Supposons donc qu'un des jumeaux se soit embarqué sur un vaisseau faisant le tour de la terre de l'est à l'ouest, & que l'autre ait resté sédentaire au port ; qu'à l'arrivée du vaisseau, on compte jeudi dans le port, le vaisseau arrivant ne comptera que mercredi, & le jumeau embarqué aura un jour de moins dans sa vie. S'ils mouroient donc le même jour, quoiqu'ils soient nés à la même heure, l'un seroit plus âgé que l'autre d'un jour.

Mais supposons à présent que, tandis que l'un fait le tour de la terre de l'est à l'ouest, l'autre le fait de l'ouest à l'est, & qu'ils arrivent le même jour au port où l'on comptera, par exemple, jeudi, le le premier comptera mercredi, & l'autre comptera vendredi ; ainſi il y aura deux jours de différence entre leurs âges.

Au reſte il eſt aiſé de voir qu'ils n'en ſont pas moins âgés l'un que l'autre, mais que l'un a eu les jours plus longs & l'autre plus courts dans ſon voyage.

Si le dernier arrivoit un mercredi au port, & le premier un vendredi, celui-là compteroit le jour de ſon arrivée jeudi ; ce ſeroit le lendemain un jeudi pour le port ; & enfin ce ſeroit encore le lendemain un jeudi pour les navigateurs arrivants ſur le ſecond vaiſſeau : ce qui feroit, malgré le proverbe populaire, la ſemaine des trois jeudis.

PROBLÊME VI.

Trouver la grandeur du jour, lorſque le ſoleil eſt dans un degré donné de l'écliptique, & pour une latitude donnée.

QUE le cercle ABCX repréſente un méridien, AC l'horizon. Prenez l'arc CE égal à la hauteur du pôle du lieu propoſé, par exemple, pour Paris, de 48° 50′; & ayant tiré DE, menez BF perpendiculaire à ED ; ou bien faites l'arc AF égal au complément de CE, & tirez FD : il eſt évident que ED repréſente le cercle de 6 heures, & DF l'équateur. Pl. 1, fig. 3.

Cela fait, cherchez dans les Ephémérides la déclinaiſon du ſoleil lorſqu'il occupe le degré de l'écliptique propoſé ; ou bien déterminez-la par l'opération que nous enſeignerons ci-après. Je ſuppoſe que cette déclinaiſon ſoit boréale : prenez l'arc FM égal à cette déclinaiſon, du côté du pôle arctique, & par le point M tirez MN parallele à FD, qui rencontrera la ligne DE en O, & l'horizon AC en N. Du point O, comme centre, avec le rayon OM, décrivez un arc de cercle MT, compris entre le point M & NT, parallele à DE ; vous mesurerez le nombre des degrés compris dans cet arc ce que vous ferez aisément avec le rapporteur ; vous convertirez ensuite ce nombre de degrés en temps, à raison de 1^h pour 15°, &c : ce qui en proviendra étant doublé, sera la longueur du jour.

Ainsi, s'il étoit question du jour où le soleil est parvenu à sa plus grande déclinaison boréale, comme elle est de $23^\circ\ 30'$, on prendroit FB de $23^\circ\ 30'$, & alors on trouveroit l'arc BI de 120°, ce qui répond à 8^h, dont le double est 16^h. Telle est en effet, à quelques minutes près, la durée du jour à Paris au temps du solstice d'Eté.

Si vous n'avez point de table de déclinaison du soleil pour chaque degré de l'écliptique, vous y suppléerez de la maniere suivante. Cherchez le nombre de degrés dont le soleil est éloigné du plus prochain solstice, soit qu'il n'y soit pas encore arrivé, soit qu'il l'ait passé. Je le suppose, par exemple, au 23^e degré du Taureau. Le solstice le plus prochain est celui du Cancer, dont le soleil est alors éloigné de 37° : tirez la ligne BD, qui représente un quart de l'écliptique ; prenez ensuite du point B les arcs BK, B*k*, égaux chacun à 37°, & tirez K*k*, qui coupera BD en L, par lequel vous tirerez MN, qui sera la position du parallele cherché.

On trouvera sans doute toutes ces choses plus exactement par le calcul trigonométrique ; mais nous croyons devoir renvoyer pour cela aux livres d'astronomie.

PROBLÊME VII.

Le plus grand jour d'un lieu étant donné, trouver sa latitude.

CE problême est l'inverse du précédent, & n'est pas difficile à résoudre.

Car le plus grand jour arrive, pour tous les lieux de la terre, lorsque le soleil est au commencement du signe du Cancer. Soit donc, dans la *fig.* 4, FD, représentant l'équateur céleste, ou plutôt son diametre; BL, celui du tropique du Cancer, sur lequel on décrira le demi-cercle BKL. Faites l'arc BK égal au nombre de degrés répondant à la longueur du demi-jour donné, à raison de 15° par heure, & tirez KM perpendiculaire à BL; tirez enfin par M le diametre NMO: l'angle PCO sera la hauteur du pôle ou la latitude du lieu. Pl. 1, fig. 4.

Il seroit facile de tirer de-là la résolution trigonométrique, pour déterminer cette latitude par le calcul; mais, par la raison dite plus haut, nous nous bornerons à cette construction graphique.

PROBLÊME VIII.

Trouver le climat d'un lieu dont la latitude est connue.

ON appelle *climat* en astronomie, l'intervalle de la surface de la terre, compris entre deux paralleles, sous lesquels la différence des plus longs jours est d'une demi-heure: ainsi les jours d'Eté, sous le parallele soit septentrional soit méridional, éloigné de l'équateur de 8° 25′, étant de 12h 30′, cet intervalle, ou la zone terrestre comprise entre l'équateur & ce parallele, eſt appellé le premier climat.

On trouvera donc facilement les limites des différents climats, en cherchant à quelles latitudes les plus grands jours ſont de $12^h\frac{1}{2}$, 13^h, $13^h\frac{1}{2}$, 14^h, problême dont on vient de donner la ſolution; & l'on trouvera les climats compris entre les paralleles des latitudes qui ſuivent.

	Latit. du parall. le plus mérid.		*Latit. du par. le plus ſept.*	
Ier Climat	0°	0′	8°	25′
IIe	8	25	16	25
IIIe	16	25	23	50
IVe	23	50	30	20
Ve	30	20	36	28
VIe	36	28	41	22
VIIe	41	22	45	29
VIIIe	45	29	49	21
IXe	49	1	51	28
Xe	51	28	54	27
XIe	54	27	56	37
XIIe	56	37	58	29
XIIIe	58	29	59	58
XIVe	59	58	61	18
XVe	61	18	62	25
XVIe	62	25	63	22
XVIIe	63	22	64	6
XVIIIe	64	6	64	49
XIXe	64	49	65	21
XXe	65	21	65	47
XXIe	65	47	66	6
XXIIe	66	6	66	20
XXIIIe	66	20	66	28
XXIVe	66	28	66	31

Comme au cercle polaire le plus grand jour eſt de 24 heures, & qu'au pôle il eſt de 6 mois, on a établi ſix climats de ce cercle au pôle.

	Latit. du parall. le plus mérid.		Latit. du par. le plus ſept.	
XXV^e Climat. .	66°	31′ . .	67°	30′
XXVI^e . . .	67	30 . .	69	30
XXVII^e . . .	69	30 . .	73	20
XXVIII^e . . .	73	20 . .	78	20
XXIX^e . . .	78	20 . .	84	00
XXX^e . . .	84	00 . .	90	00

Ainſi, ſi l'on demandoit dans quel climat eſt Paris, il ſeroit facile de répondre qu'il eſt dans le neuvieme, ſa latitude étant de 49° 50′, & ſes plus longs jours de 16^h 4′.

REMARQUE.

TOUTE cette conſidération de climats eſt de l'ancienne aſtronomie; mais l'aſtronomie moderne ne tient aucun compte de cette diviſion, qui manque en grande partie de juſteſſe, à cauſe des réfractions; car en y ayant égard, comme on le doit, quoi qu'en diſe M. Ozanam, on trouvera que, ſous le cercle polaire, ſera le plus grand jour, au lieu d'être de 24 heures, & eſt réellement de pluſieurs fois 24 heures; car la réfraction horizontale y élevant le centre du ſoleil au moins de 32′, le centre de cet aſtre ne doit pas s'y coucher depuis le 9 Juin juſqu'au 3 ou 4 Juillet, & le bord ſupérieur depuis le 6 Juin juſqu'au 6 Juillet; ce qui fait un mois entier, pendant lequel on ne perd pas le ſoleil de vue.

PROBLÊME IX.

Mesurer la grandeur d'un degré d'un grand cercle de la terre, & la terre elle-même.

UNE multitude de phénomenes astronomiques prouvent la rondeur de la terre, c'est-à-dire qu'elle est un globe, ou d'une forme très-approchante. Nous croyons superflu de rapporter ici ces preuves, qui doivent être connues de tous ceux qui ont quelque teinture de physique & de mathématiques. Ce livre n'est pas fait pour les autres.

Nous supposerons donc ici d'abord la terre parfaitement sphérique, telle qu'elle est sensiblement, & nous commencerons par raisonner d'après cette supposition.

Ce qu'on appelle un degré d'un méridien de la terre, n'est autre chose que la distance qu'il y a entre deux observateurs dont les zénith sont éloignés entr'eux de la quantité d'un degré, ou la distance géométrique entre deux lieux sous un même méridien, dont la latitude ou la hauteur du pôle differe d'un degré : c'est pourquoi, si quelqu'un parcourt un méridien de la terre, en mesurant le chemin qu'il fait, il aura parcouru un degré quand il aura changé sa latitude d'un degré, ou quand une étoile voisine de son zénith, dans sa premiere station, s'en sera approchée ou éloignée d'un degré.

Il n'est donc question que de choisir deux lieux situés sous un même méridien, dont on connoît exactement les distances & les latitudes ; car, ôtant la plus petite de ces latitudes de la plus grande, on aura l'arc du méridien compris entre ces deux lieux : ainſi l'on ſçaura qu'à un certain nombre de degrés & minutes, répond une certaine quantité de toiſes. Il n'y a donc qu'à faire cette proportion : comme ce nombre de degrés & de minutes eſt à ce nombre de toiſes, ainſi un degré à un quatrieme nombre, qui ſera celui des toiſes répondant à un degré.

Mais comme on commence par choiſir ſes ſtations, qui peuvent n'être pas préciſément ſous le même méridien, mais ſeulement à peu près, comme Paris & Amiens, on meſure géométriquement la diſtance méridienne entre leurs deux paralleles ; & connoiſſant cette diſtance, ainſi que la différence de latitude des deux endroits, il n'y a qu'à faire une proportion ſemblable à la précédente, & l'on a la quantité de toiſes qui répond à un degré.

C'eſt ainſi que M. Picard opéra pour déterminer la grandeur du degré terreſtre aux environs de Paris. Il meſura, par une ſuite d'opérations trigonométriques, la diſtance du pavillon de Malvoiſine, au ſud de Paris, juſqu'au clocher de la cathédrale d'Amiens, en la réduiſant au méridien, & la trouva de 78907 toiſes. Il trouva d'ailleurs, par les obſervations aſtronomiques, que la cathédrale d'Amiens étoit plus nord que le pavillon de Malvoiſine de $1^{\circ}\ 22'\ 58''$. Faiſant donc cette regle de trois : comme $1^{\circ}\ 22'\ 58''$ ſont à un degré, ainſi 78907 toiſes ſont à 57057, il en conclut que ce degré étoit de 57057 toiſes.

On a depuis rectifié en quelques points la meſure de M. Picard, & l'on a trouvé ce degré de 57070 toiſes.

COROLLAIRES.

I. Ainsi, en supposant la terre sphérique, sa circonférence sera de 20545200 toises.

II. On trouvera aisément son diametre, en faisant cette proportion : comme la circonférence du cercle est au diametre, ou comme 314159 est à 100000, ainsi le nombre ci-dessus à un quatrieme, qui est 6530196 toises : ce sera la grandeur du diametre de la terre.

III. On auroit sa surface, en la supposant unie comme celle de la mer dans un temps calme, on l'auroit, dis-je, de 134164182859200 toises quarrées ; sçavoir, en multipliant la circonférence par la moitié du rayon, & ensuite quadruplant le produit, ou plus briévement multipliant la circonférence par deux fois le rayon.

IV. On auroit enfin sa solidité, en multipliant la surface trouvée ci-dessus par le tiers du rayon ; ce qui donneroit 1460197350417360067200 toises cubes.

REMARQUE.

L'OPÉRATION faite par M. Picard entre Paris & Amiens, a depuis été continuée dans toute l'étendue du royaume, soit au nord, soit au sud, depuis Dunkerque, dont l'élévation du pôle est de 51° 2′ 27″, jusqu'à Collioure, dont la latitude est de 42° 31′ 16″ : ainsi la distance de leurs paralleles est de 8° 31′ 11″. Or on trouvoit en même temps, pour la distance de ces paralleles mesurés en toises, 486058, ce qui donne pour le degré moyen, dans l'étendue de la France, 57051 toises ; mais des corrections postérieures l'ont réduit à 57038 toises.

Dans cette opération, on a eu l'attention de déterminer la distance de la méridienne, qui est celle de l'Observatoire de Paris, avec les lieux principaux entre lesquels elle passe. Il paroîtra peut-être curieux à quelques-uns de nos lecteurs de les connoître. En voici une table, dont la premiere colonne contient les noms des lieux dont on vient de parler. Dans la seconde on voit le nombre des toises dont ils sont éloignés de la méridienne, & la troisieme marque de quel côté ils sont situés, à l'est ou à l'ouest. On a marqué sur la méridienne, par un pilier, l'endroit où elle est rencontrée par la perpendiculaire tirée sur elle du clocher de la cathédrale de Bourges.

TABLE des Lieux de la France les plus voisins de la Méridienne de l'Observatoire de Paris.

FORT de Revers	1206T.	Est.
Dunkerque	1414	Est.
Saint-Omer	3011	Est.
Dourlens		Ouest.
Villers-Boccage	580	Ouest.
Amiens	1252	Ouest.
Sourdon	2341	Est.
Saint-Denis		Est.
Montmartre.	0	
Paris	0	
Lay	0	
Juvisy	1350	Est.
Orléans	16396	Ouest.
Bourges	2358	Est.
Saint-Sauvier	345	Ouest.

Mauriac	382	Oueſt.
Rhodez	9528	Eſt.
Alby	8316	Oueſt.
Caſtres	3911	Oueſt.
Carcaſſone	246	Eſt.
Perpignan	23461	Eſt.
Sommet du Canigou	4664	Eſt.

De-là la méridienne de Paris, prolongée au ſud, entre dans l'Eſpagne, laiſſant Gironne à l'orient, à environ $\frac{1}{3}$ de degré de diſtance, paſſe à 2 ou 3000 toiſes à l'eſt de Barcelone, traverſe l'iſle de Majorque fort près & à l'eſt de cette ville, entre en Afrique laiſſant Alger à 7 minutes de degré à l'eſt. Nous ne la ſuivrons pas davantage à travers des peuples & des pays inconnus. Elle ſort de l'Afrique dans le royaume d'Ardra.

PROBLÊME X.

De la vraie Figure de la Terre.

NOUS avons dit que divers phénomenes aſtronomiques & phyſiques prouvent la rondeur de la terre; mais ils ne prouvent pas qu'elle ſoit un globe parfait. On n'a pas plutôt fait uſage de méthodes bien préciſes pour la meſurer, qu'on a commencé à douter de ſa ſphéricité parfaite. Enfin il eſt aujourd'hui démontré que notre habitation eſt applatie par les pôles, & relevée ſous l'équateur, c'eſt-à-dire que ſa coupe, par ſon axe, au lieu d'être un cercle, eſt une figure approchante de l'ellipſe, dont le moindre axe eſt celui de la terre, ou la diſtance d'un pôle à l'autre; & le plus grand, le diametre de l'équateur. C'eſt Newton

& Huygens qui les premiers ont établi cette vérité ſur des raiſonnements phyſiques, tirés de la force centrifuge & de la rotation de la terre ; & les obſervations aſtronomiques, faites il n'y a pas encore quarante ans, y ont mis le dernier ſceau.

Le raiſonnement de Huygens & Newton étoit celui-ci. En ſuppoſant la terre primitivement ſphérique & immobile, ce ſeroit un globe couvert d'eau dans une grande partie de ſa ſurface. Or il eſt démontré aujourd'hui que la terre a un mouvement de révolution autour de ſon axe. Tout le monde ſçait d'ailleurs que l'effet du mouvement circulaire eſt d'écarter les corps circulans du centre du mouvement : ainſi les eaux qui ſeront ſous l'équateur perdront une partie de leur peſanteur, & il faudra qu'elles s'élevent à une plus grande hauteur, pour regagner par cette hauteur la force néceſſaire pour contre-balancer les colonnes latérales étendues juſqu'aux autres points de la terre, où la force centrifuge qui contre-balance la peſanteur, eſt moindre, & agit moins directement. Les eaux de l'océan s'éleveront donc ſous l'équateur, auſſi-tôt que la terre, ſuppoſée d'abord immobile, prendra un mouvement de rotation autour de ſon axe : les parties voiſines de l'équateur, s'éleveront un peu moins, & celles du voiſinage du pôle s'affaiſſeront ; car la colonne polaire, n'éprouvant aucun effet de la force centrifuge, ſe trouvera la plus peſante de toutes.

On ne pourroit guere infirmer ce raiſonnement, qu'en ſuppoſant que le noyau de la terre fût d'une forme allongée, ou en ſuppoſant dans ſon intérieur une contexture ſinguliere, & adaptée exprès à produire cet effet ; ce qui n'a aucune probabilité.

On s'eſt cependant obſtiné pendant quelque temps dans le Continent à ne pas admettre cette vérité. On ſe fondoit principalement ſur la meſure des degrés du méridien exécutée en France, par laquelle il paroiſſoit que ce degré étoit moindre dans la partie ſeptentrionale de la France, que dans la partie méridionale : il en réſulteroit en effet pour la terre une figure de ſphéroïde allongé par les pôles, & voici comment.

Si la terre étoit parfaitement ſphérique, il faudroit s'avancer également ſous un méridien, pour que la hauteur du pôle parût varier également. Si s'avançant de Paris vers le nord, par exemple, de 57070 toiſes, la hauteur du pôle varie d'un degré, il faudroit s'avancer encore de 57070 toiſes au nord, pour que la hauteur du pôle augmentât de nouveau d'un degré ; & ainſi dans toute la circonférence d'un méridien. Donc, s'il arrive qu'à meſure qu'on avance vers le nord, il faille faire plus de chemin pour un changement de latitude d'un degré, il en faudra conclure que la terre n'eſt pas ſphérique, mais qu'elle eſt plus applatie, moins courbe vers le nord ; que cette courbure enfin va en diminuant à meſure qu'on approche du pôle ; ce qui eſt le propre d'une ellipſe dont les pôles de rotation ſeroient aux extrémités du petit axe. Dans le cas contraire, ce ſeroit une preuve que la courbure de la terre diminue, qu'elle s'applatit à meſure qu'on marche vers l'équateur ; ce qui conviendroit à un corps formé par la révolution d'une ellipſe tournant autour de ſon grand axe.

Or on crut d'abord trouver en France, que les degrés du méridien croiſſoient à meſure qu'on s'avançoit vers le midi. Le degré meſuré aux environs de Collioure, terme auſtral de la méridienne, paroiſſoit de 57192 toiſes; celui des environs de Dunkerque, le plus ſeptentrional, paroiſſoit ſeulement de 56944 toiſes. On avoit raiſon d'en conclure que la forme de la terre étoit un ſphéroïde allongé, ou formé par la révolution d'une ellipſe autour de ſon grand axe.

Ceux qui étoient partiſans de la philoſophie Newtonienne, trop peu connue alors en France, répondoient que ces obſervations ne prouvoient rien, parceque cette différence étoit trop peu conſidérable pour qu'on ne pût l'imputer aux erreurs inévitables des obſervations. En effet, 19 toiſes répondent à environ une ſeconde: ainſi les 238 toiſes de différence ne faiſoient qu'environ 12 ſecondes, dont il eſt aiſé de ſe tromper par bien des cauſes: ils prétendoient même que cette différence pouvoit être en ſens contraire.

On propoſa alors, pour décider la conteſtation, de meſurer deux degrés les plus éloignés qu'il fût poſſible, un ſous l'équateur, & un autre le plus près du pôle qu'il ſe pourroit. Pour cet effet, MM. de Maupertuis, Camus, Clairaut, furent envoyés en 1735, par le Roi, ſous le cercle polaire arctique, au fond du golphe de Bothnie, pour y meſurer un degré du méridien. MM. Bouguer, Godin, de la Condamine, furent envoyés dans le voiſinage de l'équateur, & y meſurerent non ſeulement un degré du méridien, mais preſque trois. Il réſulta de ces meſures, faites avec des attentions dont on n'avoit point encore eu d'exemple, que le degré voiſin du cercle polaire étoit de 57422 toiſes, & que le degré voiſin de l'équateur en contenoit 56750; ce qui fait une différence de 672 toiſes, différence trop conſidérable pour pouvoir être imputée aux erreurs néceſſaires des obſervations. Il a reſté depuis ce temps inconteſtable que la terre étoit applatie par les pôles, ainſi que Newton & Huygens l'avoient avancé. Ajoutons ici que les meſures anciennement priſes en France ayant été réitérées, on reconnut que le degré alloit en croiſſant du midi au nord, comme cela doit être dans le cas du ſphéroïde applati.

Pluſieurs autres meſures du méridien, faites en différents lieux de la terre, ont depuis confirmé cette vérité. M. l'abbé de la Caille ayant meſuré un degré au cap de Bonne-Eſpérance, c'eſt-à-dire ſous la latitude auſtrale d'environ 33 degrés, l'a trouvé de 57037 toiſes. Les PP. Mairé & Boſcovich, Jéſuites, meſurerent en 1755 un degré du méridien en Italie, ſous la latitude de 43 degrés, & ils le trouverent de 56979 toiſes : ainſi il eſt conſtant que les degrés des méridiens terreſtres vont en croiſſant depuis l'équateur au pôle, & que la terre a la forme d'un ſphéroïde applati.

Il y a eu même depuis quelque temps de nouvelles meſures de degrés terreſtres, telle eſt celle de M. l'abbé Lieſganic, faite en Allemagne près de Vienne ; celle du P. Beccaria, dans la Lombardie ; & celle de MM. Maſon & Dixon, de la Société royale de Londres, faite dans l'Amérique ſeptentrionale. Ils confirment la diminution des degrés terreſtres, en approchant de l'équateur, quoiqu'avec des inégalités difficiles à concilier avec une figure réguliere. Au ſurplus, pourquoi la terre auroit-elle une figure d'une parfaite régularité ?

Il eſt du reſte impoſſible de déterminer préciſément quel eſt le rapport de l'axe de la terre avec le diametre de l'équateur : il eſt démontré que le premier eſt le plus court ; mais la détermination de ſon rapport précis exigeroit des obſervations qu'on ne pourroit faire qu'au pôle. Néanmoins le rapport le plus probable eſt celui de 177 à 178.

Ainſi, en ſuppoſant ce rapport, l'axe de la terre, d'un pôle à l'autre, ſeroit de 6525376 toiſes, & le diametre de l'équateur, de 6562026.

L'excès enfin de la diſtance d'un point de l'équateur au niveau de la mer, juſqu'au centre de la terre, ſur la diſtance du pôle à ce même centre, ſera de 18325 toiſes, ou environ 8 lieues.

COROLLAIRES.

I. Il ſuit de ce qu'on vient de dire, pluſieurs vérités curieuſes ; la premiere eſt que *tous les corps, à l'exception de ceux placés ſous l'équateur & les pôles, ne tendent point au centre de la terre* ; car la figure circulaire eſt la ſeule qui ſoit telle, que toutes les perpendiculaires à ſa circonférence tendent au même point. Dans les autres, dont la courbure varie continuellement, comme ſont les méridiens de la terre, ces perpendiculaires à la courbe paſſent toutes par des points différents de l'axe.

II. L'exhauſſement des eaux ſous l'équateur, & leur affaiſſement ſous les pôles, étant les effets de la rotation de la terre ſur ſon axe, il eſt aiſé de concevoir que ſi ce mouvement de rotation s'accéléroit, l'exhauſſement des eaux ſous l'équateur augmenteroit ; & comme la terre ſolide a pris, depuis ſa création, une conſiſtance qui ne lui permettroit pas de ſe prêter elle-même à un exhauſſement ſemblable, celui des eaux pourroit devenir tel que toutes les terres placées ſous l'équateur ſeroient ſubmergées, & les mers polaires, ſi elles ne ſont pas exceſſivement profondes, ſeroient miſes à ſec.

Au contraire, ſi le mouvement diurne de la terre s'anéantiſſoit ou ſe rallentiſſoit, les eaux accumulées & ſoutenues actuellement par la force centrifuge ſous l'équateur, retomberoient vers les pôles, & noieroient toutes les parties ſeptentrionales de la terre; il ſe formeroit de nouvelles iſles, de nouveaux continents dans la zône torride, par l'affaiſſement des eaux, qui laiſſeroient de nouvelles terres à découvert.

REMARQUE.

NOUS ne pouvons nous empêcher de remarquer ici un avantage dont, en ce cas, jouiroit la France, ainſi que tous les pays où la latitude moyenne eſt de 45 degrés environ: c'eſt que ſi pareille cataſtrophe arrivoit, ces pays ſeroient à l'abri de l'inondation, parceque le ſphéroïde, qui eſt actuellement la vraie figure de la terre, & le globe ou le ſphéroïde moins applati dans lequel elle ſe changeroit, auroient leur interſection vers le 45^{e} degré: ainſi la mer ne s'éleveroit point dans cette latitude.

PROBLÊME XI.

Déterminer la grandeur d'un degré d'un petit cercle propoſé, ou d'un parallele.

COMME l'excès du grand ſur le petit diametre de la terre, ne va pas à une cent cinquantieme, dans ce problême & dans les ſuivants nous la conſidérerons comme abſolument ſphérique, d'autant plus que la ſolution de ces problêmes, en regardant la la terre comme un ſphéroïde, entraîneroit des difficultés qui ne ſont pas compatibles avec l'objet de ce livre-ci.

Soit donc propoſé de déterminer combien de lieues, combien de toiſes vaut le degré du parallele paſſant par Paris, c'eſt-à-dire le parallele du 48e degré 50 minutes; vous le ferez ou géométriquement, ou par le calcul, des deux manieres ſuivantes.

1° Prenez une ligne AB, que vous diviſerez en 57 parties égales, parceque le degré du méridien eſt de 57000 toiſes, ou bien vous la diviſerez en 25 parties, qui repréſenteront des lieues de 25 au degré; du point A, comme centre, décrivez par l'autre extrémité B l'arc BC, que vous ferez de 48° 50′, & du point C menez CD perpendiculaire à AB: la partie AD indiquera le nombre de mille toiſes, ou le nombre de lieues de 25 au degré, contenu dans le degré du parallele de 48° 50′, ſuivant qu'on aura exécuté la premiere ou la ſeconde diviſion. Pl. 1, fig. 5.

Cela ſe trouvera plus exactement par le calcul trigonométrique; il ne faut pour cela que faire la regle de proportion ſuivante.

Comme le ſinus total 100000

au ſinus de complément de la latitude, lequel eſt ici de 40° 10′, ... 64500

Ainſi la quantité de toiſes contenues dans le degré du méridien. 57060

à un quatrieme terme, qui ſera 36803

Ou bien,

Comme le premier de ces termes . . 100000
est au second 64500
Ainsi le nombre des lieues moyennes
contenues dans le degré du méridien, . . . 25
à un quatrieme terme, qui sera . . . . . $16 \frac{1}{8}$

Ainsi le degré du parallele de Paris contient 36803 toises, ou 16 lieues moyennes & $\frac{1}{8}$.

Il est aisé de se démontrer cette regle, en faisant attention que les circonférences des deux cercles, ou les degrés de ces mêmes cercles, sont dans le rapport de leurs rayons. Or le rayon du parallele de Paris, est le sinus de la distance de Paris au pôle, ou le sinus de complément de sa latitude; tandis que le rayon de la terre ou de l'équateur est le sinus total : d'où il suit évidemment la regle ci-dessus.

3. Si l'on veut avoir la grandeur de la circonférence du parallele, il n'y a qu'à multiplier la grandeur trouvée du degré par 360 ; on aura cette circonférence : ainsi le degré du parallele de Paris ayant été trouvé de 36803 toises, il faudra multiplier ce nombre par 360, & l'on aura 13249080 toises pour la circonférence entiere de ce cercle.

PROBLÊME XII.

Trouver la distance de deux lieux proposés de la terre, dont on connoît les longitudes & les latitudes.

NOUS devons d'abord remarquer que la distance de deux lieux sur la surface de la terre, se doit mesurer par l'arc de grand cercle qu'ils interceptent: ainſi deux lieux qui ſont ſous le même parallele, n'ont pas pour diſtance l'arc du parallele intercepté entr'eux (*a*), mais un arc de grand cercle; car c'eſt ſur la ſurface de la ſphere le plus court chemin d'un point à l'autre, comme ſur la ſurface plane c'eſt la ligne droite.

Cela remarqué, il eſt aiſé de voir que ce problême eſt ſuſceptible de bien des cas: car les deux lieux propoſés peuvent, ou être ſous le même méridien, c'eſt-à-dire avoir la même longitude, mais différentes latitudes; ou avoir même latitude, c'eſt-à-dire être ſous l'équateur, ou ſous un même parallele; ou enfin avoir différentes longitudes & différentes latitudes: ce qui ſe ſubdiviſe auſſi en deux cas, ſçavoir, celui où les deux lieux ſont dans le même hémiſphere, & celui où l'un eſt dans l'hémiſphere boréal, tandis que l'autre eſt dans l'auſtral. Mais nous nous bornerons à la ſolution du ſeul cas qui ait quelque difficulté.

Car il eſt aiſé de voir que ſi les deux lieux ſont ſous un même méridien, l'arc qui meſure leur diſtance eſt la différence de leurs latitudes, s'ils ſont dans un même hémiſphere; ou la ſomme de ces latitudes, s'ils ſont dans des hémiſpheres différents. Il n'y a donc qu'à réduire cet arc en lieues, en milles ou en toiſes, & l'on aura la diſtance des deux lieux en pareille meſure.

Si les deux endroits propoſés ſont ſous l'équateur, il eſt pareillement aiſé de déterminer l'amplitude de l'arc qui les ſépare, & de le réduire en lieues, en milles, &c.

Suppoſons donc, ce qui eſt le ſeul cas ayant

(*a*) C'eſt en quoi s'eſt trompé M. Ozanam, & pluſieurs autres.

quelque difficulté, les deux lieux proposés différents tant en longitude qu'en latitude, Paris & Constantinople, par exemple, dont le premier est plus occidental que le second de 29° 30′, & plus septentrional de 7° 45′. On imaginera un grand cercle passant par ces deux villes, & l'on trouvera la grandeur de l'arc compris par la construction géométrique qui suit.

Pl. 1, fig. 6, n° 1. Décrivez du centre A, avec une ouverture de compas prise à volonté, le demi-cercle BCDE, qui représentera le méridien de Paris. Soit pris l'arc BF, de 48° 51′, qui est la latitude de Paris, pour avoir son lieu en F; tirez le rayon AF.

Soient pris sur le même demi-cercle les arcs BC, ED, chacun de 41° 6′, latitude de Constantinople; la ligne CD sera le parallele de Constantinople, dont vous trouverez le lieu en cette sorte.

Sur CD, comme diametre, soit décrit le demi-cercle CGD, sur la circonférence duquel vous prendrez l'arc CG égal à la différence des longitudes de Paris & Constantinople, ou de 29° 30′; du point G menez GH perpendiculaire à CD, pour avoir en H la projection du lieu de Constantinople; du point H tirez HI perpendiculaire à AF, & terminée en I par l'arc BCDE: l'arc FI étant mesuré, donnera en degrés & minutes la distance cherchée. Elle est ici de près de 22 degrés.

Si l'un des lieux étoit de l'autre côté de l'équateur, comme est, par exemple, à l'égard de Paris la ville de Fernambouc au Brésil, qui a 7° 30′ de latitude méridionale, il auroit fallu prendre l'arc
Fig. 6, n° 2. BC, de l'autre côté du diametre BE, égal à la latitude du second lieu donné, c'est-à-dire ici de 7° 30′; & comme la différence de longitude de

Paris & Fernambouc eſt 44° 15′, il faudroit prendre l'arc CG de 44° 15′: on trouvera l'arc FI de 70°; ce qui, réduits en lieue de 25 au degré, en donne 1750 pour la diſtance de Paris à cette ville du Bréſil.

REMARQUE.

LORSQUE la diſtance des deux lieux n'eſt pas conſidérable, comme celle de Lyon à Geneve, ville plus ſeptentrionale que Lyon de 36′ ſeulement, & plus orientale de 6′ de temps, qui valent ſous l'équateur 1° 30′, on peut abréger beaucoup le calcul.

Prenez en effet la latitude moyenne des deux lieux, elle eſt ici de 46° 4′; & cherchez par le problême précédent la grandeur du degré du parallele paſſant par cette latitude. Nous trouvons qu'elle eſt de 17 $\frac{455}{1000}$ de lieues, dont il y en a 25 au degré d'un grand cercle: ainſi la différence de longitude étant de 1° 30′, cela fait ſur ce parallele 26 lieues & $\frac{1775}{10000}$. D'un autre côté, le nombre des lieues répondant à la différence de latitude, eſt 15.

C'eſt pourquoi imaginez un triangle rectangle, dont un des côtés autour de l'angle droit eſt de 15 lieues, & l'autre de 26 $\frac{1775}{1000}$; l'hypothénuſe ſe trouvera, par le calcul ordinaire, être de 30 lieues & $\frac{2714}{10000}$, & ce ſera la diſtance de Lyon à Geneve en ligne droite.

C'eſt ici naturellement le lieu de faire connoître les meſures dont ſe ſervent les différents peuples pour meſurer les diſtances itinéraires; & ce ſera probablement une choſe agréable pour nos lecteurs, car il n'eſt pas aiſé de raſſembler ces meſures de comparaiſon. Nous y avons joint, par cette même raiſon, les meſures itinéraires des peuples anciens. Toutes ces mesures sont réduites à notre toise de Paris.

TABLE DES MESURES ITINÉRAIRES anciennes & modernes.

	Toises.
ANCIENNE GRECE.	
Le Stade Olympique	$94\frac{1}{2}$
Autre Stade moindre	$75\frac{1}{2}$
Autre moindre	$50\frac{1}{3}$
EGYPTE.	
Le Schæne	3024
PERSE.	
La Parasange *ou* Farsang	2268
EMPIRE ROMAIN.	
Le Mille, (*Milliare*)	756
JUDÉE.	
Stade *ou* Rez	76
Mille *ou* Berath	$569\frac{1}{2}$
ANCIENNE GAULE.	
La Lieue, (*Leug*)	1134
GERMANIE.	
La Lieue, (*Rast*)	2268
ARABIE.	
Le Mille	envir. 1084

FRANCE.

	Toises.
Le Mille	1000
La petite Lieue de 30 au degré . . .	1902
La Lieue moyenne de 25	2283
La grande Lieue de 20, *ou* Marine . .	2853

ALLEMAGNE.

Le Mille de $12\frac{1}{2}$ au degré	4536
Autre de 15 au degré	3800

SUEDE.

Le Mille	5483

DANEMARCK.

Le Mille	3930

ANGLETERRE.

Le Mille ; il eſt de 1760 verges angloiſes, qui font	826

ECOSSE.

Le Mille	1147

IRLANDE.

Le Mille	1052

ESPAGNE.

La Lieue Légale, de 5000 vares . . .	2147
La Lieue commune, ($17\frac{1}{2}$ au degré) . .	3261

ITALIE.

Le Mille Romain	768
Le Mille Lombard	$848\frac{2}{3}$
Le Mille Vénitien.	992

POLOGNE.

	Toises.
La Lieue	2850

RUSSIE.

La Werste ancienne	656
La Verste moderne	547

TURQUIE.

L'Agash	2536

INDES.

Le petit Coff	1342
Le grand Coff	1542
Le Gau, (côte de Malabar)	6000
Le Nari *ou* Nali, (*ibid.*)	900

CHINE.

Le Li actuel	295
Le Pu, égal à 10 Lis	2950

Nous avons tiré toutes ces évaluations du livre de M. Danville, intitulé, *Traité des Mesures itinéraires anciennes & modernes*, Paris, 1768, in-8°, Imprim. royale : c'est un ouvrage où cette matiere est traitée avec une sagacité & une érudition peu communes ; ensorte que, dans l'incertitude où l'on est encore sur les rapports précis de plusieurs de ces mesures aux nôtres, les évaluations données par M. Danville sont certainement ce qu'il y a de plus probable & de mieux fondé. Je me suis, par cette raison, écarté en bien des points de celles qu'a données M. Christiani, dans son livre *delle Misure d'ogni genere, antiche è* *moderne*. Cet ouvrage eſt eſtimable & fort bon à pluſieurs égards, mais il s'en faut bien que la matiere y ſoit diſcutée auſſi profondément que dans celui de M. Danville. Si donc quelqu'un s'appuyoit de cette autorité, ou contrediſoit par d'autres motifs quelques-unes des déterminations ci-deſſus, il me permettra de le renvoyer à l'ouvrage de l'académicien François.

PROBLÊME XIII.

Repréſenter le globe terreſtre en plan.

La carte qui repréſente toute la ſurface du globe terreſtre ſur une ſurface plate, ſe nomme *planiſphere*, *mappemonde*, & *carte générale du globe terreſtre*.

On repréſente ordinairement cette carte en deux hémiſpheres, parce que le globe artificiel repréſentant le globe terreſtre, ne peut être vu d'un ſeul aſpect; ainſi l'on eſt contraint de le repréſenter en plan par deux moitiés, dont chacune eſt appellée hémiſphere. Il y a trois manieres de le décrire ainſi.

La premiere eſt de le repréſenter diviſé par le plan du premier méridien en deux hémiſpheres, l'un oriental, l'autre occidental. Cette forme de mappemonde eſt la plus ordinaire, parcequ'elle préſente dans un de ſes hémiſpheres l'ancien continent, & tout le nouveau dans l'autre.

La ſeconde eſt de repréſenter le globe diviſé par l'équateur en deux hémiſpheres, l'un ſeptentrional, l'autre méridional. Cette repréſentation a ſes avantages dans quelques cas; on y voit mieux, par exemple, la diſpoſition des terres les plus ſeptentrionales & les plus auſtrales. On vient de publier une carte de ce genre pour l'hémiſphere auſtral, dans laquelle on voit les routes & les découvertes de nos navigateurs modernes dans la mer du ſud.

La troiſieme conſiſte à faire voir le globe terreſtre diviſé par l'horizon en deux hémiſpheres, l'un ſupérieur, l'autre inférieur, par rapport à chaque poſition.

Cette diſpoſition a encore ſes avantages dans certaines circonſtances. On y voit mieux la diſpoſition des différentes parties de la terre, relativement au lieu propoſé; & nombre de problêmes géographiques ſe réſolvent par-là beaucoup plus aiſément.

Le P. Chryſologue, de Gy en Franche-Comté, capucin, a publié depuis peu deux hémiſpheres ſemblables, de l'un deſquels Paris occupe le centre; & il a donné une explication des divers uſages de cette maniere de repréſenter le globe terreſtre.

On peut ſe ſervir de deux méthodes pour ces repréſentations.

L'une ſuppoſe le globe vu par dehors, & tel qu'il paroîtroit apperçu d'une diſtance infinie.

Suivant l'autre, on conſidere chaque hémiſphere du côté concave, & comme ſi l'œil étoit placé au bout du diametre central ou au pôle de l'hémiſphere oppoſé, & on le conçoit projeté ſur le plan de ſa baſe. De-là naiſſent diverſes propriétés de ces repréſentations, que nous allons faire connoître.

I.

Lorſqu'on repreſente le globe vu du côté convexe, & partagé en deux hémiſpheres par le plan du premier méridien, on ſuppoſe l'œil à une diſtance infinie vis-à-vis le point où l'équateur & le 90e méridien se coupent l'un l'autre. Tous les méridiens sont alors représentés par des ellipses, hors le premier, qui l'est par un cercle, & le 90e, qui l'est par une ligne droite; les paralleles enfin sont représentés par des lignes droites. Il y a dans cette représentation un grand défaut, sçavoir, que les parties qui avoisinent le premier méridien sont fort rétrécies, à cause de l'obliquité sous laquelle elles se présentent.

Il arrive le contraire, lorsqu'on représente les deux hémispheres par la seconde méthode, c'est-à-dire vus du côté concave, & projetés sur le plan du méridien. On suppose, pour l'hémisphere oriental, que l'œil est placé à l'extrémité du diametre qui passe par la section du 90e méridien & de l'équateur. Il y a alors plus d'égalité entre les distances des méridiens, & même les parties de la terre qui sont au milieu de la carte sont un peu plus serrées que vers les bords. D'ailleurs, tous les méridiens & les paralleles sont représentés par des arcs de cercle, ce qui est fort commode pour la description de la carte. Il y a seulement cet inconvénient, que les parties de la terre paroissent tout autrement que vues par dehors. L'Asie, par exemple, paroît à la gauche, & l'Europe à la droite; mais on y remédie facilement, au moyen d'une contre-épreuve.

II.

Si l'on veut représenter le globe de la terre projeté sur le plan de l'équateur, on peut, selon la premiere méthode, supposer l'œil à une distance infinie dans l'axe prolongé: le pôle occupera alors le centre de la carte; les paralleles seront des cercles concentriques, & les méridiens des lignes droites. Mais il y aura encore ici le défaut, que les parties de la terre, voisines de l'équateur, seront fort resserrées.

C'est pourquoi il vaudra mieux recourir à la deuxieme méthode, qui suppose l'hémisphere boréal vu par un œil placé au pôle austral, & *vice versâ;* & comme il y aura ici un renversement relatif de position des lieux, on y remédiera aussi par la contre-épreuve.

III.

Si l'on suppose un œil au zénith d'un lieu déterminé, de Paris, par exemple, & à une distance infinie, on aura sur le plan de l'horizon une représentation de l'hémisphere terrestre, dont Paris occupe le pôle, & qui sera de la troisieme espece. Il y aura encore, à la vérité, l'inconvénient du resserrement des parties voisines de l'horizon.

Mais si l'on veut remédier à cet inconvénient, on le fera en employant la deuxieme méthode, ou en supposant cet hémisphere vu à travers l'horizon, par un œil placé au pôle de l'hémisphere inférieur: les méridiens différents seront alors représentés par des arcs de cercle, ainsi que les paralleles: les cercles de distance du lieu proposé à tous les autres lieux de la terre, seront des lignes droites. On remédiera du reste, comme pour les autres, par la contre-épreuve, au renversement de position.

On peut voir les usages nombreux de cette projection particuliere, dans un écrit publié en 1774 par ce P. Chrysologue, de Gy en Franche-Comté, capucin, & qui sert d'explication à sa double mappemonde, dont nous avons parlé plus haut.

On pourroit imaginer plusieurs autres projections du globe terrestre, &, en supposant l'œil dans un autre point qu'au pôle de l'hémisphere opposé, mettre plus d'égalité entre les parties qui avoisinent le centre & les bords de la projection : mais il y auroit d'autres inconvénients, sçavoir, que les cercles sur la surface de la sphere ou du globe ne seroient plus représentés par des cercles ou des lignes droites ; ce qui rendroit leur description embarrassante. Il vaut mieux s'en tenir à la projection, faite en supposant l'œil au pôle de l'hémisphere opposé à celui qu'on veut représenter, soit que, comme dans les mappemondes ordinaires, on représente le globe terrestre sur le plan du premier méridien, soit qu'on le veuille représenter sur le plan de l'équateur, ou sur celui de l'horizon d'un lieu déterminé.

PROBLÊME XIV.

Etant données les latitudes & les longitudes de deux lieux, (Paris & Cayenne, par exemple,) trouver à quel point de l'horizon répond la ligne tirée de l'un à l'autre, ou quel angle fait avec le méridien le cercle vertical mené du premier de ces lieux par l'autre.

Ce problême n'est rien moins que difficile à résoudre, en y employant la trigonométrie sphérique ; car il se réduit à celui-ci : *Etant donnés les deux côtés d'un triangle sphérique & l'angle compris, trouver l'un des deux autres angles.* Mais comme, au défaut de tables de sinus, que j'avois perdue avec tous mes effets dans un naufrage, je me suis trouvé, dans une certaine circonstance, obligé de résoudre ce problême par une ſimple conſtruction géométrique, je vais la donner ici. Je ne puis cependant taire l'occaſion ſinguliere qui m'y conduiſit.

J'étois à l'iſle de Socotora, près de celle de Madagaſcar, ſur un vaiſſeau de la Compagnie des Indes qui y étoit en relâche, lorſque je fis connoiſſance avec un dévot Muſulman, des plus riches & des plus accrédités de l'iſle.

Il ſçut bientôt, par des obſervations aſtronomiques qu'il me vit faire, que j'étois un aſtronome; ce qui lui donna l'idée de me propoſer de lui déterminer dans ſon oratoire la direction préciſe de la Mecque, pour ſe tourner du côté de ce lieu, vénérable ſelon lui, dans le temps de ſes prieres. J'eus aſſez de peine à m'y déterminer, à cauſe de l'objet; mais le bon Iahia (c'étoit ſon nom) m'en pria avec tant d'inſtances, que je ne pus le lui refuſer. Comme je n'avois ni cartes ni globes, mais que je connoiſſois ſeulement les longitudes & latitudes des deux lieux, je recourus à une conſtruction graphique aſſez en grand: je déterminai l'angle de poſition de la Mecque avec cette iſle, & je traçai ſur le pavé de ſon oratoire la ligne ſelon laquelle il falloit qu'il regardât pour enviſager la Mecque. Je ne puis dire combien le bon Iahia me ſçut gré de ma complaiſance: il me promit de ne jamais l'oublier; & je ne doute point que, s'il vit encore, il ne faſſe par reconnoiſſance des prieres à ſon prophete, de m'ouvrir les yeux. Mais revenons à notre problême, où nous prendrons pour exemple les villes de Paris & de Cayenne.

Pour le réſoudre par une pure conſtruction géométrique, décrivez un cercle représentant l'horizon de Paris que nous supposons élevé d'un rayon au dessus du centre P, ensorte que ce point P représente la projection de Paris. Plus ce cercle sera grand, plus vous opérerez sûrement. Tirez les deux diametres perpendiculaires A B, C D; prenez DN égale à la distance de Paris au pôle, & menez le rayon NP, & sa perpendiculaire PE, qui représentera un rayon de l'équateur; faites l'arc EK égal à la distance du second lieu à l'équateur, qui est pour Cayenne 4° 56'; tirez encore KF, KG, perpendiculaires aux rayons PB, PN, & du point G la perpendiculaire GO au diametre AB, que vous prolongerez de part & d'autre; après cela, avec le rayon GK, décrivez du centre O un demi cercle RHQ sur la ligne ROQ: les points R & Q tomberont nécessairement en dedans du cercle, parceque PG étant plus grande que PO, on a au contraire GK ou OR moindre que O S. Pl. 2, fig. 7.

Le demi-cercle RHQ étant décrit, prenez l'arc HI égal à la différence de longitude des lieux donnés, sçavoir du côté de C, que nous supposons désigner l'ouest, & du côté du sud, si le second lieu est à l'ouest & plus méridional que Paris; ce qui est le cas de l'exemple proposé, car Cayenne est à l'ouest de Paris, & beaucoup plus près de l'équateur. Il est aisé de voir ce qu'il faudroit faire si ce second lieu étoit plus septentrional, ou à l'est, &c. L'arc HI ayant donc été pris de 54° 36', tirez la perpendiculaire IL au diametre RQ; menez HI jusqu'à sa rencontre M, avec ce diametre prolongé; tirez enfin MF, qui coupera LI en T: ce point T représentera la projection de Cayenne sur l'horizon de Paris; & conſéquemment, menant la ligne PT, l'angle TPA ſera celui que fera le vertical de Paris paſſant par Cayenne.

On trouve par ce procédé, que la ligne de poſition de Cayenne à l'égard de Paris, fait avec la ligne méridienne un angle de 68° 30′, c'eſt-à-dire qu'elle eſt à l'oueſt-ſud-oueſt, déclinant d'un degré à l'oueſt.

Nous convenons que ſi l'on a un globe, on réſoudra mécaniquement ce problême beaucoup plus facilement & plus commodément; car, dans ce cas, amenez Paris au zénith, & faites tourner le cercle vertical le long de l'horizon, juſqu'à ce qu'il paſſe par le ſecond lieu donné: il vous ſera facile de compter ſur l'horizon le nombre des degrés qu'il fera avec le méridien, ſoit du côté du midi, ſoit du côté du nord: ainſi vous aurez l'angle qu'il fera avec le méridien. Mais on peut n'avoir pas de globe pour réſoudre ainſi le problême, ni même de table de ſinus pour le réſoudre trigonométriquement; dans lequel cas, on pourra y ſuppléer par la projection graphique que nous avons enſeignée plus haut.

THÉORÊME.

On ne voit preſque jamais les aſtres au lieu où ils ſont réellement. Le Soleil, par exemple, eſt toujours couché, tandis qu'on l'apperçoit encore tout entier ſur l'horizon.

CECI a l'air d'un paradoxe; c'eſt néanmoins une vérité reconnue de tous les aſtronomes, & dont voici l'explication.

La terre eſt environnée d'une couche d'un fluide beaucoup

beaucoup plus denſe que celui qui remplit les eſpaces céleſtes. La *fig.* 8 repréſente une petite portion du globe terreſtre, & de cette couche qu'on nomme atmoſphere. Soit le ſoleil en S, dont le rayon central SE, en arrivant à l'atmoſphere, au lieu de continuer ſa route en ligne droite, ſe rompt en approchant de la perpendiculaire, & ſe prolonge par EF : le ſpectateur en F ne voit donc l'aſtre ou le ſoleil que par la ligne FE; &, comme on juge toujours l'objet dans la prolongation directe du rayon par lequel l'œil eſt affecté, le ſpectateur en F voit le centre du ſoleil en *ſ*, toujours un peu plus près du zénith qu'il n'eſt réellement ; & cet écart eſt d'autant plus grand que l'aſtre eſt plus près de l'horizon, parceque le rayon tombe avec plus d'obliquité ſur la ſurface du fluide de l'atmoſphere. Pl. 2, fig. 8.

Les aſtronomes ſe ſont aſſurés que, lorſque l'aſtre eſt à l'horizon, cette réfraction eſt d'environ 33′; donc, lorſque le bord ſupérieur du ſoleil eſt dans la ligne horizontale, enſorte que, ſans l'atmoſphere, il ſembleroit ſeulement commencer à monter ſur l'horizon, il paroîtra déja élevé de 33′; & comme le diametre apparent du ſoleil eſt moindre que de 33′, le bord inférieur paroîtra auſſi à l'horizon. Voilà donc le ſoleil levé en apparence, quoiqu'il ne le ſoit pas réellement, & même qu'il ſoit en entier ſous l'horizon. De-là ſuivent pluſieurs conſéquences curieuſes, qu'il eſt bon de faire connoître.

I.

On voit toujours plus d'une moitié de la ſphere céleſte, quoique, dans tous les traités de la ſphere, on démontre qu'on n'en doit voir que la moitié ;

car, indépendament de l'hémiſphere, on voit encore tout autour de l'horizon une bande de 33′ environ de largeur, qui appartient à l'hémiſphere inférieur.

II.

Par-tout les jours ſont plus longs & les nuits ſont plus courtes qu'elles ne devroient être, relativement à la latitude du lieu ; car le lever apparent du ſoleil précede le lever réel, & le coucher apparent ſuit le coucher effectif : ainſi, quoique par-tout la quantité du jour & celle de la nuit duſſent, au bout de l'année, ſe balancer, la premiere excede aſſez conſidérablement.

III.

L'effet qu'on a décrit plus haut, donne encore la raiſon d'un paradoxe aſtronomique que voici.

On peut voir à-la-fois la lune éclipſée, même totalement & centralement, avec le ſoleil ſur l'horizon.

Une éclipſe de lune totale & centrale ne peut avoir lieu, que le ſoleil & la lune ne ſoient diamétralement oppoſés. Nous ſuppoſons, quoique nous n'ayons point encore parlé des éclipſes, que nos lecteurs ſont inſtruits des cauſes & des conditions de ce phénomene. Lors donc que la lune éclipſée centralement a ſon centre dans l'horizon rationel, le centre du ſoleil doit être au point diamétralement oppoſé ; mais, par l'effet de la réfraction, ces points ſont élevés de 33 minutes au deſſus de l'horizon : donc, le demi-diametre apparent de la lune & du ſoleil n'étant que de 15 minutes environ, les bords inférieurs de l'un

& de l'autre paroîtront élevés d'environ 17 minutes.

Telle eſt l'explication du phénomene qui, à chaque éclipſe de lune centrale, doit arriver; car il y a toujours quelque endroit de la terre, où l'éclipſe de lune étant dans ſon milieu, cet aſtre ſe trouve à l'horizon.

IV.

La réfraction enfin nous donne la raiſon d'un phénomene fort commun, ſçavoir, *l'ellipticité apparente du ſoleil & de la lune à l'horizon;* car le bord inférieur du ſoleil touchant, par exemple, l'horizon, il eſt élevé de 33′ par l'effet de la réfraction; mais le bord ſupérieur étant élevé réellement de 30 minutes, (car tel eſt le diametre apparent du ſoleil dans ſes moyennes diſtances,) il eſt élevé en apparence, par la réfraction, de 28 minutes au deſſus de ſa hauteur réelle: ainſi le diametre vertical paroîtra rétréci de toute la différence qu'il y a entre 33 & 28 minutes, c'eſt-à-dire de 5 minutes; car ſi la réfraction du bord ſupérieur étoit égale à celle de l'inférieur, ce diametre vertical ne ſeroit ni allongé ni rétréci. Le diametre vertical & apparent ſera donc réduit à environ 26 minutes.

Mais il ne doit y avoir aucun rétréciſſement ſenſible dans le diametre horizontal, car les extrémités de ce diametre ne ſont que rapportées un peu plus haut, dans les deux cercles verticaux qui paſſent par ces extrémités, & qui, ne concourant qu'au zénith, ſont preſque paralleles. Le diametre vertical étant donc contracté, & le diametre horizontal n'éprouvant rien de ſemblable, il doit réſulter pour le diſque une figure elliptique.

V.

Il y a toujours plus d'une moitié de la terre éclairée d'une illumination centrale & complette, c'eſt-à-dire d'où l'on apperçoit le centre & tout le diſque du ſoleil; car, ſans la réfraction, on appercevroit le centre du ſoleil, de tout le bord de l'hémiſphere au zénith duquel il ſe trouveroit, à 8 ou 10 ſecondes près: mais, au moyen de la réfraction, il eſt apperçu de tout le bord du petit cercle parallele, qui en eſt éloigné de 33 minutes vers le nadir; & on appercoit le ſoleil entier de tout le bord du cercle parallele, éloigné de celui de l'hémiſphere de 10 minutes. Il y a donc illumination centrale pour tout l'hémiſphere, plus la zone compriſe entre le bord de cet hémiſphere & le parallele éloigné de 33 minutes; & il y a illumination complette de tout le diſque du ſoleil pour tout ce même hémiſphere, & la zone compriſe entre ſon bord & le parallele éloigné de 16 minutes.

Ainſi tout ce que démontre laborieuſement & fort longuement le bon M. Ozanam ou ſon continuateur, d'après le P. Deſchales, (*Voyez* Récréat. Mathémat., Vol. II, p. 277, édit. de 1750,) eſt abſolument faux, parcequ'on y fait abſtraction de la réfraction. Auſſi tout ce morceau, aſſez long, ſemble n'être là que pour groſſir le volume.

PROBLÊME XV.

Déterminer, ſans tables aſtronomiques, s'il y a éclipſe à une nouvelle ou pleine lune donnée.

QUOIQUE le calcul des éclipſes, ſur-tout de celles du ſoleil, ſoit très-pénible, on pourra cependant, ſans beaucoup de peine, les connoître par la pratique ſuivante, du moins pendant le dix-huitieme ſiecle, c'eſt-à-dire depuis 1700 juſqu'en 1800.

Pour les Nouvelles Lunes.

Comptez le nombre des lunaiſons complettes, depuis celle du 8 Janvier 1701, ſuivant le calendrier Grégorien, juſqu'à la nouvelle lune propoſée; multipliez ce nombre par 7361; ajoutez 33800 au produit, & diviſez la ſomme par 43200, ſans avoir égard au quotient. Si ce qui reſte de la diviſion, ou la différence entre ce reſte & le diviſeur, eſt moindre que 4060, il y a éclipſe, & conſéquemment éclipſe de ſoleil.

Exemple. On demande s'il y eut éclipſe de ſoleil le 1er Avril 1764. Depuis le 8 Janvier 1701, juſqu'au 1er Avril 1764, il y a eu 782 lunaiſons complettes: multipliez donc ce nombre par 7361, le produit ſera 5756302; à quoi ajoutant 33800, on aura 5790102: diviſez ce nombre par 43200; le reſtant de la diviſion ſera 1302; ce qui eſt moindre que 4060: donc le 1er Avril 1764 il doit y avoir eu éclipſe; & en effet il y a eu ce jour une éclipſe de ſoleil, & même annulaire pour une partie de l'Europe.

Pour les Pleines Lunes.

Comptez le nombre des lunaiſons complettes, depuis celle qui commença au 8 Janvier 1701, juſqu'à la conjonction qui précede la pleine lune propoſée; multipliez ce nombre par 7361; ajoutez-y 37326, & diviſez la ſomme par 43200: ſi ce qui reſte après la diviſion, ou la différence entre ce reste & le diviseur, est moindre que 2800, il y aura éclipse de lune.

Exemple. On demande si, dans la pleine lune du 13 Décembre 1769, il y a eu éclipse. Depuis le 8 Janvier 1701, jusqu'au 28 Novembre 1769, jour de la nouvelle lune qui précéda le 13 Décembre, il y a eu 852 lunaisons complettes; le produit de ce nombre par 7361 est 6271572, à quoi ajoutant 37326, la somme est 6308898. Or cette somme étant divisée par 43200, le reste est 1698, qui est moindre que 2800: d'où il suit qu'il y a eu éclipse de lune le 13 Décembre 1769, ainsi qu'on le voit par les Almanachs & les Ephémérides.

REMARQUE.

ON sera quelquefois embarrassé à déterminer le nombre des lunaisons écoulées depuis l'époque du 8 Janvier 1701 jusqu'au jour donné: on les trouvera toujours facilement par ce moyen. Diminuez de l'unité le nombre des années au dessus de 1700, & multipliez-le par 365; au produit ajoutez le nombre des bissextiles qu'il y a eu jusqu'à l'année donnée: vous aurez le nombre des jours depuis le 8 Janvier 1701, jusqu'au 8 Janvier de l'année proposée. Ajoutez-y encore le nombre de jours depuis le 8 de Janvier de l'année donnée, jusqu'au jour de la nouvelle lune proposée, ou de celle qui précede la pleine lune donnée; doublez la somme, & divisez-la par 59: le quotient sera le nombre de lunaisons cherchées.

On propose, par exemple, le 13 Décembre 1769, jour de pleine lune. La nouvelle lune précédente tombe au 28 Novembre. Je diminue 69 de l'unité, & j'ai 68; ce qui, multiplié par 365, donne 24820. Il y a eu de plus dans cet intervalle

17 bissextiles : j'ajoute 17, ce qui me donne 24837. Enfin du 8 Janvier au 28 Novembre 1769 il y a 309 jours, qui, ajoutés à la somme ci-dessus, donnent 25146. Je double ce nombre, qui se trouve par-là 50292 ; je le divise par 59, le quotient est 852 : ainsi le nombre de lunaisons complettes, avant la pleine lune du 13 Décembre 1769, est de 852, comme nous l'avons trouvé ci-dessus par un autre moyen.

PROBLÊME XVI.

Construction d'une machine servant à montrer les nouvelles, les pleines Lunes, & les Eclipses qui auront ou qui ont eu lieu pendant une certaine période de temps.

C'EST M. de la Hire qui est l'inventeur de cette machine ingénieuse, faite pour trouver place dans un cabinet astronomique. Elle est composée de trois platines rondes de cuivre ou de carton, & d'une regle ou alidade, qui tournent autour d'un centre commun, & s'emploient de la maniere qu'on va l'expliquer, après avoir enseigné leurs divisions. Pl. 3, fig. 9.

Vers le bord de la platine supérieure, qui est la plus petite, il y a deux bandes circulaires, dans lesquelles on a fait de petites ouvertures, dont les extérieures marquent les nouvelles lunes & l'image du soleil, & les intérieures marquent les pleines lunes & l'image de la lune.

Le bord de cette platine est divisé en douze mois lunaires, qui sont chacun de 29 jours 12 heures 44 minutes, mais de telle sorte que la fin du douzieme mois, qui fait le commencement de la seconde année lunaire, surpasse la premiere nouvelle lune de la quantité de 4 des 179 divisions marquées sur la seconde platine, qui est au milieu des deux autres.

Au bord de cette platine il y a un index attaché, dont l'un des côtés, qui en est la ligne de foi, fait partie d'une ligne droite qui tend au centre de la machine ; cette ligne passe aussi par le milieu de l'une des ouvertures extérieures, qui montre la premiere nouvelle lune de l'année lunaire. Le diametre des ouvertures est égal à l'étendue de quatre degrés ou environ.

Le bord de la seconde platine est divisé en 179 parties égales, qui servent pour autant d'années lunaires, dont chacune est de 354 jours & 9 heures ou environ. La premiere année commence au nombre 179, auquel finit la derniere.

Les années accomplies sont marquées chacune par leurs chiffres 1, 2, 3, 4, &c. qui vont de quatre en quatre divisions, & qui font quatre fois le tour pour achever le nombre 179, comme on le voit en la figure de cette platine. Chacune des années lunaires comprend quatre de ces divisions, de sorte que dans cette figure elles anticipent l'une sur l'autre de quatre des 179 divisions du bord.

Sur cette même platine, au dessous des ouvertures de la premiere, il y a aux deux extrémités d'un même diametre un espace coloré de noir, qui répond aux ouvertures extérieures, & qui marque les éclipses du soleil ; & un autre espace rouge, qui répond aux ouvertures intérieures, & qui marque les éclipses de la lune. La quantité de chaque couleur qui paroît par les ouvertures, fait voir la grandeur de l'éclipse. Le milieu des deux couleurs, qui est le lieu du nœud de la lune, répond d'un côté à la division marquée 4, & $\frac{2}{3}$ de degré de plus ; & d'autre côté il répond au nombre opposé. La figure de l'espace coloré se voit sur cette seconde platine, & son amplitude ou étendue marque les termes des éclipses.

La troisieme & la plus grande des platines, qui est au dessous des autres, contient les jours & les mois des années communes. La division commence au premier jour de Mars, afin de pouvoir ajouter un jour au mois de Février, quand l'année est bissextile. Les jours de l'année sont décrits en forme de spirale, & le mois de Février passe au-delà du mois de Mars, à cause que l'année lunaire est plus courte que l'année solaire ; de sorte que la quinzieme heure du dixieme jour de Février, répond au commencement du mois de Mars. Mais après avoir compté le dernier jour de Février, il faut rétrograder avec les deux platines supérieures, dans l'état où elles se trouvent, pour reprendre le premier jour de Mars.

Il y a 30 jours marqués au devant du mois de Mars, qui servent à trouver les épactes.

Il faut remarquer que les jours, comme nous les prenons ici, ne sont point comptés suivant l'usage des astronomes, mais comme le vulgaire les compte, commençant à minuit, & finissant à minuit du jour suivant. C'est pourquoi, toutes les fois qu'il s'agit du premier jour d'un mois, ou de tout autre, nous entendons l'espace de ce jour marqué dans la division ; car nous comptons ici les jours courants suivant l'usage vulgaire, comme nous venons de le dire.

Dans le milieu de la platine supérieure, on a décrit des époques qui marquent le commencement des années lunaires par rapport aux années solaires, selon le calendrier Grégorien, & pour le méridien de Paris. Le commencement de la premiere année, dont la marque doit être 0, & qui répond à la division 179, est arrivé à Paris le 29 Février à 14 heures & demie de l'année 1680. La fin de la premiere année lunaire, qui est le commencement de la seconde, répond à la division marquée 1 ; & elle est arrivée à Paris l'an 1681, le 17 Février, à 23 heures $\frac{1}{4}$, en comptant, comme nous avons dit, 24 heures de suite d'une minuit à l'autre. Et de crainte qu'il n'y eût quelque erreur en rapportant les divisions du bord de la seconde platine avec celles des époques des années lunaires qui leur correspondent, nous avons mis les mêmes nombres aux unes & aux autres.

Nous avons marqué les époques de suite de toutes les années lunaires, depuis 1777 jusqu'à l'année 1791, afin que l'usage de cette machine fût plus facile pour accorder ensemble chacune des années lunaires & solaires. Quant aux autres années de notre cycle de 179 ans, il ne sera pas difficile de le rendre complet, en ajoutant 354 jours 8 heures 48 minutes & deux tiers pour chaque année lunaire.

La regle ou alidade, qui s'étend du centre de l'instrument jusqu'au bord de la plus grande platine, sert à rapporter les divisions d'une platine avec celle des deux autres. Si l'on applique cette machine à un horloge, on aura un instrument parfait & accompli en toutes ses parties.

La table des époques, qui est dressée pour le méridien de Paris, pourra facilement se réduire aux autres méridiens, si, pour les plus orientaux que Paris, on ajoute le temps de la différence des méridiens, & au contraire, ſi on l'ôte pour les lieux plus occidentaux.

Il eſt à propos de mettre la table des époques au milieu de la platine ſupérieure, afin qu'elle puiſſe être vue avec cette machine.

EPOQUES DES ANNÉES LUNAIRES,
rapportées aux années civiles pour le Méridien de Paris.

Ann. lun.	Ann. civiles.		Mois.	J.	H.	M.
179	1680	B.	Février	29	14	24
1	1681		Février	17	23	13
2	1682		Février	7	8	1
10	1689		Novembre	12	6	30
20	1699		Juillet	26	22	37
30	1709		Avril	9	14	43
40	1718		Décembre	22	6	50
50	1728	B.	Septembre	3	22	55
60	1738		Mai	18	15	1
70	1748	B.	Janvier	30	7	7
80	1757		Octobre	12	23	15
90	1767		Juin	26	15	20
100	1777		Mars	9	7	26
101	1778		Février	26	16	14
102	1779		Février	16	1	2
103	1780	B.	Février	4	9	50
104	1781		Janvier	24	18	38
105	1782		Janvier	14	3	26
106	1783		Janvier	3	12	14
107	1783		Décembre	23	21	2

Ann. lun.	Ann. civiles.		Mois.	J.	H.	M.
108	1784	B.	Décembre	12	5	50
109	1785		Décembre	1	14	39
110	1786		Novembre	21	23	27
111	1787		Novembre	11	8	15
112	1788	B.	Octobre	30	17	4
113	1789		Octobre	20	1	52
114	1790		Octobre	9	10	40
114	1791		Septembre	28	19	28
120	1796	B.	Août	3	15	39
130	1806		Avril	17	7	45
140	1815		Décembre	29	23	52
150	1825		Septembre	11	15	8
160	1835		Mai	26	8	4
170	1845		Février	6	0	11
1	1854		Octobre	20	16	17

Maniere de faire les divisions sur les platines.

Le cercle de la plus grande platine est divisé de telle façon, que 368 degrés 2 minutes 42 secondes comprennent 354 jours 9 heures un peu moins; d'où il suit que ce cercle doit contenir 346 jours 15 heures, lesquels on peut prendre, sans erreur sensible, pour deux tiers de jour. Or, pour diviser un cercle en 346 parties égales & deux tiers, réduisez le tout en tiers, qui font en cet exemple 1040 tiers; cherchez ensuite le plus grand nombre multiple de 3, qui se puisse facilement diviser par moitié, & qui soit contenu en 1040. Ce nombre se trouvera dans cette progression géométrique double, dont le premier & moindre terme est 3, comme, par exemple, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768.

Le neuvieme nombre de cette progreſſion eſt celui qu'on cherche : il faut donc ſouſtraire 768 de 1040, reſtera 272, & chercher combien ce nombre reſtant fait de degrés, minutes & ſecondes par la regle de trois, en diſant ; 1040 tiers : 360 degrés : : 272 tiers : 94 degrés 9 minutes 23 ſecondes.

C'eſt pourquoi retranchez de ce cercle un angle de 94° 9′ 23″, & diviſez le reſte du cercle toujours par moitié : après avoir fait huit ſouſdiviſions, vous parviendrez au nombre 3, qui ſera l'arc d'un jour, par lequel diviſant auſſi l'arc de 94° 9′ 23″, tout le cercle ſe trouvera diviſé en 346 jours & deux tiers ; car il y aura 256 jours dans le plus grand arc, & 90 jours deux tiers dans l'autre. Chacun de ces eſpaces répond à 1° 2′ 18″, comme on voit en diviſant 360 par 346 deux tiers ; & 10 jours répondent à 10° 23′. Par ce moyen on pourroit faire une table qui ſerviroit à diviſer cette platine.

Ces jours ſeront enſuite diſtribués à chacun des mois de l'année, ſuivant le nombre qui leur convient, en commençant par le mois de Mars, & continuant juſqu'à la quinzieme heure du dixieme de Février, qui répond au commencement de Mars, & le reſte du mois de Février paſſe au-delà & par deſſus.

Le cercle de la ſeconde platine doit être diviſé en 179 parties égales. Pour cet effet, cherchez le plus grand nombre qui ſe puiſſe toujours diviſer par moitié juſqu'à l'unité, & qui ſoit contenu en 179 ; vous trouverez 128, lequel ôté de 179, reſte 51 : cherchez quelle partie de la circonférence du cercle fait ce reste, par la regle de trois, en disant; 179 parties : 360 degrés :: 51 parties : 102 degrés 34 minutes 11 secondes.

C'est pourquoi ayant retranché du cercle un arc de 102° 34′ 11″, divisez le reste du cercle toujours par moitié; & après avoir fait sept sousdivisions, vous parviendrez à l'unité : ainsi cette partie du cercle sera divisée en 128 parties égales; puis, avec la même derniere ouverture de compas, vous diviserez l'arc restant en 51 parties, & tout le cercle se trouvera divisé en 179 parties égales, dont chacune répond à 2 degrés 40 secondes, comme il est aisé de voir en divisant 360 par 179. C'est un second moyen pour diviser cette même platine.

Enfin, pour diviser le cercle de la platine supérieure, prenez le quart de sa circonférence, & ajoutez-y une des 179 parties ou divisions du bord de la platine du milieu : le compas ouvert du quart ainsi augmenté, ayant tourné quatre fois, divisera ce cercle de la maniere qu'il doit être; car en sousdivisant chacun de ces quarts en trois parties égales, on aura 12 espaces pour les 12 mois lunaires, de telle sorte que la fin du douzieme mois, qui fait le commencement de la douzieme année lunaire, surpasse la premiere nouvelle lune de 4 des 179 divisions marquées sur la platine du milieu.

Voici présentement la maniere de faire usage de cette machine.

PROBLÊME XVII.

Une année lunaire étant donnée, trouver, au moyen de la machine précédente, les jours de l'année ſolaire qui lui répondent, & dans leſquels il y aura nouvelle ou pleine lune, & éclipſe de ſoleil ou de lune.

SOIT propoſée, par exemple, la 101e année lunaire de la table des époques, qui répond à la diviſion de la platine du milieu marquée 101. Arrêtez la ligne de foi de l'index de la platine ſupérieure, ſur la diviſion marquée 101 de la platine du milieu, où eſt le commencement de la 101e année lunaire; &, voyant par la table des époques que ce commencement arrive le 26 Février 1778, à 16 heures (a) 14 minutes, tournez enſemble les deux platines ſupérieures en cet état, juſqu'à ce que la ligne de foi de l'index attaché à la platine ſuperieure, convienne avec la 16e heure, ou les deux tiers (un peu plus) du 26 Février marqué ſur la platine inférieure, auquel temps arrive la premiere nouvelle lune de l'année lunaire propoſée.

Enſuite, ſans changer la ſituation des trois platines, étendez depuis le centre de l'inſtrument un fil ou la regle mobile, la faiſant paſſer par le milieu de l'ouverture de la premiere pleine lune : la ligne de foi de cette regle répondra au 13 Mars vers le milieu, & qui doit être, à quelques heures près, le moment de la pleine lune ; & comme l'ouverture de cette pleine lune ne préſentera point de couleur rouge, il n'y aura point d'éclipſe de lune.

(a) On compte ici 24 heures depuis minuit juſqu'à minuit.

Pour trouver ce qui arrivera à la pleine lune suivante, ajoutez à la nouvelle lune de l'époque, 29 jours 12 heures 44 minutes, & vous aurez le moment de la nouvelle lune de Mars le 28, à 4 heures 56 minutes; & faisant la même opération, vous trouverez encore qu'il n'y aura nulle éclipse, ni à cette nouvelle lune, ni à la pleine lune suivante.

Mais, en marchant ainsi progressivement, vous parviendrez à la nouvelle lune du mois de Novembre, qui arrivera le 19 de ce mois, à 10 heures 48 minutes; ensuite, faisant la même opération, vous trouverez la pleine lune suivante le 4 Novembre, vers les 5 heures du matin, & vous verrez qu'il y a éclipse partielle, l'ouverture de la pleine lune étant en partie remplie par la couleur rouge.

On trouvera de même les éclipses de soleil, & on les reconnoîtra à la couleur noire qui se présentera à l'ouverture des nouvelles lunes.

Le 24 Juin, par exemple, de l'année 1778, il y aura nouvelle lune à 19 heures 8 minutes, ou 7 heures 8 minutes du soir; & comme l'ouverture de cette nouvelle lune sera en partie occupée par la couleur noire qui est au dessous, vous en conclurez qu'il y aura éclipse partielle de soleil le 24 Juin dans la soirée; ce qui est en effet vérifié par le calcul.

Au reste on ne peut pas, au moyen d'une machine semblable, déterminer l'heure & le moment d'une éclipse; il est aisé de le sentir. C'est bien assez de pouvoir par-là déterminer si une conjonction ou une opposition est écliptique. Le reste doit être ensuite déterminé au moyen du calcul des éclipses, qu'on peut apprendre dans les livres qui traitent *ex professo* de cette matiere.

Nous

Nous allons, pour ſatisfaire la curioſité du lecteur, terminer ceci par une table des éclipſes, tant de lune que de ſoleil, qui doivent arriver dans le reſtant de ce ſiecle, & qui ſeront viſibles, en tout ou en partie, ſur l'horizon de Paris, avec les différentes circonſtances qui doivent les accompagner, comme le moment du milieu de l'éclipſe, & la grandeur ; on y verra ſi l'éclipſe eſt totale ou partiale : & à l'égard des éclipſes de lune, de combien de doigts ou de douziemes parties du diſque cet aſtre ſera éclipſé ; &c.

Nous remarquerons cependant, du moins à l'égard des éclipſes de ſoleil, que cette table étant extraite d'un travail immenſe (*a*), fait pour un autre objet, on ne doit pas s'attendre à une exactitude parfaite, pour la quantité ni même pour le moment : car tout le monde ſçait qu'une éclipſe de ſoleil, à cauſe de la parallaxe de la lune, varie de quantité pour tous les endroits de la terre ; qu'une éclipſe, par exemple, totale & centrale pour les régions de l'hémiſphere auſtral, peut n'être que partiale & peu conſidérable pour ces pays-ci. L'auteur du travail dont nous parlons, s'eſt donc borné à indiquer plutôt qu'à calculer préciſément ces éclipſes, & renvoie aux aſtronomes pour des déterminations plus exactes. J'avoue n'avoir pas eu le loiſir de faire tous ces calculs.

(*a*) Ce travail eſt une table des éclipſes de ſoleil & de lune, depuis le commencement de l'ere chrétienne juſqu'en l'an 1900, inſérée dans l'*Art de vérifier les Dates*, & dont l'auteur eſt M. l'abbé Pingré, de la congrégation de ſainte Genevieve, aſtronome célebre, & membre de l'Académie royale des Sciences.

TABLE des Eclipſes de Soleil & de Lune, viſibles, en tout ou en partie, ſur l'horizon de Paris, depuis 1777 juſqu'en 1800.

1777.

Le 9 Janvier, à 4^h du ſoir, éclipſe de ſoleil, viſible ſeulement dans ſon commencement.

Le 23 Janvier, à $4^h\frac{1}{2}$ du ſoir, éclipſe de lune, partiale, 6 doigts $\frac{1}{2}$.

1778.

10 Juin, $4^h\frac{1}{2}$ du matin, éclipſe de lune, ſimple pénombre, commencement viſible dans l'horizon.

24 Juin, 4^h du ſoir, éclipſe de ſoleil, partiale & conſidérable.

4 Décembre, $5^h\frac{3}{4}$ du matin, éclipſe de lune, partiale, 6 doigts.

1779.

30 Mai, 5^h du matin, éclipſe de lune, commencement ſeulement viſible; elle ſera totale.

14 Juin, 9^h du matin, éclipſe de ſoleil, partiale & conſidérable.

23 Novembre, $8^h\frac{1}{2}$ du ſoir, éclipſe de lune, totale.

1780.

27 Octobre, à $5^h\frac{1}{2}$ du ſoir, éclipſe de ſoleil, commencement viſible.

12 Novembre, 5^h du matin, éclipſe de lune, partiale, 7 doigts $\frac{1}{4}$.

1781.

23 Avril, $5^h\frac{1}{2}$ du ſoir, éclipſe de ſoleil, commencement viſible.

17 Octobre, 9^h du matin, éclipſe de ſoleil, partiale.

1782.

12 Avril, $5^h \frac{1}{2}$ du ſoir, éclipſe de ſoleil, commencement viſible.

1783.

18 Mars, $9^h \frac{1}{2}$ du ſoir, éclipſe de lune, totale.

10 Septembre, $11^h \frac{3}{4}$ du ſoir, éclipſe de lune, totale.

1784.

7 Mars, $3^h \frac{1}{2}$ du matin, éclipſe de lune, partiale, 4 doigts $\frac{1}{4}$.

1785.

9 Février, 1^h après midi, éclipſe de ſoleil, partiale & petite.

1786.

Nulle éclipſe viſible à Paris.

1787.

3 Janvier, minuit, éclipſe de lune, totale.

19 Janvier, 11^h du matin, éclipſe de ſoleil, partiale & petite.

15 Juin, 4^h du ſoir, éclipſe de ſoleil, partiale.

1788.

4 Juin, 9^h du matin, éclipſe de ſoleil, partiale.

1789.

3 Novembre, 1^h du matin, éclipſe de lune, partiale, 3 doigts $\frac{1}{2}$.

1790.

29 Avril, $0 \frac{1}{2}$ du matin, éclipſe de lune, totale.

23 Octobre, 1^h du matin, éclipſe de lune, totale.

1791.

3 Avril, 1^h du soir, éclipse de soleil, partiale & considérable.

12 Octobre, $1^h \frac{1}{2}$ du matin, éclipse de lune, partiale, 8 doigts $\frac{1}{2}$.

1792.

16 Septembre, $9^h \frac{1}{2}$ du matin, éclipse de soleil, partiale.

1793.

25 Février, 11^h du soir, éclipse de lune, partiale, 5 doigts & $\frac{3}{4}$.

5 Septembre, midi, éclipse de soleil, partiale & considérable.

1794.

31 Janvier, midi, éclipse de soleil, partiale très-grande.

14 Février, $10^h \frac{1}{2}$ du soir, éclipse de lune, totale & centrale.

1795.

4 Février, $0^h \frac{1}{2}$, du matin, éclipse de lune, partiale, 7 doigts.

31 Juillet, 8^h du soir, éclipse de lune, partiale, 3 doigts.

1796.

Nulle éclipse visible à Paris.

1797.

24 Juin, $4^h \frac{1}{2}$ du soir, éclipse de soleil, partiale & petite.

4 Décembre, $4^h \frac{1}{2}$ du matin, éclipse de lune, totale.

1798.

29 Mai, $6^h \frac{1}{2}$ du soir, éclipse de lune, totale & visible sur la fin.

1799.

Nulle éclipse.

1800.

2 Octobre, 10^h du soir, éclipse de lune, partiale, 3 doigts.

PROBLÊME XVIII.

Observer une Eclipse de Lune.

POUR faire une observation d'éclipse de lune, qui soit utile à la géographie ou à l'astronomie, il faut premiérement avoir une horloge ou pendule, ou une montre qui marque les secondes, & qui soit assez bonne pour être assuré que son mouvement est uniforme : on la réglera quelques jours d'avance, au moyen d'un méridien, si l'on en a un tracé ; ou par quelques-unes des méthodes usitées par les astronomes ; & l'on reconnoîtra de combien elle avance ou retarde dans les 24 heures, pour en tenir compte lors de l'observation.

On doit aussi être pourvu d'une lunette de quelques pieds, soit à réfraction, soit à réflexion : plus elle sera longue, plus on sera assuré de discerner exactement le moment des phases de l'éclipse. Il est aussi à propos qu'elle soit garnie d'un micrometre, du moins si l'on veut observer la quantité de l'éclipse.

Lorsqu'on verra le moment de l'éclipse approcher, ce qu'on connoîtra toujours, soit par les almanachs ordinaires, soit par les éphémérides que les astronomes publient en divers endroits de l'Europe, on examinera avec attention l'instant où l'ombre de la terre entamera le disque de la lune. On doit être prévenu qu'il y aura toujours à cet égard quelque incertitude, à cause de la pénombre; car ce n'est pas une ombre épaisse & noire qui commence à couvrir le disque de la lune, elle est précédée par une ombre imparfaite, & qui s'épaissit par degrés; ce qui vient de ce que le disque du soleil est occulté par degrés à la lune; & cela fait que l'on ne peut fixer exactement la limite de la vraie ombre & de la pénombre. Ici, comme par-tout ailleurs, l'habitude fait beaucoup pour distinguer cette limite, ou ne commettre qu'une erreur légere.

Lorsqu'on sera assuré que le disque de la lune est entamé par la vraie ombre, on en marquera le moment, c'est-à-dire l'heure, la minute & la seconde à laquelle cela est arrivé.

On suivra de cette maniere l'ombre sur le disque de la lune, & l'on remarquera à quelle heure, minute & seconde, cette ombre a atteint les taches les plus remarquables du disque lunaire; ce dont on tiendra note.

Si l'éclipse n'est pas totale, l'ombre, après avoir couvert partie du disque de la lune, diminuera; & l'on observera de même les moments où l'ombre abandonnera les taches qu'elle avoit couvertes, & enfin le moment où le disque de la lune cessera d'être touché par l'ombre: ce sera la fin de l'éclipse.

Si l'éclipse est totale, & avec séjour dans l'ombre, on marquera le moment où elle a été totalement éclipsée, ainsi que celui où elle commencera à être éclairée, & enfin ceux où chaque tache sera abandonnée par l'ombre.

Cela fait, si l'on retranche l'heure du commencement de l'éclipse de celle de sa fin, on aura sa durée; & si l'on prend la moitié de cette durée, & qu'on l'ajoute au moment du commencement, on aura le milieu.

Pour faciliter ces opérations, les astronomes ont donné des noms à la plupart des taches dont le disque de la lune est couvert. La dénomination la plus usitée est celle de Langrenus, qui leur a donné, pour la plupart, les noms des astronomes & philosophes ses contemporains, ou qui avoient vécu avant lui. On y en a depuis ajouté quelques autres; mais il n'y a pas eu place pour les plus célebres des modernes, comme les Huygens, les Descartes, les Newtons, les Cassinis. Hévélius, à mon gré plus judicieux, a donné à ces mêmes taches des noms tirés des lieux de la terre les plus remarquables: ainsi la plus haute montagne de la lune, il l'appelle le *mont Sinaï*, &c. Cela est au surplus assez indifférent, & il suffit qu'on s'entende. Nous joignons ici une figure de la lune, Pl. 4.
au moyen de laquelle, & du catalogue qui suit, on pourra facilement les reconnoître, en conférant les numéros de la planche avec ceux du catalogue.

1—Grimaldi.	5—Gassendi.
2—Galilée.	6—Schickard.
3—Aristarque.	7—Harpalus.
4—Képler.	8—Héraclide.

9–Lamberge.
10–Reinholde.
11–Copernic.
12–Hélicon.
13–Capuanus.
14–Bouillaud.
15–Eratoſtenes.
16–Timocharis.
17–Platon.
18–Archimede.
19–L'iſle du ſinus moyen.
20–Pitatus.
21–Tycho.
22–Eudoxe.
23–Ariſtote.
24–Manilius.
25–Menelaus.
26–Hermès.
27–Poſſidonius.
28–Dionyſius.
29–Pline.
30–Catharina, Cyrillus, Theophilus.
31–Fracaſtor.
32–Promontoire aigu.
33–Meſſala.
34–Promont. des ſonges.
35–Proclus.
36–Cléomede.
37–Snellius & Furnerius.
38–Petau.
39–Langrenus.
40–Taruntius.

A–Mer des humeurs.
B–Mer des nues.
C–Mer des pluies.
D–Mer de nectar.
E–Mer de tranquillité.
F–Mer de ſérénité.
G–Mer de fécondité.
H–Mer des criſes.

PROBLÊME XIX.

Obſerver une Eclipſe de Soleil.

1° ON prendra les mêmes précautions, relativement à la meſure du temps, que pour les éclipſes de lune, c'eſt-à-dire qu'on aura ſoin de régler au ſoleil une bonne pendule, la veille & le jour même de l'éclipſe.

2° On aura une bonne lunette, c'est-à-dire au moins de trois ou quatre pieds, qu'on dirigera au soleil sur un support commode. Alors, si l'on veut considérer le soleil immédiatement avec ses yeux, on aura soin de se munir d'un morceau de glace noirci à la fumée d'une chandelle; ou mieux encore de deux petits morceaux de glace, dont les côtés enfumés seront tournés l'un vers l'autre, sans se toucher, au moyen d'un petit diaphragme de carton mis entre-deux. Ces deux petits morceaux de glace peuvent ensuite être mastiqués sur leurs bords, de maniere à ne pouvoir se séparer; ce qui est à-la-fois commode & durable. Au moyen de ces verres, & en les interposant entre l'œil & la lunette, on considérera le soleil sans aucun risque pour la vue.

On examinera donc avec attention, vers le temps où l'éclipse doit commencer, le moment où le disque du soleil commencera à être écorné par le disque de la lune; ce sera le commencement de l'éclipse. S'il y a sur la surface du soleil quelque tache, on observera aussi le moment où le disque de la lune l'atteindra, & ensuite la laissera paroître. Enfin l'on observera avec toute l'attention possible, l'instant où le disque de la lune cessera d'écorner le bord du disque du soleil; ce sera la fin de l'éclipse.

Mais si, au lieu d'observer immédiatement avec les yeux, on veut faire une observation susceptible d'être vue par grand nombre de personnes à-la-fois, attachez à votre lunette, du côté de l'oculaire, un support qui porte une planchette ou un carton bien plan, à la distance de quelques pieds. Ce carton doit être perpendiculaire à l'axe de la lunette, & s'il n'est pas suffiſamment blanc, on doit y coller deſſus une feuille de papier blanc. On fait paſſer le bout de la lunette qui porte l'objectif, par l'ouverture d'une chambre obſcure, ou conſidérablement obſcurcie: alors, ſi l'on dirige l'axe de la lunette au ſoleil, l'image de cet aſtre vient ſe peindre ſur le carton, & d'autant plus grande, qu'il ſera plus éloigné. On aura, au reſte, eu ſoin de tracer ſur ce carton un cercle de la grandeur à peu près convenable, enſorte qu'en avançant ou reculant un peu le carton, l'image du ſoleil ſoit exactement compriſe dans le cercle. Ce cercle doit être diviſé par douze autres cercles concentriques, à égales diſtances entr'eux, enſorte que le diametre du plus grand ſoit diviſé en 24 parties égales, dont chacune repréſentera un demi-doigt.

Il eſt maintenant aiſé de voir, que ſi, un peu avant l'éclipſe, on fixe attentivement l'image du ſoleil, on verra le moment où elle commencera d'être écornée par l'entrée du corps de la lune, & qu'on pourra pareillement en obſerver la fin, ainſi que la grandeur.

On ne doit pas, au reſte, ſe flatter d'atteindre, par ce moyen, à la même exactitude qu'en employant le premier, ſur-tout ſi, en faiſant uſage de celui-ci, on a une longue lunette & un bon micrometre.

Remarques.

Il y a des éclipſes de ſoleil partiales, c'eſt-à-dire où une partie ſeulement du diſque ſolaire paroît couverte; ce ſont les plus communes. Il y en a de totales & d'annulaires.

Les éclipſes totales arrivent lorſque le centre de la lune passe sur celui du soleil, ou fort près, & que le diametre apparent de la lune est égal à celui du soleil, ou plus grand. Dans ce dernier cas, l'éclipse totale peut être ce qu'on appelle *cum mora*, c'est-à-dire avec durée des ténebres ; telle fut la fameuse éclipse de 1706.

Dans les éclipses totales & *cum mora*, l'obscurité est si grande, qu'on voit les étoiles comme pendant la nuit, à plus forte raison Mercure & Vénus. Mais ce qui cause une sorte d'épouvante, c'est le ton lugubre que prend toute la nature dans les derniers moments de la lumiere : aussi les animaux, saisis d'effroi, regagnent-ils leurs demeures, en le marquant par leurs cris : les oiseaux de nuit sortent de leurs retraites ; les fleurs se resserrent ; on sent de la fraîcheur, & la rosée tombe. Mais la lune ne laisse pas plutôt échapper un filet de lumiere solaire, que tout est éclairé ; le jour renaît dans un instant, & un jour plus grand que celui d'un temps couvert.

Il y a, nous l'avons dit plus haut, des éclipses vraiment annulaires : elles arrivent lorsque l'éclipse est bien près d'être centrale, & que le diametre apparent de la lune est moindre que celui du soleil ; ce qui peut arriver si, au temps de l'éclipse, la lune est la plus éloignée de la terre qu'il se peut, & le soleil le plus proche. L'éclipse de soleil du 1er Avril 1764, fut de cette espece pour une partie de l'Europe.

Dans les éclipses totales, on apperçoit souvent autour du soleil entiérement éclipsé, un cercle lumineux de couleur d'argent, & large de la douzieme partie du diametre de la lune ou du soleil : il s'efface dès que la plus petite partie du soleil recommence à briller : il paroît plus vif vers le bord, & va en diminuant de vivacité, à mesure qu'il s'en éloigne. On est porté à croire que ce cercle est formé par l'atmosphere lumineuse qui environne le soleil : on a aussi conjecturé qu'il est produit par la réfraction des rayons dans l'atmosphere de la lune : enfin on l'a attribué à la diffraction de la lumiere. Mais on doit voir à cette occasion les Mémoires de l'Académie des Sciences, années 1715 & 1748.

PROBLÊME XX.

Mesurer la hauteur des Montagnes.

On peut mesurer la hauteur d'une montagne par les regles ordinaires de la géométrie ; car, supposons une montagne dont on veut sçavoir la hauteur perpendiculaire au dessus d'une ligne horizontale donnée. Mesurez, si vous en avez la commodité, dans la plaine voisine, une ligne horizontale AB, qui soit dans le même plan vertical avec le sommet S de la montagne. Plus grande sera cette ligne, plus votre mesure sera exacte. Après cela, aux deux stations A, B, mesurez les angles SAE, SBE, qui sont les hauteurs apparentes sur l'horizon du sommet S, vu de A & de B. On sçait, par la trigonométrie rectiligne, trouver dans le triangle rectangle SEA, le côté EA, ainsi que la perpendiculaire SE, ou l'élévation du sommet S sur AE prolongé.

Pl. 5, fig. 9.

Concevez la verticale SFH tirée & coupant la ligne BE en F. Comme, dans ces sortes de dimensions, l'angle ESF, formé par cette verticale SFH, & par la perpendiculaire SE, sera presque toujours extrêmement petit, & fort au deſſous d'un degré, on peut regarder les lignes SE, SF, comme égales entr'elles (*a*). D'un autre côté, la ligne FH, compriſe entre la ligne AE & la ſurface ſphérique CA, eſt viſiblement la quantité dont le vrai niveau eſt au deſſous du niveau apparent, dans une longueur comme AF, ou, plus exactement, dans une longueur moyenne entre AF & BF : c'eſt pourquoi prenez la longueur moyenne entre AE & DE, qui different peu de AF & BF, & cherchez, dans la table des différences entre les niveaux apparents & véritables, la hauteur qui répond à cette diſtance moyenne ; ajoutez-la à la hauteur trouvée SE ou SF : vous aurez SH pour hauteur corrigée de la montagne, au deſſus de la ſurface ſphérique où ſont ſitués les points A, B.

Ainſi, ſi l'on ſçait de combien cette ſurface eſt plus élevée que celle de la mer, on ſçaura de combien le ſommet S de la montagne eſt plus haut que le niveau de la mer.

Autre Maniere.

On peut trouver des difficultés à établir une ligne horizontale, dont la direction ſe trouve dans le même plan vertical avec le ſommet de la montagne. Dans ce cas, il vaudra mieux procéder ainſi.

Tracez votre baſe dans la ſituation la plus commode pour qu'elle ſoit horizontale. Nous ſuppo-

(*a*) Car elles ne différeront pas même d'une dix-millieme, dans le cas où cet angle ſeroit d'un degré; ce qui ſuppoſeroit la diſtance des ſtations à la montagne, de plus de 50000 toiſes.

ſons que ce ſoit la ligne ab; que $ſc$ ſoit la perpendiculaire tirée du ſommet $ſ$ ſur le plan horizontal paſſant par la ligne ab, & c le point auquel ce plan eſt rencontré par cette perpendiculaire :
Pl. 5, fig. 10. en concevant les lignes ac & bc tirées à ce point, on aura les triangles $ſac$, $ſbc$, rectangles en c; & l'on trouvera ces angles, en meſurant des points a & b les hauteurs apparentes de la montagne ſur l'horizon : on meſurera pareillement les angles $ſab$, $ſba$, dans le triangle $aſb$.

Maintenant, puiſqu'on connoîtra dans le triangle $ſab$ les angles $ſab$, $ſba$, ainſi que le côté ab, on déterminera aiſément, par la trigonométrie rectiligne, un des côtés, par exemple $ſa$. Ce côté étant déterminé, on trouvera pareillement dans le triangle $acſ$ rectangle en c, dont l'angle $ſac$ eſt connu, on trouvera, dis-je, le côté ac, & la perpendiculaire $ſc$. On procédera enſuite comme dans la méthode précédente, c'eſt-à-dire qu'on cherchera quelle eſt la dépreſſion du niveau réel au deſſous du niveau apparent, pour le nombre de toiſes que comprend la ligne ac, & on l'ajoutera à la hauteur $ſc$: la ſomme ſera la hauteur du point $ſ$ au deſſus du niveau réel des points a, b.

Exemple. Soit la longueur ab horizontale, de 2000 toiſes; l'angle $ſab$, de 80 degrés 30 minutes; l'angle $ſba$, de 85 degrés 10 minutes : conſéquemment l'angle $bſa$ ſera de 14 degrés 20 minutes. Au moyen de ces données, on trouvera dans le triangle $aſb$, le côté $ſa$ de 8048 toiſes. D'un autre côté, que l'angle $ſac$ ait été meſuré, & trouvé de 18 degrés; on trouvera, par le calcul trigonométrique, le côté ac de 7655 toiſes; & enfin la perpendiculaire $ſc$ ſur le plan horizontal paſſant par ab, ſe trouvera de 2486 toises. D'un autre côté, la dépression du niveau réel au dessous du niveau apparent, à la distance de 7655 toises, est de 8 toises 5 pieds : ajoutons ce nombre à celui déja trouvé pour la hauteur *fc*, & nous aurons 2494 toises 5 pieds, ou 2496 toises pour la hauteur réelle de la montagne proposée.

REMARQUE.

LORSQU'ON emploiera l'une ou l'autre de ces méthodes, si la montagne dont on mesure la hauteur est à une distance considérable, comme de 10 ou 20 mille toises ; comme alors son sommet sera fort peu élevé sur l'horizon, il faudra corriger sa hauteur apparente, en ayant égard à la réfraction, de la maniere suivante ; car autrement il en pourroit résulter une erreur très-considérable dans la mesure cherchée : on le sentira, en faisant attention que le sommet C de la montagne BC est vu par un rayon de lumiere ECA, qui n'est pas rectiligne, mais qui est une courbe, & qu'on juge ce sommet C en D, suivant la direction de la tangente AD à la courbe ACE, qui, dans le petit espace AC, peut être regardée comme un arc de cercle. Ainsi l'angle DAB de la hauteur apparente de la montagne, excede la hauteur à laquelle paroîtroit son sommet, sans la réfraction de la quantité de l'angle CAD, qu'il faut déterminer. Or je trouve que cet angle CAD est, à bien peu de chose près, égal à la moitié de la réfraction qui conviendroit à la hauteur apparente DAB : ainsi il faudra chercher dans les tables qui sont entre les mains de tout le monde, la réfraction qui répond à la hauteur DAB apparente du sommet de la montagne, & ôter la moitié de cette hauteur :

Pl. 5, fig. 11,

le reste sera celle du sommet de la montagne, telle qu'on l'auroit eue sans la réfraction.

Supposons, par exemple, que le sommet de la montagne, vu de 10000 toises, parût élevé de 5 degrés : la réfraction qui convient à 5 degrés, est de 9′ 54″, dont la moitié est 4′ 57″ : vous ôterez de 5°, & vous aurez 4° 55′ 3″, que vous emploierez comme hauteur réelle.

On voit par-là que, pour procéder sûrement dans une pareille dimension, il faut choisir des stations qui ne soient qu'à une distance peu considérable de la montagne, ensorte que son sommet paroisse à une élévation de plusieurs degrés sur l'horizon. Sans cela, la variété des réfractions, qui sont assez inconstantes près de l'horizon, jettera beaucoup d'incertitude sur cette mesure.

Nous parlerons ailleurs d'une autre méthode pour mesurer les hauteurs des montagnes. Celle-ci emploie le barometre, & suppose qu'on puisse monter à leur sommet. Nous donnerons même une table des hauteurs des principales montagnes de la terre au dessus du niveau de la mer ; nous voulons dire de celles où il a été possible d'observer. Il nous suffira de dire ici, qu'on a trouvé que les plus hautes montagnes de l'univers, du moins de la partie de notre globe qui a été jusqu'à présent accessible aux sçavants, sont situées aux environs de l'équateur ; & c'est avec raison qu'un historien du Pérou dit qu'elles sont aux montagnes de nos Alpes & de nos Pyrénées, comme les tours & les clochers de nos villes sont aux édifices ordinaires. La plus haute connue jusqu'à ce moment, est celle de Chimboraço au Pérou, qui a 3220 toises d'élévation perpendiculaire au dessus du niveau de l'Océan.

Comme

Comme toutes les montagnes connues de notre Europe atteignent à peine les deux tiers de la hauteur de ces masses énormes, on peut juger par-là de la fausseté de ce que les anciens, & quelques modernes, comme Kircher, ont débité sur la hauteur des montagnes. Si on les en croit, le mont Ethna a 4000 pas géométriques de hauteur; les montagnes de la Norwege, 6000; le mont Hœmus, le Pic des Canaries, 10000; le mont Atlas, les montagnes de la Lune en Afrique, 15000; le mont Athos, 20000; le mont Cassius, 28000. On prétend avoir trouvé cela par la longueur de leur ombre : mais rien n'est plus destitué de vérité; & si jamais quelque observateur monte sur ces montagnes, ou mesure géométriquement leur hauteur, il les trouvera fort inférieures aux montagnes du Pérou, comme il est arrivé au Pic des Canaries, qui, mesuré géométriquement par le P. Feuillé, a été trouvé n'excéder guere 2200 toises.

On voit encore par-là, que la hauteur des montagnes les plus élevées est très-peu de chose, en comparaison du diametre de la terre, & que la figure réguliere de notre globe n'en est point sensiblement altérée; car le diametre moyen de la terre est d'environ 6583000 toises: ainsi, en supposant la hauteur d'une montagne égale à 3500 toises, ce ne sera qu'une 1880^e partie du diametre de la terre; ce qui est moindre que l'élévation d'une demi-ligne sur un globe de six pieds de diametre.

PROBLÊME XXI.

Maniere de connoître les Constellations.

POUR apprendre à connoître le ciel, il faut d'abord se pourvoir de quelques bonnes cartes céléstes, au moins d'un planisphere assez grand pour y distinguer facilement les étoiles de la premiere & seconde grandeur. Nous indiquerons, à la fin de cet article, les ouvrages les meilleurs en ce genre.

Muni d'une de ces cartes, & de celle qui renferme le pôle boréal, vous vous tournerez vers le
Pl. 5, nord, & vous commencerez à chercher la grande
fig. 12. Ourse, vulgairement appellée le Chariot. Elle est facile à connoître, car elle forme un des groupes les plus remarquables qui soient dans le ciel, par sept étoiles de la seconde grandeur, dont quatre forment un quarré irrégulier, & trois autres une prolongation en forme de triangle scalene très-obtus. D'ailleurs la comparaison de la figure de ces sept étoiles, présentée par la carte, vous fera facilement reconnoître dans le ciel celles qui lui correspondent. Lorsque vous aurez connu ces sept étoiles principales, vous examinerez sur la carte les configurations des étoiles voisines qui appartiennent à la grande Ourse, & vous apprendrez à reconnoître par-là les autres étoiles moins considérables qui composent cette constellation.

De la connoissance de la grande Ourse, on passe facilement à celle de la petite Ourse; car il
Fig. 13. n'y a qu'à tirer, comme vous le verrez par la carte, une ligne droite par les deux du quarré de la grande Ourse les plus éloignées de la queue, ou les deux antérieures: cette ligne ira passer fort

près de l'étoile polaire, étoile de la 2e grandeur, la ſeule auſſi conſidérable dans un eſpace aſſez grand. Peu loin d'elle, ſont deux autres étoiles de la 2e & 3e grandeur, qui, avec quatre autres un peu moindres, forment une figure fort approchante de celle de la grande Ourſe, mais plus petite. C'eſt-là ce qu'on appelle la petite Ourſe, dont on apprendra à connoître les autres étoiles, de la même maniere qu'on a fait pour celles de la grande Ourſe.

Menez maintenant une ligne droite par celles des étoiles du quarré de la grande Ourſe la plus voiſine de la queue, & par l'étoile polaire; cette ligne vous conduira à un groupe fort remarquable, de cinq étoiles, en ΛΛ fort évaſé: c'eſt la conſtellation de Caſſiopée, dans laquelle parut en 1572 une nouvelle étoile très-brillante, qui s'affoiblit enſuite peu après, & diſparut entiérement. Pl. 5, fig. 14

Si, après cela, vous tirez à travers cette conſtellation une ligne perpendiculaire à la ligne ci-deſſus, elle vous conduira, d'un côté, à une aſſez belle étoile qui eſt au dos de Perſée, & qu'on nomme *Algenib*; & de l'autre, à la conſtellation du Cygne, remarquable par une étoile de la premiere grandeur. Près de Perſée, eſt la brillante de la Chevre, étoile de la premiere grandeur, appellée *Capella*, qui fait partie de la conſtellation du Cocher. Fig. 15.

Décrivez enſuite une ligne droite par les deux dernieres de la queue de la grande Ourſe, vous arriverez dans le voiſinage d'une des plus brillantes étoiles du ciel: c'eſt *Arcturus*, qui fait partie de la conſtellation de Bootes. Fig. 16.

On s'aidera ainſi ſucceſſivement de la connoiſſance des étoiles d'une conſtellation, pour trouver ſes voiſines. Il nous ſuffit d'avoir indiqué la méthode ; car on ſent aiſément que nous ne pouvons pas ainſi parcourir tout le ciel ; mais il n'eſt point de bon eſprit qui ne puiſſe, dans une nuit, apprendre de cette maniere à connoître une bonne partie du ciel, ou du moins les principales étoiles.

Les anciens n'ont connu, ou, pour mieux dire, n'ont enregiſtré dans leurs catalogues, que 1022 étoiles fixes, qu'ils diviſerent en 48 conſtellations ; mais leur nombre eſt bien plus conſidérable, même en ſe bornant à celles qui ſont perceptibles à la vue ſimple. M. l'abbé de la Caille en a obſervé 1942 dans l'eſpace compris entre le tropique du Capricorne & le pôle auſtral, de partie deſquelles il a formé de nouvelles conſtellations. Or cet eſpace eſt à toute la ſphere, environ comme 3 à 10 : ainſi je penſe qu'on peut fixer à environ 6500, le nombre des étoiles fixes viſibles à l'œil nu. C'eſt au reſte une pure illuſion, qui fait juger au premier coup d'œil qu'elles ſont innombrables ; car, qu'on prenne un eſpace renfermé entre quatre, cinq ou ſix étoiles de la 2^e ou 3^e grandeur, & qu'on eſſaye de compter celles que comprend cet eſpace, on n'y trouvera pas grande difficulté, & l'on pourra ſe faire par-là un apperçu de leur nombre total, qui n'excédera pas beaucoup celui ci-deſſus.

On diviſe les étoiles en étoiles de la premiere grandeur, de la ſeconde, de la troiſieme, &c. juſqu'à celles de la 6^e, qui ſont les plus petites que l'œil nu puiſſe appercevoir. Il y en a 18 de la premiere grandeur, 70 de la ſeconde, 200 de la troiſieme, 452 de la quatrieme, &c.

Quant aux conſtellations, le nombre de celles communément reconnues, eſt de 63, dont 25 appartiennent à l'hémiſphere boréal, 12 au zodiaque, & les 26 autres à l'hémiſphere auſtral. Nous allons en donner ici le catalogue, avec le nombre des étoiles dont chacune eſt compoſée, & leur grandeur relative.

TABLE DES CONSTELLATIONS.

Conſtellations ſeptentrionales.

Nomb. des Conſtell.		*Nomb. des Etoiles.*	*1ere grandeur.*	*2e grandeur.*	*3e grandeur.*	*4e grandeur.*	*5e grandeur.*	*6e grandeur.*
1	La petite Ourſe .	10	0	2	1	3	1	3
2	La grande Ourſe .	35	0	7	3	12	8	5
3	Le Dragon . . .	35	0	1	10	14	8	2
4	Céphée	21	0	0	3	7	7	4
5	Caſſiopée	28	0	0	5	5	3	15
6	Perſée	42	0	2	4	12	12	12
7	Le Charretier . .	40	1	1	0	7	3	27
8	Le Bouvier	32	1	0	6	13	4	8
9	Hercule	62	0	0	9	21	11	21
10	Le Cygne	40	0	1	5	16	7	11
11	Andromede . . .	27	0	3	1	11	10	2
12	Le Triangle . . .	6	0	0	0	3	1	2
13	La Chevelure de Bérénice	13	0	0	1	11	1	0
14	La Couronne . . .	21	0	1	0	5	8	7

Constellations septentrionales.

Nomb. des Constell.		Nomb. des Etoiles.	1ere grandeur.	2e grandeur.	3e grandeur.	4e grandeur.	5e gaandeur.	6e grandeur.
15	La Lyre	15	1	0	2	1	7	4
16	Pégase	23	0	4	3	6	3	7
17	Le petit Cheval .	4	0	0	0	4	0	0
18	Orion	56	2	4	4	16	11	19
19	Le petit Chien . .	10	1	0	1	0	3	5
20	Le Serpentaire . .	30	0	1	7	9	10	3
21	Le Serpent	35	0	1	7	7	2	18

Constellations méridionales.

22	L'Aigle	27	0	1	6	1	5	14
23	Antinoüs	15	0	0	6	2	1	6
24	La Fleche	8	0	0	0	3	1	4
25	Le Dauphin . . .	10	0	0	5	0	1	4

Signes du Zodiaque.

26	Le Bélier	19	0	0	3	1	2	13
27	Le Taureau . . .	48	1	1	5	8	20	13
28	Les Gémaux . . .	34	0	3	4	7	9	11
29	L'Ecreviffe	32	0	0	2	4	6	20
30	Le Lion	43	2	2	5	13	7	14
31	La Vierge	45	1	0	5	6	11	22
32	La Balance	14	0	2	1	8	2	1

Signes du Zodiaque.

Nomb. des Constell.		*Nomb. des Etoiles.*	1ere *grandeur.*	2e *grandeur.*	3e *grandeur.*	4e *grandeur.*	5e *grandeur.*	6e *grandeur.*
33	Le Scorpion . . .	35	1	1	9	10	11	3
34	Le Sagittaire . . .	30	0	2	7	8	8	5
35	Le Capricorne . .	28	0	0	4	1	7	16
36	Le Verſeur d'eau .	42	0	0	4	7	23	8
37	Les Poiſſons . . .	36	0	0	1	6	19	10
	Conſtellations méridionales.							
38	La Baleine	29	0	2	7	14	5	1
39	L'Eridan	44	1	0	6	29	5	3
40	Le Lievre	13	0	0	4	4	4	1
41	Le grand Chien . .	19	1	1	5	4	8	0
42	L'Hydre	29	1	0	2	13	9	4
43	La Taſſe	11	0	0	0	8	1	2
44	Le Corbeau . . .	8	0	0	4	1	2	1
45	Le Poiſſon auſtral.	12	1	0	0	9	2	0
46	Le Phœnix	14	0	1	3	8	2	0
47	La Colombe . . .	12	0	2	0	9	0	1
48	Le Navire Argo .	51	1	7	10	23	7	3
49	Le Centaure . . .	41	2	5	7	16	9	2
50	Le Loup	20	0	0	2	11	7	0
51	La Couronne auſtr.	13	0	0	0	4	7	2
52	La Grue	15	0	3	0	4	2	6

Conſtellations méridionales.

Nomb. des Conſtell.		*Nomb. des Etoiles.*	*1ere grandeur.*	*2e grandeur.*	*3e grandeur.*	*4e grandeur.*	*5e grandeur.*	*6e grandeur.*
53	Hydrus	15	0	1	0	4	10	0
54	La Dorade	6	0	0	0	3	3	0
55	Le Poiſſon volant.	4	0	0	0	0	1	3
56	La Mouche . . .	4	0	0	0	4	0	0
57	Le Triangle auſtral	4	0	3	0	0	1	0
58	L'Autel	6	0	0	0	5	1	0
59	Le Paon	16	0	1	2	1	6	6
60	L'Indien	15	0	0	0	6	3	0
61	Le Toucan	8	0	4	0	3	1	0
62	Le Caméléon . .	9	0	0	9	0	0	0
63	Apus, *ou* l'Oiſeau d'Inde	12	0	0	0	1	11	0

Nous n'entrerons pas ici dans des détails physiques ſur les étoiles ; nous les réſervons pour un autre endroit, où nous parlerons de leurs diſtances, de leurs groſſeurs, de leur mouvement, & de pluſieurs autres objets relatifs à cette matiere, comme les étoiles nouvelles, les étoiles changeantes ou périodiques, &c.

Les meilleures cartes céleſtes ont été long-temps celles de l'*Uranométrie* de Bayer, ouvrage publié en 1603, in-fol., & qui a eu de nombreuſes éditions. Mais ces cartes ont cédé la place à celles du magnifique *Atlas céleste* de Flamstéed, donné en 1729, à Londres, in-fol. Un astronome pratique ne peut pas se passer de cet ouvrage. Parmi les autres cartes ou planisphères, on a estimé celles que le P. Pardies donna en 1673, en six feuilles magnifiquement gravées par Duchange. On a aussi les deux planisphères de M. de la Hire, en deux feuilles. Le graveur Anglois Senex, a donné pareillement deux nouveaux planisphères, d'après les observations de Flamstéed, l'un en deux feuilles, où les deux hémisphères sont projetés sur le plan de l'équateur, l'autre où ils sont projetés sur le plan de l'écliptique. Au défaut de l'*Atlas céleste* de Flamstéed, on ne peut guere se passer de l'un de ces planisphères. Les astronomes modernes, M. de la Caille sur-tout, ayant ajouté dans l'hémisphere austral un assez grand nombre de constellations aux anciennes, on a formé en conséquence de nouveaux planisphères. Tel est celui de M. Robert, en deux feuilles, où le fond du ciel est lavé en bleu, ensorte que les constellations s'en détachent bien. Il est formé d'après les observations les plus modernes, & est accompagné d'une explication instructive sur la maniere de connoître le ciel.

Comme la connoissance des constellations & des étoiles du zodiaque est la plus importante aux astronomes, parceque cette bande circulaire est la route des planetes, Senex, dont nous avons parlé ci-dessus, donna, il y a une quarantaine d'années, le *Zodiaque étoilé*, d'après les observations de Flamstéed; &, comme il étoit difficile de se le procurer à Paris, le sieur Dheuland, graveur, en donna, plusieurs années après, c'est-à-dire en 1755, une nouvelle édition, avec les rectifications que nécessitoit l'intervalle de temps écoulé depuis l'édition de celui de Senex. Il fut dirigé dans ce travail par M. de Seligny, jeune officier de la Compagnie des Indes. Le Zodiaque de Dheuland est accompagné d'un catalogue détaillé des étoiles zodiacales, avec leurs longitudes & latitudes réduites à l'année 1755. Ce catalogue comprend 924 étoiles. Il est vrai que son auteur, pour les rendre plus utiles aux observations nautiques, a donné à son Zodiaque 10 degrés de latitude de chaque côté de l'écliptique. Il est aisé de voir, par ces détails, que quand on ne possede pas l'Atlas céleste de Flamstéed, on ne peut se dispenser d'avoir au moins le Zodiaque & le Catalogue de Dheuland, ou plutôt de Seligny, & même que la possession du premier ouvrage n'affranchit pas de la nécessité d'avoir le dernier.

On annonce en ce moment une nouvelle édition de l'*Atlas* de Flamstéed, réduite au tiers de la grandeur de l'original, avec un planisphere des étoiles australes observées par M. l'abbé de la Caille. M. Fortin, ingénieur pour les globes, (rue Saint-Jacques) qui est l'auteur de cet ouvrage, a réduit les positions des étoiles à l'année 1780; il y a aussi ajouté une carte des étoiles, qui montre les différentes figures qu'elles font, & leurs différents alignements. Cette derniere est très-commode pour apprendre à connoître le ciel: enfin c'est un présent utile que M. Fortin fait aux astronomes, vu la médiocrité du prix de ce nouvel Atlas, qui ne coûtera que 9 à 12 livres.

CHAPITRE II.

Exposition sommaire des principales vérités de l'Astronomie physique, ou du Systême de l'Univers.

IL n'y a plus aujourd'hui de partage, entre les physiciens éclairés, sur la disposition des planetes & du Soleil. Tous ceux qui sont en état de peser les preuves déduites de l'astronomie & de la physique, reconnoissent que le soleil occupe le milieu d'un espace immense, dans lequel tournent autour de lui, à différentes distances, Mercure, Vénus; la Terre, sans cesse accompagnée de la Lune; Mars; Jupiter, suivi de ses quatre lunes ou satellites; Saturne, environné de son anneau, & accompagné de ses cinq satellites; un très-grand nombre enfin de cometes, qu'on a démontré n'être que des planetes dont l'orbite est extrêmement allongée.

La route de chacune des planetes autour du soleil n'est pas un cercle, mais elle est une ellipse plus ou moins allongée, dont cet astre occupe l'un des foyers; ensorte que, lorsque la planete est à l'extrémité de l'axe au-delà du centre, elle est à sa plus grande distance du soleil: elle en est au contraire le plus près, lorsqu'elle est à l'autre extrémité de ce même axe. Cette ellipse, au reste, n'est pas fort allongée: celle que décrit Mercure l'est le plus de toutes, car la distance de son foyer au centre, est un cinquieme de son axe. Celle de Vénus est presque un cercle. Dans l'orbite de la

Terre, la diſtance du foyer au centre n'eſt que d'environ un 57e de l'axe.

Deux loix fameuſes, & dont la découverte mérite l'immortalité au célebre Képler, reglent les mouvements de tous ces corps à l'entour du ſoleil. La premiere de ces loix eſt relative aux mouvements d'une planete, dans les différents points de ſon orbite elliptique. Elle conſiſte en ce que cette planete s'y meut tellement, que l'aire que décrit le rayon vecteur, c'eſt-à-dire la ligne continuellement tirée du ſoleil à la planete, croît uniformément dans des temps égaux, ou eſt toujours proportionnelle au temps; enſorte, par exemple, que ſi la planete a employé 30 jours à ſe mouvoir
Pl. 5, de A en π, & 20 à ſe mouvoir de π en p, l'aire
fig. 17. mixtiligne $AS\pi$, ſera à l'aire mixtiligne πSp, comme 30 à 20; ou $AS\pi$ à ASp, comme 30 à 50 ou 3 à 5. Ainſi, dans un temps double, cette aire eſt double, &c; d'où il ſuit que, lorſque la planete eſt la plus éloignée, elle a une moins grande viteſſe ſur ſon orbite. Les anciens étoient dans l'erreur, lorſqu'ils penſoient que ce retardement qu'ils remarquoient dans le mouvement d'une planete, du Soleil, par exemple, étoit une pure apparence optique; ce retardement eſt moitié réel, moitié apparent.

La ſeconde loi découverte par Képler, eſt celle qui regle les diſtances des planetes au Soleil, & leurs temps périodiques ou les temps de leurs révolutions. Suivant cette loi, les cubes des diſtances moyennes de deux planetes au Soleil, à l'entour duquel elles font leurs révolutions, ſont toujours entr'eux comme les quarrés des temps périodiques; ainſi, ſi les diſtances moyennes de deux planetes au Soleil ſont doubles l'une de l'autre, les cubes de ces diſtances étant comme 1 & 8, les quarrés des temps périodiques ſeront comme 1 à 8, & conſéquemment les temps eux-mêmes ſeront entr'eux comme 1 à la racine quarrée de 8.

Cette regle s'obſerve non-ſeulement à l'égard des planetes principales, celles qui tournent autour du ſoleil, mais encore à l'égard des planetes ſecondaires qui tournent autour d'une planete principale, comme les quatre ſatellites de Jupiter autour de Jupiter, & les cinq de Saturne autour de Saturne. Si la Terre avoit deux lunes, elles obſerveroient entr'elles cette loi, par une néceſſité mécanique.

Ces deux loix, d'abord démontrées par les obſervations de Képler, l'ont enſuite été par Newton, d'après les principes & les loix du mouvement; & il faut n'être pas en état de ſentir une démonſtration, pour ſe refuſer à des vérités auſſi bien établies.

Nous allons maintenant préſenter ce qu'il y a de plus remarquable ſur chacun des corps céleſtes qui nous ſont connus, en commençant par le ſoleil. Celui qui, témoin de ce curieux tableau, ne ſera pas frappé, doit être mis au rang de ces êtres ſtupides, dont l'ame eſt incapable de tout ſentiment réfléchi ſur les œuvres les plus magnifiques de la Divinité.

§. I. *Du Soleil.*

Le Soleil eſt, comme nous l'avons dit, placé au milieu de notre ſyſtême: ſource également de lumiere & de chaleur, c'eſt lui qui éclaire & qui vivifie toutes les planetes qui lui ſont ſubordonnées. Que ſeroit le globe que nous habitons, ſans ses influences bénignes! Car si la privation de sa lumiere, pendant une partie de la révolution diurne de la terre, commence à plonger la nature dans l'engourdissement, quel seroit celui où la jetteroit l'absence absolue du soleil? La terre ne seroit qu'un bloc, dont la dureté surpasseroit celle des marbres & des matieres les plus dures que nous connoissions; nulle végétation, nul mouvement possible: elle seroit enfin le sejour des ténebres, du repos & de la mort. Aussi ne peut-on refuser au Soleil le premier rang parmi les êtres inanimés; & si l'on pouvoit excuser l'erreur d'adresser à la créature les hommages uniquement dus au Créateur, on seroit tenté d'excuser le culte que rendoient au Soleil les anciens Perses, & que lui rendent encore les Guebres leurs successeurs, & quelques peuples de l'Amérique.

Le Soleil est un globe de feu ou enflammé, dont le diametre égale à peu près cent 11 fois celui de la Terre, ou est à peu près de 333 mille lieues: sa surface est conséquemment 12321 fois aussi grande que celle de la Terre, & sa masse 1367631 fois aussi grande. Sa distance à la terre est, suivant les observations les plus récentes, d'environ 21600 demi-diametres de la Terre, ou d'environ trente-deux millions quatre cents mille lieues.

Cette masse énorme n'est pas absolument en repos: les astronomes modernes lui ont découvert un mouvement par lequel il tourne, en 25 jours, 12 heures autour de son axe. Ce mouvement se fait sur un axe incliné au plan de l'écliptique, d'environ $7^{\circ}\frac{1}{2}$, ensorte que l'équateur du Soleil est incliné à l'orbite de la Terre de cette même quantité.

C'est par le moyen des taches dont la surface du Soleil est couverte en certains temps, qu'on a découvert ce phénomene. En effet, on remarque quelquefois avec le téleſcope, ſur le diſque du Soleil, des taches obſcures, de forme ordinairement très-irréguliere, & ſouvent aſſez permanentes pour durer des mois entiers. Ce fut Galilée le premier qui fit cette découverte; & par elle il porta un coup mortel à l'opinion des philoſophes de ſon temps, qui, marchant ſur les traces d'Ariſtote, réputoient les corps céleſtes des corps inaltérables. Il obſerva en différents temps, & à différentes repriſes, de groſſes taches ſur le diſque du Soleil; il les vit s'approcher toujours, dans un même ſens & preſque en ligne droite, d'un des bords, enſuite diſparoître, puis reparoître au bord oppoſé; d'où il conclut que le Soleil avoit un mouvement de révolution autour de ſon centre. On remarque que ces taches emploient 27 jours 12 heures pour revenir au même point du diſque où l'on a commencé de les obſerver; d'où il réſulte qu'elles mettent 25 jours 12 heures à faire une révolution complette (*a*), & conſéquemment que le Soleil met 25 jours 12 heures à faire ſa révolution autour de ſon axe.

Il ſuit auſſi de-là, qu'un point de l'équateur du Soleil, ſe meut quatre fois & un tiers environ plus vîte qu'un point de l'équateur de la Terre, emporté par ſon mouvement diurne; car la circonfé-

(*a*) La raiſon de cette différence eſt que, pendant que le Soleil fait une révolution complette ſur ſon axe, la Terre, qui ſe meut dans ſon orbite, s'avance d'environ 25 degrés du même côté; ce qui fait qu'il faut que la tache parcoure encore environ 25 degrés pour ſe replacer dans le même aſpect à l'égard de la Terre.

rence d'un grand cercle ſolaire, étant cent onze fois auſſi grande, ces points ſe mouvroient avec la même viteſſe, ſi la révolution du Soleil étoit de cent onze jours. Or elle eſt quatre fois & un tiers plus rapide, étant ſeulement de 25 jours & quelques heures.

Les aſtronomes ont auſſi eu la curioſité de meſurer la grandeur de quelques-unes des taches du Soleil, & ils ont trouvé qu'elles étoient quelquefois beaucoup plus groſſes que la Terre.

A l'égard de la nature de ces taches, quelques phyſiciens ont conjecturé que ce pouvoit n'être que des parties mêmes de la ſubſtance ou du noyau du Soleil, qui, par les mouvements irréguliers d'un fluide énormément agité, reſtoient à découvert. Un aſtronome Anglois, M. Wilſon, vient de renouveller cette idée dans les *Tranſactions Philoſophiques*, ann. 1773, avec cette différence que, ſuivant lui, la matiere lumineuſe du ſoleil ne ſeroit pas fluide, mais d'une conſiſtance telle que, par des circonſtances particulieres, il pourroit quelquefois s'y former des excavations conſidérables, qui mettroient à découvert une portion du noyau du Soleil. Les talus de ces excavations forment, ſelon lui, les fécules, ou ce bord moins lumineux ſans être noir, qui environne d'ordinaire les taches. Il s'efforce d'établir tout cela, par l'examen des phénomenes que devroient préſenter de pareilles excavations, ſelon la maniere dont elles ſe préſenteroient à un obſervateur.

Mais en voilà aſſez ſur cette idée. D'autres phyſiciens aſtronomes ont penſé que ces taches n'étoient que des tourbillons de fuliginoſités, qui reſtoient ſuſpendus au deſſus de la ſurface du Soleil, comme dans les exploſions du Véſuve, on verroit

du

du haut de l'atmosphere la fumée couvrir une assez grande étendue de pays. D'autres enfin ont pensé que c'étoient des especes d'écumes produites par la combustion de matieres hétérogenes tombées sur sa surface. Il faut probablement se résoudre à ne rien sçavoir jamais de positif sur ce sujet.

Il s'écoule quelquefois des années entieres sans qu'on voie des taches sur le disque du Soleil; quelquefois on y en voit un très-grand nombre. On raconte qu'en 1637 elles furent si nombreuses, que la chaleur du Soleil & son éclat en furent un peu diminués. Si l'opinion de Descartes sur l'encroûtement des étoiles & leur changement en planetes opaques, eût été connue, on eût pu avoir l'appréhension de voir le Soleil subir, au grand malheur de l'espece humaine, cette étrange métamorphose.

Au reste, une certaine figure du Soleil, donnée d'après Kircher, & rapportée dans diverses mappemondes, ne doit être regardée que comme un jeu d'imagination. Jamais aucun astronome ne fit d'observation qui puisse servir à lui donner le moindre fondement.

M. Cassini découvrit en 1683, que non-seulement le Soleil a une lumiere propre, mais qu'il est accompagné d'une espece d'atmosphere lumineuse, qui s'étend à une distance immense, puisque quelquefois elle atteint jusqu'à la Terre. Mais cette atmosphere n'est pas, comme celle de la Terre, à peu près sphérique; elle est lenticulaire, & située de maniere que sa plus grande largeur est à peu près dans la prolongation de l'équateur solaire. On voit en effet assez souvent, dans les temps extrêmement sereins, & peu après le coucher du Soleil, une lumiere un peu inclinée à l'écliptique, large de quelques degrés à l'horizon, & diminuant en pointe, qui s'éleve jusqu'à 45° de hauteur. C'est principalement vers l'équinoxe du printemps & celui d'automne que ce phénomene se fait remarquer ; & comme il a été vu depuis, & en divers lieux, & par une foule d'astronomes, on ne peut satisfaire à ces apparences, qu'en reconnoissant autour du Soleil une atmosphere telle que nous venons de dire.

§. II. *De Mercure.*

Mercure est la plus petite de toutes les planetes, & la plus voisine du Soleil. Sa distance à cet astre est à peu près égale aux $\frac{38}{100}$ de celle de la Terre à ce même astre : ainsi Mercure circule à environ 12312000 lieues du Soleil. Cette position fait qu'il ne s'écarte guere de cet astre que de 28° ; ensorte qu'il est assez difficile de l'appercevoir dans ces contrées. Quand il est vers ses plus grandes élongations du Soleil, il paroît en croissant, comme la Lune vers ses quadratures ; mais il faut de bonnes lunettes pour appercevoir cette configuration.

Rien, au reste, n'a pu encore apprendre si Mercure a un mouvement autour de son axe, comme cela est assez probable.

Cette planete acheve sa révolution en 87 jours 23 heures, & son diametre est à celui de la Terre comme 1 à 3, ou comme 2 à 5 ; ensorte que son volume est à celui de la Terre comme 8 à 125, ou comme 1 à $15\frac{5}{8}$.

La planete de Mercure, étant à une distance du Soleil qui n'est que les $\frac{38}{100}$ ou les $\frac{4}{10}$ de celle de la Terre à cet astre, & la chaleur croissant en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, il ſuit de-là qu'il fait environ ſept fois auſſi chaud dans cette planete que ſur notre globe, toutes choſes d'ailleurs égales. Cette chaleur excede même de beaucoup celle de l'eau bouillante. Si donc cette planete eſt conformée comme la Terre, & qu'elle ſoit habitée, les êtres qui la peuplent doivent être d'une nature bien différente de la nôtre; ce qui n'a rien de répugnant à la raiſon: car qui oſera borner la puiſſance de la Divinité à des êtres à peu près ſemblables à ceux que nous connoiſſons ſur notre Terre? Nous verrons même ailleurs que la conformation de la ſurface de Mercure, & la nature de ſon fluide ambiant, pourroient être telles qu'il ne fût pas impoſſible à des êtres de notre nature d'y ſubſiſter.

§. III. *De Vénus.*

La planete de Vénus eſt la plus brillante du ciel. Tout le monde ſçait que c'eſt elle qui, tantôt devançant le Soleil, eſt appellée *Lucifer* ou l'étoile du matin; tantôt le ſuivant, paroît la premiere après ſon coucher, & porte alors le nom de *Veſper*, ou d'étoile du ſoir.

Cette planete circule autour du Soleil, à une diſtance de cet aſtre qui eſt à celle de la Terre, à peu près comme 72 à 100; conſéquemment ſa diſtance du Soleil eſt d'environ 23 millions 328 mille lieues: elle ne s'écarte du Soleil, à notre égard, que d'un angle d'environ 48°, & elle eſt ſujette aux mêmes phaſes que la Lune.

La révolution de Vénus autour du Soleil eſt de 224 jours 14 heures 49 minutes; ſon diametre eſt, ſuivant les obſervations les plus récentes &

les plus exactes, à celui de la Terre, comme 4 à 5, enforte que fon volume eft à celui de la Terre comme 64 à 125.

On a découvert fur la furface de Vénus, des taches paffageres, qui ont fervi à démontrer la révolution de cette planete fur fon axe; mais la durée de cette révolution n'eft pas encore mife hors de toute contradiction. M. Bianchini la fait de 24 jours, & M. Caffini de 23 heures 20 minutes. Nous inclinons néanmoins pour le dernier fentiment, qui fe concilie avec les deux obfervations, au lieu que la détermination de M. Bianchini étant admife, il faut rejeter les obfervations de M. Caffini. Malheureufement ces taches, vues par Maraldi & Caffini, ne fe voient plus, même avec les plus forts télefcopes, du moins dans ce pays-ci; on n'apperçoit plus aucune tache fur Vénus, enforte qu'on reftera partagé jufqu'à ce que l'on en découvre de nouvelles.

Vénus peut quelquefois paffer entre la Terre & le Soleil, de maniere à être vue fur le difque de cet aftre. Elle y paroît alors comme une tache noire, d'environ une minute de diametre apparent. On l'a vue pour la premiere fois, paffant ainfi fur le difque du Soleil, en Novembre 1631: on l'a obfervée de nouveau dans cette circonftance, le 6 Juin 1761, & on vient de faire la même obfervation le 3 Juin 1769. On ne la verra plus paffer fous le difque du Soleil, avant le 9 Décembre 1874. Cette obfervation, au fuccès de laquelle tous les fouverains de l'Europe ont pris intérêt, a des utilités en aftronomie, qu'on peut voir dans les livres qui en traitent expreffément.

§. IV. *De la Terre.*

La Terre, ce globe que nous habitons, eſt la troiſieme dans l'ordre des planetes. Son orbite, qui a environ 32 millions 400 mille lieues de demi-diametre, embraſſe celles de Vénus & de Mercure. Elle fait ſa révolution autour du Soleil en 365 jours 6 heures 11 minutes; car il faut diſtinguer la révolution réelle & complette de la Terre, d'avec la révolution tropique ou l'année ſolaire. Celle-ci n'eſt que de 365 jours 5^h 49′ 50″, parcequ'elle repréſente ſeulement le temps du retour du Soleil d'un point équinoxial au même point; mais, comme les points équinoxiaux rétrogradent annuellement de 50″, (ce qui fait paroître les étoiles s'avancer chaque année de cette quantité) lorſque la Terre eſt revenue au point de l'équinoxe du printemps, il lui reſte encore 50″ à parcourir pour atteindre le point de la ſphere fixe où étoit l'équinoxe l'année précédente. Or elle y emploie environ 20 minutes, qui, ajoutées à l'année tropique, donnent la révolution complette, depuis un point de la ſphere fixe, au même point de 365 jours 6^h 11″, comme nous avons dit plus haut.

Pendant une révolution de cette eſpece, la Terre, en conſéquence des loix du mouvement, conſerve toujours ſon axe parallele à lui-même, & elle fait ſa révolution autour de cet axe, à l'égard des fixes, en 23^h 56′; car c'eſt à l'égard des fixes que cette révolution doit être meſurée, & non à l'égard du Soleil, qui a, en apparence, avancé dans le même ſens d'environ un degré par jour. C'eſt ce parallélisme de l'axe de la Terre qui occaſionne la diverſité des ſaiſons, parcequ'il expoſe tantôt l'hémiſphere boréal, tantôt l'hémiſphere auſtral, plus directement au Soleil.

Ce parallélisme n'eſt néanmoins pas abſolument ſans altération. En vertu de certaines cauſes phyſiques, il a un petit mouvement par lequel il s'en écarte à chaque révolution, d'une quantité de 50 ſecondes, comme s'il avoit un mouvement conique extrêmement lent, à l'entour de l'axe immobile & fictif de l'écliptique. Par une ſuite de ce mouvement, le pôle apparent du monde dans les étoiles fixes, n'eſt pas fixe; il tourne autour du pôle de l'écliptique, & s'approche de certaines étoiles, tandis qu'il s'éloigne d'autres. L'étoile polaire n'a pas toujours été la plus voiſine du pôle arctique: ce qui lui a fait donner ce nom; elle n'en eſt pas même encore à ſa plus grande proximité: ce ſera vers l'an 2100 de notre ere qu'elle en ſera la plus proche, & ſa diſtance du pôle ſera alors de 28 à 29′: le pôle arctique s'en éloignera alors, & de plus en plus; enſorte que, dans la ſuite des ſiecles, on aura une autre étoile polaire, & même d'autres ſucceſſivement.

Nous avons dit que l'axe de la Terre eſt actuellement incliné de 23° 28′ & quelques ſecondes ſur le plan de l'écliptique; ce qui cauſe l'inclinaiſon de l'écliptique à l'équateur, & produit la variété des ſaiſons. Cette inclinaiſon eſt auſſi variable, &, ſelon les obſervations modernes, elle diminue d'environ une minute par ſiecle: l'écliptique s'approche conſéquemment avec lenteur de l'équateur, ou plutôt l'équateur de l'écliptique; & ſi ce mouvement ſe fait toujours avec la même viteſſe, & dans le même ſens, l'équateur ſe confondra avec l'écliptique dans environ 140 mille ans, & alors il régnera ſur la Terre un équinoxe & un printemps perpétuel.

§. V. *De la Lune.*

De tous les corps céleſtes qui nous environnent & qui nous éclairent, le plus intéreſſant, après le Soleil, eſt la Lune. Fidelle compagne de notre globe dans ſon immenſe révolution, elle nous tient ſouvent lieu du Soleil, &, par ſa foible lumiere, elle nous conſole de la privation de celle de cet aſtre. C'eſt elle qui, ſoulevant deux fois par jour les eaux de l'Océan, leur cauſe ce mouvement de réciprocation, ſi connu ſous le nom de flux & reflux, mouvement peut-être néceſſaire dans l'économie de ce globe.

La diſtance moyenne de la Lune à la Terre, eſt d'environ 60 demi-diametres terreſtres, ou 90 mille lieues. Son diametre eſt à celui de la Terre, à peu près comme 133 à 500; enſorte que ſa maſſe, ou plutôt ſon volume, eſt à celui de la Terre, comme 1 à environ 52.

La Lune eſt un corps opaque. Nous ne croyons pas avoir beſoin de le prouver ici. Ce n'eſt point un corps poli comme un miroir; car, ſi cela étoit, il ne nous renverroit preſque aucune lumiere, puiſqu'un miroir convexe diſperſe les rayons de maniere qu'un œil tant ſoit peu éloigné ne voit qu'un point de la ſurface qui ſoit éclairé, au lieu que la Lune nous renvoie de tout ſon diſque une lumiere ſenſiblement égale.

D'ailleurs l'obſervation fait voir dans le corps de la Lune des aſpérités plus grandes encore à ſon égard, que celles dont la Terre eſt couverte. Qu'on conſidere en effet la Lune quelques jours après sa conjonction, on voit la limite de l'ombre comme dentelée; ce qui ne peut être que l'effet de ses inégalités. Il y a plus, on apperçoit à peu de distance de cette limite, dans la partie qui n'est point encore éclairée, des points lumineux qui, croissant par degrés à mesure que la partie éclairée s'en approche, se confondent enfin avec elle, & forment les dentelures dont on a parlé: on voit enfin l'ombre de ces parties, lorsqu'elles sont entiérement éclairées, se porter plus ou moins loin, & changer de position à mesure qu'elles sont plus ou moins obliquement éclairées, & d'un côté ou d'un autre. C'est ainsi que, sur notre Terre, le sommet des montagnes est éclairé, tandis que les vallons & les plaines voisines sont encore dans l'ombre, & qu'elles jettent leur ombre plus ou moins loin, à droite ou à gauche, suivant l'élévation du Soleil & sa position. Galilée, le premier auteur de cette découverte, a mesuré géométriquement la hauteur d'une de ces montagnes, & a trouvé qu'elle étoit d'environ trois de nos lieues; ce qui est, à peu de chose près, le double de la hauteur des pics les plus élevés des Cordillieres, les plus hautes montagnes connues de la Terre.

Nous avons parlé ailleurs des noms que les astronomes ont donnés à ces taches, & de leur usage dans l'astronomie; ainsi nous ne le répéterons point ici, & nous passerons à quelque chose de plus intéressant.

Il y a sur la surface de la Lune des taches de différentes especes, les unes lumineuses, les autres en quelque sorte obscures. On a regardé pendant long-temps comme suffisamment constaté, que les taches les plus lumineuses étoient des portions de terre, & les parties obſcures des mers; car, dit-on, l'eau abſorbant une partie de la lumiere, doit renvoyer un éclat plus foible que des terres, qui la réfléchiſſent fortement. Mais cela n'eſt pas fondé; car ſi ces taches obſcures, reſpectivement au reſte de la Lune, étoient de l'eau, lorſqu'elles feroient éclairées obliquement, comme elles le ſont à notre égard dans les premiers jours après la conjonction, elles devroient nous renvoyer la lumiere la plus vive. C'eſt ainſi qu'un miroir, qui paroît noir quand on n'eſt pas au point où il réfléchit les rayons du Soleil, paroît au contraire très-éclatant quand on eſt à ce point.

Cela a fait penſer à d'autres, que ces parties obſcures étoient de vaſtes forêts; & cela ſeroit plus probable. Nous ne doutons nullement que qui conſidéreroit d'une grande diſtance les vaſtes forêts qu'il y a encore en Europe, celles de l'Amérique, ne les vît plus brunes que le reſte de la ſurface terreſtre.

Mais ces taches ſont-elles pour cela des forêts? Cela n'eſt guere plus fondé, & en voici les raiſons.

Il eſt comme démontré que la Lune n'a point d'atmoſphere, car, ſi elle en avoit une, elle produiroit les effets de la nôtre. Une étoile dont la Lune approcheroit, changeroit de couleur; & ſes rayons, rompus par cette atmoſphere, lui donneroient un mouvement irrégulier, à une diſtance même aſſez grande de la Lune. Or on n'apperçoit rien de ſemblable. Une étoile cachée par le bord obſcur de la Lune, diſparoît ſubitement ſans changer de couleur, ni éprouver aucune réfraction ſenſible. Il eſt vrai que quelques aſtronomes ont cru voir, dans des éclipſes totales du Soleil, éclairer & tonner dans la Lune; mais c'eſt ſans doute une illuſion de leurs yeux, fatigués d'avoir conſidéré trop attentivement le Soleil. D'ailleurs, s'il y avoit dans la Lune une évaporation de vapeurs, s'il y avoit des nuages comme ſur la Terre, on les auroit quelquefois apperçus cachant des parties connues de la Lune; comme certainement un obſervateur placé dans la Lune, verroit quelquefois des portions aſſez grandes de la Terre, comme des provinces entieres de la France, cachées pendant des jours, pendant des ſemaines entieres, par les nuages qui les couvrent quelquefois auſſi long-temps. M. de la Hire a démontré qu'une étendue grande comme Paris ſeroit perceptible à un obſervateur ſitué ſur la Lune, au moyen d'un téleſcope d'environ 25 pieds, ou groſſiſſant les objets environ 100 fois.

Or, s'il n'y a ſur la ſurface de la Lune ni air denſe, ni élévation des vapeurs, il eſt difficile de concevoir qu'il y ait aucune eſpece de végétation; conſéquemment des plantes, des arbres, des forêts; enfin il n'eſt pas poſſible qu'il y ait des animaux. Ainſi il y a grande apparence que la Lune n'eſt pas habitée: d'ailleurs, ſi elle l'étoit, du moins par des animaux à peu près ſemblables à l'homme, ou doués de quelque raiſon, il ſeroit bien difficile qu'ils ne fiſſent pas des changements ſur la ſurface de ce globe. Or, depuis l'invention du téleſcope juſqu'à préſent, on n'y a pas apperçu la moindre altération.

La Lune préſente toujours, à fort peu de choſe près, la même face à la Terre; il faut pour cela qu'elle ait ou un mouvement de révolution autour d'un axe à peu près perpendiculaire à l'écliptique, & dont la durée ſoit celle du mois lunaire, ou qu'il y ait dans un de ses hémispheres une cause qui le fasse pencher vers la Terre. Cette derniere conjecture est la plus probable : car pourquoi la révolution de la Lune sur son axe seroit-elle ainsi précisément de 29 jours 12^h 44'? Quoi qu'il en soit, la Lune présentant toujours la même face à la Terre, il s'ensuit que toute sa surface est éclairée par le Soleil dans le courant d'un mois lunaire : ainsi les jours sont, dans la Lune, égaux à environ 15 des nôtres, & les nuits de pareille durée.

Feignons, nonobstant ce que nous avons dit, qu'il y ait des habitants dans la Lune ; ils jouiront d'un spectacle assez singulier. Un observateur, par exemple, placé vers le milieu de son disque, verra toujours la Terre immobile vers son zénith, ou ayant seulement un mouvement de balancement, par les raisons que nous dirons plus bas : chaque habitant enfin de cet hémisphere, la verra toujours dans un même point de son horizon, tandis que le Soleil paroîtra faire dans un mois sa révolution ; au contraire, les habitants de l'hémisphere opposé ne la verront jamais ; & s'il y avoit des astronomes, sans doute il y en auroit qui feroient le voyage de l'hémisphere tourné à la terre, pour voir cette espece de Lune immobile, suspendue au ciel comme une lampe, & d'autant plus remarquable, qu'elle présente aux habitants lunaires un diametre presque quadruple de celui que nous offre la Lune, avec une grande variété de taches faisant leurs révolutions dans l'intervalle de 24 heures : car on ne sçauroit presque douter que notre Terre, coupée de vastes mers, de très-grands continents, d'immenses forêts comme celles de l'Amérique, ne présente à la Lune un disque varié de beaucoup de taches plus ou moins lumineuses.

Nous avons dit que la Lune présente toujours *sensiblement* le même disque à la Terre. En effet, cela n'est pas rigoureusement vrai. On reconnoît dans la Lune un mouvement qu'on appelle de libration, en vertu duquel les parties voisines du bord du disque visible à la Terre, s'approchent ou s'éloignent alternativement de ce bord par une espece de balancement. On distingue principalement deux especes de librations, l'une qu'on appelle de latitude, par laquelle des parties près du pôle austral ou boréal de la Lune, semblent se balancer du nord au sud & du sud au nord, par un arc qui peut aller jusqu'à 5 degrés. C'est un simple effet optique, produit par le parallélisme de l'axe de rotation de la Lune, qui est incliné de 2 degrés & demi à l'écliptique.

L'autre libration est celle en longitude, qui se fait autour de cet axe par un angle qui peut monter jusqu'à 7° & demi ; &, comme elles se compliquent toutes deux, il n'est pas étonnant que ce phénomene ait occupé pendant long-temps infructueusement les philosophes. Les causes de la derniere ne sont même pas encore entiérement hors de contradiction. Quoi qu'il en soit, il est évident que les habitants de la Lune, s'il y en a qui sont situés près du bord du disque tourné vers la Terre, doivent voir notre globe alternativement se lever & se coucher, en décrivant un arc seulement de quelques degrés.

§. VI. *De Mars.*

La planete de Mars, qui se fait reconnoître aisément par son éclat rougeâtre, est la quatrieme dans l'ordre des planetes principales. Son orbite environne celle de Mercure, de Vénus & de la Terre; ainsi les mouvements de ces planetes doivent présenter aux habitants de Mars, les mêmes phénomenes que Mercure & Vénus présentent aux habitants de notre globe.

La révolution de Mars autour du Soleil est de 686 jours 23 heures 27 minutes, ou de près de deux ans. Sa distance moyenne au Soleil est environ les $\frac{3}{2}$ de celle de la Terre, ou, plus exactement, de 152000 parties, dont le rayon de l'orbite terrestre contient 100000.

On apperçoit quelquefois des taches sur le disque de Mars: elles ont servi à démontrer qu'il tourne sur un axe à peu près perpendiculaire à son orbite, & que cette révolution s'acheve en 24 heures 40 minutes. Ainsi les jours des habitants de Mars, s'il y en a, sont à peu près égaux aux nôtres, & il y regne un équinoxe perpétuel, puisque son équateur se confond avec son orbite.

Quant à la grosseur de Mars, elle est à peu près égale à celle de la Terre.

§. VII. *De Jupiter.*

Après Mars, suit dans l'ordre des planetes, celle de Jupiter. Sa distance du Soleil est environ 5 fois plus grande que celle de la Terre à cet astre, ou, plus exactement, ces distances sont entr'elles comme 52 à 10. La durée de sa révolution autour du Soleil est de 11 ans 317 jours 12 heures 20 minutes. Son diametre, comparé à celui de la Terre, est 10 fois aussi grand, ensorte que son volume est 1000 fois aussi considérable que celui de notre globe.

Cette masse n'empêche cependant pas que la révolution de Jupiter autour de son axe ne soit beaucoup plus prompte que celle de la Terre. En effet, les taches observées sur le disque de Jupiter ont appris que cette révolution est de $9^h\ 56'$, ensorte qu'elle est plus de deux fois aussi rapide; &, comme un point de l'équateur de Jupiter est dix fois aussi éloigné de l'axe de cette planete, qu'un point de l'équateur de la Terre ne l'est de l'axe terrestre, il suit de-là que dans Jupiter ce point se meut avec une vitesse environ vingt-quatre fois aussi grande.

Aussi a-t-on observé que le globe de Jupiter n'est pas parfaitement sphérique, & même qu'il s'éloigne assez de la sphéricité parfaite : il est un sphéroïde applati par les pôles; & le diametre de son équateur est à celui qui va d'un pôle à l'autre dans le rapport de 14 à 13, suivant les observations les plus récentes, & faites avec les instruments les plus parfaits.

L'axe de Jupiter est presque perpendiculaire au plan de son orbite, car son inclinaison n'est que de 3 degrés : ainsi les jours & les nuits doivent, sur cette planete, être en tout temps presque égaux les uns aux autres.

La surface de Jupiter est le plus souvent parsemée de taches en forme de bandes, les unes obscures, les autres lumineuses : il y a des temps où l'on a peine à les appercevoir, & elles ne sont pas également marquées dans leur étendue, ensorte qu'elles sont comme interrompues : leur nombre varie aussi, & on ne les voit guere qu'avec de fortes lunettes, ou lorsque Jupiter est le plus voisin de la Terre. L'année 1773 a été très-propre à ces observations, parceque Jupiter s'est trouvé le plus près de l'orbite de la Terre qu'il est possible.

La planete de Jupiter étant environ cinq fois plus éloignée du Soleil que la Terre, il est évident que le diametre du Soleil doit y paroître cinq fois moindre, ou d'environ 6 minutes seulement : l'éclat du Soleil y sera conséquemment 25 fois moindre que sur la Terre. Mais une lumiere 25 fois moindre que celle du Soleil est encore une lumiere très-vive, & plus que suffisante pour donner un très-beau jour : ainsi les habitants de Jupiter (car probablement il y en a) ne sont pas à cet égard fort à plaindre.

Mais s'ils sont à cet égard traités moins favorablement que ceux de la Terre, ils sont à d'autres égards bien mieux partagés ; car, tandis que la Terre n'a qu'une Lune pour la dédommager de l'absence du Soleil, la planete de Jupiter en a quatre. Galilée en fit le premier la découverte, & elle lui servit à répondre à ceux qui objectoient contre le mouvement de la Terre l'impossibilité de concevoir comment la Lune pouvoit accompagner la Terre dans sa révolution. La découverte de Galilée leur ferma la bouche.

Les Satellites de Jupiter tournent autour de lui, dans des temps & à des éloignements indiqués par la table suivante.

Ordre des Satellites.	*Distance en demi-diam. de Jupiter.*	*Temps périodiq.* J.	H.	M.
1er	$5\frac{2}{3}$	1	18	27
2e	9	3	13	14
3e	$14\frac{23}{60}$	7	3	43
4e	$25\frac{3}{10}$	16	16	32

Les habitants de Jupiter ont donc, à cet égard, de grands avantages ſur ceux de la Terre; car, avec leurs quatre Lunes, il eſt bien difficile qu'il n'y en ait pas toujours quelqu'une ſur l'horizon qui n'eſt pas éclairé du Soleil : ils les auront quelquefois toutes quatre, l'une en croiſſant, l'autre pleine, l'autre demi-pleine : ils les verront s'éclipſer, comme nous voyons de temps en temps la Lune perdre ſa lumiere en entrant dans l'ombre projetée par la Terre, mais avec cette différence, que beaucoup plus près de Jupiter, eu égard à ſa maſſe, elles ne ſçauroient paſſer derriere lui, à l'égard du Soleil, ſans ſouffrir d'éclipſe.

Les aſtronomes ne ſe ſont pas bornés à conſtater l'exiſtence de ces Lunes attachées à Jupiter; ils ont plus fait; & l'on prédit leurs éclipſes avec au moins autant d'exactitude que celles de notre Lune. Les Ephémérides aſtronomiques préſentent à chaque jour du mois l'aſpect des ſatellites de Jupiter, l'heure à laquelle leurs éclipſes doivent arriver, & ſi elles ſont viſibles ou non ſur l'horizon du lieu : on y trouve auſſi le moment où quelqu'un de ces ſatellites doit ſe cacher derriere le diſque de Jupiter, ou diſparoître en paſſant au devant. Ces prédictions, au reſte, ne ſont pas de pures curioſités; on en tire une grande utilité pour la détermination des longitudes ſur terre.

§. VIII. *De Saturne.*

Cette planete eſt de toutes la plus éloignée du Soleil, & celle qui préſente le ſpectacle le plus ſingulier par ſes cinq lunes & l'anneau qui l'environne. Elle fait ſa révolution autour du Soleil en 29 ans 174 jours 6 heures 36 minutes; & ſa diſtance moyenne à cet aſtre eſt neuf fois & demi plus grande que celle de la Terre au Soleil, ou, plus

plus exactement, comme 954 à 100; enſorte que ſi le demi-diametre de l'orbite de la Terre eſt de 32 millions 400 mille lieues, celui de l'orbite de Saturne ſera de 309 millions 96000 lieues.

A une diſtance auſſi immenſe, le diametre apparent du Soleil, pour un ſpectateur placé ſur Saturne, n'eſt plus que les $\frac{2}{19}$ de ce qu'il eſt pour nous, c'eſt-à-dire d'environ $3' \frac{1}{2}$: & ſa lumiere doit être 90 fois moindre, ainſi que ſa chaleur. Un habitant de Saturne, tranſporté dans la Laponie, que dis-je? ſur les glaces des pôles de la Terre, y éprouveroit une chaleur inſupportable; il y périroit, ce ſemble, plus vîte qu'un homme plongé dans l'eau bouillante, tandis qu'un habitant de Mercure geleroit dans les climats les plus ardents de notre zone torride.

Il eſt probable que Saturne a un mouvement de rotation ſur ſon axe; mais les meilleures lunettes n'ont encore fait voir ſur ſa ſurface aucun point remarquable, au moyen duquel on puiſſe appercevoir & déterminer cette rotation.

La nature ſemble avoir voulu dédommager Saturne de ſon éloignement du Soleil, en lui donnant cinq lunes, qu'on appelle ſes ſatellites. La table ſuivante préſente leurs diſtances du centre de Saturne en demi-diametres de cette planete, & la durée de leurs révolutions.

Satellites.	*Diſtances.*	*Révolutions.* J.	H.	M.
1er	$1\frac{19}{20}$	1	21	18
2e	$2\frac{1}{3}$	2	17	41
3e	$3\frac{1}{2}$	4	12	25
4e	8	15	22	41
5e	24	79	7	48

Nous ne nous étendrons pas sur les avantages que tant de lunes doivent procurer à cette planete : ce que nous avons dit de Jupiter est, à plus forte raison, applicable à Saturne.

Mais quelque chose de plus singulier que ces cinq lunes, c'est l'anneau qui environne Saturne. Qu'on se représente un globe placé au milieu d'un corps circulaire, plat, mince, & évuidé concentriquement ; enfin, que l'œil soit à l'extrémité d'une ligne oblique au plan de cet anneau circulaire ; tel est l'aspect que présente Saturne considéré avec un excellent télescope, & telle est la position du spectateur terrestre. Le diametre de Saturne est à celui du vuide de l'anneau, comme 3 à 5, & la largeur de l'anneau est environ égale à l'intervalle entre l'anneau & Saturne. On est assuré que cet intervalle est vuide, car on a vu une fois une étoile fixe entre l'anneau & le corps de cette planete : ainsi cet anneau se soutient autour de Saturne, comme feroit un pont concentrique à la Terre, & par-tout également pesant.

Ce corps d'une conformation si singuliere, est alternativement éclairé par le Soleil d'un côté & de l'autre ; car il fait, avec le plan de l'orbite de Saturne, un angle constant & d'environ 31° 20', en restant toujours parallele à lui-même ; ce qui fait qu'il présente au Soleil tantôt une face, tantôt l'opposée : ainsi les habitants de deux hémispheres opposés de Saturne, en jouissent alternativement. Quelques observations semblent prouver qu'il a un mouvement de rotation autour d'un axe perpendiculaire à son plan, mais cela n'est pas encore absolument démontré.

On voit quelquefois, de la Terre, la planete de Saturne sans anneau. C'est un phénomene aisé à expliquer.

Trois causes font disparoître l'anneau de Saturne. 1° Il disparoît lorsque son plan prolongé passe par le Soleil, car alors sa surface est dans l'ombre, ou trop foiblement éclairée par le Soleil pour se faire appercevoir de si loin; & son tranchant est aussi trop mince pour que, quoique éclairé, on puisse le voir d'une pareille distance. Cela lui arrive lorsqu'il est vers le 19e degré 45 minutes de la Vierge & des Poissons.

2° On doit encore perdre de vue l'anneau de Saturne, lorsque son plan prolongé passe par la Terre; car alors le spectateur terrestre n'en apperçoit que le tranchant, qui est, comme nous l'avons dit, trop mince pour pouvoir affecter de si loin l'œil du spectateur terrestre; en effet ce n'est alors qu'un filet de lumiere de quelques secondes de largeur.

3° Enfin l'anneau de Saturne disparoît, lorsque son plan prolongé passe entre la Terre & le Soleil; car alors le plat de l'anneau, tourné vers la Terre, n'est pas celui que le Soleil éclaire. On ne sçauroit donc le voir de la Terre; mais alors on voit son ombre se projeter sur le disque de Saturne.

C'est une belle matiere à conjectures que la nature de cet anneau singulier. Quelques-uns ont dit que ce pouvoit être une multitude de lunes, circulant si près les unes des autres, que leur intervalle ne s'apperçoit pas de la Terre, ce qui leur donne l'apparence d'un corps continu. Cela est peu probable.

D'autres ont conjecturé que c'étoit la queue d'une comete, qui, passant très-près de Saturne, en avoit été arrêtée. Mais un pareil arrangement d'un fluide circulant, seroit quelque chose de bien extraordinaire. Je crois qu'il faut admirer cet ouvrage du souverain Artiste, créateur de l'univers, & attendre, pour former des conjectures sur sa nature, que la perfection des télescopes nous fournisse de nouveaux faits pour les appuyer.

La distance de Saturne au Soleil est telle, que toutes les planetes lui sont inférieures, comme le sont pour nous Vénus & Mercure. Il y a plus; s'il y a des êtres intelligents sur cette planete, il est fort douteux qu'ils aient seulement connoissance de notre existence, & bien moins encore de celle de Mercure & de Vénus; car, à leur égard, Mercure ne s'éloigne jamais du Soleil de plus de 2° 25', Vénus de 4° 15', & la Terre elle-même de 6°; Mars s'en éloignera seulement de près de 9°, & Jupiter de 28° 40': aussi les trois ou quatre premieres de ces planetes sont beaucoup plus difficiles à appercevoir par les Saturniens, que ne l'est pour nous la planete de Mercure, qu'on voit à peine, parce-qu'elle est presque toujours cachée dans les rayons du Soleil.

Il est cependant vrai que la lumiere du Soleil est d'un autre côté bien foible, & que la constitution de l'atmosphere de Saturne, si elle en a une, pourroit être telle, que l'on verroit encore ces planetes aussi-tôt que le Soleil seroit couché.

§. IX. *Des Cometes.*

Les cometes ne sont plus, comme on le croyoit autrefois, des signes de la colere céleste, des annonces de la peste, de la guerre ou de la famine. Il falloit que les hommes de ces temps fussent bien crédules, pour penser que des fléaux qui n'affectent qu'une infiniment petite portion d'un globe qui n'est lui-même qu'un point dans le ſyſtême de l'univers, duſſent être annoncés par un dérangement de l'ordre naturel & immuable des cieux. Les cometes ne ſont plus auſſi, comme le penſerent la plupart des philoſophes anciens, & ceux qui ſuivirent leurs traces, des météores formés dans la moyenne région de l'air. Les obſervations aſtronomiques, faites dans divers endroits de la Terre à-la-fois, ont appris qu'elles ſont toujours à une diſtance même beaucoup plus grande que la Lune, & conſéquemment qu'elles n'ont rien de commun avec les météores formés dans notre atmoſphere.

Ce que quelques philoſophes anciens, comme Appollonius Myndien, & ſur-tout Séneque, ont penſé ſur les cometes, s'eſt depuis vérifié. Selon eux, les cometes ſont des aſtres auſſi anciens, auſſi durables que les planetes mêmes, dont les révolutions ſont pareillement réglées ; & ſi on ne les apperçoit pas toujours, c'eſt qu'elles font leur cours de maniere que, dans une partie de leurs orbites, elles ſont ſi éloignées de la Terre qu'on les perd de vue, & elles ne paroiſſent que dans la partie inférieure.

En effet Newton, & ſur ſes traces M. Halley, ont démontré, par les obſervations des différentes cometes de leur temps, qu'elles décrivent à l'entour du Soleil des orbites elliptiques, dont cet aſtre occupe un des foyers, & que ces orbites different ſeulement de celles des planetes connues, en ce que celles-ci ſont preſque circulaires, au lieu que celles des cometes ſont extrêmement allongées ; ce qui fait que, dans une partie de leur cours, elles ſe rapprochent aſſez de nous pour être apperçues ; & dans le reſte de leurs orbites, elles s'éloignent dans l'immenſité des cieux, au point de n'être plus visibles. Ils ont aussi enseigné comment, à l'aide d'un petit nombre d'observations du mouvement d'une comete, on peut déterminer la distance où elle passera ou a passé du Soleil, ainsi que le temps où elle en a été le moins éloignée, enfin son lieu dans le ciel pour un moment donné. Les calculs faits d'après ces principes, s'accordent avec l'observation d'une maniere surprenante.

Les philosophes modernes ont fait plus; ils ont déterminé le retour de quelques-unes de ces cometes. Le célebre M. Halley, considérant que si le mouvement des cometes se fait dans des ellipses, elles doivent avoir des révolutions périodiques, puisque ces courbes rentrent en elles-mêmes, examina avec attention les observations de trois cometes, qui parurent en 1531 & 1532, en 1607 & 1682; & ayant calculé la position & les dimensions de leurs orbites, il reconnut que ces trois cometes avoient à peu près la même orbite, & conséquemment que ce n'en étoit qu'une seule, dont la révolution s'achevoit dans environ 75 ans: il osa donc prédire que cette comete reparoîtroit en 1758, ou 1759 au plus tard. Tout le monde sçait que cette prédiction s'est vérifiée dans le temps annoncé: ainsi il reste constant que cette comete a autour du Soleil une révolution périodique de 75 ans & demi. Suivant les dimensions de son orbite, déterminée par les observations, sa moindre distance du Soleil est de $\frac{581}{1000}$ du demi-diametre de l'orbite terrestre; elle s'en écarte ensuite à une distance qui est égale à $35\frac{1}{2}$ de ces demi-diametres; ensorte qu'elle s'éloigne de cet astre près de quatre fois autant que Saturne. L'inclinaison de l'orbite à l'écliptique est de 17° 40', dans une ligne allant du 23^e^ degré 45 minutes du Taureau, au 23^e^ degré 45′ minutes du Scorpion.

Il y a encore trois cometes dont on espere avec fondement le retour ; ce sont celle de 1661, qu'on attend pour 1790 ; celle de 1556, pour 1848 ; enfin celle de 1680 & 1681, qu'on pense, quoique avec moins d'assurance, devoir reparoître vers 2256. Cette derniere a paru, par les circonstances qui ont accompagné son apparition, être la même que celle qu'on vit, suivant les historiens, 44 ans avant l'ere Chrétienne, celle de l'an 531 & celle de 1106 ; car il y a entre ces époques un intervalle de 575 ans. Cette comete auroit une orbite excessivement allongée, & s'éloigneroit du Soleil environ 135 fois autant que la Terre.

Cette comete a de plus cela de remarquable, que, dans la partie inférieure de son orbite, elle passa extrêmement près du Soleil, c'est-à-dire à une distance de sa surface qui étoit à peine une 6^e^ du demi-diametre solaire ; d'où Newton conclud que, dans le temps de ce passage, elle fut exposée à une chaleur deux mille fois plus grande que celle d'un fer rougi à blanc. Il faut donc que ce corps soit extrêmement compacte, pour pouvoir résister à une chaleur si prodigieuse, qu'elle volatiliseroit probablement tous les corps terrestres que nous connoissons.

Il y a aujourd'hui 63 cometes dont on a calculé les orbites, ensorte qu'on connoît leur position, & la moindre distance où la comete doit passer du Soleil : ainsi, quand il paroîtra quelque nouvelle comete qui décrira le même chemin, ou à peu de chose près, on pourra assurer que c'est la même qui a paru dans des temps antérieurs : on connoîtra alors la durée de sa révolution & la grandeur de ſon axe ; ce qui déterminera l'orbite en entier : on ſera enfin en état de calculer ſes retours & les autres circonſtances de ſon mouvement, comme ceux des autres planetes anciennement connues.

Les cometes ont cela de particulier, qu'elles ſont communément accompagnées d'une chevelure ou d'une queue plus ou moins allongée. Ces queues ou chevelures ſont tranſparentes, & plus ou moins longues : on en a vu qui avoient 45, 50, 60 & même 100 degrés de longueur ; telles furent celles des cometes de 1618 & de 1680. Quelquefois néanmoins cette queue ſe réduit à une eſpece de nuage lumineux & très-peu étendu, qui environne la comete en forme de couronne : telle étoit celle qui accompagnoit la comete de 1585. Il arrive auſſi quelquefois que cette queue a beſoin, pour être apperçue, d'un ciel plus ſerein & plus dégagé de vapeurs que celui de ces régions. La fameuſe comete, revenue ſur la fin de 1758, paroiſſoit à Paris avoir à peine une queue de 4 degrés de longueur : à Montpellier, des obſervateurs la virent de 25° de longueur, & elle parut encore plus longue à des obſervateurs de l'iſle de Bourbon.

Quant à la cauſe productrice des queues des cometes, il n'y a que deux ſentiments à cet égard qui aient de la probabilité. Newton a penſé que c'étoit une traînée de vapeurs élevées par la chaleur du Soleil, lorſque la comete deſcend dans les régions inférieures de notre ſyſtême. Auſſi remarque-t-on que les cometes n'ont jamais de plus longue queue, que lorſqu'elles ont paſſé leur périhélie ; & cette queue ſemble être d'autant plus longue, qu'elles en ont paſſé plus près. Il ne laiſſe pas d'y avoir de fortes difficultés contre cette opinion. Celle de M. de Mairan est que ces queues sont une traînée de la lumiere zodiacale, dont les cometes se chargent en passant entre la Terre & le Soleil. Aussi remarque-t-on que les cometes qui n'atteignent pas jusqu'à l'orbe de la Terre, n'ont pas de queue sensible, & ont tout au plus une couronne: telles furent la comete de 1585, qui passa à une distance du Soleil d'un dixieme plus grande que celle de la Terre; celle de 1718, qui en passa à une distance à peu près égale; celle de 1729, qui en passa à une distance environ quadruple; & celle de 1747, qui en passa à une distance plus que double. Il est vrai que la comete de 1664, qui passa plus loin du Soleil que la Terre, eut une queue, mais elle fut médiocre; & comme sa distance périhélie excédoit très-peu celle de la Terre au Soleil, & que l'atmosphere solaire s'étend quelquefois au-delà de l'orbe terrestre, il n'en résulte pas une objection de grand poids contre le sentiment de M. de Mairan.

Remarquons enfin qu'il n'en est pas des cometes comme des planetes. Toutes celles-ci font leurs révolutions dans des orbites peu inclinées à l'écliptique, & marchent du même sens: les cometes, au contraire, ont des orbites dont les inclinaisons à l'écliptique vont jusqu'à l'angle droit. D'ailleurs les unes marchent selon l'ordre des signes, & sont appellées *directes;* les autres marchent dans le sens contraire, & on les nomme *rétrogrades.* Ces mouvements se compliquent enfin avec celui de la Terre; ce qui leur donne une apparence d'irrégularité, qui doit excuser les anciens d'avoir été dans l'erreur sur la nature de ces astres.

On a vu plus haut qu'il y a des cometes qui

qui passent assez près de la Terre. Il en pourroit arriver quelque jour une catastrophe funeste pour notre globe, si la Divinité ne sembloit y avoir mis ordre par des circonstances particulieres. En effet, une comete comme celle de 1744, qui passa à une distance du Soleil, plus grande seulement que le rayon de l'orbite terrestre d'environ un 50e, si elle éprouvoit quelque dérangement dans sa course, pourroit ou choquer la Terre ou la Lune, peut-être nous enlever cette derniere. Dans la multitude même des cometes qui descendent dans les régions inférieures de notre systême, il pourroit se faire que quelqu'une, en se plongeant vers le Soleil, passât à si peu de distance de l'orbite terrestre, qu'elle nous menaçât d'un pareil malheur. Mais l'inclinaison très-variée des orbites des cometes sur l'écliptique, semble avoir été dirigée par la Divinité pour prévenir cet effet. Ce seroit, au surplus, un calcul curieux à faire, que de déterminer les moindres distances où quelques-unes de ces cometes peuvent passer de la Terre; on connoîtroit par-là celles dont on a quelque chose à redouter : si pourtant il pouvoit être utile de connoître le moment ou le danger d'une pareille catastrophe; car à quoi bon être prévenu d'un malheur que rien ne peut ni retarder ni prévenir?

Un auteur Anglois, doué de plus d'imagination & de connoissances que de justesse, le célebre Whiston, a pensé que le déluge n'a été occasionné que par la rencontre de la Terre avec la queue d'une comete, qui retomba sur elle en vapeurs & en pluies : il a aussi avancé la conjecture que l'incendie universel, qui doit, selon les Livres saints, précéder le jugement dernier, sera causé par une comete comme celle de 1681, qui, revenant du Soleil avec une chaleur deux ou trois mille fois plus grande que celle d'un fer rouge, s'approchera suffisamment de la Terre pour l'embraser jusques dans ses entrailles. Tout cela est plus hardi que judicieux. Et quant au déluge universel causé par la queue d'une comete, on peut, au contraire, dissiper toute crainte à cet égard. Quand on fera attention à la ténuité extrême de l'éther dans lequel nagent les cometes, on concevra aisément que toute la queue d'une comete, condensée, ne sçauroit produire une quantité d'eau suffisante pour l'effet que Whiston lui attribue.

M. Cassini avoit cru appercevoir que les cometes faisoient leurs cours dans une espece de zodiaque, qu'il avoit même désigné par ces vers :

Antinoüs Pegasusque, Andromeda, Taurus, Orion,
Procyon atque Hydrus, Centaurus, Scorpius, Arcus.

Mais les observations de beaucoup de cometes ont fait voir que ce prétendu zodiaque cométique n'a aucune réalité.

§. X. *Des Etoiles fixes.*

Il ne nous reste plus à parler que des étoiles fixes. Nous allons rassembler ici tout ce que l'astronomie moderne renferme de plus curieux sur cet objet.

On distingue aisément les étoiles fixes des planetes. Les premieres ont, du moins dans ces contrées, & quand elles sont d'une certaine grosseur, un éclat accompagné d'un tremblement qu'on appelle *ſcintillation*. Mais ce qui les diſtingue ſurtout, c'eſt qu'elles ne changent point de place les unes à l'égard des autres, du moins ſenſiblement: auſſi ſont-elles des eſpeces de points fixes dans le ciel, auxquels les aſtronomes ont toujours rapporté les poſitions des étoiles mobiles, comme la Lune, les planetes & les cometes.

Nous avons dit que les étoiles fixes ſont, dans ces contrées, ſujettes à une ſcintillation. Ce mouvement paroît dépendre de l'atmoſphere; car on aſſure que dans certaines parties de l'Aſie, où l'air eſt d'une pureté & d'une ſéchereſſe extrêmes, comme à Bender-Abaſſi, les étoiles ont une lumiere abſolument fixe, & que la ſcintillation ne ſe fait appercevoir que lorſque l'air ſe charge d'humidité, comme pendant l'hiver. Cette obſervation de M. Garcin, conſignée dans l'*Hiſtoire de l'Académie*, année 1743, mériteroit d'être entiérement conſtatée.

La diſtance qu'il y a de la Terre aux étoiles fixes, eſt immenſe: elle eſt telle, que les 66 millions de lieues qu'a le diametre de l'orbite terreſtre, ne ſont, pour ainſi dire, qu'un point en comparaiſon de cette diſtance; car, dans quelque partie de ſon orbite que ſoit la Terre, les obſervations d'une même étoile ne préſentent aucune différence d'aſpect, aucune parallaxe ſenſible. Des aſtronomes prétendent néanmoins avoir découvert dans quelques fixes une parallaxe annuelle de quelques ſecondes. M. Caſſini dit, dans un Mémoire ſur la parallaxe des fixes, avoir reconnu dans *Arcturus* une parallaxe annuelle de ſept ſecondes, & dans l'étoile appellée *Capella* une de huit. Cela donneroit la diſtance du Soleil à la premiere de ces étoiles, égale à environ 20250 fois le rayon de l'orbite terrestre, qui, étant de 32400000 lieues, donneroit pour cette distance 6561000000000 lieues. Entre Saturne, la planete la plus éloignée de notre système, restera enfin un espace égal à environ 2000-fois sa distance au Soleil.

Placées à des distances aussi énormes de nous, que peuvent être les étoiles, sinon d'immenses corps brillants de leur propre lumiere, des soleils enfin semblables à celui qui nous échauffe, & autour duquel nous faisons nos révolutions? Il est aussi très-probable que ces soleils amoncelés, pour ainsi dire, les uns sur les autres, ont une même destination que le nôtre, & qu'ils sont les centres d'autant de systêmes planétaires qu'ils vivifient & qu'ils éclairent. Il seroit, au surplus, ridicule de former des conjectures sur la nature des êtres qui peuplent ces mondes éloignés; mais, quels qu'ils soient, qui pourra se persuader que notre Terre ou notre systême seul soit peuplé d'êtres capables de jouir d'un si bel ouvrage? Qui croira qu'un tout immense & presque sans bornes ait été formé pour un point imperceptible, un infiniment petit?

Les lunettes d'approche les plus parfaites n'augmentent en aucune maniere le diametre apparent des étoiles fixes; au contraire, en augmentant seulement leur éclat, elles semblent tellement diminuer leur grosseur, qu'elles ne présentent qu'un point lumineux; mais elles font appercevoir dans le ciel une foule d'étoiles que les yeux ne peuvent voir sans leur secours. Galilée, avec sa lunette, assez foible relativement à celles que nous employons, en compta dans les Pléiades, 36 invisibles à l'œil nu; dans l'épée & le baudrier d'Orion, 80; dans la nébuleuse de la tête d'Orion, 21; dans celle du Cancer, 36. Le P. de Rhéita dit en avoir compté 2000 dans Orion, & 188 dans les Pléiades (*a*). Dans la partie ſeule de l'hémiſphere auſtral, compriſe entre le pôle & le tropique, M. l'abbé de la Caille en a obſervé plus de 6000 de la ſeptieme grandeur, c'eſt-à-dire perceptibles avec une bonne lunette d'un pied: une lunette plus longue en fait appercevoir d'autres apparemment plus éloignées, & ainſi de ſuite, ſans qu'il y ait peut-être de bornes à cette progreſſion. Quelle immenſité dans les œuvres du Créateur! & quelle raiſon de s'écrier, *Cœli enarrant gloriam ejus!*

Les étoiles fixes paroiſſent avoir un mouvement commun & général, par lequel elles tournent autour du pôle de l'écliptique: elles paroiſſent parcourir un degré en 72 ans. C'eſt par un effet de ce mouvement que toutes les conſtellations du zodiaque ont aujourd'hui changé de place. Le Bélier occupe la place du Taureau, celui-ci celle des Gemeaux, & ainſi de ſuite; enſorte que les conſtellations ou les ſignes apparents ſont avancés d'environ 30 degrés au-delà de la diviſion du zodiaque à laquelle ils ont donné le nom. Mais ce mouvement n'eſt qu'une apparence, & nullement une réalité; il vient de ce que les points équinoxiaux rétrogradent chaque année d'environ 51 ſecondes ſur l'écliptique. L'explication de ce mouvement eſt au reſte de nature à ne pouvoir ni ne devoir trouver place ici.

On a toujours été dans la perſuaſion que les étoiles fixes n'ont aucun mouvement réel, ou du

(*a*) Il y a apparence que le bon P. Rhéita avoit la vue fatiguée, ou qu'il a beaucoup exagéré.

moins n'en ont pas d'autre que celui par lequel elles changent de longitude. Mais les obſervations délicates de quelques aſtronomes modernes, ont fait découvrir dans pluſieurs d'elles de petits mouvements particuliers, par leſquels elles ſe déplacent lentement. *Arcturus*, par exemple, a un mouvement par lequel il ſe rapproche de l'écliptique d'environ 4 minutes par ſiecle. La diſtance de cette étoile à une autre aſſez petite qui eſt dans ſon voiſinage, a changé ſenſiblement depuis un ſiecle. *Sirius* paroît auſſi avoir en latitude un mouvement de plus de 2 minutes par ſiecle, & il s'éloigne de l'écliptique. On obſerve de pareils mouvements dans *Aldebaran* ou l'œil du Taureau, dans *Rigel*, dans l'épaule orientale d'Orion, dans la Chevre, l'Aigle, &c. Quelques autres paroiſſent avoir un mouvement particulier, dans un ſens parallele à l'équateur; telle eſt la luiſante de l'Aigle, car elle s'eſt rapprochée, dans 48 ans, de 73″ d'une étoile voiſine, & éloignée de 48″ d'une autre. Peut-être toutes les étoiles ſont-elles ſujettes à de ſemblables mouvements, enſorte que, dans la ſuite des ſiecles, le ſpectacle du ciel ſera tout autre qu'il n'eſt au moment actuel. Tant il eſt vrai qu'il n'eſt rien de permanent dans cet univers! Quant à la cauſe de ce mouvement, quelque étonnant qu'il paroiſſe au premier coup d'œil, il le paroîtra moins, ſi l'on ſe rappelle que Newton a démontré qu'un ſyſtême planétaire entier peut avoir un mouvement progreſſif & uniforme dans l'eſpace, ſans que les mouvements particuliers en ſoient troublés. Il n'eſt donc point ſurprenant que des ſoleils, tels que ſont les étoiles fixes, aient un mouvement propre. Que dis-je? l'état de repos étant unique, & celui du mouvement, dans une direction quelconque, étant infiniment varié, on devroit s'étonner davantage de les voir absolument en repos, que d'y découvrir quelque mouvement.

Mais ce ne sont pas là les seuls phénomenes que nous présentent les étoiles fixes; il y en a qui ont tout-à-coup paru, & ensuite disparu. L'année 1572 est fameuse par un phénomene de cette espece. On vit tout-à-coup paroître, au mois de Novembre de cette année, une étoile extrêmement brillante, dans la constellation de Cassiopée : elle égala d'abord en éclat la planete de Vénus quand elle est dans son périgée, & ensuite Jupiter lorsqu'il est le plus brillant; trois mois après son apparition, elle n'étoit plus que comme les fixes de la premiere grandeur; son éclat diminua enfin par degré jusqu'au mois de Mars de 1574, qu'elle disparut entiérement.

Il y a d'autres étoiles qui paroissent & disparoissent après des périodes réglées : telle est celle du cou de la Baleine. Lorsqu'elle est dans sa plus grande clarté, elle égale à peu près les étoiles de la seconde grandeur : elle conserve cet éclat une quinzaine de jours, après lesquels elle diminue, & disparoît entiérement : elle reparoît enfin, & revient à sa plus grande clarté, après une période d'environ 330 jours.

La constellation du Cygne présente elle seule deux phénomenes de la même espece; car il y a dans la poitrine du Cygne une étoile qui a une période de quinze ans, pendant dix desquels elle est invisible : elle paroît ensuite pendant cinq ans, en variant de grosseur & d'éclat. On en voit une autre dans le cou, près du bec : celle-ci a une période d'environ treize mois. Enfin l'on vit dans la la même constellation, en 1670 & 1671, une étoile qui disparut en 1672, & qu'on n'a pas revue depuis.

L'Hydre possede aussi une étoile de cette espece. Elle a cela de remarquable, qu'elle ne paroît guere que quatre mois, après lesquels elle en reste vingt sans paroître, ensorte que sa période est d'environ deux ans. Elle ne passe pas les étoiles de la quatrieme grandeur quand elle est dans son premier éclat.

Quelques étoiles enfin paroissent s'être éteintes depuis Ptolémée, car il en compte dans son catalogue, qu'on ne voit plus aujourd'hui : quelques autres ont changé de grandeur, & cette diminution de grandeur apparente est prouvée à l'égard de plusieurs étoiles. On peut ranger dans cette classe l'étoile B de l'Aigle, qui, au commencement du siecle dernier, étoit la seconde en éclat, & qui est actuellement à peine de la troisieme grandeur. Telle est encore une étoile de la jambe gauche du Serpentaire.

Il nous reste à parler des étoiles appellées *nébuleuses*. On leur donne ce nom, parceque, considérées à la vue simple, elles ne se présentent que comme un petit nuage lumineux. Il y en a de trois especes. Les unes sont formées de l'amas de grand nombre d'étoiles très-voisines, & comme entassées les unes sur les autres; mais la lunette les fait voir distinctes & sans nébulosité. De ce nombre est la fameuse nébuleuse du Cancer, ou le *præsepe Cancri* : c'est un amas de 25 à 30 étoiles, qu'on compte avec la lunette. On en voit de semblables en plusieurs endroits du ciel.

D'autres nébuleuses sont formées d'une ou plusieurs étoiles distinctes, mais accompagnées ou environnées d'une tache blanchâtre, au travers de laquelle elles semblent reluire. Il y en a deux de cette espece dans Andromede, une dans sa ceinture, & l'autre plus petite à un degré environ au midi de la premiere. Telles sont encore celle de la tête du Sagittaire, celle qui est entre Syrius & Procion, celle de la queue du Cygne, les trois de Cassiopée. Il est probable que notre Soleil paroît sous cette forme, vu des environs des étoiles fixes, qui sont situées vers la prolongation de son axe; car il a autour de lui une atmosphere lenticulaire & lumineuse qui s'étend jusques près de la Terre. M. l'abbé de la Caille a compté dans l'hémisphere austral, quatorze étoiles ainsi environnées de nébulosités; mais la plus remarquable apparence de ce genre, est celle de la nébuleuse de l'épée d'Orion; car quand on la regarde avec le télescope, on voit qu'elle est formée d'une tache blanchâtre & à peu près triangulaire, dans laquelle brillent sept étoiles, dont une est elle-même environnée d'un petit nuage plus clair que le reste de la tache. On est tenté de croire que cette tache a éprouvé quelque altération depuis Huygens qui la découvrit.

La troisieme espece de nébuleuses n'est formée que par une tache blanche, sans que la lunette même y fasse voir aucune étoile. On en voit quatorze de cette nature dans l'hémisphere austral, parmi lesquelles les *fameux nuages de Magellan*, voisins du pôle antarctique, tiennent le premier rang. Ce sont comme de petites portions détachées de la voie lactée. On se tromperoit, au reste, si l'on attribuoit l'éclat de cette partie du ciel à une multitude de petites étoiles plus entassées que par-tout ailleurs; car on n'y en voit pas un nombre suffiſant pour produire cet effet, & il y a des portions de la voie lactée, non moins brillantes que les autres, où il n'y a aucune étoile.

Qu'eſt-ce donc que la voie lactée, dira quelqu'un? Je lui répondrai que je n'en ſçais rien; mais je crois pouvoir conjecturer avec quelque vraiſemblance, que c'eſt une matiere ſemblable à celle de l'atmoſphere ſolaire, & qui eſt répandue dans ces eſpaces céleſtes. En effet, ſi notre ſyſtême entier étoit rempli d'une ſemblable matiere, il préſenteroit aux étoiles fixes voiſines la même apparence que la voie lactée. Au reſte, pourquoi tous ces ſyſtêmes diſſéminés dans cette partie du ciel, ſont-ils remplis de cette matiere lumineuſe? c'eſt ce que certainement perſonne ne ſçaura jamais.

Remarquons que la fameuſe étoile nouvelle de Caſſiopée prit naiſſance dans la voie lactée. Ce fut peut-être une quantité prodigieuſe de cette matiere lumineuſe, qui tout-à-coup ſe précipita ſur un centre. Mais je ne trouve pas la même facilité à expliquer pourquoi & comment l'étoile diſparut. Cette origine de la nouvelle étoile recevroit quelque probabilité, s'il eſt vrai qu'il y ait dans cet endroit de la voie lactée un vuide ſemblable aux autres endroits du ciel.

§. X. *Récapitulation de ce qu'on vient de dire ſur le Syſtême de l'Univers.*

Nous croyons devoir terminer ce chapitre par une comparaiſon ſenſible, & propre à faire connoître, par des meſures connues & familieres, la petite place qu'occupe notre ſyſtême planétaire dans l'immenſité de l'univers; & à plus forte raiſon la petite figure, qu'on me permette cette expreſſion, qu'y fait notre Terre. Qu'elle eſt propre à humilier ces êtres orgueilleux qui, n'occupant eux-mêmes qu'un infiniment petit de cet atôme, penſent que l'Univers a été fait pour eux!

Pour ſe faire une idée de notre ſyſtême comparé à l'Univers, qu'on ſe repréſente au milieu du jardin des Thuileries, le Soleil comme un globe de 9 pouces 3 lignes de diametre; la planete de Mercure ſera repréſentée par un globule d'environ $\frac{1}{3}$ de ligne de diametre, placé à 28 pieds $\frac{1}{3}$ de diſtance; Vénus le ſera par un globe d'un peu moins d'une ligne, circulant à la diſtance de 54 pieds, du même centre; placez à la diſtance de 75 pieds un globule d'une ligne de diametre, voilà la Terre, ce théâtre de tant de paſſions & d'agitations, dont le plus grand potentat poſſede à peine un point ſur la ſurface, & dont un eſpace, ſouvent imperceptible, excite entre les animalcules qui la couvrent, tant de débats & tant d'effuſion de ſang. Mars, un peu moindre que la Terre, ſera repréſenté par un globule d'un peu moins d'une ligne, placé à la diſtance de 114 pieds; Jupiter ſera figuré par un globe de 10 lignes de diametre, éloigné du globe central de 390 pieds; enfin le globe repréſentant Saturne, devra avoir environ 7 lignes de diametre, & être placé à environ 715 pieds.

Mais de-là aux étoiles fixes les plus voiſines, la diſtance eſt immenſe. On ſe figurera peut-être que, dans notre ſuppoſition, il faudroit placer la premiere étoile à 2 ou trois lieues. C'eſt l'idée que je m'en étois formée d'abord, & avant que d'avoir employé le calcul; mais j'étois dans une erreur groſſiere. Il faudroit placer cette premiere étoile, je veux dire la plus voisine, à la distance où Lyon est de Paris, c'est-à-dire à cent & quelques lieues. Telle est à peu près l'idée qu'on doit avoir de l'éloignement où la premiere des étoiles fixes est du Soleil; encore même est-il probable qu'il est beaucoup plus considérable, car nous avons supposé dans ce calcul, que la parallaxe de l'orbite terrestre étoit la même que la parallaxe horizontale du Soleil, c'est-à-dire de $8'' \frac{1}{2}$. Mais il est vraisemblable que cette parallaxe est beaucoup moindre, car il est difficile de croire qu'elle eût échappé aux astronomes, si elle eût été de cette grandeur.

Ainsi donc notre systême solaire, c'est-à-dire celui de nos sept planetes principales & secondaires circulantes autour du Soleil, est à peu près à la distance des étoiles fixes les plus voisines, ce que seroit un cercle de 120 toises de rayon à un de 200 lieues qui lui seroit concentrique, & dans ce premier cercle notre Terre tient la place d'une ligne de diametre.

Veut-on une autre comparaison propre à faire sentir la distance immense qu'il y a entre le Soleil, ce centre de notre systême, & le plus proche de ses voisins. On sçait que la lumiere se meut avec une rapidité telle, qu'elle parcourt la distance du Soleil à la Terre dans environ un demi-quart d'heure; dans une seconde & demie, elle iroit à la Lune & en reviendroit, ou bien elle feroit dans une seconde quinze fois le tour de la Terre. Quel temps imaginerons-nous donc que la lumiere emploieroit à venir à nous de l'étoile fixe la plus prochaine? vingt-quatre heures? une semaine? Non; ce sont 108 jours qu'elle mettra à faire ce trajet; ou si la parallaxe annuelle n'est que de deux ou trois secondes, ce qui paroît assez probable, ce temps seroit d'un an & plus.

Quel immense désert entre ce point habité & ses plus voisins ! N'est-il pas probable qu'il y ait, dans cet intervalle prodigieux, des planetes qui seront à jamais inconnues à l'espece humaine?

L'astronomie moderne a cependant découvert que cet espace n'est pas entiérement désert : on connoît aujourd'hui soixante & quelques cometes qui s'y plongent à des distances plus ou moins grandes ; mais elles n'y pénetrent pas bien profondément. Celle de 1531, 1607, 1682, 1759, qui est la seule dont la révolution & l'orbite soient connues, ne s'y enfonce que d'environ trente-sept fois & demi le rayon de l'orbite terrestre, ou quatre fois la distance de Saturne au Soleil. Si celle de 1681 a une révolution de 575 ans, comme on le présume, elle s'éloigneroit d'environ cent-trente fois la distance de la Terre au Soleil, ou environ quatorze fois celle de Saturne à cet astre ; ce qui n'est encore qu'un point à l'égard de la distance des fixes les plus prochaines. Mais peut-être y a-t-il des cometes qui ne font leur révolution que dans dix mille ans, & qui s'approchent à peine du Soleil autant que Saturne : celles-ci alors s'enfonceroient dans l'espace immense qui nous sépare des premieres fixes, jusqu'à une cinquantieme de sa profondeur.

Si l'on veut voir une multitude de conjectures curieuses sur le systême de l'Univers, sur l'habitation des planetes, sur le nombre des cometes, &c. on doit lire le livre de M. Lambert, académicien de Berlin, qui est intitulé, *Systême du Monde ;* Bouillon, 1770, in-8°. Tout le monde connoît la *Pluralité des Mondes* de M. de Fontenelle ; le *Cosmothéoros* du célebre Huygens ; le *Somnium* de Képler ; enfin l'*Iter exstaticum* du P. Kircher. Le premier de ces ouvrages (*la Pluralité des Mondes*) est ingénieux & charmant, mais un peu précieux. Le second est sçavant & profond ; il plaira aux astronomes seuls, ainsi que le Songe de Képler. Quant au dernier, n'en déplaise aux manes du P. Kircher, on ne peut le regarder que comme un ouvrage tout-à-fait pédantesque & ridicule.

CHAPITRE III.

Du Calendrier, & des diverses questions qui y sont relatives.

TOUTES les nations policées tiennent compte du temps, soit écoulé, soit à venir, par des périodes qui dépendent du mouvement des astres ; & c'est même une des choses qui distinguent l'homme civilisé, de l'homme purement animal & sauvage : car, tandis que le premier est en état de compter à chaque instant la durée de son existence écoulée, de prévoir à point nommé le renouvellement de certains événements, de certains travaux ou devoirs ; ce dernier, plus heureux peut-être en cela, puisqu'il jouit du présent sans se rappeller presque le passé, & sans anticiper sur l'avenir, ce dernier, dis-je, ne sçauroit dire son âge, ni prévoir l'époque du renouvellement de ses occupations les plus familieres : les événements les plus frappants dont il a été témoin, ou auxquels il a eu part, n'existent dans son esprit que comme passés, tandis que l'homme civilisé les lie à des époques & des dates précises qui les rangent dans leur ordre. Sans cette invention, tout ce que les hommes ont fait jusqu'à ce moment seroit comme perdu pour nous; l'histoire n'existeroit pas; les hommes enfin, dont la vie en société exige le concours de ses différents individus dans certaines circonstances, ne sçauroient y mettre ce concert nécessaire; il ne sçauroit enfin exister de société vraiment civilisée, sans une convention de compter le temps d'une maniere réglée : c'est-là ce qui a donné lieu à la naissance du calendrier, & des calendriers des diverses nations.

Mais avant d'aller plus loin, il est à propos de présenter quelques définitions & quelques faits historiques, nécessaires pour l'intelligence des questions qu'on proposera dans la suite.

Il y a deux especes d'années usitées par les nations différentes de l'univers : l'une est reglée par le cours du soleil, l'autre par celui de la lune. La premiere s'appelle *solaire*, & la seconde *lunaire*. L'année solaire est mesurée par une révolution du soleil le long de l'écliptique, depuis un point équinoxial, celui du printemps par exemple, jusqu'au même point; & il est, comme on l'a dit plus haut, de 365 jours 5 heures 49 minutes.

L'année lunaire est composée de douze lunaisons, & sa durée est de 354 jours 8 heures 44 minutes 3 secondes. De-là il suit que l'année lunaire est plus courte d'environ 11 jours que l'année solaire, & conséquemment que, si une année lunaire & une année solaire commencent le même jour, après trois années écoulées, le commencement de l'année lunaire devancera celui de l'année solaire, de 33 jours. Ainsi le commencement de l'année lunaire parcourt successivement tous les mois de l'année solaire en rétrogradant. Les Arabes, & en général les Musulmans, ne comptent que par années lunaires ; les Hébreux & les Juifs n'en eurent jamais d'autres.

Mais les nations plus policées & plus éclairées ont toujours tâché de combiner ensemble les deux especes d'année. C'est ce que firent les Athéniens par le moyen du fameux cycle d'or, invention du mathématicien Méton, dont Aristophane fit l'objet de ses railleries : c'est ce que font aujourd'hui les Européens, ou en général les Chrétiens, qui ont pris des Romains l'année solaire pour l'usage civil, & l'année lunaire des Hébreux pour leur année ecclésiastique.

Avant Jules-César, le calendrier romain étoit dans un désordre inexprimable. Il est superflu d'entrer ici dans des détails sur ce sujet : il suffit de sçavoir que Jules-César voulant y remettre l'ordre, supposa, d'après son astronome Sosigenes, que la durée de l'année étoit précisément de 365 jours 6 heures. En conséquence il ordonna que dorénavant on feroit trois années de suite de 365 jours, & la quatrieme de 366. C'est cette derniere année qu'on a depuis appellée *bissextile*, parceque le jour ajouté chaque quatrieme année suivoit le sixieme des calendes, & que pour ne rien déranger dans la dénomination des jours suivants, on le nommoit *bis sexto calendas*. Chez nous, on le met à la fin de Février, qui a alors 29 jours, au lieu de 28 qu'il a les années communes. On nomma cette forme d'année, l'*année Julienne*, & le calendrier qui l'emploie, le *calendrier Julien*.

Mais Jules-César se trompoit, en regardant l'année solaire comme étant de 365 jours 6 heures précises; elle n'est que de 365 jours 5^h 49′; d'où il suit que l'équinoxe rétrograde continuellement, dans l'année Julienne, de 11 minutes par année; ce qui donne précisément 3 jours dans 400 ans. De-là est venu que, le concile de Nicée ayant trouvé l'équinoxe du printemps au 21 Mars, cet équinoxe, après environ 1200 ans écoulés, c'est-à-dire en 1500, arrivoit vers le 11. C'est pourquoi le pape Grégoire XIII, voulant réformer cette erreur, supprima en 1582 dix jours de suite, en comptant, après le 11 d'Octobre, le 21 du même mois; & par-là il ramena l'équinoxe du printemps suivant au 21 Mars: enfin, pour faire qu'il ne s'en écartât plus, il voulut que, dans la suite, on supprimât trois bissextiles dans 400 ans. C'est par cette raison que l'année 1700 n'a pas été bissextile, quoiqu'elle eût dû l'être suivant le calendrier Julien: les années 1800, 1900 ne le seront pas non plus, mais l'an 2000 le sera: les années 2100, 2200, 2300 ne le seront pas, mais seulement 2400: & ainsi de suite.

Tout cela est suffisant & plus que suffisant pour l'année solaire; mais la grande difficulté de notre calendrier vient de l'année lunaire, qu'il a fallu y lier. Car les Chrétiens, ayant pris leur origine chez les Juifs, ont voulu lier leur fête principale & la plus auguste, celle de Pâques, avec l'année lunaire, parceque les Juifs célébroient leur pâque à une certaine lunaison, sçavoir le jour de la pleine lune qui suivoit l'équinoxe du printemps. Mais le concile de Nicée établit à cet égard, pour ne pas faire concourir la pâque des Chrétiens avec la pâque des Juifs, que les premiers la célébreroient le dimanche après la pleine lune qui tomberoit ou le jour de l'équinoxe du printemps, ou qui viendroit immédiatement après. De-là est née la nécessité de se former des périodes de lunaisons propres à trouver toujours avec facilité le jour de la nouvelle ou pleine lune de chaque mois, pour déterminer la lune pascale.

Le concile de Nicée supposa l'exactitude parfaite du cycle de Méton, ou du nombre d'or, suivant lequel 235 lunaisons égalent précisément 19 années solaires. Ainsi, après 19 années, les nouvelles & pleines lunes eussent dû revenir les mêmes jours des mois. Il étoit aisé, d'après cela, d'assigner à chacune de ces années la place des lunaisons; & c'est ce qu'on fit par le moyen des épactes, ainsi qu'on l'expliquera dans la suite.

Mais, dans la réalité, 235 lunaisons sont moindres que 19 années solaires Juliennes, d'une heure & demie environ; d'où il arrive que, dans 304 ans, les nouvelles lunes rétrogradent d'un jour vers le commencement de l'année, & conséquemment de quatre dans 1216 ans: telle est la cause par laquelle, vers le milieu du seizieme siecle, les nouvelles & pleines lunes avoient anticipé de quatre jours sur leurs places anciennes; ensorte que l'on célébroit fréquemment la pâque contre la disposition du concile de Nicée

Grégoire XIII entreprit d'y remédier par une regle stable, & proposa le problême à tous les mathématiciens de l'Europe; mais ce fut un médecin & mathématicien Italien, nommé *Aloisio Lilio*, qui en vint à bout le plus heureusement, par une nouvelle disposition d'épactes, que l'Eglise a adoptée. Voilà en quoi consiste toute la réformation du calendrier. On nomme ce nouvel arrangement, le *calendrier Grégorien*. Il commença à avoir lieu en 1582 dans l'Italie, la France, l'Espagne, & autres pays Catholiques. Les Etats d'Allemagne, même Protestants, ne tarderent pas de l'adopter, du moins en ce qui concerne l'année solaire; mais ils le rejeterent en ce qui concerne l'année lunaire, & préférerent de faire calculer astronomiquement le jour de la pleine lune pascale; ce qui fait que nous ne célébrons pas toujours la pâque en même temps que les Protestants Allemands. Les Anglois ont été les plus opiniâtres à rejeter l'année Grégorienne, & à peu près par le même motif qui a fait long-temps exclure de leurs pharmacopées le quinquina, parcequ'on le devoit aux Jésuites: mais ils ont enfin senti qu'on doit prendre le bon & l'utile de toutes mains, même ennemies, & ils se sont conformés à la maniere de compter du reste de l'Europe. C'est en 1750 seulement que ce changement se fit. Avant cette époque, & depuis 1700, quand nous comptions le 21 d'un mois, ils comptoient seulement le 10. Dans la suite des siecles ils eussent eu l'équinoxe du printemps à Noël, & ensuite l'hiver à la S. Jean. Les Russes sont les seuls peuples de l'Europe qui tiennent encore au calendrier Julien. Leurs Papas ne haïssent pas moins les prêtres Romains, que les Anglois un Jésuite.

Après cette petite exposition historique, nous allons parcourir les principaux problêmes du calendrier.

PROBLÊME I.

Connoître si une année est bissextile, ou de 366 jours, ou non.

DIVISEZ le nombre qui marque le quantieme de l'année par 4; s'il ne reste rien, l'année est bissextile; s'il reste quelque chose, ce restant indiquera quelle année court après la bissextile. On propose, par exemple, l'année 1774. Divisez 1774 par 4, il restera 2: on en conclura que l'année 1774 est la seconde après la bissextile.

Il y a néanmoins quelques limitations à cette regle.

1° Si l'année est une des centénaires, & est postérieure à la correction du calendrier par Grégoire XIII, c'est-à-dire à 1582, elle ne sera bissextile qu'autant que le nombre des siecles qu'elle désigne sera divisible par 4 : ainsi 1600, 2000, 2400, 2800, ont été ou seront bissextiles; mais les années 1700, 1800, 1900, 2100, 2200, 2300, 2500, 2600, 2700, ne doivent pas être bissextiles : on en a vu plus haut la raison.

2° Si l'année est centénaire, & précede 1582, sans être néanmoins au dessous de 474, elle a été bissextile.

3° Entre 459 & 474, il n'y a point eu de bissextile.

4° Il n'y en a point eu dans les six premieres années de l'ere chrétienne.

5° Comme la premiere bissextile après l'ere chrétienne fut la septieme, & qu'elles se suivirent réguliérement, de quatre en quatre ans, jusqu'à 459, lorsque l'année donnée sera entre la 7^e^ & la 459^e^, il faudra ôter 7 du nombre de l'année, & diviser le reste par 4 : si le restant est zéro, l'année sera bissextile ; sinon, le reste de la division montrera quelle année après la bissextile étoit l'année proposée. Soit, par exemple, l'année donnée la 148^e^ : ôtez 7, resteront 141, qui, divisés par 4, laissent 1 pour reste : ainsi la 148^e^ année après J. C. fut la premiere après la bissextile.

Du Nombre d'or, & du Cycle lunaire.

Le nombre d'or, ou le cycle lunaire, eſt une révolution de 19 années ſolaires, au bout deſquelles le ſoleil & la lune reviennent, à peu de choſe près, dans la même poſition. En voici l'origine.

L'année ſolaire Julienne étant, comme nous l'avons dit plus haut, de 365 jours 6 heures, & la durée d'une lunaiſon étant de 29 jours 12 heures 44 minutes, on a trouvé, en combinant ces durées, que 235 lunaiſons faiſoient, à peu de choſe près, 19 années ſolaires : la différence n'eſt en effet que de $1^h\ 31'$. Ainſi l'on voit qu'après 19 ans ſolaires, les nouvelles lunes doivent retomber aux mêmes jours des mois, & preſque à la même heure. Si, dans la premiere de ces années ſolaires, la nouvelle lune eſt arrivée le 4 Janvier, le 2 Février, &c. au bout de 19 ans les nouvelles lunes arriveront pareillement les 4 Janvier, 2 Février, &c; & cela arrivera éternellement, ſi l'on ſuppoſe que les 235 lunaiſons équivalent préciſément à 19 révolutions ſolaires. Il ſuffira donc d'avoir déterminé une fois, pendant 19 années ſolaires, les jours des mois où arriveront les nouvelles lunes; & quand on ſçaura quel rang tient dans cette période une année donnée, on ſçaura auſſi-tôt quels jours de chaque mois tombent les nouvelles lunes.

Ce cycle parut aux Athéniens ſi ingénieuſement imaginé, que, lorſque Méton l'aſtronome le leur propoſa, il fut reçu avec acclamation, & écrit en lettres d'or dans la place publique. Voilà d'où lui eſt venu le nom de nombre d'or. On le dénomme moins pompeusement, cycle lunaire, ou cycle de Méton, du nom de son inventeur.

PROBLÊME II.

Trouver le Nombre d'or d'une année proposée, ou le rang qu'elle occupe dans le cycle lunaire.

AJOUTEZ un à l'année proposée, & divisez la somme par 19, sans avoir égard au quotient: s'il reste zéro, l'année proposée aura 19 de nombre d'or; s'il reste un autre nombre, qui doit nécessairement être moindre que 19, ce sera le nombre d'or cherché.

Soit proposée, par exemple, l'année 1780. Ajoutez 1, & divisez la somme 1781 par 19; le restant après la division sera 14; ce qui indique que 14 est le nombre d'or de l'année 1781, ou que cette année est la quatorzieme dans le cycle lunaire de 19 ans.

Si l'année proposée étoit 1728, on trouveroit, par une semblable opération, que le restant de la division par 19 seroit zéro; ce qui fait voir que 19 étoit le nombre d'or de cette année.

On ajoute 1 au nombre proposé, parceque la premiere année de l'ere chrétienne avoit 2 de nombre d'or.

S'il étoit question d'une année avant J. C., par exemple la 25^{e}, il faudra ôter 2 de ce nombre, & diviser le reste, qui est ici 23, par 19; la division étant faite, il restera 4, qu'on ôtera de 19: le restant 15 sera le nombre d'or de la 25^{e} année avant l'ere chrétienne.

REMARQUE.

IL eſt aiſé de voir que quand on a trouvé le nombre d'or d'une année, on peut, par la ſeule addition, avoir le nombre d'or de l'année ſuivante, en ajoutant 1 au nombre d'or trouvé. On peut auſſi, par la ſeule ſouſtraction, avoir le nombre d'or de l'année précédente, en ôtant 1 du même nombre d'or trouvé. Ainſi, ayant trouvé 14 pour le nombre d'or de l'année 1780, en ajoutant 1 à ce nombre trouvé 14, on a 15 pour le nombre d'or de l'année 1781 ; & en ôtant 1 du même nombre trouvé 14, on a 13 pour le nombre d'or de l'année 1779.

De l'Epacte.

L'épacte n'eſt autre choſe que le nombre de jours dont la lune eſt vieille à la fin d'une année donnée. On en concevra aiſément la formation, en faiſant attention que l'année lunaire ou douze lunaiſons ſont moindres qu'une année Julienne, de 11 jours euviron : ainſi, ſuppoſant qu'une année lunaire & qu'une année ſolaire commencent enſemble au 1^er^ Janvier, la lune ſera vieille de 11 jours à la fin de cette année ; car il y aura eu douze lunaiſons complettes, & 11 jours écoulés d'une treizieme, conſéquemment, à la fin de la ſeconde année, la lune ſera vieille de 22 jours, & à la fin de la troiſieme elle le feroit de 33 jours. Mais, comme ces 33 jours excedent une lunaiſon, on en intercale une de 30 jours, enſorte que cette année a 13 lunaiſons, & que la lune eſt ſeulement vieille de 3 jours à la fin de cette troiſieme année.

Telle

Telle eſt donc la marche des épactes. Celle de la premiere année du cycle lunaire, ou qui répond au nombre d'or 1, eſt XI; on ajoute enſuite perpétuellement XI; & quand la ſomme excede XXX, on ſouſtrait XXX, & le reſtant eſt l'épacte, à l'exception de la derniere année du cycle, où le produit de l'addition étant ſeulement 29, on retranche 29 pour avoir 0 d'épacte; ce qui annonce que la nouvelle lune arrive à la fin de cette année, qui eſt auſſi le commencement de la ſuivante. Ainſi l'ordre des épactes eſt, XI, XXII, III, XIV, XXV, VI, XVII, XXVIII, IX, XX, I, XII, XXIII, IV, XV, XXVI, VII, XVIII, XXIX.

Cet arrangement eût été parfait & éternel, ſi 19 années ſolaires de 365 jours 6 heures euſſent préciſément égalé 235 lunaiſons, comme le ſuppoſoient les anciens aſtronomes; mais malheureuſement cela n'eſt pas. D'un côté l'année ſolaire n'eſt que de 365 jours 5 heures 49 minutes; & d'ailleurs les 235 lunaiſons ſont moindres d'une heure & demie que les 19 années Juliennes; enſorte que, dans 304 ans, les nouvelles lunes réelles précedent d'un jour les nouvelles lunes calculées de cette maniere. De-là il arrivoit qu'au milieu du ſeizieme ſiecle, elles précédoient de quatre jours le calcul; car il s'étoit écoulé quatre révolutions de 304 ans depuis le concile de Nicée, où l'uſage du cycle lunaire avoit été adopté pour ſupputer la pâque: de-là la néceſſité de corriger le calendrier, pour ne pas célébrer le plus ſouvent cette fête contre les diſpoſitions de ce concile, qu'on verra plus bas. Cela a occaſionné quelques changements dans le calcul des épactes, qui forment deux cas: l'un eſt celui où l'on propoſe des années antérieures à la réformation du calendrier, ou à 1582; le second est celui où il est question d'années postérieures à cette époque. L'on va traiter ces deux cas dans le problême suivant.

PROBLÊME III.

Une année étant donnée, trouver son Epacte.

I. SI l'année proposée est antérieure à 1582, quoique postérieure à l'ere chrétienne, ce qui forme le premier cas, cherchez, par le problême précédent, le nombre d'or de l'année proposée; multipliez-le par 11, & du produit retranchez 30 autant de fois que cela se peut: le restant sera l'épacte cherchée.

Soit proposée, par exemple, l'année 1489. Son nombre d'or, par le problême précédent, est 8: multipliez 8 par 11, & divisez le produit 88 par 30; le reste 28 sera l'épacte de 1489.

De même, si on regarde 1796 comme une année Julienne, c'est-à-dire, si ceux qui n'ont pas reçu la réformation veulent sçavoir l'épacte de 1796, après avoir trouvé 11, nombre d'or de 1796, multipliez 11 par 11; le produit sera 121, qui, divisé par 30, laissera 1 pour reste: ce sera l'épacte de 1796, regardée comme année Julienne.

II. Nous supposerons maintenant que l'année proposée est postérieure à la réformation, ou à 1582; ce qui est le second cas. Multipliez, dans ce cas, le nombre d'or par 11, & ôtez du produit le nombre de jours retranchés par la réformation de Grégoire XIII, sçavoir 10, si l'année est entre 1582 & 1700; 11 jours entre 1700 & 1800; 12 jours entre 1800 & 1900; 13 jours entre 1900

& 2100, &c: divisez le restant du produit ci-dessus, après cette soustraction, par 30, & ayez seulement attention au reste: ce sera l'épacte cherchée.

Qu'il soit proposé de trouver l'épacte de l'année Grégorienne 1693, dont le nombre d'or étoit 3. Multipliez 3 par 11; du produit 33 ôtez 10: le restant 23 ne pouvant être divisé par 30, fut l'épacte de 1693.

Si on demande l'épacte de l'année 1796, dont le nombre d'or est 11, multipliez 11 par 11; du produit 121 retranchez 11: le restant 110 étant divisé par 30, il reste 20, qui sera l'épacte de cette année.

REMARQUES.

L'ÉPACTE peut se trouver sans la division, en cette sorte. Faites valoir 10 l'extrémité d'en haut du pouce de la main gauche, 20 la jointure du milieu, & 30, ou plutôt 0, la derniere ou la racine. Comptez le nombre d'or de l'année proposée, sur le même pouce, en commençant à compter 1 à l'extrémité, 2 à la jointure, 3 à la racine; ensuite 4 à l'extrémité, 5 à la jointure, 6 à la racine; de même 7 à l'extrémité, 8 à la jointure, 9 à la racine; ainsi de suite, jusqu'à ce que vous soyiez parvenu au nombre d'or trouvé, auquel vous n'ajouterez rien s'il tombe à la racine, parceque nous lui avons attribué 0: mais vous y ajouterez 10 s'il tombe à l'extrémité, & 20 s'il tombe à la jointure, parceque nous les avons fait valoir autant. La somme sera l'épacte qu'on cherche, pourvu qu'on en ôte 30 quand elle sera plus grande.

Le nombre d'or de 1486 étoit 8. En comptant

8 ſur le pouce, comme on vient de dire, & commençant à compter 1 ſur l'extrémité du pouce, 2 ſur la jointure, 3 ſur la racine, puis 4 ſur l'extrémité, &c. on trouvera que 8 tombe ſur la jointure. Ajoutez 20, qui a été attribué à la jointure, au nombre d'or 8, vous aurez 28, qui eſt l'épacte cherchée de l'année 1489. De même ſi on veut ſçavoir l'épacte vieille de 1726, dont le nombre d'or ſera 17, commencez à compter 1 ſur l'extrémité du pouce, 2 ſur la jointure, &c. juſqu'à ce que vous ayiez compté 17, qui tombera ſur la jointure; puis ajoutez 20, nombre attribué à la jointure, au nombre d'or 17; de la ſomme 37 ôtez 30, il reſtera 7 pour l'épacte vieille de 1726.

Par le même artifice, on pourra trouver l'épacte pour quelque année que ce ſoit du dernier ſiecle, pourvu que l'on faſſe valoir 20 l'extrémité du pouce, 10 la jointure, 0 ou rien la racine, & que l'on commence à compter 1 ſur la racine, 2 à la jointure, &c.

PROBLÊME IV.

Trouver la nouvelle lune d'un mois propoſé dans une année donnée.

CHERCHEZ d'abord l'épacte de l'année propoſée, & ſi vous avez un calendrier romain, tel qu'il eſt à la tête du Bréviaire ou d'un Miſſel, cherchez dans le mois donné cette épacte: le jour qui lui répondra, ſera celui de la nouvelle lune.

Qu'il ſoit queſtion, par exemple, de trouver le jour de la nouvelle lune de Mai de l'année 1726, dont l'épacte étoit XXVI. Je cherche ce nombre XXVI dans le mois de Mai, & je trouve qu'il répond au 3 : ainsi la lune fut nouvelle le 3 Mai 1726.

Mais si l'on n'a pas un calendrier romain, on s'y prendra ainsi.

Cherchez, par les deux problêmes précédents, l'épacte de l'année ; ajoutez à cette épacte le nombre des mois écoulés depuis le mois de Mars, & retranchez la somme de 30 : ce sera le quantieme du mois où arrive la nouvelle lune.

On demande, par exemple, le jour de la nouvelle lune en Juillet 1769. Le nombre d'or de 1769 est 3 ; le produit de 3 par 11 est 33, dont, suivant la regle, il faut ôter 11 : le restant 22, étant moindre que 30, est l'épacte cherchée. Lorsqu'on compte Juillet, le nombre des mois écoulés depuis Mars inclusivement est 4 ; ainsi, ajoutant 4 à l'épacte, la somme est 26 ; ce qui étant ôté de 30, reste 4 : ainsi la lune a été nouvelle le 4 Juillet 1769. Elle l'a été plus exactement le 3 à $3^h\ 49'$ de l'après-midi.

Remarque.

Il ne faut pas s'attendre à une exactitude parfaite dans des calculs de cette nature. L'arrangement irrégulier des mois de 31 jours, les nombres moyens qu'on est obligé de prendre pour la formation des périodes, dont ces calculs sont dérivés, les inégalités enfin des révolutions lunaires, sont cause que l'erreur peut être à peu près de 48 heures.

On arrivera à un peu plus d'exactitude, en se servant de la table suivante, qui indique ce qu'il faut ajouter à l'épacte pour chaque mois commençant.

Janvier	2	Juillet	5
Février	3	Août	7
Mars	1	Septembre . .	7
Avril	2	Octobre . . .	8
Mai	3	Novembre .	10
Juin	4	Décembre .	10

PROBLÊME V.

Trouver l'âge de la lune un jour proposé.

A L'ÉPACTE de l'année, ajoutez, conformément à la table ci-dessus, le nombre qui convient au mois dans lequel est le jour proposé ; ajoutez à cette somme le nombre qui indique le quantieme de ce jour : si la somme n'égale pas 30, ce sera l'âge de la lune au jour donné : si elle est 30, cela indiquera que la lune est nouvelle ce jour-là : si elle surpasse 30, retranchez-en ce nombre ; le restant sera l'âge de la lune.

On demande l'âge de la lune au 20 Août 1769. L'épacte de 1769 est 22 : le nombre à ajouter pour le mois d'Août, dans la table précédente, est 7; ce qui, ajouté à 22, forme 29: à 29 ajoutez encore 20, quantieme du jour proposé, la somme sera 49, dont 30 étant ôté, il reste 19 : ce sera l'âge de la lune au 20 Août ; ce qui est en effet conforme à ce qui est indiqué par les Ephémérides.

Du Cycle solaire, & de la Lettre dominicale.

On appelle cycle solaire, une révolution perpétuelle de 28 années, dont voici l'origine.

1. On a disposé dans le calendrier, les sept premieres lettres de l'alphabet, A B C D E F G, ensorte que A réponde au 1er Janvier, B au 2, C

au 3, D au 4, E au 5, F au 6, G au 7; A au 8, B au 9, & ainsi de suite par plusieurs révolutions de sept. Les sept jours de la semaine, qu'on nomme aussi féries, sont réprésentés par ces sept premieres lettres.

2. Parceque dans une année de 365 jours il y a 52 semaines & un jour, & que ce jour de reste est le premier d'une 53e révolution, une année commune de 365 jours doit commencer & finir par un même jour de la semaine.

3. Dans cette disposition, une même lettre de l'alphabet répond toujours à une même férie de la semaine, pendant le cours d'une année commune de 365 jours.

4. Ces lettres, servant toutes alternativement à marquer le dimanche dans une suite de plusieurs années, sont pour cela appellées *lettres dominicales*.

5. Il suit de-là que, si une année commence par un dimanche, elle finira aussi par un dimanche: ainsi le 1er Janvier de l'année suivante sera un lundi, qui répondra à la lettre A, & le septieme sera un dimanche, qui répondra à la lettre G. Cette lettre G sera la lettre dominicale de cette année-là. Par la même raison, l'année d'après aura F pour lettre dominicale; celle qui suivra aura E; & ainsi de suite, en circulant dans un ordre rétrograde de celui de l'alphabet. C'est de cette circulation des lettres qu'est venu le nom de *cycle solaire*, parceque le dimanche, chez les payens, étoit appellé *dies solis*, jour du soleil.

6. S'il n'y avoit point d'années bissextiles à ajouter, tous les différents changements de lettres dominicales se feroient dans l'espace de sept ans. Mais cet ordre est interrompu par les années bissextiles, dans lesquelles le 24 Février répond à

deux différentes féries de la semaine. Ainsi la lettre F, qui auroit marqué un samedi dans une année commune, marquera un samedi & un dimanche dans une année bissextile : ou, si elle eût marqué un dimanche dans une année commune, elle marqueroit un dimanche & un lundi dans une année bissextile, &c. D'où il suit que la lettre dominicale change dans cette année, & que celle qui marquoit un dimanche dans le commencement de l'année, marquera un lundi après l'addition du bissextile. On voit par-là la raison pourquoi on donne deux lettres dominicales à chaque année bissextile, l'une qui sert depuis le 1er de Janvier jusqu'au 24 Février, & l'autre depuis le 24 Février jusqu'à la fin de l'année ; de sorte que la deuxieme lettre dominicale seroit naturellement celle de l'année suivante, si on n'y avoit point ajouté de bissextile.

7. Enfin toutes les variétés possibles qui arrivent aux lettres dominicales, tant dans les années communes que dans les bissextiles, se font dans l'espace de 4 fois 7, ou 28 ans; car, après sept bissextiles, le même ordre des lettres dominicales revient & circule comme auparavant. C'est cette révolution de 28 ans qu'on appelle *cycle solaire*, ou *cycle de la lettre dominicale*.

Ce cycle a été inventé pour connoître facilement les dimanches d'une année proposée, en connoissant la lettre dominicale de cette année.

PROBLÊME VI.

Trouver la Lettre dominicale d'une année proposée.

1° POUR trouver la lettre dominicale d'une année proposée, suivant le calendrier nouveau, ajoutez au nombre de l'année proposée sa quatrieme partie, ou sa plus prochainement moindre, si ce nombre ne se peut exactement diviser par 4; ôtez 5 de la somme pour le siecle 1600, 6 pour le siecle suivant 1700, 7 pour le siecle 1800, & 8 pour les siecles 1900, 2000, parceque les années 1700, 1800, 1900, ne seront point bissextiles; 9 pour le siecle 2100, 10 pour le siecle 2200, & 11 pour les siecles 2300 & 2400, parceque les trois années 2100, 2200, 2300, ne seront point bissextiles; & ainsi de suite. Divisez le reste par 7; &, sans avoir égard au quotient, le reste de la division vous fera connoître la lettre dominicale qu'on cherche, en la comptant depuis la derniere G vers la premiere A; de sorte que s'il ne reste rien, la lettre dominicale sera A; s'il reste 1, la lettre dominicale sera G; s'il reste 2, la lettre dominicale sera F; & ainsi des autres.

Ainsi, pour trouver la lettre dominicale de l'année 1693, ajoutez à ce nombre 1693 sa quatrieme partie 423. Après avoir ôté 5 de la somme 2116, divisez le reste 211 par 7; puis, sans avoir égard au quotient 301, le reste 4 fait connoître qu'en l'année 1693 on eut D pour lettre dominicale, puisqu'elle est la quatrieme, en commençant à compter depuis la derniere lettre G, par un ordre rétrograde.

Observez que pour avoir sûrement, par cette pratique, la lettre dominicale d'une année bissextile, il faut d'abord trouver la lettre dominicale de l'année qui la précede, puis prendre la lettre précédente, qui servira jusqu'au 24 Février de l'année bissextile; ensuite la lettre qui précede, pour la faire servir le reste de l'année.

Si je veux trouver la lettre dominicale de 1724, je cherche d'abord celle de 1723, en lui ajoutant ſa quatrieme partie prochainement moindre 430; ôtant 6 de leur ſomme 2153, & diviſant le reſte 2147 par 7: ſans avoir égard au quotient, le reſte 5, après la diviſion, me fait voir que la lettre dominicale de cette année 1723 eſt C, qui eſt la cinquieme des ſept premieres lettres de l'alphabet, en les comptant par ordre rétrograde. Connoiſſant que C eſt la lettre dominicale de 1723, il ſera aiſé de connoître que B doit être la lettre dominicale de l'année ſuivante 1724. Mais comme 1724 eſt biſſextile, B ne ſervira que juſqu'au 24 Février, & on prendra A qui précede B, pour le faire ſervir depuis le 24 Février juſqu'à la fin de l'année: d'où l'on voit que B & A ſont les deux lettres dominicales de l'année biſſextile 1724

2° Pour trouver le cycle ſolaire, ou plutôt le quantieme du cycle ſolaire d'une année propoſée, ajoutez 9 à l'année propoſée, & diviſez la ſomme par 28: s'il ne reſte rien, 28 étoit le nombre du cycle ſolaire de cette année; s'il reſte quelque choſe, ce reſtant eſt le nombre du cycle ſolaire qu'on cherche.

Si on demande, par exemple, quel quantieme du cycle ſolaire étoit l'an 1693, ajoutez 9, la ſomme ſera 1702, qui étant diviſée par 28, le reſtant de la diviſion ſera 22: l'année 1693 étoit donc la 22e du cycle ſolaire.

La raiſon de cette regle eſt, que la premiere année de J. C. étoit la 10e du cycle ſolaire; ou autrement, qu'à la premiere année de J. C. il y avoit 9 années du cycle déja révolues.

REMARQUES.

I.

ON peut, sans division, & au moyen de la table suivante, trouver le cycle solaire d'une année quelconque avec beaucoup de facilité.

Cette table, que l'on voit ci-dessous, est ainsi construite.

Ayant mis vis-à-vis des dix premieres années les mêmes nombres pour les cycles solaires des mêmes années, & 20 pour le cycle solaire de la 20e, au lieu de mettre 30 pour celui de la 30e année, vous ne mettrez que 2, qui est l'excès de 30 sur 28, ou sur la période du cycle solaire. Pour la 40e année, vous ajouterez les nombres qui répondent à 30 & à 10, sçavoir 2 & 10, & ainsi des autres, en ôtant toujours 28 de la somme, quand elle est plus grande. Telle est la construction de la table. Voici son usage.

1	1	100	16
2	2	200	25
3	3	300	20
4	4	400	8
5	5	500	24
6	6	600	12
7	7	700	0
8	8	800	16
9	9	900	4
10	10	1000	20
20	20	2000	12
30	2	3000	4
40	12	4000	24
50	22	5000	16
60	4	6000	8
70	14	7000	0
80	24	8000	20
90	6	9000	12

Premiérement, si l'année proposée, dont on cherche le cycle solaire, est dans la table ci-dessus, on aura ce cycle solaire, en prenant le nombre correspondant à l'année proposée dans la colonne à droite, & en y ajoutant 9: ainsi, ajoutant 9 à 12, qui répond à l'an 2000, on aura 21 pour le cycle solaire de l'an 2000.

Mais ſi l'année donnée ne ſe trouve pas exactement dans la table ci-deſſus, on la diviſera en pluſieurs années qui s'y puiſſent trouver. On ajoutera enſemble tous les nombres qui ſe trouveront dans la colonne à droite vis-à-vis de ces années qui ſont à gauche. La ſomme de tous ces nombres étant augmentée de 9, donnera le cycle ſolaire de l'année propoſée, pourvu qu'on ôte 28 de cette ſomme autant de fois qu'il ſera poſſible, quand elle ſera plus grande.

Comme, pour trouver le cycle ſolaire de l'année 1693, on réduira ce nombre d'années 1693 en ces autres quatre, 1000, 600, 90, 3, auxquels répondent, dans la table précédente, ces quatre nombres, 20, 12, 6, 3, dont la ſomme 41 étant augmentée de 9, donne cette ſeconde ſomme 50; d'où ôtant 28, il reſtera 22 pour le nombre du cycle ſolaire de l'année 1693.

II.

On ajoute 9 à la ſomme de tous ces nombres, parceque le cycle ſolaire avant la premiere année de J. C., étoit 9; par conſéquent ce cycle avoit commencé dix ans avant la naiſſance de J. C.; ce qu'on peut connoître en cette ſorte.

Sçachant, par tradition ou autrement, le cycle ſolaire d'une année, par exemple, que 22 eſt le cycle ſolaire de l'année 1693, ôtez 22 de 1693; diviſez le reſte 1671 par 28; enfin ôtez de 28 le reſte 19 de la diviſion: le nombre reſtant 9 ſera le cycle ſolaire avant la premiere année de J. C.

III.

On pourra, de la même façon, conſtruire une table propre pour connoître le nombre d'or d'une année propoſée, avec cette différence, qu'au lieu d'ôter 28, il faut ôter 19, parceque la période de ce cycle est 19; & qu'au lieu d'ajouter 9, il faut ajouter seulement 1, parceque le nombre d'or avant la premiere année de J. C. étoit 1 : par conséquent ce cycle avoit commencé deux ans avant la naissance de J. C., c'est-à-dire que la premiere année de J. C. avoit 2 de nombre d'or, &c.

IV.

On peut encore trouver la lettre dominicale d'une année proposée, d'une autre maniere que celle que nous venons de donner. Cette lettre dominicale étant trouvée, servira à faire connoître la lettre qui convient à chaque jour de la même année, comme vous allez voir.

Divisez le nombre des jours qui se sont écoulés inclusivement depuis le 1er de Janvier jusqu'au jour proposé, qui doit être un dimanche, quand on veut trouver la lettre dominicale de l'année : autrement on trouvera seulement la lettre qui convient au jour proposé; divisez, dis-je, ce nombre de jours par 7 : s'il ne reste rien de la division, la lettre qu'on cherche sera G; s'il reste quelque chose, ce nombre restant fera connoître le nombre de la lettre qu'on demande, en la comptant selon l'ordre de l'alphabet, depuis la premiere lettre A.

Ainsi, pour connoître la lettre qui convient au 26 d'Avril de l'année 1693, en divisant par 7 le nombre 116 des jours compris entre le 1er de Janvier & le 26 d'Avril inclusivement, le reste de la division est 4, qui fait connoître que la quatrieme D convient au jour proposé; lequel étant un dimanche, on en conclut que la lettre dominicale de l'année 1693 étoit D.

PROBLÊME VII.

Trouver quel jour de la ſemaine tombe un jour donné d'une année propoſée.

AJOUTEZ au nombre donné des années, ſa quatrieme partie, ou ſa plus proche qui ſoit moindre, quand il n'en a pas une exactement; à cette ſomme ajoutez encore le nombre des jours écoulés depuis le 1er Janvier incluſivement, juſqu'au jour propoſé auſſi compris; de cette ſeconde ſomme ôtez 13 pour ce ſiecle-ci, & diviſez le reſte par 7: le nombre qui reſtera après la diviſion, ſera le dimanche s'il reſte 1, le lundi s'il reſte 2, & ainſi de ſuite; s'il ne reſte rien, ce ſera un ſamedi.

Ainſi, pour ſçavoir à quel jour de la ſemaine tomboit le 27 Avril de l'année 1769, ajoutez à 1769 ſa quatrieme partie la plus prochaine 442, & à ce nombre celui de 117, nombre des jours depuis le 1er Janvier juſqu'au 27 Avril incluſivement; la ſomme ſera 2328, dont vous ôterez 13: le reſtant 2315 étant diviſé par 7, le reſte ſera 5, ce qui indique le jeudi. Ainſi le 27 Avril 1769 a dû être un jeudi.

REMARQUE.

SI l'année propoſée étoit entre 1582 & 1700, il ne faudroit ôter que 12 de la ſomme formée de la maniere ci-deſſus.

Si l'année étoit antérieure à 1582, il ne faudroit ôter que 2. Cela vient de ce qu'en 1682 on ôta dix jours du calendrier; & ſi l'on en ôte 13 dans le ſiecle préſent, c'eſt que le biſſextile ſupprimé en 1700, forme l'équivalent d'un onzieme jour omis.

Par la même raison il faudra, dans le dix-neuvieme siecle, ôter 14; dans le vingtieme, 15; dans le vingt-unieme, aussi 15; &c.

PROBLÊME VIII.

Trouver la fête de Pâques, & les autres fêtes mobiles.

SUIVANT l'ordonnance du concile de Nicée, la pâque chrétienne doit se célébrer le dimanche après la pleine lune qui arrive le jour de l'équinoxe du printemps, qui est censé fixé au 21 Mars, ou qui le suit immédiatement. Ainsi, s'il arrivoit que ce jour de pleine lune fût le dimanche même, alors ce dimanche ne seroit pas pascal, mais seulement le dimanche après : telle fut la constitution du concile de Nicée, relativement à la pâque : d'où il est aisé de déterminer le dimanche pascal par diverses méthodes.

Premiere Maniere.

Il est aisé de voir, d'après ce qu'on vient de dire, que le commencement de la lune pascale est entre le 8 Mars & le 5 Avril inclusivement.

Pour trouver donc le jour de la pâque l'année 1769, par exemple, cherchez l'épacte de cette année par les méthodes données ci-dessus; elle est 22 : ensuite, si vous avez un calendrier romain, cherchez entre le 8 Mars & le 5 Avril cette épacte; vous la trouverez vis-à-vis le 8 : ce sera, comme on l'a dit plus haut, le jour de la nouvelle lune.

Comptez 14 après la date de ce jour, ce qui vous conduira au 22; le premier dimanche après, qui tombe le 26, sera le dimanche de Pâques.

Ou bien comptez trois dimanches après le jour de la nouvelle lune, qui tombe depuis le 8 Mars jusqu'au 5 Avril; le troisieme sera celui de Pâques.

Cette derniere regle est exprimée par ces deux vers latins, pour l'intelligence desquels il faut remarquer que suivant la maniere de compter des anciens Romains, encore suivie dans les expéditions de la cour de Rome, les nones tomboient toujours le 7 Mars.

Post Martis nonas ubi sit nova luna require:
Tertia lux domini proxima Pascha dabit.

Cela est encore exprimé par ces deux vers françois;

De Mars après le 7 cherchez lune nouvelle:
Trois dimanches comptés, le 3 Pâques s'appelle.

Cela s'entend aisément sans autre explication.

Seconde Maniere.

Comme on peut ne pas avoir sous sa main un calendrier romain, on trouvera encore le jour de Pâques au moyen de la table suivante. Elle est composée de neuf colonnes, ou de sept cases, dont chacune contient neuf colonnes. Chacune de ces cases porte à la premiere colonne une des lettres dominicales; les sept suivantes contiennent les nombres des épactes; enfin la neuvieme le jour de la pâque.

TABLE

TABLE pour trouver la Fête de Pâques.

A	23	22	21	20	19			26	Mars.
	18	17	16	15	14	13	12	2	Avril.
	11	10	9	8	7	6	5	9	Avril.
	4	3	2	1	*	29	8	16	Avril.
	27	26	25	24				23	Avril.
B	23	22	21	20	19	18		7	Mars.
	17	16	15	14	13	12	11	3	Avril.
	10	9	8	7	6	5	4	10	Avril.
	3	2	1	*	29	28	27	17	Avril.
	26	25	24					24	Avril.
C	23	22	21	20	19	18	17	28	Mars.
	16	15	14	13	12	11	10	4	Avril.
	9	8	7	6	5	4	3	11	Avril.
	2	1*	29	28	27	26	25	18	Avril.
	25	24						25	Avril.
D	23							22	Mars.
	22	21	20	19	18	17	16	29	Mars.
	15	14	13	12	11	10	9	5	Avril.
	8	7	6	5	4	3	2	12	Avril.
	1*	29	28	27	26	25	24	19	Avril.
E	23	22						23	Mars.
	21	20	19	18	17	16	15	30	Mars.
	14	13	12	11	10	9	8	6	Avril.
	7	6	5	4	3	2	1	13	Avril.
	*	29	28	27	26	25	24	20	Avril.
F	23	22	21					24	Mars.
	20	19	18	17	16	15	14	31	Mars.
	13	12	11	10	9	8	7	7	Avril.
	6	5	4	3	2	1	*	14	Avril.
	29	28	27	26	25	24		21	Avril.
G	23	22	21	20				25	Mars.
	19	18	17	16	15	14	13	1er	Avril.
	12	11	10	9	8	7	6	8	Avril.
	5	4	3	2	1	*	9	15	Avril.
	28	27	26	25	24			22	Avril.

Pour en faire uſage, il faut connoître l'épacte & la lettre dominicale. On propoſe, par exemple, l'année 1769. Son épacte étoit 22, & ſa lettre dominicale A. Cherchez donc dans la caſe A, & dans l'une des colonnes des épactes, celle de l'année 22, vous la rencontrerez dans le premier rang horizontal, vis-à-vis lequel, dans la neuvieme colonne, vous aurez le 26 Mars.

En 1771, l'épacte étoit 14, & la lettre dominicale F. Dans la caſe où ſe trouve F, à la premiere colonne, cherchez 14 dans les ſept ſuivantes : elle ſe trouve dans la ſeconde rangée horizontale, dans la continuation de laquelle, à la neuvieme colonne, on lit le 31 Mars : ainſi, en 1771, Pâques tomba le 31 Mars.

Troiſieme Maniere.

Si vous n'avez ni calendrier romain, ni la table précédente, ſervez-vous de cette méthode.

Si l'épacte de l'année propoſée ne ſurpaſſe pas 23, ôtez-la de 44; le reſte donnera le jour de Mars pour le terme de pâques, s'il ne ſurpaſſe pas 31, car s'il excede 31, le ſurplus donnera le jour d'Avril pour le terme de pâques.

Mais ſi l'épacte courante eſt plus grande que 23, ôtez-la de 43, ou ſeulement de 42, quand elle ſera 24 ou 25; le reſte ſera le jour d'Avril pour le terme de pâques.

Ainſi, pour avoir le terme de pâques en 1769, dont l'épacte étoit 22, ôtez-la de 44; le reſtant 22 indique le 22 Mars pour le terme de pâques; le dimanche après a été le dimanche paſcal.

En 1666 l'épacte étoit 24. Otant 24 de 42, le reſtant eſt 18; le 18 Avril a été le terme de pâques, & le dimanche après celui de la pâque.

REMARQUE.

PUISQUE la fête de pâques regle toutes les autres fêtes mobiles, il ſera facile de connoître les jours auxquels ces fêtes doivent ſe célébrer, ayant une fois connu le jour de pâques; car le lundi après le cinquieme dimanche, c'eſt-à-dire 35 jours après pâques, viennent les *rogations*, après leſquelles, ſçavoir le jeudi ſuivant, ſuit immédiatement l'*Aſcenſion* de N. S. J. C., le quarantieme jour après pâques. Dix jours après, ou le cinquantieme jour après pâques, on célebre la fête de la *Pentecôte*. Le dimanche ſuivant, ſçavoir 56 jours après pâques, on célebre la fête de la *ſainte Trinité*. Et le jeudi ſuivant, ou 11 jours après la pentecôte, c'eſt-à-dire, 60 jours après pâques, arrive la *fête-Dieu*.

Le neuvieme dimanche avant pâques eſt la *Septuagéſime*, qui eſt éloignée de pâques de 63 jours. Le dimanche ſuivant, ou le huitieme dimanche avant pâques, eſt la *ſexagéſime*, qui eſt éloignée de pâques de 56 jours. Le dimanche ſuivant, ou le ſeptieme dimanche avant pâques, eſt la *Quinquagéſime*, qui eſt éloigné de pâques de 49 jours. Enfin le mercredi ſuivant, qui eſt éloigné de pâques de 46 jours, eſt le jour *des Cendres*.

Pour le dimanche de l'*Avent*, qui ne dépend point de pâques, c'eſt celui qui arrive ou le 30 de Novembre, fête de S. André, ou le dimanche qui eſt le plus proche de cette fête; ce qui eſt facile à connoître par la lettre dominicale.

L'Egliſe appelle *Quadragéſime* le premier dimanche du carême: *Reminiſcere* le ſecond dimanche du carême: *Oculi* le troiſieme dimanche du carême: *Lætare* le quatrieme dimanche du carême : *Judica* le dimanche de la passion, qui est le cinquieme dimanche du carême : & *Hosanna* le dimanche des rameaux, qui est le sixieme dimanche de carême, ou le premier dimanche avant pâques.

Elle appelle *Quasimodo* le premier dimanche après pâques : *Misericordia* le second dimanche après pâques : *Jubilate* le troisieme dimanche après pâques : *Cantate* le quatrieme dimanche après pâques : & *Vocem Jucunditatis* le cinquieme dimanche après pâques, ou le dimanche avant les rogations.

Enfin les *Quatre-temps* se trouvent par le moyen de ce petit vers :

Post Pent. Cruc. Luc. Cin. sunt tempora quatuor anni.

dont le sens est tel. Les Quatre-temps arrivent le mercredi d'après la Pentecôte, le mercredi d'après l'Exaltation de la Croix, en Septembre ; le mercredi d'après la fête de sainte Luce, en Décembre ; & enfin le mercredi d'après les Cendres.

PROBLÊME IX.

Trouver quel jour de la semaine commence chaque mois d'une année.

Il faut d'abord trouver la lettre dominicale. Cela fait, servez-vous de ces deux vers latins :

Astra Dabit Dominus, Gratisque Beabit Egenos,
Gratia Christicolæ Feret Aurea Dona Fideli.

Ou bien de ces deux vers françois :

Au Dieu De Gloire Bien Espere ;
Grand Cœur, Faveur Aime De Faire.

dont voici l'uſage.

Les ſix mots du premier vers répondent aux ſix premiers mois de l'année, ſçavoir, Janvier, Février, Mars, Avril, Mai & Juin; & les ſix mots du ſecond vers aux ſix derniers mois, Juillet, Août, Septembre, Octobre, Novembre & Décembre. Chaque lettre capitale de ces douze mots eſt celle du premier jour de chaque mois, & indique le jour de la ſemaine par le rang qu'elle tient dans l'alphabet, lorſque la lettre dominicale eſt A : ainſi en 1769, la lettre dominicale étant A, l'on voit du premier coup d'œil, que Janvier commençoit par un dimanche, Février par un mercredi, Mars par un Mercredi, Avril par un Samedi, &c.

Mais lorſque la lettre dominicale ne ſera pas A, mais C, par exemple, qui eſt la troiſieme de l'alphabet, comptez, pour le mois donné, deux lettres de plus, après celle qui lui convient ſuivant ces vers : cette lettre ſera celle qui indiquera le jour de la ſemaine. En 1773, par exemple, la lettre dominicale étoit C. Qu'on veuille donc ſçavoir par quel jour de la ſemaine commençoit le mois de Mai; le mot qui lui convient eſt *Beabit* ou *Bien*. Comptez deux lettres dans la ſuite des dominicales; la ſeconde D, qui indique mercredi, annonce que le premier jour de Mai 1773 étoit un mercredi.

Si l'on propoſoit le mois d'Avril de la même année, dont le mot eſt *Gratis* ou *Gloire*, comme G eſt la ſeptieme des lettres dominicales, vous recommenceriez par A, & le B, ſeconde lettre après G, indiqueroit que le 1er Avril 1773 étoit un lundi.

PROBLÊME X.

Connoître les mois de l'année qui ont 31 jours, & ceux qui n'en ont que 30.

Pl. 5, fig. 18. ELEVEZ le pouce A, le doigt du milieu C, & l'auriculaire E, ou petit doigt de la main gauche; abaissez les deux autres, sçavoir l'index B, qui suit le pouce, & l'annulaire D, qui est entre le doigt du milieu & l'auriculaire. Après cela, commencez à compter Mars sur le pouce A, Avril sur l'index B, Mai sur le doigt du milieu C, Juin sur l'annulaire D, Juillet sur l'auriculaire E; continuez à compter Août sur le pouce, Septembre sur l'index, Octobre sur le doigt du milieu, Novembre sur l'annulaire, Décembre sur l'auriculaire; enfin, en recommençant, continuez à compter Janvier sur le pouce, & Février sur l'index : alors tous les mois qui tomberont sur les doigts élevés A, C, E, auront 31 jours, & ceux qui tomberont sur les doigts abaissés B, D, n'en auront que 30, excepté le mois de Février, qui a 28 jours dans les années communes, & 29 dans les bissextiles.

PROBLÊME XI.

Trouver le jour de chaque mois, auquel le soleil entre dans un signe du zodiaque.

LE soleil entre dans chaque signe du zodiaque vers le 20 de chaque mois de l'année; sçavoir, au premier degré du Bélier vers le 20 Mars, au premier degré du Taureau vers le 20 Avril, & ainsi de suite. Pour sçavoir ce jour un peu plus exactement, servez-vous de ces deux vers artificiels;

Inclita Laus Justis Impenditur, Hæresis Horret,
Grandia Gesta Gerens Felici Gaudet Honore.

dont voici l'usage.

Distribuez les douze mots de ces deux vers aux douze mois de l'année, en commençant par Mars, que vous attribuerez à *Inclita;* & en finissant par Février, qui répondra à *Honore.* Considérez quel est le nombre de la premiere lettre de chaque mot dans l'alphabet; car si de 30 vous ôtez ce nombre, le reste donnera le jour du mois qu'on cherche.

Par exemple, *Inclita* répond au mois de Mars, & au signe du Bélier; sa premiere lettre I est la neuvieme lettre de l'alphabet: si l'on ôte 9 de 30, le reste 21 fait connoître que le 21 de Mars le soleil entre dans le Bélier. Pareillement *Gaudet* répond au mois de Janvier & au signe du Verseau; sa premiere lettre G est la septieme dans l'ordre alphabétique: en ôtant 7 de 30, le reste 23 fait connoître que le 23 Janvier le soleil entre au Verseau. Il en est ainsi des autres.

PROBLÊME XII.

Trouver le degré du signe où le soleil se rencontre en un jour proposé de l'année.

Il faut d'abord chercher dans le mois proposé le jour auquel le soleil entre dans un des signes du zodiaque, & quel est ce signe. Cela fait, si le jour proposé précede ce jour, il est évident que le soleil est alors dans le signe qui précede; c'est pourquoi il faut ôter de 30 degrés la différence du quantieme proposé, d'avec celui où le soleil entre dans un nouveau signe : le restant indiquera le quantieme du degré du signe précédent où se trouve le soleil.

Soit proposé, par exemple, le 18 Mai. On trouve par le problême précédent, qu'en Mai le soleil entre le 21 dans le signe des Gemeaux. Or, comme le 18 précede le 21 de trois jours, ôtez 3 de 30 ; le restant 27 indiquera qu'au 18 Mai le soleil se trouvera dans le 27e degré du Taureau.

Mais si le quantieme proposé du mois étoit postérieur au jour du même mois où le soleil entre dans un nouveau signe, alors il faudra prendre le nombre des jours dont ils different : ce sera le degré de ce signe où se trouvera le soleil au jour donné.

Supposons, par exemple, qu'on ait proposé le 27 Mai. Comme le soleil entre le 21 Mai dans les Gemeaux, & que la différence de 21 à 27 est 6, on en conclura que le soleil est au 27 Mai dans le 6e degré des Gemeaux.

PROBLÊME XIII.

Trouver le lieu de la lune dans le zodiaque, un jour proposé de l'année.

On trouvera premiérement le lieu du soleil dans le zodiaque, comme il a été enseigné au problême précédent ; & ensuite la distance de la lune au soleil, ou l'arc de l'écliptique compris entre le soleil & la lune, comme nous allons enseigner.

Ayant trouvé par le problême V l'âge de la lune, & l'ayant multiplié par 12, divisez le produit par 30 ; le quotient donnera le nombre des ſignes, & le reſte de la diviſion donnera le nombre des degrés de la diſtance de la lune au ſoleil. C'eſt pourquoi ſi, ſelon l'ordre des ſignes, on compte cette diſtance, dans le zodiaque, en commençant depuis le lieu du ſoleil, on aura le lieu de la lune qu'on cherche.

Comme ſi l'on veut ſçavoir le lieu où étoit la lune le 28 Mai 1693, le ſoleil étant au 27^{e} degré du Taureau, & l'âge de la lune étant 14, multipliez 14 par 12, & diviſez le produit 168 par 30: le quotient 5, & le reſte 18 de la diviſion, font connoître que la lune eſt éloignée du ſoleil de 5 ſignes & de 18 degrés. Si donc on compte 5 ſignes & 18 degrés dans le zodiaque depuis le 27^{e} degré du Taureau, qui eſt le lieu du ſoleil, on tombera ſur le 15^{e} degré du Scorpion, c'étoit le lieu moyen de la lune.

PROBLÊME XIV.

Trouver à quel mois de l'année appartient une lunaiſon.

DANS l'uſage du calendrier romain, chaque lunaiſon eſt eſtimée appartenir au mois où elle ſe termine, ſuivant cette ancienne maxime des computiſtes :

In quo completur, menſi lunatio detur.

C'eſt pourquoi, pour ſçavoir ſi une lunaiſon appartient à un mois propoſé de quelque année que ce ſoit, par exemple au mois de Mai 1693, ayant trouvé, par le problême V, que l'âge de la lune au dernier jour de Mai étoit 27 ; cet âge 27 fait connoître que la lune finit au mois ſuivant, c'eſt-à-dire au mois de Juin, & que par conſéquent elle appartient à ce mois. Il fait auſſi connoître que la lunaiſon précédente a fini au mois de Mai, & que par conſéquent elle appartient à ce mois. Il en eſt ainſi des autres.

PROBLÊME XV.

Connoître les années lunaires qui ſont communes, & celles qui ſont emboliſmiques.

Ce problême eſt aiſé à réſoudre par le moyen du précédent, par lequel on connoît facilement qu'un même mois ſolaire peut avoir deux lunaiſons. Car il ſe peut faire que deux lunes finiſſent en un même mois, qui aura 30 ou 31 jours, comme Novembre, qui a 30 jours, où une lune peut finir le premier de ce mois, & la ſuivante le dernier ou le 30 du même mois : alors cette année aura treize lunes, & ſera par conſéquent emboliſmique. En voici un exemple.

En l'année 1712, la premiere lune de Janvier étant finie au huitieme de ce mois, la deuxieme de Février au ſixieme, la troiſieme de Mars au huitieme, la quatrieme d'Avril au ſixieme, la cinquieme de Mai auſſi au ſixieme, la ſixieme de Juin au quatrieme, la ſeptieme de Juillet auſſi au quatrieme, la huitieme d'Août au deuxieme, la neuvieme de Septembre au premier, la dixieme d'Octobre auſſi au premier, l'onzieme auſſi d'Octobre au trentieme du même mois, la douzieme de Novembre au vingt-neuvieme, & la treizieme de Décembre au vingt-huitieme ; on connoît que cette année, ayant treize lunes, fut emboliſmique.

On connoît que toutes les années civiles lunaires du calendrier nouveau, qui ont leur commencement au premier de Janvier, ſont emboliſmiques, quand elles ont pour épacte * 29, 28, 27, 26, 25, 24, 23, 22, 21, 19, & auſſi 18, quand le nombre d'or eſt 19.

Ainſi l'on connoît qu'en l'année 1693, dont l'épacte étoit 3, l'année lunaire civile fut emboliſmique, c'eſt-à-dire qu'elle eut treize lunes : ce qui arriva à cauſe que le mois d'Août eut deux lunaiſons, une lunaiſon étant finie le premier de ce mois, & la ſuivante étant finie le trentieme du même mois.

PROBLÊME XVI.

Trouver combien de temps la lune doit éclairer pendant une nuit propoſée.

AYANT trouvé par le problême V l'âge de la lune, & l'ayant augmenté d'une unité, multipliez la ſomme par 4, ſi cette ſomme ne paſſe pas 15 ; car ſi elle paſſe 15, il la faut ôter de 30, & multiplier le reſte par 4; après quoi diviſez le produit par 5 : le quotient donnera autant de douziemes parties de la nuit, pendant leſquelles la lune luit. Ces douziemes parties ſont appellées *heûres inégales*. Il faut les compter après le coucher du ſoleil, lorſque la lune croît, & avant le lever du ſoleil, lorſque la lune décroît.

Si l'on veut ſçavoir le temps que la lune éclaira pendant la nuit du 21 Mai 1693, où l'âge de la lune étoit 17, ajoutez 1 à 17, & ôtez la ſomme 18 de 30 ; il reſtera 12, lequel étant multiplié par 4, & le produit 48 étant diviſé par 5, le quotient donnera 9 heures inégales, & $\frac{3}{5}$ pour le temps pendant lequel la lune éclaira la nuit avant le lever du ſoleil.

Si je veux ſçavoir combien de temps la lune éclaira pendant la nuit du 14 au 15 de Février de l'année 1730, je trouve d'abord que l'âge de la lune du 14 Février eſt 26, auquel ayant ajouté 1, la ſomme ſera 27. Je retranche cette ſomme 27 de 30, il reſte 3, que je multiplie par 4; je diviſe le produit 12 par 5, le quotient eſt $2\frac{2}{5}$, qui font des heures inégales, c'eſt-à-dire huit douziemes parties de l'arc nocturne, qu'on réduira en heures égales & aſtronomiques par la remarque ſuivante.

REMARQUE.

IL eſt aiſé de réduire les heures inégales en heures égales ou aſtronomiques, qui ſont la vingt-quatrieme partie d'un jour naturel, comprenant le jour & la nuit, lorſque l'on ſçait la longueur de la nuit au jour propoſé. Comme dans ce premier exemple, ſçachant qu'à Paris la nuit du 21 Mai eſt de 8 heures 34 minutes, en diviſant ces 8 heures 34 minutes par 12, on aura 42 minutes & 50 ſecondes pour la valeur d'une heure inégale, laquelle étant multipliée par $9\frac{3}{5}$, qui eſt le nombre des heures inégales, pendant leſquelles la lune éclaire depuis ſon lever juſqu'au lever du ſoleil, on aura 6 heures égales, & environ 51 minutes, pour le temps compris entre le lever de la lune & le lever du ſoleil.

COROLLAIRE.

Par-là on peut *trouver l'heure du lever de la lune*, lorſqu'on ſçait l'heure du lever du ſoleil; car ſi à l'heure du lever du ſoleil, qui eſt 4 heures & 27 minutes, on ajoute 12 heures, & que de la somme 16 heures & 17 minutes on ôte 6 heures & 51 minutes, qui est le temps compris entre le lever de la lune & le lever du soleil, on aura au reste 9 heures & 26 minutes pour l'heure du lever de la lune.

PROBLÊME XVII.

Trouver facilement les Calendes, les Nones & les Ides de chaque mois de l'année.

CETTE dénomination des nones, des ides & calendes, étoit une grande bizarrerie dans le calendrier romain; mais, comme elle a subsisté dans les expéditions de la Cour de Rome, il peut être utile de sçavoir la réduire à notre maniere de compter.

On le fera facilement au moyen de ces trois vers latins:

Principium mensis cujusque vocato Calendas,
Sex Maïus Nonas, October, Julius & Mars,
Quatuor at reliqui; dabit Idus quilibet octo.

En voici la traduction en vers françois.

A Mars, Juillet, Octobre & Mai
Six Nones *les gens ont donné;*
Aux autres mois quatre gardé;
Huit Ides *à tous accordé.*

Le sens de ces vers est, que le premier jour de chaque mois est toujours dénommé *calendes;*

Que dans les mois de Mars, Mai, Juillet & Octobre, les nones sont au septieme jour, & dans tous les autres au cinquieme;

Enfin, que les ides sont huit jours après les nones, sçavoir, les quinziemes de Mars, Mai, Juillet & Octobre, & les treiziemes jours des autres mois.

Il faut présentement remarquer que les Romains comptoient les autres jours à rebours, allant toujours en diminuant; & ils donnoient le nom de nones d'un mois, aux jours qui sont entre les calendes & les nones de ce mois; le nom des ides d'un mois, aux jours qui sont entre les nones & les ides de ce mois; & le nom de calendes d'un mois, aux jours qui restent depuis les ides jusqu'à la fin du mois précédent.

Ainsi dans les quatre mois, par exemple, Mars, Mai, Juillet & Octobre, où les nones ont 6 jours, le deuxieme jour du mois s'appelle VI° *nonas*, c'est-à-dire le sixieme jour avant les nones, la préposition *ante* étant sous-entendue. De même le troisieme jour se nomme V° *nonas*, pour dire le cinquieme jour des nones, ou avant les nones; & ainsi des autres. Mais au lieu d'appeller le sixieme jour du mois II° *nonas*, on dit *pridie nonas*, c'est-à-dire la veille des nones. On dit aussi *postridie calendas*, le jour d'après les calendes; *postridie nonas*, le jour d'après les nones; *postridie idus*, le jour d'après les ides.

PROBLÊME XVIII.

Connoître quel quantieme des Calendes, des Nones & des Ides répond à un certain quantieme d'un mois donné.

Il faut faire attention à la remarque qu'on vient de faire, qui est que tous les jours qui sont entre les calendes & les nones, appartiennent aux nones; les jours qui ſont entre les nones & les ides, portent le nom des ides; & que ceux qui ſont entre les ides & les calendes du mois ſuivant, portent le nom des calendes de ce même mois. Cela ſuppoſé,

1° Si le quantieme du mois appartient aux calendes, ajoutez 2 au nombre des jours du mois, & de la ſomme retranchez le nombre donné. Le reſte ſera le quantieme des calendes.

Si vous voulez ſçavoir, par exemple, à quel quantieme des calendes le 25 Mai répond: ce jour appartient aux calendes, puiſqu'il eſt entre les ides de Mai & les calendes de Juin. Le mois de Mai a 31 jours, auquel nombre ajoutez 2; de la ſomme 33 retranchez 25, il reſtera 8, qui marque que le 25 de Mai répond au 8e des calendes de Juin, c'eſt-à-dire que le 25 Mai étoit appellé chez les Romains VIII° *calendas Junii*.

2° Si le quantieme du mois appartenoit aux ides ou aux nones, ajoutez 1 au nombre des jours écoulés depuis le premier du mois juſqu'aux ides ou aux nones incluſivement; de cette ſomme retranchez le nombre donné, qui eſt le quantieme du mois: le reſte ſera préciſément le quantieme des nones & des ides.

Je ſuppoſe, par exemple, que le quantieme du mois ſoit le 9 Mai. Ce jour appartient aux ides, parcequ'il ſe trouve entre le ſeptieme jour des nones & le quinzieme jour des ides. Si on ajoute 1 à 15, & que de la ſomme 16 on retranche 9, le reſte 7 marque que le 9e de Mai répond au 7e des ides de ce mois; c'eſt-à-dire que le 9e du mois de Mai étoit appellé chez les Latins VII° *idus Maii*.

De même, si le quantieme du mois étoit le 5e de Mai, ce jour appartient aux nones, parcequ'il est entre le 1 & le 7. Ajoutant donc 1 à 7, & de la somme 8 ôtant 5, qui est le quantieme du mois, le reste 3 montre que le 5e Mai répond au 3e des nones; c'est-à-dire que ce jour-là étoit appellé chez les Romains IIIo *nonas Maii.*

PROBLÊME XIX.

Le quantieme des Calendes, des Ides, ou des Nones, étant donné, trouver quel quantieme du mois doit y répondre.

On satisfera à cette question par une méthode toute semblable à celle qu'on vient de donner dans le problême précédent. Il y a néanmoins cette différence, qu'au lieu de soustraire le quantieme du mois pour avoir le quantieme des calendes, &c. on soustrait le quantieme des calendes pour avoir celui du mois.

Je cherche, par exemple, à quel quantieme du mois doit répondre VIo *calendas Junii*, le 6 des calendes de Juin. Puisque les calendes se comptent en rétrogradant depuis le 1er Juin vers les ides de Mai, il est clair que le 6 des calendes de Juin répond à un des jours du mois de Mai. Et comme ce mois a 31 jours, j'ajoute 2 à 31; de la somme 33 je retranche 6, qui est le quantieme des calendes: il reste 27, qui marque que le 6 des calendes de Juin répond au 27 Mai.

On fera la même chose à l'égard des nones & des ides.

REMARQUE.

Il sera facile de satisfaire aux deux questions précédentes,

précédentes, si on a un calendrier où les jours des calendes, des nones & des ides soient marqués vis-à-vis les quantiemes des mois, comme on les voit dans le calendrier ecclésiastique.

Du Cycle d'Indiction.

L'indiction est un espace de quinze années, au bout desquelles on commence de nouveau à compter par une circulation perpétuelle. On l'a appellé indiction, parceque, selon quelques auteurs, elle servoit à indiquer l'année du paiement d'un tribut à la république ; ce qui lui fit donner le nom d'*indiction romaine*.

On l'appelle aussi *indiction pontificale*, parceque la Cour de Rome s'en sert dans ses bulles & dans toutes ses expéditions. Voici l'origine qu'on attribue à cet usage. L'empereur Constantin donna en 312 un édit, par lequel il autorisoit dans l'empire l'exercice de la religion Chrétienne. Quelques années après, le concile de Nicée fut assemblé, & condamna l'hérésie d'Arius ; ce qui arriva en 328 : ainsi, dans l'espace de quinze ans, le Christianisme triompha de la persécution & de l'hérésie. Cette durée de quinze années fut regardée comme une période mémorable ; &, pour en conserver la mémoire, on établit le cycle d'indiction, dont le commencement fut fixé au 1er Janvier de l'année 313, pour le commencer avec l'année solaire, quoique, selon l'institution de Constantin, l'époque de ce cycle eût été fixée au mois de Septembre de l'an 312, date de son édit en faveur des Chrétiens. Ce ne fut cependant que l'empereur Justinien qui ordonna de compter par années d'indiction dans les actes publics.

Quoi qu'il en soit de ces origines, que le

P. Petau trouve fort douteuſes, il eſt certain que la premiere année de l'indiction eſt la 313^{e} de J. C. Ainſi l'an 312 auroit eu 15 d'indiction, ſi dès-lors on eût compté ainſi; & en diviſant 312 par 15, on trouve que le reſte eſt 12; ce qui fait voir que la douzieme année de J. C. avoit 15 d'indiction : par conſéquent ce cycle eût commencé trois ans avant J. C.; ou autrement la premiere année de l'ere chrétienne eût eu 4 d'indiction; ce qui donne la ſolution du problême ſuivant.

PROBLÊME XX.

Trouver le nombre de l'Indiction Romaine qui répond à une année donnée.

Ajoutez 3 au nombre de l'année, & diviſez la ſomme par 15 : ce qui reſtera indiquera le nombre de l'indiction courante.

Soit, par exemple, propoſée l'année 1780. Ajoutez 3, vous aurez 1783; diviſez par 15, le reſte ſera 13 : ainſi en 1780 on comptera 13 d'indiction.

On trouvera de même qu'en 1769 on comptoit 2.

Lorſqu'il n'y aura aucun reſte, alors on aura 15 d'indiction.

De la Période Julienne, & de quelques autres Périodes de ce genre.

La période Julienne eſt une période formée par la combinaiſon des trois cycles; ſçavoir, le lunaire de 19 ans, le ſolaire de 28, & celui d'indiction de 15. La premiere année eſt cenſée avoir été celle où l'on eut 1 de cycle lunaire, 1 de cycle ſolaire, & 1 d'indiction.

Si l'on multiplie ensemble les nombres 19, 28 & 15, le produit 7980 est le nombre des années comprises dans la période Julienne ; & par les loix des combinaisons, on est assuré qu'il ne sçauroit y avoir dans une révolution deux de ces années qui aient à-la-fois les mêmes nombres.

Cette période, au reste, n'est qu'une période feinte ; mais elle est commode, à cause de son étendue, pour y rapporter les commencements de toutes les eres connues, même celles de la création du monde, si l'époque en étoit certaine ; car, suivant la chronologie commune, cette époque devance seulement l'ere chrétienne de 3950 ans. D'ailleurs le commencement de la période Julienne devance cette même ere de 4714 ans ; d'où il suit que la création du monde répond à l'an 764 de la période Julienne.

On demandera comment l'on a trouvé que l'année de la naissance de J. C. est la 4714e de cette période. Le voici. On démontre par un calcul rétrograde, que si les trois cycles, sçavoir le solaire, le lunaire, & celui d'indiction, avoient eu cours lors de la naissance de J. C., l'année où il naquit auroit eu 2 de cycle lunaire, 10 de cycle solaire, & 4 d'indiction. Or ces caracteres sont propres à l'an 4714 de la période, comme on le verra dans le problême suivant. Il faut donc adapter cette année à celle de la naissance de J. C. ; d'où, en remontant & calculant les intervalles des événements antérieurs dans les historiens profanes, & ensuite les livres saints, l'on trouve entre cette année & la création d'Adam, 3950. Si donc on ôte 3950 de 4714, on trouvera 764. Le commencement de la période devance donc la création du monde de 764 ans.

PROBLÊME XXI.

Etant donnée une année de la période Julienne, trouver combien elle a de cycle lunaire, de cycle solaire, & d'indiction.

SOIT, par exemple, donnée l'année 6522 de la période Julienne. Divisez ce nombre par 19, le restant, sans avoir égard au quotient, sera 5; ce sera le nombre d'or. Divisez ce même nombre par 28, le restant de la division sera 26; ce sera le nombre du cycle solaire. Divisez enfin 6522 par 15, le reste de la division sera 12; ce qui montre que cette année a 12 d'indiction. Lorsqu'il ne reste rien en divisant l'année donnée par le nombre d'un de ces cycles, c'est ce nombre même qui est celui du cycle. Si, par exemple, l'année donnée étoit la 6525^{e}, en divisant par 15, il ne resteroit rien; ce qui donneroit 15 pour l'indiction.

Mais si l'on veut trouver à quelle année de l'ere Chrétienne répond une année de la période Julienne, par exemple la 6522^{e}, il n'y a qu'à en ôter 4714; le restant 1808 sera le nombre des années écoulées depuis le commencement de l'ere Chrétienne.

Tout cela porte avec soi sa démonstration

PROBLÊME XXII.

Etant donnés les nombres des cycles lunaire, solaire & d'indiction, qui répondent à une année, trouver son rang dans la période Julienne.

MULTIPLIEZ le nombre du cycle lunaire par 4200, celui du cycle solaire par 4845, celui de l'indiction par 6916.

Ajoutez ces produits en un, & divisez la somme par 7680 ; le nombre restant après la division indiquera l'année de la période Julienne.

Soit le nombre du cycle lunaire 2, celui du cycle solaire 10, celui d'indiction 4, ce qui est le caractere de la premiere année de l'ere Chrétienne ; vous aurez pour premier produit 8400, pour second 48450, pour troisieme 27664 : leur somme est 84714. Divisez ce nombre par 7980, le restant se trouvera 4714 : ainsi l'année à laquelle conviennent, dans la période Julienne, les caracteres ci-dessus, est la 4714e, ou l'origine de la période Julienne devance l'ere Chrétienne de 4713 ans.

REMARQUES.

I. Il y a une autre période, appellée *Dionysienne*, qui est le produit des nombres 19 du cycle lunaire, & 28 du cycle solaire, & qui comprend par conséquent 532 années. Elle fut imaginée par Denys le Petit, vers le temps du concile de Nicée, pour renfermer toutes les variétés des nouvelles lunes & des lettres dominicales ; ensorte qu'après 532 ans, elles devoient se renouveller dans le même ordre ; ce qui eût été très-commode pour le calcul de la pâque & des fêtes mobiles : mais elle supposoit que le cycle lunaire étoit parfaitement exact ; ce qui n'étant pas, cette période n'est plus d'aucun usage.

II. Comme parmi les cycles de la période Julienne, il y en a un, sçavoir celui d'indiction, qui est purement d'institution politique, c'est-à-dire qui n'a nulle relation avec les mouvements célestes, il eût peut-être été avantageux de substituer à ce dernier cycle celui des épactes, qui est astronomique, & dont la révolution est de 30 ans : alors le nombre des années de la période eût été de 15960 ans. Cette période de 15960 années a été appellée par le P. Jean-Louis d'Amiens, capucin, son inventeur, la *période de Louis le Grand*. Mais les chronologistes ne paroissent pas lui avoir fait l'accueil qu'espéroit son auteur.

De quelques Epoques ou Eres célebres dans l'Histoire.

I.

La premiere de ces époques est celle des Olympiades. Elle tire son nom des jeux olympiques, qui se célébroient, comme tout le monde sçait, avec beaucoup de solemnité dans la Grece, tous les quatre ans révolus, vers le solstice d'été. Les jeux olympiques avoient été fondés par Hercule. Mais étant tombés en désuétude, ils furent rétablis par Iphitus, un des Héraclides, ou des descendants de ce héros, l'an 776 avant l'ere Chrétienne; & depuis ce temps ils continuerent à se célébrer avec beaucoup d'exactitude, jusqu'à ce que la conquête de la Grece par les Romains y mit fin. Ainsi l'ere ou l'époque des olympiades commence l'an 776 avant J. C., au solstice d'été.

PROBLÊME XXIII.

Changer les années des Olympiades en années de l'Ere Chrétienne, ou au contraire.

1. Il faut pour cela retrancher l'unité du nombre qui désigne le quantieme de l'olympiade; ensuite multiplier le restant par 4, & y ajouter le nombre

des années complettes de l'olympiade ; enfin ôter de cette ſomme 775, ou, ſi elle eſt moindre, l'ôter de 776 : on aura, dans le premier cas, l'année courante de l'ere Chrétienne, & dans le ſecond, l'année avant cette ere.

On propoſe, par exemple, la troiſieme année de la ſoixante-ſeizieme olympiade. J'ôte l'unité de 76, reſte 75, qui, multipliés par 4, donnent 300. Les années complettes d'une olympiade, lorſque court la troiſieme, ſont 2 : j'ajoute donc 2 à 300, ce qui me donne 302. Or 302 ſont moindres que 775 ; ainſi j'ôte 302 de 776 : le reſtant eſt 474, ou l'année courante avant J. C.

Soit propoſée la deuxieme année de la 201e olympiade. J'ôte 1 de 201, reſtent 200, qui, multipliés par 4, donnent 800 ; à quoi j'ajoute une année complette, ce qui donne 801 ; j'en ôte 775, il reſte 261, qui eſt l'année de l'ere Chrétienne à laquelle répond la deuxieme année de la 201e olympiade.

2. Pour convertir au contraire les années chrétiennes en années d'olympiades, il faut ôter de 776 le nombre des années, ſi elles ſont antérieures à J. C. ; ou au contraire leur ajouter 775, s'il eſt queſtion d'une année poſtérieure à l'ere Chrétienne ; enſuite diviſer ce qui en réſultera par 4 : le quotient, augmenté de l'unité, ſera le nombre de l'olympiade ; & le reſtant, pareillement augmenté de l'unité, ſera l'année courante de cette olympiade.

Qu'on propoſe, par exemple, l'année 1715. En y ajoutant 775, on a 2490 ; ce nombre diviſé par 4, donne au quotient 622, & il reſte 2 : ainſi en 1715 on tenoit la troiſieme année de la 623e olympiade : ou, plus exactement ; le dernier ſemeſtre de l'année 1715 avec le premier de 1716, répondoient à la troiſieme année de la 623^e olympiade.

II.

L'ere de l'hégyre eſt celle que ſuivent la plus grande partie des ſectateurs de Mahomet ; c'eſt l'époque des Arabes, des Turcs, des Africains, &c ; & conſéquemment la connoiſſance de leur hiſtoire exige qu'on ſçache réduire les années de l'hégyre en années chrétiennes, & au contraire.

Pour cet effet, il faut d'abord obſerver que les années de l'hégyre ſont purement lunaires ; & comme l'année lunaire, ou 12 lunaiſons complettes, forment 354 jours 8 heures 48 minutes, ſi l'on faiſoit toujours l'année de 354 ou de 355 jours, la nouvelle lune s'écarteroit bientôt ſenſiblement du commencement de l'année. Pour prévenir cet inconvénient, on a imaginé une période de 30 années, dans laquelle il y a 10 années communes, ou de 354 jours & 11 emboliſmiques, ou de 355 jours. Ces dernieres ſont la 2^e, la 5^e, la 7^e, la 10^e, la 13^e, la 15^e, la 18^e, la 21^e, la 24^e, la 26^e & la 29^e.

On doit encore obſerver que la premiere année de l'hégyre commença le 15 Juillet de l'an 622 de J. C.

PROBLÊME XXIV.

Trouver l'année de l'Hégyre qui répond à une année Julienne donnée.

POUR réſoudre ce problême, il faut d'abord obſerver que 228 années Juliennes forment à très-peu près 235 années de l'hégyre.

Cela ſuppoſé, qu'on propoſe, par exemple, l'année 1770 de notre ere. Il faut commencer par diminuer ce nombre de 621, parceque il y avoit au commencement de l'ere de l'hégyre, 621 ans complets de notre ere déja écoulés. Le restant sera 1149. Faites ensuite cette proportion: si 228 années Juliennes donnent 235 années de l'hégyre, combien en donneront 1149 années ? & vous trouverez 1184 avec un reste de 99 jours. Ainsi l'année 1770 des Chrétiens se trouve coïncider, du moins en partie, avec la 1184 de l'hégyre.

Si vous voulez, au contraire, trouver l'année chrétienne qui répond à une année donnée de l'hégyre, faites l'opération inverse; le nombre qui en résultera sera celui des années Juliennes écoulées depuis le commencement de l'hégyre. Il n'y aura donc qu'à y ajouter 621, & vous aurez l'année de J. C. courante.

Nous n'en dirons pas davantage sur cet objet; mais nous allons terminer ceci par un tableau qui présentera les dates des événements principaux de l'histoire, & celles du commencement des eres les plus célebres, liées soit à la période Julienne, soit à l'avénement de J. C.

Epoques des Evénements & des Eres les plus célebres.	*An. de la P. Jul.*	*Avant J. C.*
LA création du monde.	764	3950
Le déluge selon le texte hébreu. .	2420	2294
La prise de Troye.	3530	1184
Le commencement de l'ere des Olympiades.	3938	776
Le comm. de l'ere de Nabonassar.	3967	747
La fondation de Rome.	3961	752
La mort d'Alexandre.	4390	324
Le comm, de l'ere Julienne . . .	4669	45

Epoques des Evénements & des Eres les plus célebres.	*An. de la P. Jul.*	*Après J. C.*
Le comm. de l'ere Chrétienne. .	4714	0
Le comm. de l'ere de l'Hégyre. .	5336	622
La prise de Constantinople par les Turcs.	6175	1461
La découverte de l'Amérique. . .	6206	1492
L'année courante 1778	6492	1778

Ainsi il reste encore 1488 ans pour achever la premiere période Julienne.

Nous dirons enfin, pour résumer tout ce qu'on a dit jusqu'à présent sur cette matiere, que l'année courante 1778 est,

Depuis la création du monde, selon le calcul vulgaire, la 5728^e.

De la période Julienne, la 6492^e.

De l'ere des Olympiades, la 2^e de la 639^e Olympiade.

De l'ere de Nabonassar, la 2524^e.

De l'ere de l'Hégyre, la 1192^e.

RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

SEPTIEME PARTIE,

CONTENANT les Problêmes les plus curieux & les plus remarquables de la Gnomonique.

LA gnomonique eſt la ſcience de tracer ſur un plan, ou même ſur une ſurface quelconque, un cadran ſolaire, c'eſt-à-dire une figure dont les différentes lignes marquent au ſoleil, par l'ombre d'un ſtyle, les différentes heures de la journée. Cette ſcience eſt par conſéquent dépendante de la géométrie & de l'aſtronomie, ou du moins ſuppoſe les connoiſſances de la ſphere.

Il y a beaucoup de gens qui font des cadrans ſolaires, ſans avoir une idée nette du principe qui ſert de baſe à cette partie des mathématiques : c'eſt pourquoi il eſt à propos de commencer par l'expliquer ici.

Principe général des Cadrans ſolaires.

Concevez une ſphere avec ſes douze cercles horaires ou méridiens qui diviſent l'équateur, & conſéquemment tous ſes paralleles, en vingt-quatre parties égales. Que cette ſphere ſoit placée dans ſa poſition convenable pour lieu du cadran, c'eſt-à-dire que ſon axe ſoit dirigé au pôle du lieu, ou élevé de l'angle égal à la latitude. Imaginez préſentement un plan horizontal coupant cette ſphere par ſon centre. L'axe de la ſphere ſera le ſtyle, & les différentes interſections des cercles horaires avec ce plan ſeront les lignes horaires ; car il eſt évident que ſi les plans de ces cercles étoient infiniment prolongés, ils formeroient dans la ſphere céleſte les cercles horaires qui diviſent la révolution ſolaire en vingt-quatre parties égales. Conſéquemment, lorſque le ſoleil ſera arrivé à un de ces cercles, par exemple à celui de trois heures après midi, il ſera dans le plan du cercle ſemblable de la ſphere ci-deſſus, & l'ombre du ſtyle ou de l'axe tombera ſur la ligne d'interſection de ce cercle avec le plan horizontal : c'eſt pourquoi ce ſera la ligne de 3 heures ; & ainſi des autres.

Pl. 1, fig. 1. Tout ceci eſt expliqué dans la *fig. 1*, *planche premiere*, qui repréſente une partie de la ſphere avec ſix des cercles horaires. P*p* eſt l'axe dans lequel tous ces cercles s'entre-coupent ; AHB*h* le plan horizontal, ou l'horizon de la ſphere prolongé indéfiniment ; AB la méridienne, DE le diametre de l'équateur qui eſt dans le méridien, & DHE*h* la circonférence de l'équateur, dont

DHE eſt une moitié, & DH le quart. Ce quart de l'équateur eſt diviſé en ſix parties égales, D 1, 1 2, 2 3, 3 4, 4 5, 5 6, par leſquels paſſent les cercles horaires, dont les plans coupent évidemment l'horizon dans les lignes C1, C2, C3, C4, C5, C6 : ces lignes ſont les lignes horaires, leſquelles, en les ſuppoſant prolongées juſqu'à AF, qui eſt perpendiculaire à la méridienne CA, donnent les lignes horaires C I, C II, C III, C IV, C V, C VI. Le ſtyle ſera une portion CS de l'axe de la ſphere, lequel doit conſéquemment faire avec la méridienne & dans ſon plan un angle SCA, égal à celui de la hauteur du pôle ou PCA.

Si l'imagination du lecteur eſt fatiguée de ce raiſonnement, & c'eſt ſans doute ce qui arrivera à pluſieurs, il lui ſera aiſé de la ſoulager avec une figure ſolide; car on peut faire une ſphere diviſée par ſes douze cercles horaires: coupez-la enſuite de maniere que l'un de ſes pôles ſoit éloigné du plan de la coupe, d'un angle égal à la hauteur du pôle du lieu. Placez enfin cette ſphere ainſi coupée, ſur un plan horizontal, enſorte que le pôle ſoit dirigé vers celui de ce lieu. Vous verrez facilement ſur ce plan horizontal les lignes d'interſection des cercles horaires avec lui; & la coupe commune de tous les cercles, qui eſt l'axe, déſignera la poſition du ſtyle.

Nous avons ſuppoſé la coupe de la ſphere faite par un plan horizontal, afin de fixer les idées. Si ce plan eſt vertical, la choſe ſera la même, & les lignes d'interſection ſeront les lignes horaires d'un cadran vertical. Si ce plan eſt déclinant ou incliné, on aura un cadran déclinant ou incliné: il eſt même aiſé de voir que cela eſt vrai de toute ſurface, quelle que ſoit ſa forme, convexe, concave, irréguliere, & quelle que ſoit ſa poſition.

On appelle *ſtyle*, la ligne ou la verge de fer, ordinairement inclinée, dont l'ombre ſert à montrer les heures. C'eſt, comme nous l'avons dit, une partie CS de l'axe de la ſphere, & alors il montre l'heure par l'ombre de toute ſa longueur.

On poſe néanmoins quelquefois à des cadrans un ſtyle droit, comme SQ; mais alors il n'y a que l'ombre du ſommet S qui montre l'heure, parceque ce ſommet eſt un point de l'axe de la ſphere.

Le centre du cadran eſt le point, comme C, où concourent toutes les lignes horaires. Il arrive quelquefois néanmoins que ces lignes ne concourent point: c'eſt le cas des cadrans dont le plan eſt parallele à l'axe de la ſphere; car il eſt évident que, dans ce cas, les interſections des cercles horaires doivent être des lignes paralleles. On nomme ces cadrans, *ſans centre*. Les verticaux, orientaux & occidentaux, les cadrans tournés directement au midi, & inclinés à l'horizon d'un angle égal à celui de la latitude, ou qui prolongés paſſeroient par le pôle, ſont de ce nombre.

La méridienne eſt, comme tout le monde ſçait, l'interſection du plan du méridien avec celui du cadran. Elle eſt toujours perpendiculaire à l'horizon, lorſque le plan du cadran eſt vertical.

La ligne ſouſtylaire eſt celle ſur laquelle tombe le plan perpendiculaire au plan du cadran, & mené par le ſtyle. Comme cette ligne eſt une des principales à conſidérer dans les cadrans déclinants, il eſt néceſſaire de s'en former une idée très-diſtincte. Pour cet effet, concevez que, d'un point quelconque du ſtyle, ſoit abaiſſée une perpendiculaire au plan du cadran; que par le ſtyle & par cette perpendiculaire, ſoit mené un plan qui ſera néceſſairement perpendiculaire à celui du cadran, il le coupera dans une ligne paſſant par le centre & par le pied de cette perpendiculaire: ce ſera la ligne ſouſtylaire.

Cette ligne eſt la méridienne du plan, c'eſt-à-dire qu'elle donne le moment auquel le ſoleil eſt le plus élevé ſur l'horizon de ce plan. Cette méridienne du plan doit bien être diſtinguée de celle du lieu, ou de la ligne de midi du cadran; car cette derniere eſt l'interſection du plan du cadran avec le méridien du lieu, qui eſt le plan paſſant par le zénith du lieu & par le pôle; au lieu que la méridienne du plan du cadran eſt l'interſection de ce plan avec le méridien, ou le cercle horaire paſſant par le pôle & par le zénith du plan.

Dans le plan horizontal, ou tout autre qui n'a aucune déclinaiſon, la ſouſtylaire & la méridienne du lieu ſe confondent; mais dans tout plan qui n'eſt pas tourné directement au midi ou au nord, ces lignes font des angles plus ou moins grands.

L'équinoxiale enfin eſt l'interſection du plan de l'équateur avec le cadran: on peut aiſément ſe démontrer que cette ligne eſt toujours perpendiculaire à la ſouſtylaire.

PROBLÊME I.

Trouver ſur un plan horizontal la ligne méridienne.

L'INVENTION de la ligne méridienne eſt la baſe de toute la ſcience des cadrans ſolaires; mais, comme elle eſt en même temps la baſe de toute opération astronomique, & que, par cette raison, nous en avons traité au long dans la partie de cet ouvrage qui a l'astronomie pour objet, nous ne nous répéterons pas ici, & nous y renverrons notre lecteur. Nous nous bornerons à enseigner ci-dessous une pratique ingénieuse & peu connue.

Nous donnerons aussi plus loin une maniere de déterminer en tout temps, & par une observation unique, la position de la ligne méridienne, pourvu que la latitude du lieu soit connue.

PROBLÊME II.

Comment on peut trouver la méridienne par trois observations d'ombres inégales.

On trouve ordinairement la ligne méridienne sur un plan horizontal, au moyen de deux ombres égales d'un style perpendiculaire, l'une prise avant, l'autre après midi. C'est pour cette raison qu'on décrit du pied du style plusieurs cercles concentriques; mais, malgré cette précaution, il peut arriver, & sans doute il est arrivé souvent, qu'on n'aura pu avoir deux ombres égales l'une à l'autre. Dans ce cas, doit-on régarder son opération comme manquée? Non, pourvu qu'on ait trois observations au lieu de deux. Voici comment, dans ce cas, on devra opérer. On doit cette méthode, qui est ingénieuse, à un assez ancien auteur de gnomonique, appellé *Muzio oddi da Urbino*, qui l'a donnée dans un traité intitulé, *gli Orologi solari nelle superficie piane*. C'étoit un auteur très-dévot, car il remercie pieusement N. D. de Lorette de lui avoir inspiré les pratiques enseignées dans son ouvrage.

Soit

Soit P le pied du ſtyle, & PS ſa hauteur ; que les trois ombres projetées ſoient PA, PB, PC, que nous ſuppoſons inégales, & que PC ſoit la moindre. Au point P, élevez ſur PA, PB, PC, les perpendiculaires PD, PE, PF, égales entr'elles & à PS, & tirez DA, EB, FC ; ſur les deux plus grandes deſquelles, ſçavoir DA, EB, vous prendrez DG, EH, égales à FC ; de G & H menez ſur PA, PB, les perpendiculaires GI, HK, & joignez les points I & K par une ligne indéfinie ; faites IM & KL perpendiculaires à IK, & égales à GI, KH, & tirez ML, qui concourra avec IK dans un point N, par lequel & par C, menez CN ; ce ſera la perpendiculaire à la méridienne : conſéquemment, en menant de P la ligne PO, perpendiculaire à CN, ce ſera la méridienne cherchée. Pl. 2, fig. 2.

Comme la démonſtration de cette pratique ſeroit un peu longue, nous la ſupprimons, & nous nous bornons à renvoyer notre lecteur au cinquieme livre de l'ouvrage de Schotten, intitulé *Exercitationes Mathematicæ*.

PROBLÊME III.

Trouver la méridienne d'un plan, ou la ligne ſouſtylaire.

CETTE opération eſt facile, d'après ce que nous avons dit plus haut ſur la ligne ſouſtylaire ; car, puiſque cette ligne eſt la méridienne du plan, il n'y a qu'à le conſidérer comme s'il étoit horizontal, & y tracer la méridienne par la même opération : la ligne qui en réſultera ſera la ſouſtylaire, dont la connoiſſance eſt très-néceſſaire pour la deſcription des cadrans inclinés ou déclinants, & ceux qui ſont à-la-fois l'un & l'autre.

PROBLÊME IV.

Trouver un Cadran équinoxial.

Pl. 2, fig. 3. D'UN point C comme centre, décrivez un cercle AEDB; menez les deux diametres AD, EB, qui ſe coupent à angles droits au centre C; diviſez enſuite chaque quart de cercle en ſix parties égales, & menez les rayons C1, C2, C3, & les autres que vous voyez dans la figure. Ces rayons ſeront les lignes qui marqueront les heures, par le moyen d'un ſtyle que l'on plantera à plomb ſur le plan du cadran, qui ſera placé dans le plan de l'équateur. La ligne AD doit concourir avec le plan de la méridienne, & le point A doit être tourné du côté du midi.

REMARQUES.

I.

CE cadran équinoxial étant placé, ſi les lignes horaires regardent le ciel, il eſt appellé *ſupérieur*; mais ſi elles regardent la terre, il eſt nommé *inférieur*.

II.

Le cadran équinoxial ſupérieur ne montre les heures du jour que dans le printemps & l'été; & le cadran inférieur ne les montre que pendant l'automne & l'hiver; mais dans les équinoxes, lorſque le ſoleil eſt dans l'équateur, ou qu'il en eſt fort près, les cadrans équinoxiaux ne ſont d'aucun uſage, puiſqu'ils ne ſont point éclairés du ſoleil.

III.

On ſçait qu'à Paris l'élévation du plan de l'équateur eſt de 41 degrés, qui eſt le complément de l'élévation du pôle: ainſi l'angle du plan du cadran avec l'horizon doit être, à Paris, de 41°.

IV.

D'où l'on voit qu'il eſt aiſé de conſtruire un cadran équinoxial univerſel, que l'on ajuſtera à telle élévation de pôle que l'on voudra. Il ne faut que joindre deux pieces d'ivoire ou de cuivre ABCD, & CDEF, qui s'ouvriront à diſcrétion par une charniere miſe en CD; décrire ſur les deux ſurfaces de la piece ABCD deux cadrans équinoxiaux, & mettre un ſtyle qui traverſera à plomb par le centre I la piece ABCD. On ménagera au milieu G de la piece CDEF, une petite boîte pour y placer une aiguille aimantée, que l'on couvrira d'un verre. On attachera à cette même piece un quart de cercle HL, diviſé en degrés que l'on fera paſſer par une ouverture faite en H, dans la piece ABCD. Les degrés & minutes doivent commencer à ſe compter du point L. Pl. 2, fig. 4.

Quand on voudra ſe ſervir de ce cadran pour quelque lieu que ce ſoit, on mettra l'aiguille aimanté dans la méridienne, ayant pourtant égard à ſa déclinaiſon dans ce lieu, & l'on fera faire aux deux pieces ABCD, & CDEF un angle BCF, qui ſoit égal à l'élévation de l'équateur du lieu où l'on ſe trouve. On obſervera de tourner le quart de cercle du côté du midi. L'un ou l'autre des cadrans équinoxiaux montrera l'heure de ce lieu, à l'exception du jour de l'équinoxe.

PROBLÊME V.

Trouver les divisions horaires sur un cadran horizontal, avec deux ouvertures de compas seulement.

Pl. 2, fig. 5. MENEZ la méridienne SM, & du point C, pris vers le milieu comme centre, décrivez le cercle ETOP, avec un rayon CE, premiere ouverture de compas; puis, du centre O & avec un rayon égal au diametre OE du premier cercle, décrivez le cercle EAMB; & du point E comme centre, avec le même rayon EO, le cercle AOBS: ces deux cercles se couperont en A & B, qui feront les centres de deux autres cercles égaux XIEF, ZLEG. Observez les intersections F & G, afin de tirer les lignes EG, EF. Cela étant fait, par les points A, B, menez la droite XACBZ, qui sera l'équinoxiale, & qui sera coupée tant par les cercles décrits ci-dessus, que par les lignes EG, EF, & le centre C du premier cercle, en 11 points, qui seront ceux des heures: c'est pourquoi on y inscrira les nombres 7, 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 5.

Il faut maintenant trouver le centre du cadran, dont les points ci-dessus sont les divisions horaires, ce que vous ferez ainsi.

Pour cet effet, du point E sur le cercle ETOP, prenez vers T ou P un arc EK égal au complément de la hauteur du pôle, par exemple de 40 degrés, si la hauteur du pôle étoit de 50 degrés; tirez CK, & faites KN perpendiculaire à CK: elle coupera la méridienne en V, qui sera le centre du cadran; ensorte que, tirant de ce point V les lignes V7, V8, V9, &c. on aura les lignes horaires depuis 7 heures du matin jusqu'à 5 du soir. Enfin par le point V on tirera une parallele à la ligne équinoxiale, ce sera la ligne de 6 heures. Les 7 & 8 heures du matin, prolongées au-delà du centre V, donneront les 7 & 8 heures du soir ; comme les 4 & 5 heures du soir donneront, étant pareillement prolongées, les 4 & 5 heures du matin. Du point V enfin, ou de quelque autre pris à discrétion, on décrira une ou deux circonférences de cercle qui serviront à terminer les lignes horaires, auxquelles on inscrira les nombres des heures.

PROBLÊME VI.

Construire le même Cadran par une seule ouverture de compas.

MENEZ par un point C deux lignes SM, 7 5, perpendiculaires l'une à l'autre ; de ce même point C, décrivez le cercle ETOP, de quelque ouverture de compas que ce soit ; puis, l'ouverture de compas étant la même, portez une pointe sur O, l'autre sur Q ; de Q détournez au point 4, & de 4 par deux tours sur 5 ; de 5 revenez par quatre tours sur 11. Pl. 5, fig. 6.

Mettez encore le compas sur O & sur N ; de N détournez sur 8, & de 8 par deux tours sur 7 ; de 7 revenez par quatre tours sur 1. Ensuite vous tirerez les lignes EN, EQ, qui donneront sur la ligne 7 5, 2 heures & 10 heures, & le cadran sera fait. Le centre du cadran se trouvera, comme on a dit dans le problême précédent.

PROBLÊME VII.

Construction des autres Cadrans principaux & réguliers.

J'APPELLE cadrans réguliers, ceux dans lesquels les lignes horaires, de côté & d'autre de la méridienne, font des angles égaux. Ces cadrans sont conséquemment l'équinoxial, l'horizontal, les deux verticaux, l'un méridional, l'autre septentrional, & le polaire. Nous avons parlé de l'équinoxial & de l'horizontal ; nous allons parler des verticaux, soit méridional, soit septentrional.

Du Cadran vertical méridional.

Pl. 2, fig. 5. Si le cadran vertical est tourné directement au midi, il n'y a qu'à faire l'angle ECK ou l'arc EK égal à la hauteur du pôle : ensuite, ayant fait l'angle CKV droit, le point V sera pareillement le centre du cadran ; & l'angle CVK, qui se trouvera alors égal au complément de la hauteur du pôle, désignera l'angle que le style doit faire avec le plan du cadran dans celui du méridien.

Du Cadran septentrional.

Fig. 5. Si le cadran vertical est septentrional, il n'y aura qu'à faire comme ci-dessus l'angle OC*k* égal à la hauteur du pôle, & l'angle C*k*H droit ; le point H sera le centre du cadran, & l'angle CHR sera l'angle du style avec le méridien. Ce style, au lieu d'être incliné vers le bas avec la méridienne, regardera au contraire en haut, comme il est aisé de le concevoir, vu la position du pôle à l'égard d'un plan vertical tourné directement au nord.

Des Cadrans polaires.

Pour faire un cadran polaire, décrivez, comme on l'a enseigné, la méridienne 12, 12, & menez-lui une perpendiculaire XZ; sur cette ligne, faites de part & d'autre du point M, la construction enseignée dans le Problême V; puis par les points de division menez des lignes paralleles: ce seront les lignes horaires. Car il est aisé de voir que le pôle étant dans la prolongation de ce plan, elles ne doivent concourir qu'à une distance infinie, ou que le centre du cadran est infiniment éloigné; d'où il suit que les lignes doivent être paralleles. Pl. 4. fig. 8.

On élevera le style perpendiculairement au point M, & de la longueur de la ligne 12, 3; ou bien l'on placera à cette distance de la méridienne 12, 12, & parallélement à cette ligne, une verge de fer, qui en soit éloignée de la longueur de la ligne 12, 3: elle montrera l'heure de toute sa longueur.

PROBLÊME VIII.

Des Cadrans verticaux, orientaux & occidentaux.

APRÈS les cadrans qu'on vient d'enseigner à construire, les plus simples sont les cadrans tournés directement au levant ou au couchant. Leur construction tient encore à la même division enseignée dans le Problêmes V.

Menez une verticale, telle que AB, le long du plan, au moyen d'un fil à plomb; puis ayant pris vers le bas un point I, faites, à main droite pour le cadran oriental, & à main gauche pour l'occidental, l'angle AIL égal au complément de la hauteur du pôle, par exemple, de 41° pour Paris; ensuite, ayant pris un point F à discrétion sur cette ligne, tirez-lui la perpendiculaire SM, & appliquez sur la ligne IFL les points des heures trouvés par la construction ci-dessus, le point F étant réputé celui de midi; mais vous aurez attention de ne marquer en dessus que deux de ces points de division; vous tirerez enfin par tous ces points de divisions autant de paralleles à la ligne SM : ce seront les lignes horaires. La ligne passant par F, sera celle de 6 heures; les deux au dessus seront, dans le cadran oriental, 4 & 5 heures du matin, & les lignes au dessous seront, 7, 8, 9, 10, 11 heures du matin. Dans les cadrans occidentaux, les lignes au dessus de F marqueront 8 & 7 heures du soir; & au dessous vers le bas, ce seront les lignes de 5, 4, 3, 2, 1 heures du soir. Il est aisé de voir que ces cadrans ne sçauroient marquer midi, car le dernier ne commence qu'à cette heure à être éclairés du soleil; & le premier cesse à la même heure de l'être. L'aiguille ou le style s'y place parallélement à la ligne SM, sur un ou deux supports perpendiculaires au plan du cadran, & à une distance égale à celle de 6 heures à 3 ou 9.

Pl. 3, fig. 7, n° 1.

Pl. 4, fig. 7, n° 2.

PROBLÊME IX.

Décrire un Cadran horizontal, ou vertical méridional, sans avoir besoin de trouver les points horaires sur l'équinoxiale.

QUE la ligne AB soit la méridienne du cadran, que nous supposerons horizontal, & C son centre;

faites l'angle HCB égal à celui de l'élévation du pôle, pour avoir la position du style, en imaginant le plan du triangle relevé verticalement au dessus de celui du cadran. Du point B pris à volonté, mais cependant ensorte que CB soit d'une grandeur raisonnable, menez la perpendiculaire BF à CH. Pl. 5, fig. 9.

Maintenant du point C décrivez, avec le rayon CB, un cercle BDAE; & du même centre, avec le rayon BF, soit décrit un autre cercle MQNP; divisez ensuite toute la circonférence du premier cercle en 24 parties égales, BO, OO, CO, &c; que la circonférence du second le soit pareillement en 24 parties égales, NR, RR, &c; enfin, des points O de division du grand cercle, tirez des perpendiculaires à la méridienne, & des points R, correspondants du petit cercle, tirez des paralleles à cette méridienne: ces paralleles & perpendiculaires se rencontreront dans des points qui serviront à déterminer les lignes horaires. Par exemple, les lignes O 3, R 3, qui partent des troisiemes points de division correspondants O & R, se rencontrent en un point 3, par lequel menant C3, ce sera la position de la ligne de 3 heures; & ainsi des autres.

Il est évident que plus les cercles seront grands, plus les lignes tirées des points de division O & R donneront leurs intersections distinctes.

Il est remarquable que tous ces points d'intersection se trouvent dans la circonférence d'une ellipse, dont le grand axe est égal à deux fois CB, & le petit PQ égal à deux fois CN ou deux fois BF.

La raison de cette construction sera aisément devinée par les géometres.

PROBLÊME X.

Tracer un Cadran ſur un plan quelconque, vertical ou incliné, déclinant ou non, enfin ſur une ſurface quelconque, & même dans l'abſence du ſoleil.

Ce problême comprend, comme l'on voit, toute la gnomonique; & il n'eſt perſonne qui ne ſoit en état de le mettre en pratique, pourvu qu'il ſçache trouver la méridienne, & faire un cadran équinoxial. En voici la ſolution.

Pl. 5, fig. 10. Après avoir échaffaudé, s'il eſt néceſſaire, tracez une méridienne ſur une table, de la maniere qu'on l'a enſeigné dans le premier problême; poſez, au moyen de cette méridienne, dans la ſituation cònvenable, un cadran équinoxial, enſorte que le plan de ce cadran ſoit élevé de l'angle néceſſaire, c'eſt-à-dire de la hauteur de l'équateur, & que ſa ligne de midi ſe rapporte avec celle ci-deſſus tracée; ajuſtez le long de l'axe un fil, ou ficelle qui, étant tendue, aille rencontrer le plan où le cadran doit être décrit: le point où elle rencontrera ce plan, eſt le lieu où doit être poſé le ſtyle ou l'axe, enſorte qu'il ſoit en ligne droite ou qu'il n'en faſſe qu'une avec la ficelle, & avec le ſtyle du cadran équinoxial.

Cela fait, & l'axe du cadran étant fixé, pour tracer toutes les lignes horaires, prenez une bougie ou un flambeau, & préſentez-le au cadran équinoxial, enſorte que ſon ſtyle marque midi; l'ombre que jettera en même temps la ficelle ou l'axe du cadran à décrire, ſera la ligne de midi. Ainſi vous en prendrez un point qui, avec le centre, ſervira à déterminer cette ligne. Faites changer de poſition à la bougie, enſorte que le cadran équinoxial marque une heure; l'ombre que jettera la ficelle, ou l'axe du cadran que vous décrivez, ſera la ligne d'une heure, & ainſi de toutes les autres.

REMARQUES.

I. Si le plan ſur lequel on a propoſé de décrire un cadran étoit tellement ſitué qu'il ne pût être rencontré par l'axe prolongé, ſuivant la méthode précédente, il faut attacher ſur ce plan deux ſoutiens pour arrêter une verge de fer, enſorte qu'elle faſſe une même ligne avec la ficelle, & vous opérerez du reſte comme on vient de le dire.

II. Au lieu d'un cadran équinoxial, rien n'empêche de ſe ſervir d'un cadran horizontal, qu'on placera enſorte que la ligne de midi réponde à la méridienne tracée.

III. On peut faire auſſi cette opération pendant le jour, & le ſoleil luiſant. Alors vous vous ſervirez d'un miroir, dont la réflexion fera le même effet que le flambeau employé ci-deſſus.

PROBLÊME XI.

Décrire dans un parterre un Cadran horizontal avec des herbes.

ON pourroit décrire, par les méthodes ordinaires, un cadran horizontal dans un parterre, en marquant les lignes des heures avec du buis ou autrement, & en faiſant ſervir de ſtyle quelque arbre planté bien droit ſur la ligne méridienne, & terminé en pointe, comme un cyprès ou un ſycomore.

Au lieu d'un arbre, une perſonne pourra auſſi ſervir de ſtyle, en ſe plaçant bien droite au lieu marqué ſur la méridienne, relativement à ſa hauteur; car, ſuivant cette hauteur, la place doit varier. Elle ſera plus voiſine du centre du cadran pour une perſonne moins élevée, & au contraire. Une figure placée ſur un piédeſtal, ſerviroit à-la-fois, dans un ſemblable parterre, & d'ornement & de ſtyle.

PROBLÊME XII.

Décrire un cadran vertical ſur un carreau de vitre, où l'on puiſſe connoître les heures aux rayons du ſoleil, & ſans ſtyle.

M. Ozanam, rapporte qu'il fit autrefois un cadran vertical déclinant, ſur un carreau de vitre d'une fenêtre, où l'on pouvoit ſans ſtyle connoître les heures au ſoleil.

Je détachai, dit-il, un carreau de vitre, collé en dehors contre le châſſis de la fenêtre; j'y traçai un cadran vertical, ſelon la déclinaiſon de la fenêtre & la hauteur du pôle ſur l'horizon, ayant pris pour longueur du ſtyle l'épaiſſeur du châſſis de la même fenêtre. Je fis enſuite recoller ce carreau de vitre en dedans contre le châſſis, ayant donné à la ligne méridienne une ſituation perpendiculaire à l'horizon, telle qu'elle doit être dans les cadrans verticaux. Je fis coller en dehors contre le même châſſis, vis-à-vis du cadran, un papier fort, qui n'étoit point huilé, afin que, les rayons du ſoleil le pénétrant moins, la ſurface du cadran en fût plus obſcure. Et pour pouvoir connoître les heures au ſoleil ſans l'ombre d'un ſtyle, je fis un petit trou avec une épingle dans le papier, vis-à-vis le pied du ſtyle, que j'avois marqué dans le cadran. Le trou repréſentant le bout du ſtyle, & les rayons du ſoleil paſſant au travers, faiſoient ſur la vitre une petite lumiere, qui montroit agréablement les heures dans l'obſcurité du cadran.

PROBLÊME XIII.

Décrire trois Cadrans, & même quatre, ſur autant de plans différents, où l'on puiſſe connoître l'heure par l'ombre d'un ſeul axe.

PRÉPAREZ deux plans rectangulaires ABCD, CDEF, d'une largeur égale; joignez-les ſelon la ligne CB, enſorte qu'ils faſſent un angle droit: ainſi l'un étant horizontal, l'autre ſera vertical. Pl. 6, fig. 11, 12.

Partagez après cela leur commune largeur BC, en deux également en I, & tirez les perpendiculaires IG, IH, qui ſeront priſes pour les méridiennes des deux plans; prenez enſuite le point G à volonté pour le centre du cadran horizontal; & faiſant GI la baſe d'un triangle rectangle GIH, dont l'angle en G ſoit égal à la hauteur du pôle, vous aurez le point H pour le centre du cadran vertical méridional, de la même latitude. Tracez donc ces deux cadrans, qui auront les mêmes points de diviſion ſur leur commune ſection BC.

Vous placerez enſuite un fil de fer ſervant d'axe, & allant du point H au point G: ce ſera l'axe & le ſtyle commun des deux cadrans.

Enfin, d'un rayon à volonté, tracez un cercle, ſur lequel vous décrirez un cadran équinoxial, que vous placerez ſur l'axe HG, enſorte que cet axe paſſe par ſon centre, & qu'il ſoit perpendiculaire à ſon plan, & enfin que la ligne de 12 heures ſoit dans le plan du triangle GIH.

Ce triple cadran étant exposé au soleil, de maniere que la ligne GI soit horizontale & dans le plan de la méridienne, il est évident que le même axe GH montrera l'heure sur les trois cadrans à-la-fois.

Si vous voulez un quatrieme cadran montrant l'heure à-la-fois au moyen du même style, menez dans le plan du triangle GIH une parallele à GH, & par cette ligne un plan perpendiculaire à celui de la méridienne, lequel coupera le plan vertical dans la ligne LK, & l'horizontal dans la ligne MN, les lignes horaires de l'un & l'autre cadran seront coupées par ces deux lignes dans des points dont on joindra les correspondants; par exemple, le point de section de 11 heures sur l'une, avec le point de section de 11 heures sur l'autre; ce qui donnera sur ce plan les lignes horaires paralleles, comme cela doit être dans un cadran polaire sans déclinaison : ces quatre cadrans montreront en même temps l'heure, au moyen du même style ou axe GH.

Autre Maniere.

Prenez un cube ABCD, dont ayant divisé les côtés AB, CE, FD, en deux également en H, G, I, vous menerez les lignes GH, GI; puis prenant ces lignes pour méridiennes du plan horizontal CD, & du vertical CA, & le point G pour centre, vous décrirez sur l'un & l'autre les cadrans, l'un horizontal, l'autre vertical, qu'exige la latitude du lieu; prenez ensuite les lignes EM, EN, ensorte que l'angle ENM soit égal à la latitude du lieu; que CP, CO, leur soient égales, & menez par MN, OP, un plan qui recoupera cet angle du cube : ce même plan coupera les lignes horaires des deux cadrans, déja tracés dans des points dont les correſpondants donneront les lignes horaires du troiſieme cadran.

Il ne reſte qu'à placer l'axe ou le ſtyle, ce qui eſt facile ; car menez EQ perpendiculaire à MN, puis fichez perpendiculairement ſur la méridienne LK, & dans ſon plan, deux ſupports égaux à EQ, & portant le ſtyle RS un peu allongé, lequel ſera parallele à LK : ce ſtyle montrera les heures ſur les trois cadrans à-la-fois.

PROBLÊME XIV.

Trouver la méridienne ſous une latitude donnée, par une ſeule obſervation faite au ſoleil, & à une heure quelconque de la journée.

AYEZ un cube bien dreſſé, & dont le côté ſoit d'environ 8 pouces. Chacune de ſes faces étant bien applanie, prenez-en une pour celle de deſſus, qui doit être horizontale, & décrivez ſur cette face un cadran horizontal pour la latitude du lieu ; ſur la face verticale que traverſe la méridienne de ce premier cadran, ſoit décrit un cadran vertical ; enfin, ſur la face adjacente à gauche, décrivez un cadran oriental, & ſur l'oppoſée un occidental, que vous garnirez de leur ſtyle ainſi que les précédents.

Cela fait, voulez-vous trouver la méridienne ſur un plan horizontal ; placez ſur ce plan votre triple ou quadruple cadran, enſorte que le cadran vertical méridional regarde à peu près le midi ; puis tournez-le inſenſiblement, juſqu'à ce que trois de ces cadrans montrent à-la-fois la même heure : lorſque vous y ſerez parvenu, vous ſerez aſſuré que vos trois cadrans ſont dans leur vraie poſition. Ainſi tracez avec un crayon une ligne le long d'un des côtés latéraux du cube ; ce ſera la direction de la méridienne.

Il eſt en effet évident que ces trois cadrans ne ſçauroient montrer la même heure, ſans avoir tous les trois la poſition convenable, relativement à la méridienne : ainſi leur concordance indiquera qu'ils ſont placés convenablement, & que leur méridienne commune eſt la méridienne du lieu.

PROBLÊME XV.

Tailler une pierre à pluſieurs faces, ſur leſquelles on puiſſe décrire tous les Cadrans réguliers.

Pl. 7, fig. 14, SOIT le quarré ABCD le plan de la pierre qu'il faut préparer & diſpoſer pour recevoir tous les cadrans réguliers. Suppoſant que cette pierre repréſente un cube imparfait, ou quelque autre ſolide, il faut la bien unir dans toutes ſes faces, la mettre d'équerre, & lui donner une égale épaiſſeur partout ; enſuite, ayant décrit ſur le plan de la pierre ABCD le cercle HELF, auſſi grand que la pierre le pourra permettre, tirez les deux diametres FE, HL à angles droits ; puis faites l'angle FOI de 41 degrés, & menez le diametre IOM ; faites enſuite l'angle EOG de 49 degrés, & tirez le diametre GOK ; par les points I, G, M, K, menez des tangentes au cercle HELF, qui rencontreront les autres tangentes qui paſſent par les points H, E, L, F, & font partie des côtés du carré ABCD, qui repréſente le plan de la pierre ; coupez carrément la pierre ſelon ces tangentes, afin d'avoir des plans ou des faces perpendiculaires au plan

plan de la pierre ABCD, & la pierre ſera préparée pour recevoir dans tous ſes plans les cadrans qui leur conviennent.

Sur la face ou ſur le plan qui paſſe par la ligne VX, on décrira un cadran horizontal ; ſur le plan qui paſſe par XN, on décrira l'équinoxial ſupérieur ; & ſur le plan oppoſé qui paſſe par SR, on aura l'équinoxial inférieur : le polaire ſupérieur ſe fera ſur le plan qui paſſe par VT, & le polaire inférieur ſur le plan qui paſſe par QP. Sur le plan paſſant par TS, on aura le vertical auſtral, & ſur le plan NP, qui eſt ſon oppoſé, on aura le vertical boréal. Sur le côté de la pierre IM, on aura le vertical oriental, & ſur le côté oppoſé on décrira le vertical occidental.

Si on veut que la pierre ſoit creuſe, ou plutôt percée à jour, on n'aura qu'à tirer des lignes paralleles à ces tangentes, & couper carrément la pierre ſelon ces lignes, afin d'avoir en dedans de la pierre des ſurfaces paralleles à celles qui ſont tracées par dehors ; & ſur les ſurfaces intérieures de la pierre, vous décrirez les cadrans que vous avez décrits ſur les faces extérieures de la pierre, qui ſont paralleles & oppoſées de tout le diametre de la pierre.

Remarquez que, creuſant la pierre, vous n'y ſçauriez décrire le cadran oriental ni l'occidental ; mais ſi l'on fait à cette pierre un piédeſtal qui ſoit un octogone régulier, dont une des faces ſoit directement tournée au midi, vous pourrez encore tracer à l'entour de ce piédeſtal divers cadrans verticaux, ſçavoir, un méridional, un ſeptentrional, un occidental & un oriental, avec quatre verticaux déclinants ; enſorte que vous pourrez avoir ſur cette pierre & ſon piédeſtal vingt ou vingt-cinq cadrans.

Si vous expoſez directement au midi le cadran vertical méridional, & que l'horizontal ſoit bien de niveau, tous ces cadrans montreront à-la-fois la même heure.

PROBLÊME XVI.

Former un Cadran ſur la ſurface convexe d'un globe.

Ce cadran, qui eſt le plus ſimple & le plus naturel de tous, conſiſte dans la diviſion du cercle de l'équateur en ſes vingt-quatre parties. Poſez un globe ſur un piédeſtal, enſorte que ſon axe ſoit dans le plan du méridien, & préciſément élevé de la hauteur du pôle du lieu. Cela fait, diviſez ſon équateur en 24 parties égales, & vous aurez votre cadran conſtruit.

Pl. 7, fig. 15. Vous pourriez vous en ſervir ſans rien de plus; car, la moitié de ce globe étant continuellement éclairée par le ſoleil, la limite de l'illumination ſuivra préciſément ſur l'équateur le mouvement du ſoleil d'orient en occident. Quand il ſera midi, elle tombera ſur les points de l'équateur tournés directement à l'orient & à l'occident; quand il ſera une heure, elle aura avancé de 15°; &c. Si donc on vouloit ſe ſervir de ce globe comme cadran, il faudroit inſcrire le nombre VI à la diviſion qui ſe trouve dans le méridien, VII à la ſuivante, & ainſi de ſuite, enſorte que la douzieme ſe trouvât préciſément au point tourné à l'occident; puis I, II, III, &c. ſous l'horizon. Il ſuffiroit alors de faire attention à quelle diviſion répond la limite de la lumiere & de l'ombre : le nombre répondant à cette division seroit celui de l'heure.

Ce cadran a néanmoins une grande incommodité ; c'est que la limite de la lumiere & de l'ombre y est toujours indécise dans la largeur de plusieurs lignes, ensorte qu'on ne sçait précisément où elle se termine : c'est pourquoi il vaut mieux se servir de cette horloge de la maniere suivante.

Joignez à ce globe un demi-méridien, fait d'une lame plate de laiton, qui ait 7 à 8 lignes de largeur, sur une demi-ligne d'épaisseur, & qui soit mobile à volonté autour de son axe, le même que celui du globe : alors, lorsque vous voudrez connoître l'heure, vous n'aurez qu'à faire mouvoir ce demi méridien de maniere qu'il donne la moindre ombre possible au soleil ; cette ombre marquera sur l'équateur l'heure qu'il est. Il est évident que nous entendons qu'on aura, dans ce cas, inscrit aux points de division de l'équateur, les nombres qui leur conviennent naturellement, sçavoir, XII à celui qui est dans le méridien, I à celui qui suit en allant vers l'occident, &c.

PROBLÊME XVII.

Autre Cadran dans une sphere armillaire.

Ce cadran n'est pas moins simple que le précédent, s'il ne l'est même encore plus ; & il a l'avantage de pouvoir faire décoration dans un jardin.

Imaginez une sphere armillaire, composée seulement de ses deux colures, de son équateur & de son zodiaque, avec son axe qui la traverse ; que cette sphere soit placée sur un piédestal, en- Pl. 7, fig. 16.

ſorte qu'un de ſes colures faſſe l'office du méridien, & que ſon axe ſoit dirigé au pôle du lieu : il eſt évident que l'ombre de cet axe montrera l'heure par ſa marche uniforme ſur l'équateur. Ainſi, ſi l'on diviſoit l'équateur en 24 parties égales, & qu'on inſcrivît à ces diviſions les nombres des heures, on auroit ſon cadran conſtruit.

Mais comme l'équateur n'a pas ordinairement une épaiſſeur ſuffiſante, c'eſt ſur la zone que forme le zodiaque, & qu'on peint intérieurement en blanc, que l'on marque ces heures. Or, dans ce cas, il faut avoir l'attention de ne pas diviſer chaque quart du zodiaque en parties égales; car, tandis que l'ombre de l'axe parcourt des arcs égaux ſur l'équateur, elle n'en parcourt pas d'égaux ſur le zodiaque : ces diviſions ſont plus reſſerrées vers les points de la plus grande déclinaiſon de ce cercle; enſorte qu'au lieu de 15°, qui répondent à un intervalle horaire ſur l'équateur, la diviſion dans le zodiaque, la plus voiſine du colure des ſolſtices, n'en doit comprendre que 13° 45′, la ſeconde 14° 15′, la troiſieme 15° 20′, la quatrieme 15° 25′, la cinquieme 15° 55′, la ſixieme, & plus voiſine des équinoxes, 16° 20′. C'eſt donc de cette maniere qu'on doit diviſer la bande zodiacale où les heures ſont marquées, ſans quoi il y aura pluſieurs minutes d'erreur. On pourra enſuite, ſans erreur ſenſible, diviſer chaque intervalle en quatre parties égales. Enfin, ſi par les points de diviſion on tire des lignes tranſverſales dans la largeur du zodiaque, il faudra auſſi avoir l'attention de les faire concourir au pôle.

J'ai vu des cadrans de ce genre, conſtruits par des ignorants, qui n'avoient pas eu l'attention ci-deſſus; auſſi étoient-ils fort inexacts.

PROBLÊME XVIII.

Faire un Cadran solaire auquel un aveugle puisse connoître les heures.

VOICI un singulier paradoxe. Nous allons néanmoins faire voir qu'on pourroit établir aux Quinze-Vingts, pour l'usage des aveugles qui l'habitent, un cadran solaire où, par le moyen du tact, ils reconnoîtroient l'heure.

Soit, pour cet effet, un globe de verre de 18 pouces de diametre & plein d'eau; il aura son foyer à 9 pouces de sa surface, & la chaleur que ce foyer produira sera assez considérable pour être très-sensible à la main sur laquelle il tombera. D'un autre côté il est facile de voir que ce foyer suivra absolument le cours du soleil, puisqu'il lui sera toujours diamétralement opposé.

Soit donc ce globe environné d'une portion de sphere concentrique, éloignée de sa surface de 9 pouces, & comprenant seulement les deux tropiques avec l'équateur, & les deux méridiens ou colures; & que cet instrument soit exposé au soleil dans la position convenable, c'est-à-dire son axe parallele à celui de la terre.

Que chacun des tropiques & l'équateur soient divisés en 24 parties égales, & que les parties correspondantes soient liées par une petite barre qui représentera une portion de cercle horaire, comprise entre les deux tropiques : on aura, par ce moyen, tous les cercles horaires, représentés de maniere qu'un aveugle pourra les compter, depuis celui qui représentera le midi, qu'il sera facile de désigner par une forme particuliere.

Lors donc qu'un aveugle voudra connoître l'heure à ce cadran, il commencera à porter la main ſur le méridien, & il comptera les cercles horaires par les barres qui les repréſentent. Lorſqu'il ſera arrivé à la barre où ſe trouve le foyer du ſoleil, il en ſera averti par ſa chaleur : ainſi il connoîtra par cet artifice, combien d'heures ſont écoulées depuis midi, ou combien reſtent à s'écouler jusqu'à midi.

Il ſera facile de diviſer chaque intervalle entre les barres principales qui marquent les heures, par d'autres plus petites, pour avoir les demies & les quarts. Ainſi notre problême eſt réſolu.

PROBLÊME XIX.

Rendre un Cadran horizontal, décrit pour une latitude particuliere, propre à indiquer l'heure dans tous les lieux de la terre.

Il n'eſt point de cadran, quel qu'il ſoit & pour quelque latitude qu'il ait été conſtruit, qui ne puiſſe être diſpoſé de maniere à montrer exactement l'heure dans un lieu donné ; mais nous nous bornerons ici au cadran horizontal, & à faire voir comment on peut le faire ſervir pour un lieu quelconque.

1. Si la latitude du lieu eſt moindre ou plus grande que celle du lieu pour lequel étoit le cadran, après l'avoir expoſé convenablement, c'eſt-à-dire ſa méridienne ſur celle du lieu, & l'axe ou le ſtyle oblique tourné du côté du nord, il n'y a qu'à l'incliner de maniere que cet axe faſſe avec l'horizon l'angle égal à la latitude du lieu auquel on veut faire ſervir le cadran. S'il a été, par exemple, conſtruit pour une latitude de 39°, & qu'on veuille le faire ſervir à Paris, où la lati-

tude eſt de 49° 50′, la différence eſt de 10° 50′: Pl. 8
c'eſt l'angle que le plan du cadran doit faire avec fig. 17
l'horizon, comme on voit dans la figure, où SN eſt la méridienne, ABCD le plan du cadran, & ABE ou *a b e* l'angle d'inclinaiſon de ce plan à l'horizon. Si la latitude du lieu primitif du cadran eût été moindre, il auroit fallu l'incliner dans le ſens contraire.

2. Pour la ſeconde maniere de rendre un cadran horizontal univerſel, il ne faut pas que les lignes horaires ſoient tracées, mais ſeulement les points de diviſion de la ligne équinoxiale, comme on l'a enſeigné au problême V. A l'é- Fig. 18.
gard du ſtyle, il doit être mobile de la maniere ſuivante. Que ABC repréſente le triangle dans le plan du méridien où NBC eſt l'axe ou le ſtyle oblique, & AB le rayon de l'équateur. Il faut que le ſtyle ſoit mobile, quoique reſtant toujours dans le plan du méridien ; de ſorte que le rayon AB de l'équateur, tournant autour du point A, puiſſe former l'angle BAC égal à un angle donné, ſçavoir celui du complément de la latitude : c'eſt pourquoi il faudra pratiquer dans la méridienne une rainure qui permette à ce triangle de ſe hauſſer & ſe baiſſer, en reſtant toujours dans le plan du méridien.

Cela étant donc ainſi préparé, pour adapter ce cadran à une latitude donnée, par exemple de 40°, prenez le complément de 40°, qui eſt 50°; faites l'angle BAC de 50°: le ſtyle ſera dans la poſition convenable; &, le cadran étant expoſé au ſoleil de maniere que ſa méridienne coïncide avec la méridienne du lieu, l'ombre du ſtyle, qui doit être un peu long, montrera l'heure par l'endroit où elle coupera l'équinoxiale.

PROBLÊME XX.

Construction de quelques Tables nécessaires pour les Problémes suivants.

Il y a trois tables qui sont d'un usage fréquent en gnomonique, & dont nous nous servirons souvent dans la suite. Ce sont,

1° La table des angles que font sur un cadran horizontal les lignes horaires, suivant les différentes latitudes;

2° Celle des angles que font avec le plan du méridien, les verticaux occupés par le soleil aux différentes heures du jour, selon les latitudes différentes, & le lieu du soleil dans l'écliptique;

3° Enfin, celle des hauteurs du soleil aux différentes heures d'un jour donné, & dans un lieu de latitude donnée.

De celle-ci dérive celle des distances du soleil au zénith, aux différentes heures du jour, pour un lieu & un jour donnés; car ces distances sont les compléments des hauteurs du soleil aux mêmes moments.

La premiere de ces tables est aisée à calculer, car on démontre facilement que l'on a cette proportion;

Comme le sinus total
Est au sinus de la latitude du lieu,
Ainsi la tangente de l'angle qui mesure la distance du soleil au méridien, à une heure donnée,
A la tangente de l'angle que fait la ligne horaire avec la méridienne.

D'après cette analogie, on a calculé la table ſuivante, qu'on a jugé ſuffire ici, attendu qu'elle comprend toute l'étendue de la France, & ſpécialement la latitude de Paris.

TABLE des Angles des lignes horaires d'un Cadran horizontal avec la méridienne, & pour des latitudes depuis 42 degrés juſqu'à 52.

LATIT.	S. M. I. XI.	S. M. II. X.	S. M. III. IX.	S. M. IV. VIII	S. M. V. VII.	S. M. VI.VI
42°	10. 7	21. 7	33.47	49.13	68.11	90.0
43	10.21	21.29	34.18	49.46	68.33	90.0
44	10.33	21.51	34.47	50.16	68.54	90.0
45	10.44	22.12	35.16	50.46	69.15	90.0
46	10.55	22.33	35.44	51.15	69.34	90.0
47	11. 6	22.53	36.11	51.43	69.53	90.0
48	11.16	23.13	36.37	52. 9	70.10	90.0
48.50	11.24	23.29	36.59	52.31	70.25	90.0
49	11.26	23.33	37. 3	52.35	70.27	90.0
50	11.36	23.52	37.27	53. 0	70.43	90.0
51	11.46	24.10	37.51	53.23	70.59	90.0
52	11.56	24.28	38.14	53.46	71.13	90.0

On n'a point marqué dans cette table les angles des lignes de V heures du matin & VII heures du ſoir, IV heures du matin & VIII heures du ſoir, parceque ces lignes ne ſont que la prolongation d'autres : par exemple, celle de IV heures du matin, eſt la prolongation de celle de IV heures du ſoir ; celle de VIII heures du ſoir, eſt de même la prolongation de celle de VIII heures du matin ; &c.

L'uſage de cette table eſt facile. Si le lieu où il s'agit de conſtruire un cadran horizontal eſt ſous une latitude qui ſe trouve dans la table, par exemple 45°, on voit d'un coup d'œil que les lignes de XI & I heures doivent faire avec la méridienne, des angles de 10.44′ au centre du cadran; celles de X & II heures, des angles de 22.12′.

Si la latitude ne ſe trouve pas dans la table, on peut prendre ſans erreur ſenſible des parties proportionnelles : ainſi, par exemple, pour la latitude de 48° 50′, qui eſt celle de Paris, on prendra les $\frac{5}{6}$ de la différence qui ſe trouve entre les angles de la même ligne horaire pour 47° & 49°, & on ajoutera cette partie proportionnelle à l'angle répondant à la latitude de 48°. On a, par exemple, 10 minutes pour la différence des angles de la ligne de XI heures dans ces dernieres latitudes ; les $\frac{5}{6}$ de cette différence ſont 8′ & $\frac{1}{3}$: ajoutez donc 8′ à l'angle de 11° 16′, qui répond à la latitude de 48°, & vous aurez 11° 24′ pour l'angle cherché.

Il eſt néceſſaire d'obſerver que cette table, annoncée pour les cadrans horizontaux, eſt également propre à ſervir aux cadrans verticaux méridionaux ou ſeptentrionaux ; il ſuffit de faire attention qu'un cadran vertical méridional, pour un certain lieu, eſt le même que l'horizontal d'un lieu dont la latitude ſeroit le complément de la ſienne. Ainſi un cadran vertical méridional, pour le 42ᵉ degré de latitude, eſt le même qu'un horizontal pour le 48ᵉ degré, & *vice versâ*.

C'eſt ſur-tout dans la conſtruction de ces cadrans verticaux que se manifeste l'utilité de cette table; car ces cadrans étant d'ordinaire très-grands, on ne peut y pratiquer facilement les regles ordinaires de la gnomonique. Pour y suppléer, après avoir fixé le centre du cadran & l'équinoxiale, on prend pour sinus total la partie de la méridienne comprise entre l'équinoxiale & le centre, & on la suppose divisée, ou on la divise en 1000 parties; puis on cherche dans la table & pour la latitude donnée, c'est-à-dire son complément pour un cadran vertical, les tangentes des angles des lignes horaires avec la méridienne, pour I, II, III, IV, &c. & on les porte de côté & d'autre sur l'équinoxiale: les points où elles se terminent sont les points horaires de I & XI heures, II & X heures, &c.

Sous la latitude de 42°, par exemple, on a à construire un cadran vertical méridional; le complément de 42° est 48°. On considérera donc ce cadran comme un cadran horizontal pour le 48e degré. Or l'on trouvera pour les angles des lignes horaires avec la méridienne, pour cette latitude, 11° 16′, 23° 13′, 36° 37′, 52° 9′, 70° 10′, 90° 0′, dont les tangentes (le rayon étant seulement divisé en 1000 parties) sont respectivement 199, 428, 743, 1286, 2772, *infin.*; ainsi divisant en 1000 parties la portion de méridienne comprise entre le centre & l'équinoxiale, vous porterez sur cette équinoxiale, de part & d'autre de la méridienne, 199 parties, vous aurez les points de XI & I heures; portez ensuite, de part & d'autre de la méridienne, 428 parties, vous aurez les points de X & II heures, & ainsi des autres; tirez enfin du centre à chacun de ces points des lignes droites, ce seront les lignes horaires.

La derniere tangente, qui répond à VI heures, étant infinie, cela annonce que la ligne horaire qui lui répond doit être parallele à l'équinoxiale, ainsi qu'on le sçait d'ailleurs.

Pour peu qu'on soit géometre, tout cela n'a pas la moindre difficulté.

Pl. 9, fig. 19. Afin de donner une idée de la construction de la seconde table, que le cercle MBND représente l'horizon d'un lieu, Z son zénith, P le pôle, ZB le vertical où se trouve le soleil, & PSA le cercle horaire où se trouve le même astre : il est évident que, l'heure étant donnée, l'angle ZPS est connu; que, le jour de l'année étant donné, on connoît la distance du soleil à l'équateur, & par conséquent l'arc PS, qui n'est autre chose, pour notre hémisphere, que le quart de cercle, moins la déclinaison du soleil, si elle est boréale, ou plus cette déclinaison, si elle est australe; enfin, la hauteur du pôle étant donnée, on connoîtra l'arc PZ, qui est son complément : on connoîtra donc dans le triangle sphérique ZPS, les arcs ZP & PS, avec l'angle compris ZPS : on pourra donc trouver l'angle PZS, dont le restant à 180°, sera l'angle MZB ou MCB, que fait avec le méridien le vertical du soleil.

Enfin dans le même triangle on trouvera le côté ZS, complément de la hauteur du soleil sur l'horizon au même instant, & par conséquent cette hauteur même.

C'est par ce procédé qu'on a construit les tables suivantes, que nous ne donnons que pour la latitude de 49°, qui est, à 9′ près, celle de Paris. Elles exigeroient trop d'étendue, si nous entreprenions de les donner pour tous, ou même seulement pour quelques degrés de latitude.

TABLE DES VERTICAUX DU SOLEIL à chaque heure du jour & au commencement de chaque signe, pour la latitude de Paris, 48 deg. 50 min.

	XI. I.	X. II.	IX. III.	VIII. IV.	VII. V.	VI. VI.	V. VII.	IV. VIII.
♋	30.25	53.49	70.49	84. 2	95.23	105.58	116.28	
♊ ♌	29. 6	50.40	67.40	81.10	92.48	103.36	114.20	
♉ ♍	23.34	44. 0	60.36	74.21	86.23	97.38		
♈ ♎	19.36	37.30	53. 2	66.30	78.36	90. 0		
♓ ♏	16.45	32.30	46.42	59.30	71.12			
♒ ♐	14.57	29.15	42.24	54.28				
♑	14.20	28. 5	40.50	52.35				

On s'est borné ici au commencement des signes, pour abréger.

TABLE DES HAUTEURS DU SOLEIL
à chaque heure du jour, pour le commencement de chaque signe, & pour la latitude de Paris, de 48 deg. 50 min.

	XII.	XI. I.	X. II.	IX. III.	VIII. IV.	VII. V.	VI. VI.	V. VII.	IV. VIII.
♋	64°	62. 1	55.22	46.38	37.00	27.11	17.32	8.22	
♊ ♌	61.21	58.55	52.38	44.10	34.40	24.51	15. 6	5.54	
♉ ♍	52.40	50.38	45. 8	37.20	28.14	18.32	8.45		
♈ ♎	41.10	39.29	34.46	27.45	19.16	9.55	0.33		
♓ ♏	29.40	28.14	24. 9	17.52	10. 2	1.30			
♒ ♐	21. 1	19.45	16. 2	10.18	3.10				
♑	17.45	16.30	12.57	7.25	0.40				

Nous avons fait, au reste, à cette table, quelque changement, dont nous expliquerons le motif un peu plus bas.

PROBLÊME XXI.

Autre maniere de construire un Cadran solaire horizontal & universel.

DANS une des deux constructions précédentes, on a rendu la ligne équinoxiale propre à montrer les heures pour toutes les latitudes, en éloignant ou rapprochant le centre du cadran ; mais ici nous supposerons que ce centre soit fixe, & qu'on puisse seulement faire varier à ce point l'inclinaison du style, qui doit toujours regarder le pôle. Voici la construction d'un cadran horizontal de ce genre.

Soient tirées par le centre déterminé du cadran C, les deux lignes perpendiculaires AB, EF, dont la premiere étant prise pour la ligne de 6 heures, la seconde sera la méridienne : du point B, pris à discrétion, comptez sur la méridienne autant de parties égales qu'il vous plaira, par exemple six ; & décrivez par les points de division sept cercles concentriques, qui représenteront les cercles de latitude de 5 en 5 degrés, depuis 30° jusqu'à 70, afin que ce cadran puisse servir dans la plus grande partie de l'Europe. Cette division de 5 en 5 degrés est suffisante, parcequ'on peut facilement juger à l'œil des points intermédiaires. On supposera donc que le plus petit cercle, passant par le point D, représente le cercle de latitude de 60°. Prenez sur ce cercle, à compter de la méridienne & de chaque côté, les arcs ou angles marqués dans la premiere des tables ci-dessus pour les lignes horaires de I & XI heures, II & X heures, &c. & pour la latitude de 60°. Pl. 9, fig. 20.

Faites la même opération pour le cercle suivant, qui répond à la latitude de 55°; & ainsi successivement pour tous les autres. Joignez enfin par une ligne courbe les points de division semblables, vous aurez votre cadran construit.

Vous y connoîtrez l'heure, en élevant le style de l'angle convenable à la latitude du lieu; &, ayant orienté le cadran de maniere que sa méridienne coïncide avec la méridienne du lieu, & que l'axe regarde le nord, vous examinerez où tombe l'ombre de cet axe ou style sur le cercle répondant à la latitude de ce lieu, & vous aurez l'heure.

REMARQUE.

ON oriente ordinairement ces cadrans portatifs, au moyen d'une petite boussole placée dans un renfoncement circulaire, creusé quelque part dans l'épaisseur du cadran. Mais on se tromperoit beaucoup si l'on se bornoit à faire tomber l'aiguille aimantée sur la méridienne du cadran, car il n'est presque aucun endroit de la terre où cette aiguille ne décline plus ou moins vers l'est ou l'ouest. A Paris, par exemple, elle décline actuellement vers l'ouest, de 19° 30'. Il faudroit donc, pour orienter à Paris ce cadran, le placer de maniere que l'aiguille aimantée de sa petite boussole fît avec sa méridienne un angle de 19° 30', & fût placée du côté de l'ouest : alors la méridienne du cadran coïncideroit avec celle de Paris. Cet exemple suffit pour faire concevoir comment on devroit se conduire à cet égard dans un lieu où la déclinaison seroit plus grande ou moindre, ou dans un sens contraire, c'est-à-dire à l'est, comme elle étoit à Paris il y a un siecle & demi.

PROBLÊME

PROBLÊME XXII.

Etant donnés la hauteur du ſoleil, le jour de l'année, & la hauteur du pôle du lieu, trouver l'heure par une conſtruction géométrique.

NOUS ne donnons cette opération que comme une ſorte de curioſité géométrique ; car il faut convenir que le calcul donnera une toute autre préciſion. Cependant, comme la ſolution de ce problême préſente un exemple aſſez ingénieux de réſolution graphique d'un des cas les plus compliqués de la trigonométrie ſphérique, nous avons cru que nos lecteurs, ceux du moins qui ſont aſſez géometres pour cela, la verront avec plaiſir.

Reprenons donc la *fig. 19*, *pl. 9*, dans laquelle PZ repréſente le complément de la hauteur du pôle; ZS le complément de la hauteur du ſoleil, lequel eſt connu, cette hauteur étant donnée par la ſuppoſition; PS enfin, la diſtance du ſoleil au pôle, qui eſt auſſi donnée chaque jour, puiſque chaque jour on connoît la déclinaiſon du ſoleil ou ſon éloignement de l'équateur : on connoît donc dans ce triangle ZPS les trois côtés, & l'on demande l'angle ZPS, qui eſt l'angle horaire, ou l'angle du cercle horaire occupé par le ſoleil avec le méridien. Ce cas eſt donc un de ceux de la trigonométrie ſphérique, où les trois côtés d'un triangle non-rectangle étant donnés, on demande un des angles. Pl. 9, fig. 19.

On le réſoudra ainſi graphiquement. Dans un cercle aſſez grand, pour avoir les demi quarts de degrés, prenez ſur ſa circonférence un arc égal à l'arc PZ, & tirez les deux rayons CP, CZ; d'un côté de cet arc, prenez PS égal à l'arc PS, Pl. 9, fig. 19, 21.

& de l'autre ZR égal à l'arc ZS ; des points R & S abaiſſez deux perpendiculaires, ST, RV, ſur les rayons PC, CZ, leſquelles ſe couperont en un point quelconque X : alors, ſi ST eſt le ſinus total, on aura TX pour le co-ſinus de l'angle cherché : ce qu'on conſtruira géométriquement de cette maniere.

Du centre T, avec le rayon TS, ou ſon égal T*ſ*, décrivez un quart de cercle compris entre TP & TX prolongées ; tirez XY parallélement à TP ; l'arc YS ſera l'arc cherché, ou la meſure de l'angle horaire SPZ ; ainſi l'angle YTX ſera égal à cet angle.

On pourroit, par une conſtruction ſemblable, trouver l'angle en Z, dont le complément eſt l'azimuth du ſoleil. Mais en voilà aſſez ſur une opération plus curieuſe qu'utile.

Cette conſtruction eſt au ſurplus incomparablement plus ſimple & plus élégante que celle que M. Ozanam enſeigne pour la ſolution du même problême.

PROBLÊME XXIII.

Conſtruire un Cadran ſolaire horizontal qui montre les heures au moyen d'un ſtyle vertical immobile à ſon centre.

La conſtruction de ce cadran exige l'uſage de la table des verticaux ou azimuths du ſoleil, qu'on a donnée dans le problême XXI. Cette table ſuppoſée conſtruite, on opérera ainſi.

Pl. 10, fig. 22. Tirez par le pied du ſtyle la ligne méridienne AB, d'une longueur à volonté, & décrivez du centre C, par l'extrémité B, un arc de cercle, que vous prendrez pour le tropique du Cancer

(♋). Ayant fait enſuite C D environ le tiers de C B, diviſez l'intervalle D B en trois parties égales, par leſquelles, du centre, vous tracerez des cercles concentriques au premier: le plus petit repréſentera le tropique du Capricorne ♑; les autres repréſenteront les paralleles des ſignes moyens.

Cela fait, ſur le cercle extérieur, en commençant du point B, prenez les angles ou les arcs B I, B II, égaux à ceux qui ſont donnés par la table pour I & II heures, lorſque le ſoleil eſt dans ♋, & marquez ces points de I & II heures; faites-en autant pour les II & X heures, &c.

Vous prendrez pareillement, au moyen de la même table, les angles ou les arcs compris entre la méridienne pour XI & I heure, X & II, IX & III, &c. lorſque le ſoleil entre dans les Gemeaux & le Lion (♊♌). Vous en ferez de même ſur le troiſieme cercle, qui répond à l'entrée du ſoleil dans le Taureau & la Vierge (♉♍); & ainſi des autres: ce qui vous donnera ſur chaque cercle les points de chaque heure. Vous réunirez enfin tous les points des heures ſemblables par une ligne courbe, & vous aurez votre cadran conſtruit. Vous y reconnoîtrez l'heure, en examinant l'ombre ſur le cercle qui déſigne le lieu du ſoleil dans le zodiaque au jour donné. On pourra, pour plus de préciſion, diviſer en trois parties égales les petits intervalles que ces cercles laiſſent entre eux, & y faire paſſer des cercles ponctués, qui ſerviront pour les jours où le ſoleil occupe dans le zodiaque des poſitions moyennes.

REMARQUE.

ON pourroit, par ce moyen, faire ſervir dans une chambre le bord de l'ombre du montant d'une croiſée, pour déſigner les heures; car ſi ce montant eſt bien à plomb, il repréſentera un ſtyle vertical indéfini, & l'on pourroit, par le procédé ci-deſſus, tracer ſur le carreau de la chambre les cercles répondants aux ſignes du ſoleil & les lignes horaires. On y connoîtra l'heure, en examinant ſur le cercle qui répond au lieu que le ſoleil occupe dans le zodiaque, l'interſection de l'ombre avec ce cercle.

PROBLÊME XXIV.

Conſtruction d'un autre Cadran ſolaire horizontal & mobile, montrant les heures par les ſeules hauteurs du ſoleil.

CE cadran nous a paru fort ingénieux, & d'un uſage fort commode, vu qu'il n'exige ni méridienne tracée, ni bouſſole, mais ſeulement la connoiſſance du ſigne & du degré qu'occupe le ſoleil; ce que nous rendons même plus facile, en ſubſtituant à cette connoiſſance celle du jour du mois, qui n'eſt ignoré de perſonne. Il eſt ſeulement ſujet à cet inconvénient, que les heures approchantes & voiſines du lever ou du coucher du ſoleil, ne ſçauroient y être marquées. Nous enſeignerons pourtant le moyen d'y remédier.

Pl. 10, fig. 23. Ayant pris A pour le ſommet d'un ſtyle AB, d'un pouce, par exemple, de hauteur, ſoit tirée la ligne indéfinie DAC, & ſa perpendiculaire AG; ſoient auſſi tirées les lignes AI, AH, AF, AE, faiſant les angles CAI, IAH, HAG, &c. égaux; puis, ayant pris la ligne AC pour celle qui répondra au 21 Décembre jour du ſolſtice d'hiver, vous prendrez, au moyen de la 3^e^ table donnée ci-dessus, les distances du soleil au zénith pour chaque heure du jour, lors de l'entrée du soleil dans le Capricorne, & vous ferez les angles AB 12, AB 11, AB 10, &c. égaux aux angles que vous aurez trouvés.

Sur la ligne AD, destinée au 21 Juin, jour du solstice d'été, prenez A 12, A 1, A 2, A 3, A 4, A 5, &c. telles que les angles AB 12, AB 1, AB 2, AB 3, &c. soient égaux aux distances du soleil au zénith lorsqu'il est midi, une heure ou 11 heures, 2 heures ou 10 heures, &c.

Pareillement sur la ligne AI, ayant élevé une perpendiculaire égale à la hauteur du style AB, faites les angles AKL, AKM, AKN, &c. égaux aux distances du soleil au zénith, à midi, une heure, deux heures, &c. lorsque le soleil entre dans le Verseau ou le Sagittaire, & marquez sur cette ligne les points L, M, N, &c: ce seront ceux de midi, une heure ou 11 heures, 2 heures ou 10 heures, &c.

Sur chacune des lignes AH, AG, AF, &c. faites une construction semblable; vous aurez sur chacune de ces lignes les heures de la journée. Joignez enfin par une ligne courbe les points horaires semblables, comme les points de midi, les points d'une heure ou 11 heures, &c; vous aurez votre cadran construit, & vous y trouverez l'heure de la maniere suivante.

Supposons, par exemple, que le jour donné soit le 21 Octobre, vous prendrez la ligne AH, & vous exposerez sur un plan horizontal le cadran au soleil, ensorte que l'ombre du style tombe sur cette ligne AH: l'endroit où se terminera cette ombre donnera l'heure.

Si le jour donné est un jour autre que l'un de ceux auxquels conviennent les lignes AC, AH, AI, &c. on trouvera facilement la ligne intermédiaire, sur laquelle on doit faire tomber l'ombre du style, en comptant le nombre des jours écoulés depuis le 21 du mois le plus prochain. Que ce soit, par exemple, le 10 Avril. Il y a du 21 Mars au 10 Avril 19 jours; ainsi il faudroit que la ligne de l'ombre fît avec la ligne A, un angle de 19 degrés. Si donc du centre A on décrit un demi-cercle divisé en degrés, & qu'on tire des lignes ponctuées de 5 en 5 degrés, il n'y aura aucune difficulté à diriger l'ombre sur la ligne convenable.

Remarques.

I. Il est aisé de voir que, dans les heures voisines du lever ou du coucher du soleil, la longueur de l'ombre la fera tomber hors du cadran. Mais si l'on veut remédier à cet inconvénient, on le pourra ainsi : Il n'y aura qu'à ajuster au cadran un rebord circulaire, concentrique au style, & de même hauteur : il sera facile de trouver sur ce rebord les points où se terminera l'ombre aux différentes heures, jusqu'au moment du coucher du soleil.

II. On pourroit aussi donner au cadran une concavité qui fût une portion de surface sphérique, assez creuse pour que le sommet du style se trouvât à même hauteur que le rebord. On trouvera, par la méthode indiquée ci-dessus, les points horaires, sans en excepter les plus voisins du coucher & du lever du soleil ; car il est évident que l'ombre du style ne sortira jamais de l'étendue de cette surface sphérique-concave.

PROBLÊME XXV.

Décrire un Cadran horizontal, qui montre les heures au soleil sans l'ombre d'aucun style.

L'INVENTION de ce cadran est fort ingénieuse ; mais M. Ozanam n'a pas fait attention à une circonstance très-essentielle, sçavoir la déclinaison de l'aiguille aimantée, qui étoit de son temps déja considérable, & qui, étant aujourd'hui de 19 degrés & demi, causeroit une erreur énorme, sans l'expédient que nous ajouterons à sa construction. Mais nous commencerons par supposer cette aiguille sans déclinaison.

Cette construction suppose la table des azimuths ou verticaux du soleil, que nous avons donnée dans le problême XXI. Décrivez sur un plan horizontal mobile, le parallélogramme rectangle ABCD ; que chacun des deux côtés opposés, AB, CD, soit aussi divisé en deux également aux points E, F, que vous joindrez par la droite EF, qui sera la méridienne ; sur cette ligne prenez à discrétion le point G pour le pied du style, & les points F & H pour les points solsticiaux du Cancer & du Capricorne, par lesquels vous décrirez du point G, comme centre, deux circonférences de cercles qui représenteront les tropiques ou les commencements de ces signes. Pl. 11, fig. 24.

Vous diviserez ensuite l'espace HF en six parties égales, par les extrémités desquelles vous décrirez cinq autres cercles, qui représenteront par ordre les cercles de déclinaison des commencements des autres signes deux à deux ; car la déclinaison du premier degré du Lion, est la même que celle du premier degré des Gemeaux ; celle du premier degré du Taureau, la même que celle du premier degré de la Vierge, &c.

Prenez après cela, sur le cercle représentant le tropique du Cancer, les arcs qui répondent aux azimuths du soleil à 11^h & 1^h, à 10^h & 2^h, à 9^h & 3 heures, &c. tels qu'ils sont marqués dans la table indiquée ci-dessus, & portez-les sur ce cercle d'un côté & de l'autre de la ligne GH; faites-en autant pour le cercle qui convient aux commencements des Gemeaux & du Lion, & ainsi des autres; liez enfin, par une ligne qui sera nécessairement courbe (si ces cercles sont également espacés), les points des mêmes heures: vous aurez votre cadran tracé.

Afin de suppléer au style, élevez au point G une petite pointe, sur laquelle vous poserez une aiguille aimantée, ensorte qu'elle puisse librement tourner, & prendre sa direction naturelle.

Pour connoître l'heure, il suffira de présenter ce cadran au soleil, le côté HB étant du côté opposé à cet astre, & de telle maniere que les côtés CB, DA, ne jettent aucune ombre: alors l'aiguille aimantée montrera, par son intersection avec l'arc du signe où se trouve alors le soleil, l'heure qu'il est. Dans la figure, si l'on suppose le soleil au commencement du Cancer, elle indiqueroit qu'il est environ 9 heures $\frac{3}{4}$ du matin.

REMARQUE.

MAIS nous avons déja observé plus haut que cela seroit seulement vrai, si l'aiguille aimantée n'avoit point de déclinaison : or elle en a une à Paris qui est actuellement de $19^{\circ}\frac{1}{2}$ à l'ouest. Ceci exige donc une correction, & la voici.

L'aiguille se trouvant toujours trop avancée vers l'oueſt de $19° \frac{1}{2}$, au lieu de faire les angles C, B, A, D, droits, recoupez votre planchette de maniere que les angles B & D ſoient de $109° \frac{1}{2}$, & les angles C & A de $70° \frac{1}{2}$ ſeulement : cela rectifiera l'erreur de la déclinaiſon ; & il ſuffira d'expoſer le cadran au ſoleil, comme on l'a dit ci-deſſus, enſorte que les côtés CB, AD, ne jettent point d'ombre.

PROBLÊME XXVI.

Décrire un Cadran qui montre les heures par réflexion.

On peut décrire ſur une muraille obſcure, ou bien ſur un plafond, un cadran où l'on puiſſe connoître les heures par réflexion, en cette ſorte. Décrivez un cadran ſur un plan horizontal qui puiſſe être éclairé des rayons du ſoleil, par exemple ſur l'appui d'une fenêtre, enſorte que le centre du cadran ſoit du côté du ſeptentrion, & l'équinoxiale du côté du midi ; ce qui donnera aux lignes horaires une poſition contraire à celle qu'elles doivent avoir dans les cadrans horizontaux ordinaires. Ce cadran étant ainſi conſtruit avec ſon petit ſtyle droit, appliquez un filet ſur quelque point que vous voudrez d'une ligne horaire, & étendez-le fermement, juſqu'à ce que, paſſant par le bout du ſtyle, il rencontre la muraille ou le plafond en un point : ce ſera un de ceux de l'heure ſur laquelle le filet aura été appliqué. On trouvera de cette maniere, pour chaque ligne horaire, quatre ou cinq points, par leſquels on ménera une ligne qui ſera celle qu'on cherche. En répétant cette conſtruction pour toutes les lignes horaires, le cadran ſera tracé.

Enfin, pour connoître les heures par réflexion, on adaptera au ſommet du ſtyle un petit miroir d'un pouce ou deux de diametre, fixé bien horizontalement : la lumiere qu'il réfléchira donnera l'heure.

Au lieu d'un miroir, on pourra adapter à ce ſommet un petit godet d'un pouce ou deux de diametre, qu'on remplira d'eau, juſqu'à ce que ſa ſurface ſoit à la hauteur préciſe de la pointe du ſtyle : ſa lumiere réfléchie marquera également les heures, & ſera plus facile à diſcerner dans les temps nébuleux, ou le ſoleil paroît à peine, parceque la ſurface de l'eau a d'ordinaire un petit mouvement qui, en faiſant trembloter cette lumiere, la rend perceptible malgré ſa foibleſſe.

Autre Maniere.

Placez dans un endroit déterminé de l'appui d'une croiſée, un petit godet que vous remplirez d'eau juſqu'à une hauteur donnée ; ayez à proximité, ſur ce même appui, un cadran ſolaire ; &, lorſque vous verrez l'ombre du ſtyle tomber ſur l'heure de midi, marquez ſur le plafond ou le mur qui reçoit la lumiere réfléchie du ſoleil, le point du milieu de l'image de cet aſtre ; faites la même choſe à l'égard de toutes les autres heures, & notez ces points de l'heure à laquelle ils répondent.

Deux ou trois mois après, lorſque le ſoleil aura conſidérablement changé de déclinaiſon, faites la même opération : vous aurez deux points de chaque ligne horaire : c'eſt pourquoi, ſi la ſurface où ils ſont tracés eſt plane, en les joignant par une ligne droite, on aura la ligne horaire cherchée.

Mais ſi la ſurface qui reçoit la lumiere réfléchie, étoit une ſurface courbe ou irréguliere, il faudroit un plus grand nombre de points pour avoir la ligne horaire. Pour la tracer exactement, il faudroit réitérer l'opération de trouver un point de chacune pendant cinq à ſix mois, depuis un ſolſtice juſqu'à l'autre; en joignant tous ces points par une courbe, on auroit la ligne horaire.

Troiſieme Maniere.

Ayant décrit ſur un plan horizontal, comme ABCD, les heures à la maniere ordinaire, tournez ce cadran en ſens contraire de celui où il devroit être, & ſur la ligne méridienne élevez en un point E un ſtyle droit, de la hauteur dont il devroit être pour marquer les heures; garniſſez ce ſtyle d'un petit miroir plan, ſis de telle maniere qu'il ſoit bien vertical, que ſon plan ſoit perpendiculaire à celui de la méridienne, & que ſon centre enfin réponde au ſommet du ſtyle, comme on voit dans la figure: la lumiere réfléchie du ſoleil marquera les heures ſur ce cadran. Pl. 11, fig. 25.

Quatrieme Maniere.

On pourroit, par un moyen ſemblable, tracer un cadran ſolaire contre un mur expoſé au nord, & qui montreroit les heures par la réflexion du ſoleil contre un petit miroir vertical placé contre un mur expoſé au midi. La choſe ne ſeroit pas bien difficile; mais nous laiſſerons à notre lecteur le plaiſir de s'exercer à la trouver.

PARADOXE GNOMONIQUE.

Tout Cadran ſolaire, quelque exactement conſtruit qu'il ſoit, eſt faux, & même ſenſiblement, dans les heures voiſines du coucher du ſoleil.

LES aſtronomes qui connoiſſent l'effet de la réfraction, n'auront pas de peine à ſentir auſſi-tôt la vérité de ce que nous avançons. Nous allons la rendre ſenſible pour tous nos lecteurs.

C'eſt un fait connu aujourd'hui de tous les phyſiciens, que les aſtres paroiſſent toujours plus élevés qu'ils ne le ſont réellement, à moins qu'ils ne ſoient au zénith. Ce phénomene eſt produit par la réfraction qu'éprouvent leurs rayons dans l'atmoſphere, & l'effet en eſt aſſez conſidérable dans le voiſinage de l'horizon; car, lorſque le centre du ſoleil eſt réellement dans l'horizon, il paroît encore élevé de plus d'un demi-degré, ou de 33 minutes qui ſont, dans nos climats, la quantité de la réfraction horizontale. Le centre du ſoleil eſt donc réellement dans l'horizon, & aſtronomiquement couché, lorſque ſon bord inférieur ne touche pas même l'horizon, mais qu'il en eſt encore éloigné d'un demi-diametre apparent du ſoleil.

Suppoſons donc que le jour de l'équinoxe, par exemple, on obſerve l'heure que montre un cadran ſolaire vertical tourné au couchant, lorſque le ſoleil eſt prêt à ſe coucher. Au moment où une pendule bien réglée ſonneroit ſix heures, l'ombre du ſtyle devroit être ſur la ligne de ſix heures, & elle y ſeroit effectivement, ſi le ſoleil étoit dans l'horizon; mais, étant élevé ſur l'horizon de 32', l'ombre du ſtyle reſtera au deſſous de 6 heures, car c'eſt par l'image apparente du ſoleil que cette ombre eſt formée : elle n'arrivera même à cette ligne que lorſque le ſoleil aura encore deſcendu de 32′; ce à quoi il emploiera, ſous la latitude de Paris, plus de 3′. Or, dans un grand cadran ſolaire, une erreur de 3′ & plus eſt très-ſenſible.

Si le ſoleil eſt dans le ſolſtice d'été, comme il met, ſous la latitude de Paris, plus de 4′ à deſcendre verticalement de 33′ l'horizon, à cauſe de l'obliquité avec laquelle le tropique coupe ce cercle, & de la place que ſon diametre occupe ſur le tropique, la différence ſera encore plus ſenſible, & d'autant plus, que le chemin que parcourt l'ombre entre 7 & 8 heures, eſt aſſez grand pour qu'un douzieme ou un quinzieme d'erreur ſoit très-perceptible. J'ai vu, dans un cadran de cette eſpece, le point d'ombre qui devoit tomber ſur la ligne de 7 heures, en être encore éloigné de plus d'un pouce, quoique à toutes les autres heures du jour ce cadran fût fort exact, & s'accordât avec une excellente horloge qui lui étoit placée en regard. Nous allons en conſéquence enſeigner une conſtruction de cadran, par laquelle on remédie à cet inconvénient.

PROBLÊME XXVII.

Tracer un Cadran ſolaire qui montre exactement l'heure, nonobſtant la réfraction.

NOUS nous bornerons à l'exemple d'un cadran vertical ſans déclinaiſon, & directement tourné au midi, pour un lieu dont la latitude eſt, comme celle de Paris, de 48° 50′. Ce que nous allons dire pourra facilement s'appliquer à tout autre cadran vertical, même déclinant.

Pl. 12, fig. 26. Soit donc C le centre du cadran qu'on veut tracer, CXII la ligne de midi. A un point P de cette ligne, fichez un ſtyle droit, formé d'une ſimple verge de fer perpendiculaire au plan du cadran, & terminée par un bouton rond de 7 à 8 lignes de diametre, enſorte que le centre de ce bouton faſſe avec celui du cadran une ligne parallele à l'axe céleſte.

Portez enſuite la longueur de ce ſtyle, comptée du centre du bouton, de P en A; par le point P tirée l'horizontale QR.

Qu'il faille préſentement tracer, par exemple, la ligne de 4 heures après midi. Conſidérez AP comme ſinus total, & décrivez du centre A au rayon AP un quart de cercle. Cherchez dans la table des verticaux du ſoleil, aux différentes heures du jour (nous ſuppoſons la latitude de Paris), le vertical du ſoleil à 4 heures du ſoir, lors de l'entrée du ſoleil dans le Capricorne; ce même vertical a la même heure lors de l'entrée du ſoleil dans le Verſeau ou le Sagittaire, dans la Balance ou le Bélier, & enfin dans le Taureau ou la Vierge: ces quatre verticaux ſerviront à donner quatre points de la ligne horaire de 4 heures, & ſeront ſuffiſants. Ainſi vous trouverez d'abord le vertical du ſoleil à 4 heures du ſoir, lors de ſon entrée dans le Capricorne, de 52° 35′; c'eſt pourquoi vous tirerez AK, faiſant l'angle KAP égal à cet angle trouvé; c'eſt-à-dire que vous prendrez cet angle avec le rapporteur, ou en faiſant l'arc P*k* du nombre de degrés trouvés. Vous tirerez de même pour les trois autres ſignes, les lignes AL, AM, AN, faiſant les angles PAL, PAM, PAN, reſpectivement de 54° 28′, 66° 30′, 74° 21′, &

vous mènerez les verticales indéfinies, KL, LG, MH, NI.

Après cela, cherchez pour le moment de l'entrée du soleil dans le Capricorne, sa hauteur sur l'horizon à 4 heures; vous la trouverez de 40′, à quoi répond une tangente de 1153, dont le rayon en contient 100000. Or 1153 est la 86e partie de 100000; c'est pourquoi, divisant la ligne AK en 86 parties, portez en une de K en *f*: le point *f* sera un des points cherchés de la ligne horaire de 4 heures.

Pareillement, pour trouver le point *g*, vous chercherez la hauteur du soleil à la même heure, lors de son entrée dans le Verseau, & vous la trouverez de 3° 10′, à quoi répond une tangente de 5532 parties, ce qui est la 18e partie du rayon. Divisant donc AL en 18 parties, & en portant une de L en *g*, vous aurez le second point cherché.

Vous trouverez de même les deux autres; ensuite vous ferez passer par ces quatre points une ligne qui sera un peu courbe, & vous aurez la ligne horaire de 4 heures.

Faites une semblable opération pour les autres lignes horaires, & vous aurez votre cadran tracé.

Si l'on fait passer une courbe par les points de chaque ligne horaire, qui répondent au commencement du même signe, on aura ce qu'on appelle les arcs des signes, tracés beaucoup plus exactement que par la méthode ordinaire, où l'ombre du sommet du style doit s'écarter de la trace qu'on lui a marquée, lorsque le soleil est voisin de l'horizon.

REMARQUE.

IL est à propos de commencer par tracer, mais ſeulement en lignes occultes, les lignes horaires par la méthode ordinaire ; car on s'appercevra mieux par-là de la différence des lignes horaires tracées par l'un & l'autre moyen.

PROBLÊME XXVIII.

Décrire un Cadran ſur la ſurface convexe d'un cylindre perpendiculaire à l'horizon, & immobile.

Ce cadran eſt un des plus ingénieux, & a cela de particulier, qu'au lieu d'un ſtyle, c'eſt l'ombre d'un cercle horizontal qui ſert à montrer l'heure par ſon interſection avec le parallele du ſoleil. Il eſt propre à faire décoration dans un jardin ou une cour, en ſervant de piédeſtal à une figure ou à un autre cadran, ſphérique par exemple, comme celui qu'on a décrit & enſeigné à conſtruire dans le problême XVI ; tel eſt celui que repréſente la
Pl. 13, fig. 27. *fig. 27, pl. 13.* On pourroit arranger les choſes de maniere que la corniche circulaire, régnant à l'entour de ce piédeſtal, lui ſerviroit de ce ſtyle circulaire ; ce qui feroit beaucoup meilleur effet que ce cercle horizontal détaché. On voyoit autrefois un ſemblable cadran, exécuté avec ſoin, en pierre & en marbre, dans le jardin des RR. PP. Bénédictins de l'abbaye Saint-Germain-des-Prés. Il étoit l'ouvrage du P. Queſnet, religieux de cet ordre, qui a perfectionné à pluſieurs égards ce que Kircher & Benedictus avoient déja enſeigné ſur ce genre de cadran.

On fait uſage, pour cette conſtruction, de la table des verticaux & des hauteurs apparentes du ſoleil, qu'on a donnée plus haut. Nous diſons des hauteurs apparentes, car il eſt évident que ce que nous

nous avons dit des réfractions est applicable ici, & il n'en coûte d'ailleurs pas plus de peine d'employer les hauteurs apparentes que les hauteurs réelles, comme on a fait jusqu'à present.

Avec cette double table, on opérera comme on va l'enseigner.

Soit AB le diametre du cylindre sur lequel on veut décrire le cadran. De l'une de ses extrémités, comme A, ayant mené la tangente AE égale au demi-diametre AC, on tirera la sécante CE, qui coupera le cylindre en D : la ligne DE sera la longeur du style. Ce n'est pas qu'on ne pût le faire plus long ou plus court ; mais la longueur DE nous a paru une des plus convenables. Ensuite, du centre C on décrira par le point E, un cercle qui sera concentrique au premier, & qui représentera l'extrémité de tous les styles qu'on suppose implantés à l'entour de ce cylindre. Sur la grandeur de ce cercle on en fait un de fer, que l'on soutient par des tenons qui l'entretiennent à égale distance du cylindre, & qui sert à marquer les heures. Il vaudroit mieux couronner ce piédestal cylindrique par une tablette de marbre propre, & ayant la saillie convenable, ensorte que son bord inférieur marquât l'heure. Pl. 14, 15, fig. 27.

Cela fait, sur KF, égale à la ligne DE, ayant décrit le quart de cercle EN, & l'ayant divisé en ses degrés, on comptera depuis F vers N la plus grande hauteur du soleil sur l'horizon du lieu, laquelle étant à Paris de 64° 39′, donnera l'arc FM d'autant de degrés & de minutes. On tirera par le point M la sécante KI, laquelle rencontrant le cylindre au point I, on aura FI, tangente de 64° 39′ pour la hauteur du cadran, que l'on doit néanmoins prendre un peu plus grande, afin de laisser Fig. 28.

entre la plus basse ombre & le pied quelque distance, pour y inscrire les heures & les signes. Il faut aussi que le cylindre soit de telle grosseur que les heures puissent être marquées distinctement sur sa surface.

Comme l'opération sur le corps cylindrique se fait de même que sur le plan, mais moins commodément, il faut développer la surface du cylindre en un rectangle FHLI, dont la longueur soit égale à sa circonférence ADBF, & la hauteur LI égale au moins à la tangente ci-dessus.

Ayant divisé FH par le milieu en G, tirez-lui par ce point la perpendiculaire GXII; après quoi divisez chacun des deux espaces HG, GF, en 180 parties ou degrés, qui commenceront à se compter de part & d'autre du point G, qui est le point de midi: les points de 90 degrés, qui partagent en deux également chacun des intervalles HG, GF, en deux parties égales, sont les points de 6 heures du matin & du soir, qui se trouvent diamétralement opposées sur le cylindre, comme la ligne GXII de midi est diamétralement opposée à la ligne FI ou HL, qu'il faut imaginer réunies, & n'en faire qu'une sur le cylindre.

Ensuite, par chaque degré de l'arc FM, tirez des sécantes; elles marqueront sur FI les tangentes successivement de 1, 2, 3°, &c. jusqu'à celle de 64° 39′, au-delà de laquelle il est superflu de passer, puisque l'on ne sçauroit en employer de plus grande.

Ces préparations faites, pour avoir les heures sur ce cadran, & y marquer par exemple le point de X heures du matin ou de II heures du soir, pour le temps de l'entrée du soleil dans le signe des ♋, vous trouverez dans la table des verticaux du ſoleil donnée plus haut, ſous X. II, le nombre 53° 49′ pour le vertical du ſoleil à X ou II heures, au commencement de ♋. Vous trouverez auſſi dans la table des hauteurs, que celle du ſoleil, pour la même heure & le même parallele, eſt de 55° 22′. Avec ces deux nombres vous irez au cadran, où vous compterez ſur l'horizontale FH, depuis le point G de midi vers F, 53° 49′ pour le vertical du ſoleil, & ſur FI vous compterez, depuis F, 55° 22′. Par les deux points où ſe termineront ces nombres, tirez deux paralleles aux côtés reſpectifs du rectangle : leur interſection donnera le point horaire cherché.

Remarquez que les heures du ſoir doivent être à la droite de celle de midi, & celles du matin à la gauche.

Je ſuppoſe encore, pour inſtruire le lecteur par plus d'un exemple, qu'on veuille marquer le point de VII heures du matin ou V heures du ſoir, pour l'entrée du ſoleil aux ſignes de ♉ & de ♍, on conſultera les deux tables ci-deſſus, & l'on trouvera qu'à VII heures du matin ou V heures du ſoir, le vertical du ſoleil eſt éloigné du méridien de 86° 23′, & que ſa hauteur eſt de 18° 29′. Avec ces deux nombres on viendra au cadran, & l'on comptera ſur FH, depuis G, 86° 23′ pour le vertical du ſoleil ; & ſur la ligne FI on comptera, depuis F, 18° 29′ : l'interſection des deux lignes tirées parallélement aux côtés du rectangle, donnera le point de VII heures du matin ou V heures du ſoir, lors de l'entrée du ſoleil dans les ſignes ♉ ou ♍.

Par tous les points ainſi trouvés pour une même heure, à l'entrée du ſoleil dans chaque ſigne du zodiaque, ce qui donne ſept opérations ſeulement, on tracera une ligne qui fera la ligne horaire ; on joindra auffi par une ligne courbe toutes les heures du jour, lorfque le foleil occupe le commencement de chaque figne, & l'on aura fept autres lignes, qui couperont les lignes horaires, & qui feront les paralleles des commencements des fignes.

Pour connoître l'heure fur ce cadran, il faut fçavoir premiérement dans quel parallele eft le foleil, & obferver l'interfection de l'ombre avec ce parallele : la ligne horaire qui paffera par ce point, fera celle qui défignera l'heure. Par exemple, fuppofons que l'ombre du ftyle coupe, le jour de l'entrée du foleil dans le figne de la Vierge, le parallele de ce figne, PQR, dans le point O, qui eft à moyenne diftance des points où ce parallele eft coupé par les lignes de VIII & IX heures, on en conclura qu'il eft VIII heures & demie.

On pourroit auffi connoître l'heure par l'interfection du parallele du foleil avec la ligne d'ombre du cylindre, comme l'enfeigne M. Ozanam ; mais cette ligne étant toujours mal terminée, comme on l'a obfervé à l'égard des cadrans faits d'un globe, on ne doit point fe fervir de cette maniere.

REMARQUES.

I. L'ufage de ce cadran deviendra plus commode, fi, au lieu des fignes du zodiaque, on emploie les mois de l'année ; car prefque tout le monde fçait chaque jour quel mois & quel quantieme du mois court ; mais, à l'exception des aftronomes, peu de perfonnes fçavent quel figne répond à chaque mois, & dans quel tiers ou quart de chaque figne on eft à chaque jour. Il faut confulter pour cela un Almanach.

Cette innovation à ce genre de cadran solaire est facile à faire ; car on peut prendre pour vrai, sans erreur sensible, que le 10e degré de chaque signe répond à chaque premier du mois, attendu que l'équinoxe tombe ordinairement & le plus souvent au 21 Mars. Au lieu donc de prendre le vertical & la hauteur du soleil pour le commencement d'un signe quelconque du zodiaque, il n'y a qu'à prendre ce vertical & cette hauteur pour le 10e degré de chaque signe ; & l'opération étant faite comme on l'a enseignée, & ayant joint tous les points appartenants au premier du même mois, on aura les paralleles de chaque commencement du mois, & l'on reconnoîtra l'heure avec beaucoup plus de facilité.

II. On fait de petits cadrans cylindriques portatifs, où l'on reconnoît l'heure au moyen d'un style attaché au chapiteau mobile de ce cylindre. On place ce style sur le signe courant, & on le tourne directement au soleil : la longueur de l'ombre sur la verticale parallele à l'axe du cylindre, montre l'heure. La construction de ce genre de cadran cylindrique est si facile, que nous la passons sous silence. On peut la voir dans la plupart des livres de gnomonique.

PROBLÊME. XXIX.

Décrire un Cadran portatif dans un quart de cercle.

LA description de ce cadran dépend encore de la connoissance des hauteurs du soleil à chaque heure du jour, pour une latitude déterminée, suivant le degré du zodiaque qu'occupe le soleil. Ainsi on fera usage de la table donnée plus haut.

Pl. 15, fig. 29. Soit donc le quart de cercle dont le centre est A. Décrivez à volonté, du centre A, sept quarts de cercle, également éloignés entr'eux; vous les prendrez pour les commencements des signes du zodiaque, le premier & le dernier étant pris pour les tropiques, & celui du milieu pour l'équateur; vous marquerez sur chacun de ces paralleles des signes les points des heures, selon la hauteur que le soleil doit avoir à ces heures, d'après la table dont nous avons parlé. Pour trouver, par exemple, le point de 2 heures du soir ou 10 heures du matin, pour la latitude de Paris, lorsque le soleil entre dans le signe du Lion, ayant trouvé dans la table que le soleil a 52° 54′ de hauteur, faites dans le quart de cercle proposé l'angle BAO de 52° 54′, & l'intersection du parallele du commencement du Lion avec la ligne AO, sera le point cherché de 2^h du soir ou 10^h du matin, le soleil ayant la latitude du commencement de ce signe.

Ayant fait pareille construction pour toutes les autres heures, & pour le jour de l'entrée du soleil dans chaque signe, il n'y aura plus qu'à joindre ensemble, par des lignes courbes, tous les points d'une même heure, pour avoir le cadran achevé. Elevez ensuite au centre A un petit style perpendiculairement, ou, au lieu de style, placez deux pinnules dont les trous répondent perpendiculairement & à hauteur égale sur le rayon AC, ou une autre ligne qui lui soit parallele; enfin suspendez au centre A un petit fil ou une soie garnie d'un petit plomb.

Pour vous servir de cet instrument, dirigez-en le plan de maniere qu'il soit dans l'ombre, & placez le rayon ensorte que l'ombre du petit style tombe ſur la ligne AC, ou que le rayon ſolaire enfile les deux trous des pinnules : alors le fil à plomb, par ſon interſection avec le parallele du ſoleil, marquera l'heure qu'il eſt.

Pour connoître l'heure plus facilement, on a coutume d'ajouter au filet pendant du centre A, une petite perle enfilée qui n'y coule pas trop librement ; on avance cette perle ſur le ſigne & degré du ſoleil marqués ſur la ligne AC ; & dirigeant enſuite l'inſtrument au ſoleil, comme on l'a dit plus haut, cette perle montre l'heure ſur la ligne horaire qu'elle touche.

REMARQUE.

POUR rendre ce cadran plus commode, & par les raiſons que j'ai dites en parlant du cadran cylindrique, je voudrois qu'au lieu de marquer les ſignes du zodiaque, on marquât les jours des mois où le ſoleil y entre : par exemple, au lieu de marquer à côté du plus petit cercle ♑, on mît 21 Décembre ; à côté du ſecond, d'un côté 21 Janvier au lieu de ♒, ſigne des Verſeaux, & de l'autre 21 Décembre au lieu de ♐, ſigne du Sagittaire, &c ; car, en ſuppoſant les équinoxes invariablement fixés aux 21 Mars & 21 Septembre, les jours où le ſoleil entre dans chacun des ſignes du zodiaque, ſont, à peu de choſe près, les 21 de chaque mois : il ne ſeroit plus enſuite beſoin que de connoître le quantieme du mois pour ſe ſervir de ce cadran.

On vend à Paris, chez le ſieur Baradelle, un cadran portatif, qui ne differe guere du précédent que en ce qu'il eſt décrit ſur un carré long de carton : le principe de ſa conſtruction eſt abſolument le même.

PROBLÊME XXX.

Décrire un Cadran portatif sur une carte.

Le cadran que nous allons décrire est ordinairement appellé *le capucin*, parcequ'il ressemble à la tête d'un capucin qui a son capuchon renversé. Il se peut décrire sur une petite piece de carton, ou bien sur une carte, en cette sorte.

Pl. 15, fig. 30. Ayant décrit à volonté une circonférence de cercle, dont le centre est A, & le diametre B 12, divisez cette circonférence en 24 parties égales, ou de 15 degrés en 15 degrés, en commençant depuis le diametre B 12. Joignez les deux points de division également éloignés du diametre B 12, par des lignes droites paralleles entr'elles, & perpendiculaires à ce diametre B 12 : ces paralleles seront les lignes horaires, dont celle qui passe par le centre A, sera la ligne de 6 heures.

Après cela, faites au point 12, avec le diametre B 12, l'angle B 12 ♈ égal à l'élévation du pôle ; & ayant mené par le point ♈, où la ligne 12 ♈ coupe la ligne de 6 heures, la ligne indéfinie ♋ ♑, perpendiculaire à la ligne 12 ♈, vous terminerez cette ligne ♋ ♑ aux points ♋ ♑, par les lignes 12 ♋, 12 ♑, qui feront avec la ligne 12 ♈, chacune un angle de 23 degrés & demi, telle qu'est la plus grande déclinaison du soleil.

On trouvera sur cette perpendiculaire ♋ ♑, les points des autres signes, en décrivant du point ♈, comme centre, par les points ♋, ♑, une circonférence de cercle, & en la divisant en 12 parties égales, ou de 30 degrés en 30 degrés, pour les commencements des douze signes du zodiaque. Joignez deux points de division opposés

& également éloignés des points ♋, ♑, par des lignes paralleles entr'elles & perpendiculaires au diametre ♋ ♑, qui donneront ſur ce diametre les commencements des ſignes, d'où, comme centres, on décrira par le point 12 des arcs de cercle, qui repréſenteront les paralleles des ſignes, auxquels par conſéquent on ajoutera les mêmes caracteres, comme vous voyez dans la figure.

Il faut enfin pratiquer le long de la ligne ♋ ♑, une fente qui permette d'y faire couler, mais pas trop librement, un filet garni d'un petit poids ſuffiſant pour le tendre, enſorte qu'on puiſſe placer ſon point de ſuſpenſion à celui de la ligne ♋ ♑ qu'on voudra.

Ces arcs des ſignes ſerviront à connoître les heures aux rayons du ſoleil, en cette ſorte : Ayant tiré à volonté la ligne C♑ parallele au diametre B 12, élevez à ſon extrémité C un petit ſtyle bien droit, & tournez le plan du cadran au ſoleil, enſorte que l'ombre de ce ſtyle couvre la ligne C♑: alors, le filet pendant librement avec ſon plomb du point du degré du ſigne courant du ſoleil, marqué ſur la ligne ♋ ♑, montrera en bas, ſur l'arc du même ſigne, l'heure cherchée.

On pourroit garnir ce filet d'une petite perle, pour s'en ſervir au même uſage que dans le problême précédent.

REMARQUE.

CE cadran tire ſon origine d'un certain cadran rectiligne univerſel, publié autrefois par le P. de Saint-Rigaud, Jéſuite, & profeſſeur de mathématiques au college de Lyon, ſous le titre de *Analemma novum ;* mais il nous a paru, quoique M. Ozanam lui ait donné une grande place dans ſes *Récréations Mathématiques*, ainſi qu'à un autre analemme rectiligne univerſel, que tout ce qu'il en dit eſt ſi compliqué, que ce n'étoit guere le lieu de leur donner place dans un ouvrage tel que celui-ci.

PROBLÊME XXXI.

Conſtruction d'un anneau qui marque l'heure pendant toute l'année.

On débite chez les facteurs ordinaires d'inſtruments de mathématiques, des anneaux ſervant de cadrans portatifs, qui ſont défectueux. Les heures ſont marquées dans l'intérieur ſur une ſeule ligne, & il y a une petite bande mobile portant un trou qu'on arrête ſur le ſigne du ſoleil courant, qui eſt marqué extérieurement. Ces cadrans, diſons-nous, ſont défectueux; car, rendant ce trou commun à tous les ſignes du zodiaque marqués ſur la circonférence de l'anneau, on ne peut avoir que l'heure de midi juſte, & les autres seront indiquées infidélement. Il faut, au lieu de cela, décrire dans la concavité de l'anneau, ſept cercles ſéparés, pour repréſenter autant de paralleles de l'entrée du ſoleil dans les ſignes, & ſur chacun deſquels on doit marquer ſéparément les hauteurs du ſoleil, à ſon entrée dans le ſigne qui appartient au parallele pour lequel le cercle a été tracé. Ces points ainſi notés, doivent être réunis par des lignes courbes, qui ſeront les véritables lignes horaires, ainſi que l'a remarqué le P. Deſchales.

Pl. 16, fig. 31. Soit donc préparé un anneau, ou plutôt ſoit décrit un cercle de la grandeur de l'anneau que l'on veut diviſer; enſuite ayant choiſi le lieu B de ſuſpenſion, ſoient pris en A & O, à droite &

à gauche de B, 49 degrés pour la latitude de Paris, c'eſt-à-dire pour la diſtance du zénith à l'équateur; & par les points A & O ſoit menée AO, & la perpendiculaire AD à AO; ſoit enfin menée par A & le centre la ligne A 12, qui déſignera l'équateur: le point 12 ſera l'heure de midi pour le jour de l'équinoxe.

Afin de trouver les autres points horaires du même jour au commencement du Bélier & de la Balance, décrivez du centre A le quart de cercle OD, & prenez du point O, en comptant vers P, les hauteurs du ſoleil aux diverſes heures du jour, comme à 1 & 11 heures, à 2 & 10 heures, &c: les lignes tirées par le centre A & ces points de diviſion, étant prolongées juſqu'à la circonférence du cercle B 12 D, &c. y donneront les points horaires pour le jour de l'équinoxe.

Pour avoir les diviſions horaires des cercles correſpondants aux autres ſignes, vous procéderez ainſi. Prenez d'abord, à droite & à gauche du point A, la double déclinaiſon des ſignes, ſçavoir les arcs AE, AI, de 23 degrés, pour le commencement du Taureau, ou de la Vierge, du Scorpion ou des Poiſſons; AF de 40° 26′, pour le commencement des Gemeaux & du Lion, & ſon égale AK, pour celui du Sagittaire & du Verſeau; enfin AG & AL, de 47°, pour le commencement du Cancer & du Capricorne. Pl. 16, fig. 32.

Qu'il ſoit queſtion maintenant de trouver ſur le cercle les points horaires, par exemple, répondants au commencement du Verſeau. Par le point K, qui répond à l'entrée du Verſeau, menez la parallele KP à AO, & la ligne K 12; de ce même point K décrivez, entre K 12 & l'horizontale KP, l'arc de cercle QR, ſur lequel vous prendrez, en comptant de R vers Q les hauteurs du soleil aux différentes heures de la journée, lorsque le soleil entre dans le commencement du Sagittaire & du Verseau, comme l'on voit dans la figure; & en tirant de K des lignes à ces points de division, vous aurez les divisions horaires des deux cercles répondants au commencement du Sagittaire & du Verseau. En procédant de même à part pour chaque autre entrée de signe, vous aurez les points horaires des cercles qui leur répondent.

Pl. 16, fig. 33. Vous tracerez enfin, dans la concavité de l'anneau, sept cercles paralleles; celui du milieu pour les équinoxes; les deux à côté, pour le commencement des signes du Taureau & de la Vierge, du Scorpion & des Poissons; les deux suivants à droite & à gauche, pour les signes des Gemeaux & du Lion, du Sagittaire & du Verseau; les deux extérieurs enfin, pour le Cancer & le Capricorne : vous joindrez les points horaires semblables par une ligne courbe, & vous aurez votre anneau décrit.

Il reste à placer convenablement le point qui admettra le rayon solaire; car il doit être mobile, ensorte qu'au jour de l'équinoxe il soit au point A, le jour du solstice d'été en G, en L le jour du solstice d'hiver, & dans les positions intermédiaires pendant les autres jours de l'année. Il faut, pour cet effet, pratiquer dans la partie CBD de l'anneau & dans son milieu, une rainure dans laquelle soit mobile une petite plaque circulaire, portant sur elle le trou qui doit laisser entrer le rayon du soleil; on marquera sur l'extérieur de cette partie de l'anneau, par des lignes paralleles, les divisions L, K, I, A, E, F, G, en plaçant d'un côté les marques des ſignes aſcendants, & de l'autre celles des ſignes deſcendants. Il ſera facile après cela d'arrêter le point mobile A ſur la diviſion convenable, ou dans l'entre-deux; car, pour peu que l'anneau ſoit grand, on pourra facilement diviſer chaque ſigne en trois ou quatre parties.

Pour connoître l'heure, on commencera par placer le point A de la maniere convenable, ſuivant le degré du ſigne occupé par le ſoleil le jour du mois où l'on eſt; on tournera enſuite l'inſtrument de maniere que le rayon ſolaire, admis par le point A, tombe ſur le cercle du ſigne où eſt le ſoleil: la diviſion ſur laquelle il tombera, marquera l'heure.

REMARQUES.

I. Pour rendre l'uſage de cet inſtrument plus facile, on pourroit, au lieu des diviſions des ſignes, y marquer les jours de leur commencement; par exemple, au lieu de ♋, marquer 21 Juin; au lieu de ♉ & ♍, marquer 20 Avril, 20 Août, &c.

II. On pourroit rendre le point A immobile, & alors ſa poſition la plus convenable ſeroit à la diſtance que nous lui avons donnée primitivement pour le jour de l'équinoxe; mais alors, au lieu que l'heure de midi, ſuivant la méthode précédente, ſe trouve pour tous les cercles des ſignes ſur une ligne horizontale, ce ſera une ligne courbe, & toutes les autres lignes des heures ſeront auſſi des courbes aſſez contournées; ce qui eſt ſujet à embarras & difficulté: c'eſt pourquoi nous penſons qu'il vaut mieux faire le point A mobile.

PROBLÊME XXXII.

Comment l'ombre d'un ſtyle peut rétrograder ſur un cadran ſolaire ſans miracle.

Ce phénomene, qui préſente d'abord une impoſſibilité phyſique, n'a néanmoins rien que de très-naturel, comme on va le voir. On en doit la remarque au géometre Portugais Nonius ou Nugnez, qui vivoit ſur la fin du ſeizieme ſiecle. Il eſt fondé ſur le théorême ſuivant.

Dans tous les pays dont le zénith eſt ſitué entre l'équateur & le tropique, tant que le ſoleil paſſe au-delà du zénith du côté du pôle apparent, il arrive deux fois avant midi au même vertical, & pareille choſe ſe répete après midi.

Pl. 17, fig. 34. Soit, dans la *fig.* 34, Z le zénith d'un lieu ſitué entre le point E de l'équateur, & T le point où paſſe le ſoleil le jour du ſolſtice d'été; que le cercle HAQCKH repréſente l'horizon, REQ une moitié de l'équateur, TF la portion orientale du tropique extante ſur l'horizon, & GT la portion occidentale. Il eſt évident que du zénith Z on peut mener un vertical, comme ZI, qui touchera le tropique en un point O, par exemple, & qui tombera ſur l'horizon en un point I, ſitué entre les points Q & F, qui ſont ceux où l'horizon eſt coupé par l'équateur & le tropique; &, par la même raiſon, on peut mener auſſi un autre vertical, comme ZH, qui touchera en *o* l'autre portion du tropique.

Suppoſons préſentement le ſoleil dans le tropique, & ſe levant conſéquemment au point F, & ſoit un ſtyle vertical d'une longueur indéfinie élevée en C. Soient tirées les lignes ICK, FCN: il eſt clair qu'au moment du lever du ſoleil, l'ombre du ſtyle ſera projetée en CN, & que, lorſque le ſoleil ſera arrivé au point de contact O, cette ombre ſera projetée en CK: elle marchera donc pendant que le ſoleil parcourra FO, elle marchera, dis-je, de CN en CK; mais que le ſoleil ſoit parvenu au méridien en T, cette ombre ſera dans la ligne CB: elle ſera donc revenue de CK en CB: elle aura donc été, depuis le lever du ſoleil juſqu'à midi, de CN en CK, & de CK en CB: elle aura conſéquemment marché en ſens contraire, ou rétrogradé dans cet intervalle de temps, puiſqu'elle a d'abord marché du midi vers le couchant, & enſuite du couchant au midi.

Pareille choſe arrivera après midi; l'ombre marchera d'abord du midi vers l'orient. Parvenue à un certain terme, elle rebrouſſera chemin vers le midi, juſqu'au coucher du ſoleil.

Suppoſons préſentement que le ſoleil ſe leve entre les points F & I; alors le parallele qu'il décrira avant midi, coupera évidemment le vertical ZI en deux points. Ainſi, dans la durée d'une journée, l'ombre commencera par tomber dans l'angle KCL, puis elle marchera vers CK, & la dépaſſera même en ſortant de cet angle; puis elle y rentrera, & marchera vers la méridienne, & de-là vers l'orient, juſques au-delà de la ligne CL, où elle reviendra, pour finir avec le coucher du ſoleil dans l'angle LCB.

Nous avons trouvé que, ſous la latitude de 12 degrés, le ſoleil étant au tropique du même côté, les deux lignes CN, CK, font un angle de 9° 48', que l'ombre met 2h 7' à parcourir.

PROBLÊME XXXIII.

Sous une latitude quelconque, tracer un cadran où la rétrogradation de l'ombre ait lieu.

INCLINEZ, pour cet effet, un plan directement tourné au midi, de maniere que ſon zénith tombe entre le tropique & l'équateur, & à peu près vers le milieu de la diſtance entre ces deux cercles; par exemple, ſous la latitude de Paris, qui eſt de 49° 50′, ce plan devra faire un angle d'environ 38°. Fichez au milieu de ce plan un ſtyle droit & un peu long, enſorte que ſon ombre déborde le plan; tracez pluſieurs lignes angulaires du pied de ce ſtyle, du côté du midi : vous verrez aux environs du ſolſtice l'ombre du ſtyle éprouver les deux rétrogradations décrites plus haut.

Cela eſt évident, puiſque ce plan eſt parallele au plan horizontal qui auroit ſon zénith ſous le même méridien, à 12 degrés de l'équateur du côté du nord : les deux ombres des deux ſtyles doivent conſéquemment marcher de la même maniere dans l'une & dans l'autre.

REMARQUE.

QUELQU'UN dira peut-être que voilà l'explication naturelle du miracle que les Livres ſaints nous apprennent avoir été opéré en faveur d'Ezéchias, roi de Jéruſalem; mais à Dieu ne plaiſe que nous ayions eu l'idée d'atténuer ce miracle. Il eſt d'ailleurs bien peu probable que, ſi la rétrogradation de l'ombre, opérée ſur le cadran de ce prince, eût été un effet auſſi naturel, on l'eût méconnu au point de ne s'en appercevoir que lorſque le le prophete lui annonça ce signe de sa guérison ; car il devoit s'opérer toutes les fois que le soleil se trouvoit entre le tropique & le zénith du cadran : ainsi la merveille citée par les Livres saints reste entiere.

PROBLÊME XXXIV.

Déterminer la trace de l'ombre du sommet du style sur un plan.

On suppose ici que le soleil, pendant une révolution diurne, ne change point sensiblement de déclinaison ; car s'il en changeoit, la courbe en question deviendroit d'une nature très-compliquée, & d'une détermination très-difficile.

Soit donc le soleil dans un parallele quelconque. Il est aisé de voir que le rayon solaire central, mené à la pointe du style, décrit une surface conique, à moins que le soleil ne soit dans l'équateur : conséquemment l'ombre projetée par cette pointe, qui lui est toujours directement opposée, parcourt dans sa révolution la surface du cône opposé par le sommet. Il n'est donc question que de connoître la position du plan qui coupe les deux cônes ; car son intersection avec la surface conique décrite par l'ombre, sera la courbe cherchée.

Il ne faut plus être qu'initié dans la connoissance des sections coniques pour résoudre le problême ; car 1° qu'on propose un lieu sous l'équateur, & que le plan soit horizontal : il est évident que ce plan coupe les deux cônes opposés par le sommet : conséquemment la trace de l'ombre sera Pl. 17,
une hyperbole BCD, dont le sommet sera tourné fig. 35
vers le pied du style.

Il eſt aiſé de voir qu'à meſure que le ſoleil s'approche de l'équateur, cette ligne hyperbolique s'applatit de plus en plus, & dégénere en une ligne droite le jour de l'équinoxe ; qu'enſuite elle paſſe de l'autre côté, en ſe courbant de plus en plus, juſqu'à ce que le ſoleil ſoit arrivé au tropique, &c.

J'ajouterai ici que le ſoleil ſe leve chaque jour dans une des aſymptotes de l'hyperbole, & qu'il ſe couche dans l'autre.

2° Dans tous les lieux ſitués entre l'équateur & les cercles polaires, la trace de l'ombre ſur un plan horizontal eſt encore une hyperbole ; car il eſt facile de voir que ce plan coupe les deux cônes oppoſés par le ſommet que décrit le rayon ſolaire paſſant par la pointe du ſtyle, puiſque, dans toutes ces latitudes, les deux tropiques ſont coupés par l'horizon.

3° Dans les lieux ſitués ſous un cercle polaire, le jour que le ſoleil eſt dans le tropique, l'ombre décrit ſur le plan horizontal une ligne parabolique : les autres jours elle décrit des hyperboles.

4° Dans les lieux ſitués entre le cercle polaire & le pôle, tant que le ſoleil ſe leve & ſe couche, la trace de l'ombre du ſommet du ſtyle eſt une hyperbole : lorſque le ſoleil eſt parvenu à une latitude aſſez grande pour ne faire que toucher l'horizon au lieu de ſe coucher, cette trace eſt une parabole : lorſqu'enfin le ſoleil reſte toute la journée ſur l'horizon, elle eſt une ellipſe plus ou moins allongée.

5° Enfin ſous le pôle, il eſt aiſé de voir que la trace de l'ombre du ſommet d'un ſtyle, eſt toujours un cercle, puiſque le ſoleil ſe tient pendant la journée à la même hauteur.

COROLLAIRE.

Les arcs des ſignes n'étant autre choſe que la trace de l'ombre du ſommet du ſtyle, lorſque le ſoleil parcourt le parallele du commencement de chaque ſigne, il s'enſuit que ces arcs ne ſont autre choſe que des ſections coniques, ayant leur axe dans la méridienne ou la ſouſtylaire. Ce ſont en particulier des hyperboles dans tous les cadrans horizontaux de lieux entre l'équateur & les cercles polaires, & dans tous les verticaux de la zone tempérée, tant méridionaux ou ſeptentrionaux, qu'orientaux ou occidentaux. C'eſt ce qu'il eſt aiſé d'appercevoir du premier coup d'œil, à la forme de ces lignes, dans la plupart des cadrans de nos contrées.

Ces choſes, qui peut-être ſeront peu goûtées des gnomoniſtes vulgaires, nous ont paru dignes de la curioſité de ceux qui ſont verſés dans la géométrie, & dont pluſieurs peuvent n'y avoir pas fait attention. C'eſt ce qui nous a déterminé à leur donner place ici.

PROBLÊME XXXV.

Connoître les heures à un cadran ſolaire éclairé par la lune.

CE problême ne paroîtra pas bien difficile à qui ſçait que la lune retarde tous les jours ſon paſſage par le méridien d'environ 48′; qu'elle paſſe au méridien préciſément avec le ſoleil lorſqu'elle eſt nouvelle, & 12 heures après lorſqu'il eſt pleine lune.

Sçachez donc quel eſt l'âge de la lune ; ce que vous pourrez toujours apprendre facilement au moyen des calendriers les plus ordinaires, où les jours & heures de la nouvelle & de la pleine lune ſont toujours marqués. Suppoſons qu'au moment où l'on veut ſçavoir l'heure qu'il eſt, il y ait 6 jours & demi écoulés depuis la nouvelle lune. Multipliez $\frac{4}{5}$ d'heure par $6\frac{1}{2}$, ce qui vous donnera $\frac{26}{5}$, ou $5^h\frac{1}{5}$, ou $5^h\ 12'$, qu'il faudra ajouter à l'heure montrée par le cadran. Ainſi, ſi le cadran marquoit à la lune 4 heures, il ſeroit $9^h\ 12'$.

Mais on pourra trouver l'heure beaucoup plus exactement de la maniere ſuivante. Il faut, pour cela, ſçavoir à quelle heure de la journée la lune a paſſé ou doit paſſer par le méridien. On pourra le ſçavoir au moyen des Almanachs qui ſont entre les mains de tout le monde, comme des *Etrennes mignones*, le *Calendrier de la Cour*, où le lever & le coucher de la lune ſont marqués jour par jour ; car ſi on partage l'intervalle du lever au coucher en deux également, on aura à peu de choſe près le paſſage au méridien.

Suppoſons donc qu'aujourd'hui la lune ait paſſé au méridien à $3^h\ 30'$ du ſoir. La différence d'heure avec le ſoleil ſeroit, ſi la lune eût été immobile, de $3^h\frac{1}{2}$, dont l'heure à la lune retarderoit ſur celle du ſoleil. Maintenant que la lune marque ſur le cadran ſolaire $7\frac{1}{2}$ du ſoir, on en concluroit donc qu'il eſt préciſément 10^h du ſoir, dans l'hypotheſe que la lune eût été immobile. Mais comme, dans cet intervalle de $7^h\frac{1}{2}$, la lune a eu un mouvement rétrograde vers l'orient, dont la quantité opere ſur ſon paſſage par le méridien, ou un cercle horaire quelconque, un retard de 48′ par jour, à raiſon de 2 minutes par heure, on aura pour $7^h\frac{1}{2}$ la quantité de 15′, qu'il faudra ajouter à l'heure indiquée par la lune, en ſus de ce dont ſon paſſage par le méridien a retardé ſur celui du ſoleil.

Si la lune avoit paſſé la premiere par le méridien, il faudroit ôter de l'heure marquée par la lune, ce dont elle a devancé le ſoleil, & ajouter à ce qui en proviendroit autant de fois 2 minutes qu'elle marqueroit d'heures. Mais voici une petite machine qui peut éviter ce calcul, quelque léger qu'il ſoit.

Cette machine eſt compoſée de deux plaques faites de cuivre, de laiton, ou de carton. L'une AHGI, eſt fixe & immobile; l'autre *befl* eſt mobile. Sur la plaque immobile il y a un cercle *ahgi*, diviſé en 24 parties égales, qui ſervent à repréſenter les 24 heures du jour, dont chacune doit être diviſée en demis & quarts d'heure; ſur le centre C de ce cercle, on applique l'autre plaque ronde & mobile *befl*, dont le bord eſt diviſé en parties qui repréſentent les heures que la lune fait par ſon ombre ſur un cadran au ſoleil. Ces heures ne ſont pas égales à celles du ſoleil, décrites ſur le cercle immobile; mais elles doivent être plus grandes de la valeur de 2 minutes par heure, puiſque la lune retarde d'environ 48 minutes par jour, & de 12 minutes en ſix heures. Ainſi, puiſqu'un degré de ſigne vaut 4 minutes de temps, il eſt clair que 3 degrés valent 12 minutes de temps. C'eſt pourquoi, ayant tiré la ligne de midi ACG, il faut prendre pour ſix heures 93 degrés de part & d'autre, depuis le point *b* juſqu'aux points *e*, *l*, & diviſer chacun de ces eſpaces en ſix parties égales pour 6 heures, puis en demies & en quarts, comme on le voit dans la figure. Pl. 18, fig. 36.

Uſage. Placez l'index *nb* de la plaque mobile ſur l'heure du paſſage par le méridien du jour auquel vous voulez trouver l'heure. La machine étant ainſi diſpoſée, obſervez quelle heure marque l'ombre de la lune ſur un cadran horizontal: la même heure ſur la plaque mobile vous montrera, vis-à-vis ſur la plaque immobile, la vraie heure au ſoleil.

PROBLÊME XXXVI.

Conſtruire un Cadran qui marque l'heure à la lune.

POUR ſe ſervir de ce cadran, il eſt néceſſaire de connoître l'âge de la lune; ce qu'on peut toujours ſçavoir au moyen d'un Almanach des plus communs, ou au moyen de quelqu'une des pratiques dont nous avons parlé en traitant de l'aſtronomie.

Afin donc de décrire un cadran lunaire ſur quelque plan que ce ſoit, par exemple un plan horizontal, tracez ſur ce plan un cadran horizontal ſolaire pour le lieu où vous êtes; tirez à volonté les deux lignes 5 7, 3 9 paralleles à l'équinoxiale, dont la premiere étant priſe pour le jour de la pleine lune, la ſeconde repréſentera le jour de la nouvelle, où les heures lunaires conviennent avec les ſolaires: ce qui fait que les points horaires, marqués ſur ces deux paralleles par les lignes qui partent du centre du cadran A, ſont communs au ſoleil & à la lune.

Cette préparation étant faite, diviſez l'eſpace terminé par les deux lignes paralleles 3 9, 5 7, en douze parties égales; menez à ces deux mêmes lignes, par les points de diviſion, autant de lignes paralleles, qui repréſenteront les jours de la lune auxquels elle s'éloigne ſucceſſivement d'une heure, par ſon mouvement propre vers l'orient, & auxquels par conſéquent elle paſſe au méridien d'une heure plus tard chaque jour : ainſi la premiere parallele 4, 10, étant le jour auquel la lune paſſe au méridien une heure plus tard que le ſoleil, le point B, de 11 heures à la lune, ſera le point de midi au ſoleil ; la ſuivante 5, 11, repréſentant le jour auquel la lune paſſe au méridien 2 heures après le ſoleil, le point C, de 10 heures à la lune, ſera le point de midi au ſoleil ; & ainſi des autres.

Il eſt évident que ſi l'on joint les points 12, B, C, & tous les autres qui appartiendront à midi, & que l'on peut trouver par un raiſonnement ſemblable au précédent, par une ligne courbe : cette ligne courbe ſera la ligne méridienne lunaire. C'eſt de la même façon qu'on tracera les autres lignes horaires à la lune ; & il ne faut que regarder la figure pour le comprendre.

Parceque la lune emploie environ quinze jours depuis ſa conjonction avec le ſoleil juſqu'à ſon oppoſition, c'eſt-à-dire depuis qu'elle eſt nouvelle juſqu'à ce qu'elle ſoit pleine, ou diamétralement oppoſée au ſoleil, enſorte qu'elle ſe leve quand le ſoleil ſe couche ; on effacera toutes les paralleles précédentes, excepté les deux premieres, 5 8, 3 9 ; & au lieu de diviſer leur intervalle en douze parties égales, on le diviſera en quinze, pour tirer par les points de diviſion d'autres paralleles, qui repréſenteront les jours de la lune, auxquels par conſéquent on ajoutera les chiffres convenables, comme nous avons ici fait le long de la ligne méridienne, par le moyen deſquels on connoîtra de nuit l'heure du ſoleil aux rayons de la lune, en cette ſorte.

Appliquez au centre du cadran A un axe, c'eſt-à-dire une verge qui faſſe à ce centre A, avec la méridienne A 12, un angle égal à l'élévation du pôle ſur le plan du cadran, que nous ſuppoſons horizontal : cet axe montrera, par ſon ombre ſur le jour courant de la lune, l'heure qu'on cherche.

PROBLÊME XXXVII.

Décrire les arcs des ſignes ſur un cadran ſolaire.

PARMI les acceſſoires qu'on a imaginé d'ajouter aux cadrans ſolaires, les arcs des ſignes ne ſont pas un des moins agréables ; car on voit avec plaiſir, par leur moyen, dans quel ſigne eſt le ſoleil, & l'on ſuit, pour ainſi dire, ſa marche dans le zodiaque : c'eſt pourquoi nous croyons ne pas devoir omettre dans cet ouvrage la maniere de tracer ces arcs.

Nous ſuppoſons, pour abréger, que le plan eſt horizontal. On commencera donc par y décrire un cadran tel que l'exige la poſition de ce plan, c'eſt-à-dire horizontal ; on y placera de la maniere convenable un ſtyle droit, & terminé ou par un bouton ſphérique, ou par une plaque circulaire, ayant à ſon centre un trou d'une ligne ou deux de diametre, ſuivant la grandeur du cadran. Cela fait, vous opérerez ainſi.

Qu'il s'agiſſe, par exemple, de décrire l'arc qui répond au commencement du ſigne du Scorpion ou des Poiſſons. Vous trouverez d'abord ainſi le point de la méridienne où cet arc la coupe, en cherchant dans la table des hauteurs du ſoleil à chaque heure du jour (pour la latitude de Paris, où nous ſuppoſons le cadran décrit), en cherchant, dis-je, dans cette table la hauteur méridienne du ſoleil. Lorſqu'il entre dans le Scorpion ou les Poiſſons, elle eſt de 29° 40′. Faites donc le triangle STE, dans lequel ST eſt la hauteur du ſtyle, tel que l'angle SET ſoit de 29° 40′: le point E ſera le premier point de l'arc de ces deux ſignes. Pl. 19, fig. 38

Cherchez enſuite dans la même table la hauteur du ſoleil à une heure après midi, le même jour; vous la trouverez de 28° 14′: ainſi faites le triangle STF, tel que l'angle F ſoit de 28° 14′; puis, du pied du ſtyle S, comme centre, tracez avec le rayon SF, l'arc de cercle qui coupe les lignes de I & XI heures dans les deux points G & H: ce ſeront les points de l'arc de ces ſignes ſur les lignes de XI & I heure.

Si vous faites la même opération pour toutes les autres heures, vous aurez autant de points par leſquels vous menerez, au moyen d'une regle bien flexible, une ligne courbe: ce ſera l'arc des ſignes du Scorpion & des Poiſſons.

La même conſtruction, pour les autres ſignes, vous donnera les autres arcs qui leur conviennent.

Autre Maniere.

Cette ſeconde maniere n'exige point le ſecours de la table des hauteurs du ſoleil aux diverſes heures du jour; une ſimple opération graphique eſt ſuffiſante, & l'on y emploie une figure qu'on appelle le *triangle des ſignes*, & qu'il faut d'abord enſeigner à décrire.

Soit une ligne AB, d'une grandeur indéterminée; & du point A pris comme centre, au rayon arbitraire AB, tracez un arc de cercle indéfini;

Pl. 19, fig. 39. prenez de B en E & en e, des arcs de 11° 30′, qui sont les déclinaisons des signes du Taureau & de la Vierge, du Scorpion & des Poissons, l'une boréale, l'autre méridionale ; & tirez les lignes AE, Ae, dont la premiere conviendra aux deux premiers signes, & la seconde aux deux autres.

Faites de même BF, Bf, de 20° 12′, & tirez AF, Af, dont la premiere répondra aux signes des Gemeaux & du Lion, & la seconde à ceux du Sagittaire & du Verseau.

Que BG, Bg, soient enfin de 23° 30′; les lignes AG, Ag, répondront, la premiere au Cancer, & la seconde au Capricorne.

Cela fait, nous supposons qu'on veuille décrire les arcs des signes sur un cadran horizontal. Après avoir, comme ci-dessus, fixé dans la place convenable un style droit ST, tiré l'équinoxiale & les lignes horaires, élevez sur AB une perpendiculaire AD, égale à la distance TP, sommet du style, au centre du cadran P.
Fig. 39, 40.

Maintenant voulez-vous avoir sur la méridienne les sept points de division des arcs des signes, faites sur la *fig.* 39, AC égale à la distance RT du sommet du style à l'équinoxiale, & tirez la ligne DC, qui coupera les lignes des signes dans les points 6, 4, 2, C, 1, 3, 5 ; transférez ces points sur la méridienne dans le même ordre, en faisant R 6 égale à C 6, R 4 égale à C 4, R 2, égale à C 2, R 1 égale à C 1, &c. ; vous aurez les points par lesquels passe le soleil à midi, les jours de son entrée dans les signes.

Qu'il s'agisse à présent de trouver les mêmes points sur une des lignes horaires, celle, par exemple, de 3 heures ou 9 heures. Du pied du style droit S, abaissez sur cette ligne horaire PM une perpendiculaire SV, que vous prolongerez jusqu'à la rencontre N du demi-cercle décrit sur PM, comme diametre ; faites ensuite AH égale à PN, Fig. 39. & AI égale à PM, & tirez HI à travers le triangle des signes : elle sera coupée par les sept lignes des signes, en sept points, lesquels étant transportés dans le même ordre sur l'horaire proposée, y donneront ceux où elle sera rencontrée par l'ombre du sommet du style, à l'entrée de cet astre dans chacun des signes du zodiaque.

Vous joindrez enfin tous les points répondants au même signe sur les lignes horaires, en y faisant passer une ligne courbe : ce sera le parallele de ce signe.

Des diverses especes d'Heures.

Dans tout ce qu'on a dit jusqu'à présent, il n'a été question que des heures équinoxiales & égales, telles que nous les comptons en France, le jour étant censé commencer à minuit, d'où on les compte au nombre de 24 ou deux fois 12, jusqu'au minuit suivant. C'est aussi la maniere la plus commune de compter les heures en Europe. Les heures astronomiques n'en different qu'en ce qu'on les compte au nombre de 24, du midi d'un jour au midi du jour suivant.

Mais il y a quelques autres especes d'heures qu'il convient de faire connoître, parcequ'on les trace quelquefois sur les cadrans solaires ; telles sont les heures naturelles ou judaïques, les babyloniques, les italiques modernes, celles de Nuremberg.

Les heures naturelles ou judaïques commencent au lever du soleil, & on en compte 12 depuis ce lever jusqu'au coucher de cet astre ; d'où l'on voit qu'elles ne sont égales en durée que le jour de l'équinoxe : dans tout autre temps elles ſont inégales. Celles du jour ſont les plus grandes depuis l'équinoxe du printemps juſqu'à celui d'automne (dans notre hémiſphere) ; celles de la nuit ſont au contraire les plus grandes, pendant que le ſoleil parcourt l'autre moitié du zodiaque.

Celles de Babylone étoient égales, & commençoient au lever du ſoleil : on en comptoit 24 juſqu'au lever du jour ſuivant.

Les italiques modernes (car les Romains comptoient à peu près comme nous de minuit à minuit) ſe comptent du coucher du ſoleil au coucher du jour ſuivant, au nombre de 24 ; enſorte que, les jours des équinoxes, le midi tombe à la 18e heure, & qu'enſuite, à meſure que les jours s'allongent, le midi aſtronomique arrive à $17^h \frac{1}{2}$, 17^h, &c ; & au contraire. Cette maniere, aſſez bizarre & incommode, n'a pas laiſſé d'avoir des défenſeurs, & même dans des François, qui ont trouvé qu'on pouvoit fort bien, avec un crayon & un petit calcul aſtronomique, fixer tous les jours l'heure de ſon dîner, & que cela n'étoit pas trop embarraſſant.

Quoi qu'il en ſoit, comme ces heures ſont encore en uſage dans preſque toute l'Italie, nous croyons devoir donner la maniere de les tracer, comme une curioſité gnomonique pour ces pays-ci.

PROBLÊME XXXVIII.

Tracer ſur un cadran les heures italiques.

DÉCRIVEZ d'abord ſur le plan propoſé, que nous ſuppoſons horizontal, un cadran horizontal ordinaire, avec les heures aſtronomiques ou européennes ; marquez-y aussi les arcs des signes solsticiaux, du Cancer & du Capricorne, ainsi que la ligne équinoxiale, qui est l'arc des signes équinoxiaux.

Cela fait, observez que, les jours des équinoxes, le midi arrive à la fin de la 18ᵉ heure italique, & que, le jour du solstice d'été, il arrive à la fin de la 16ᵉ heure, pour un cadran construit à Paris. Ainsi le midi, compté par les heures astronomiques ou 12^h, répond, le jour de l'équinoxe, à la 18ᵉ heure italique, & le jour du solstice d'été, à la 16ᵉ; conséquemment la 18ᵉ heure italique au jour du solstice d'été, répondra à la 2ᵉ après midi comptée astronomiquement. Ainsi il faudra joindre par une ligne droite le point de midi marqué sur la ligne équinoxiale, avec celui de 2 heures sur le tropique ou l'arc du signe du Cancer, & vous y inscrirez 18 heures. Vous joindrez pareillement par des transversales, 1^h sur la ligne équinoxiale, avec 3^h sur l'arc du Cancer; 2^h avec 4^h, &c; & avant midi, 11^h avec 1^h, 10^h avec 12^h, 9^h avec 11^h, &c : vous effacerez ensuite les lignes astronomiques, que nous avons supposé ne devoir pas subsister ; vous prolongerez toutes les transversales ci-dessus, jusqu'à la rencontre du parallelle du Capricorne, en y inscrivant à leurs extrémités les nombres convenables, & vous aurez votre cadran tracé, comme on le voit *fig.* 41, *pl.* 20. Pl. 20, fig. 41.

REMARQUE.

Il est aisé de voir, par l'exemple ci-dessus, quel calcul il faudroit faire sous une latitude différente de celle de Paris, où le jour a 16^h au solstice d'été, & 8^h seulement à celui d'hiver. Dans une autre latitude, où le plus long jour n'auroit que

14^h, & le plus court 10, le midi arriveroit, le jour du solstice d'été, à 17 heures. Ainsi le midi ou la 12^e heure comptée astronomiquement, répond, le jour du solstice, à la 17^e heure italique; conséquemment la 18^e heure italique, le jour du solstice, répondra à la premiere après midi, comptée astronomiquement. Ainsi il n'y aura qu'à joindre le point de 1 heure après midi sur l'arc du Cancer, avec le point de midi de l'équinoxiale, on aura la ligne horaire italique de 17 heures; & ainsi des autres.

PROBLÊME XXXIX.

Tracer sur un cadran les lignes des heures naturelles du jour.

NOUS avons dit plus haut, qu'on appeloit heures naturelles, les heures égales & au nombre de 12, que l'on peut compter d'un lever du soleil à son coucher; car c'est cet intervalle de temps qui forme vraiment le jour naturel.

On tracera facilement sur un cadran, que nous supposerons horizontal, les heures de cette espece. Il faut, pour cet effet, tracer la ligne équinoxiale & les deux tropiques, par les méthodes précédentes.

Cela fait, vous observerez que, puisque sous la latitude de Paris, le soleil se leve à 4 heures du matin, le jour du solstice d'été, & se couche à 8^h, cet intervalle est de 16^h astronomiques; conséquemment, si nous divisons cette durée en 12, chacune de ces parties sera de $1^h \frac{1}{3}$: c'est pourquoi vous tirerez du centre du cadran, des lignes aux points de division de la ligne équinoxiale, qui répondent à $5^h \frac{1}{3}$, $6^h \frac{2}{3}$, 8^h, $9^h \frac{1}{3}$, $10^h \frac{2}{3}$, 12^h,

$1^h \frac{1}{3}$, &c. mais en vous bornant à marquer sur le tropique du Cancer les points de section de ces heures avec lui.

Vous observerez de même que le jour du solstice d'hiver, le soleil se levant à 8^h & se couchant à 4, la durée totale du jour n'est que de 8^h; ce qui, étant divisé en 12 parties égales, donne pour chacune $\frac{2}{3}$ d'heure astronomique. Vous tirerez donc les lignes horaires répondantes à $8^h \frac{2}{3}$, $9^h \frac{1}{3}$, 10^h, &c. en marquant seulement leur section avec le tropique du Capricorne. Enfin, si vous joignez par une ligne courbe, au moyen d'une regle flexible, les points correspondants de division sur les deux tropiques & la ligne équinoxiale, vous aurez votre cadran tracé comme on le voit *pl. 21, fig. 44.* Pl. 21, fig. 44.

Si on vouloit plus d'exactitude, il faudroit tracer deux autres paralleles des signes, par exemple celui du Taureau & celui du Scorpion, & trouver sur chacun les points répondants aux heures naturelles, par un procédé semblable à celui ci-dessus : on feroit alors passer les lignes horaires naturelles par cinq points, ce qui les donneroit beaucoup plus exactement.

PROBLÊME XL.

Trouver l'heure par quelqu'une des étoiles circompolaires.

Il y a des méthodes astronomiques pour connoître l'heure par le passage au méridien, ou même par la hauteur de chaque étoile ; car, au moyen des Ephémérides, comme la *Connoissance des Temps*, publiée chaque année par l'Académie royale des Sciences, on trouve, par un très-petit calcul, combien chaque étoile devance le soleil au méridien, ou y passe après lui; & par cette connoissance & celle de sa déclinaison, on peut, par la simple observation de sa hauteur, déterminer l'heure. Mais tout ceci seroit peut-être trop compliqué pour la plupart de nos lecteurs. Nous nous bornerons donc à la solution du problême ci-dessus, pour la facilité duquel on a imaginé un petit instrument appellé *nocturlabe*, dont voici la construction. Elle est adaptée pour employer la brillante des deux dernieres, qu'on appelle les gardes de la petite Ourse.

Décrivez & coupez sur quelque matiere solide,
Pl. 20, comme du bois ou du métal, un cercle de la
fig. 42. grandeur d'un écu de six livres, dont vous diviserez la circonférence en 365 parties, pour marquer les jours de l'année, que vous distribuerez ensuite de mois en mois, suivant le nombre que chacun en contient.

A ce cercle en soit ajouté un autre concentrique & mobile, dont vous diviserez la circonférence en 24 parties égales, pour désigner les 24 heures du jour : chacune de ces divisions portera une petite dent, afin qu'on puisse dans les ténebres compter ces parties par le tact. Une de ces dents doit être plus longue, pour servir à l'usage qu'on dira.

Attachez ensuite un petit manche au bord du cercle extérieur. Le centre de ce petit manche doit être avec le centre de l'instrument, dans une ligne passant par le 7 Novembre, parceque c'est le jour où à midi l'étoile ci-dessus passe par le méridien en même temps que le soleil, sçavoir, à midi au dessus du pôle, & à minuit au dessous.

Enfin soit attachée encore à l'instrument une alidade

alidade mobile, tournante autour de ſon centre, qui ſera percé pour y appliquer l'œil.

On s'en ſervira ainſi. On aménera d'abord la pointe de la dent la plus longue ſur le jour du mois; enſuite, prenant l'inſtrument à la main, & appliquant l'œil à ſon centre, on ſe tournera du côté du nord, & on conſidérera l'étoile polaire, en tenant le plan de l'inſtrument autant perpendiculaire qu'on pourra au rayon viſuel, & le manche de l'inſtrument dans le plan vertical. Cela fait, conduiſez l'alidade enſorte que ſon bord, qui va au centre de l'inſtrument, effleure l'étoile ci-deſſus, ou la plus claire des gardes de la petite Ourſe; comptez enfin le nombre des dents qui ſe trouvent entre cette alidade & la plus longue dent: ce ſera le nombre des heures écoulées depuis minuit.

Il ſeroit facile d'adapter l'inſtrument à une autre étoile quelconque. Il ſuffiroit que le petit manche de l'inſtrument regardât le jour du mois où cette étoile paſſe au méridien ſupérieur avec le ſoleil: tout le reſte ſeroit abſolument le même.

Nous allons terminer cette partie de notre ouvrage par une ſorte de badinage gnomonique.

PROBLÊME XLI.

Trouver l'heure du jour au moyen de la main gauche.

ON ſent aiſément qu'il ne peut pas y avoir de préciſion dans une pareille méthode : on ne la donne ici que pour ce qu'elle vaut.

Il faut d'abord étendre la main gauche, & la poſer horizontalement, enſorte que le dedans ſoit tourné vers le ciel; puis on prendra un brin de paille ou de bois, qu'on placera à angles droits à la jointure, entre le pouce & le doigt index, & qu'on tiendra élevé au dessus de la main, de la longueur qui est depuis cette jointure jusqu'à l'extrémité du doigt index, comme on le voit représenté dans la figure en A : ce brin de paille sert de style. Ensuite on tournera la racine du pouce vers le soleil, la main étant toujours étendue, jusqu'à ce que l'ombre du muscle qui est au dessous du pouce se termine à la ligne de vie marquée C. Alors l'extrémité de l'ombre du brin de paille montrera l'heure, en tournant le poignet ou la racine de la main vers le soleil, & tenant les doigts également étendus. L'ombre tombante au bout du doigt index, marquera 5 heures du matin ou 7 heures du soir; au bout du doigt du milieu, 6 heures du matin & du soir; au bout du doigt suivant, 7 heures du matin & 5 heures du soir; au bout du petit doigt, 8 heures avant midi & 4 heures du soir; à la jointure prochaine du même petit doigt, 9 heures du matin & 3 heures après midi; à la jointure suivante du petit doigt, 10 heures avant midi & 2 heures après midi; à la racine du même doigt, 11 heures du matin & 1 heure après midi; enfin l'ombre tombante sur la ligne de la main marquée D, dite *ligne de la table*, marquera 12 heures ou midi.

Pl. 20, fig. 43.

Nous n'avons pu donner place ici qu'à quelques-unes des pratiques les plus curieuses de la gnomonique, sans y joindre les démonstrations, qui, pour la plupart, se présenteront facilement à tous ceux qui sont un peu versés dans la géométrie. Cependant nous croyons devoir, pour terminer ceci, donner une notice des principaux ouvrages sur la gnomonique, où les autres pourront s'y instruire des démonstrations.

Nous ne parlerons pas de la Gnomonique de Clavius, parceque ce mathématicien ſemble avoir trouvé l'art de rendre exceſſivement embrouillé ce qui étoit aſſez ſimple de ſoi-même; nous nous bornerons même à des ouvrages françois, & pour la plupart aſſez récents : car notre objet n'eſt pas de faire une bibliographie gnomonique.

La Gnomonique de M. de la Hire, qui parut en 1683, in-12, mérite attention, malgré une ſorte d'obſcurité aſſez générale dans les ouvrages de ce mathématicien: on y trouve la ſolution de beaucoup de problêmes gnomonico-aſtronomiques. L'ouvrage de M. Ozanam ſur le même ſujet, eſt plus clair & plus à la portée de tout le monde; il tient encore ſa place parmi beaucoup d'autres livres plus modernes. Le célebre M. Picard n'a pas jugé au deſſous de lui d'enſeigner la maniere de tracer les grands cadrans ſolaires par le calcul trigonométrique. On trouve ce traité dans le VII^e volume des anciens Mémoires & ouvrages de l'Académie. Un académicien de Montpellier a donné dans les Mémoires de l'Académie royale des Sciences, année 1707, les analogies ſervant à déterminer les angles horaires pour toutes les ſituations de cadrans, avec leurs démonſtrations.

Depuis ce temps-là il a paru en France de nombreux traités de gnomonique, parmi leſquels on ſe bornera à citer la *Gnomonique* de M. Rivard, Paris, 1767, in-8^o, ouvrage clair & méthodique, qui avoit déja eu pluſieurs éditions. Celle de M. de Parcieux, qui eſt à la ſuite de ſa *Trigonométrie rectiligne & ſphérique*, publiée à Paris en 1741, in-4^o, eſt un ouvrage qu'on doit conſeiller à ceux qui aſpirent à une connoiſſance bien nette de cette partie des mathématiques. La gnomonique que l'on trouve dans le 4e tome du *Cours de Mathématiques* de M. Wolf, est extrêmement claire & concise. On peut encore recommander à ceux qui veulent apprendre à tracer avec beaucoup d'exactitude les cadrans solaires, la *Gnomonique pratique*, ou *l'Art de tracer les Cadrans solaires avec beaucoup de précision*, &c. par Dom Bèdos de Celles, ouvrage qui a paru pour la premiere fois en 1770, in-8°, & de nouveau en 1774, avec beaucoup d'additions. L'auteur y emploie principalement le calcul trigonométrique, & entre dans les plus grands détails en ce qui concerne la pratique ; car on peut posséder parfaitement la théorie de la gnomonique, & être assez embarrassé lorsqu'on veut en venir à l'exécution. On trouvera enfin des tables utiles pour toute l'étendue de la France, dans la *Gnomonique mise à la portée de tout le monde*, par Joseph-Blaise Garnier, Marseille, 1773, in-8°. Du reste cet ouvrage est peu de chose. Quant à l'*Horlogiographie* du pere de la Madelaine, quoiqu'elle soit fort commune, nous n'en parlons que pour dire que c'est un ouvrage bon uniquement pour ces especes de maçons qui courent les campagnes, & gagnent leur vie à y tracer des cadrans.

Nous ne pouvons omettre ici la maniere ingénieuse dont le célebre M. s'Gravesande envisage, dans son *Essai de Perspective*, imprimé à Leyde en 1711, le problême général de tracer un cadran solaire : il le réduit à un simple problême de perspective, qu'il résoud selon les principes de cette branche de l'optique. Cette partie de son ouvrage est un morceau remarquable par son élégance, sa précision & sa généralité.

APPENDIX

Contenant une Méthode générale pour la description des Cadrans solaires, quelle que soit la déclinaison ou l'inclinaison du plan.

CETTE partie de notre ouvrage étoit presque imprimée, lorsque nous avons fait réflexion que les lecteurs géometres y désapprouveront probablement l'omission d'une méthode géométrique pour la description des cadrans solaires inclinés & déclinants. Prévoyant donc que la matiere que nous avons destinée à ce troisieme volume nous laissera la place nécessaire, nous allons donner ici une méthode fort ingénieuse & fort simple à cet effet; car, au moyen de quelques calculs, la description du cadran le plus compliqué par la déclinaison & l'inclinaison de son plan, ne donnera pas plus de peine que celle d'un cadran horizontal ou vertical sans déclinaison.

Cette méthode est fondée sur cette considération ingénieuse, sçavoir, qu'un plan quelconque est toujours un plan horizontal pour quelque lieu de la terre; car un plan quelconque étant donné, il est évident qu'il est quelque point de la terre dont le plan tangent ou le plan horizontal lui est parallele. Il est encore évident que deux plans ainsi paralleles, montrent en même temps les mêmes heures. Ainsi, par exemple, soit supposé à Paris un plan tellement incliné & déclinant, qu'il fût parallele au plan horizontal d'Iſpahan: en traçant ſur ce plan un cadran tout comme s'il étoit horizontal, on auroit les heures d'Iſpahan. Quand ce cadran montreroit midi, par exemple, l'ombre tombant ſur ſa ſouſtylaire, on pourroit dire il eſt midi à Iſpahan ; quand cette ombre tomberoit ſur la ligne d'une heure, on pourroit dire que les habitants d'Iſpahan comptent une heure ; &c.

Mais comme ce ne ſont pas les heures d'Iſpahan dont nous avons beſoin à Paris, il faut trouver le moyen de marquer celles de Paris. Or cela ne ſera pas difficile, dès qu'on connoîtra la différence de longitude entre ces deux villes. Supposons qu'elle ſoit préciſément de 45 degrés ou de 3 heures. Ainſi donc, lorſque l'on comptera midi à Paris, il ſera 3 heures du ſoir à Iſpahan, & il y ſera 2 heures après midi, lorſqu'on comptera 11 heures à Paris, &c. Si donc, ſur ce cadran ſuppoſé horizontal, nous prenons la ligne de 3 heures pour la ligne de midi, & que nous y marquions midi, & les autres à proportion, nous aurons à Paris le cadran horizontal d'Iſpahan, lequel marquera non les heures d'Iſpahan, mais celles de Paris dont nous avons beſoin.

Nous croyons avoir énoncé le principe aſſez clairement pour le rendre ſenſible à nos lecteurs un peu géometres ou aſtronomes ; mais il eſt à propos de donner un exemple ſuivi & détaillé, pour en faire mieux ſentir l'application.

Suppoſons donc ici à Paris, un plan faiſant avec l'horizon un angle de 12 degrés, & déclinant vers l'oueſt de 22 degrés & demi.

La premiere opération à faire, eſt de trouver la longitude & la latitude du lieu de la terre, dont le plan horizontal eſt parallele au plan donné.

Pour cela imaginons un vertical AI perpendiculaire à ce plan donné, & ſur ce vertical, que nous ſuppoſons tracé ſur la ſurface de la terre, prenons, du côté qui regarde la partie ſupérieure du plan, un arc AH, égal à l'inclinaiſon de ce plan avec l'horizon : l'extrémité de cet arc H ſera le point de la terre dont l'horizon ſera parallele au plan donné. Cela eſt ſuffiſamment ſenſible ſans l'appareil d'une démonſtration. Concevons enſuite un méridien PH, mené du pôle P à ce point : il eſt évident que ce ſera le méridien du plan donné, & que l'angle APH de ce méridien avec celui de Paris, donnera la différence de longitude des deux lieux. Il faudra donc trouver cet angle ; &, pour le trouver, nous avons un triangle ſphérique APH, où trois choſes ſont connues, ſçavoir ; 1° la diſtance AP de Paris au pôle, laquelle eſt de $41^d\ 9'$; 2° la diſtance AH de Paris au lieu dont le plan horizontal eſt parallele au plan donné, qui eſt de 12^d ; 3° l'angle PAH, compris entre ces deux côtés, & qui eſt égal à l'angle droit HAL, plus celui du plan avec la méridienne PAL. Pl. 22 fig. 45.

On trouvera, en réſolvant ce triangle ſphérique, que l'angle au pôle APH, ou celui des deux méridiens, eſt de $5^d\ 41'$: c'eſt la différence de longitude des lieux A & H.

La latitude du lieu H ſe trouvera auſſi par la réſolution du même triangle ; car cette latitude eſt meſurée par le complément de l'arc PH dans le triangle PAH, & le calcul le donne de $36^d\ 42'$ *.

* On peut s'éviter le calcul trigonométrique, au moyen d'une opération graphique qui eſt fort ſimple, & qui eſt

Ainsi le plan incliné de 12^d à Paris, & déclinant de $22^d \frac{1}{2}$ à l'ouest, est parallele au plan horizontal d'un lieu qui a $5^d\ 41'$ de longitude à l'occident de Paris, & $36^d\ 42'$ de latitude. Ce dernier angle est aussi celui que doit faire le style avec la soustylaire, car l'angle que fait l'axe de la terre avec le plan horizontal, est toujours égal à la latitude.

Enfin il est évident que, lorsqu'on comptera midi au lieu H, on aura $22'\ 44''$ après midi au lieu A ; car $5^d\ 41'$ en longitude, répondent à $22'\ 44''$ d'heure : conséquemment, lorsque au lieu A l'ombre du style tombera sur la soustylaire qui est la méridienne du plan, il sera dans ce lieu A $22'\ 44''$ après midi, ou il y aura ce temps que midi est passé. Pour trouver donc l'heure de midi, il faudroit tirer à l'ouest de la soustylaire une ligne horaire, répondante à $11^h\ 37'\ 16''$, ou $11^h\ 37'$. Par un même raisonnement, on verra que les 11 heures du matin du lieu A répondront à $10^h\ 37'$ du lieu H, les 10 heures à $9^h\ 37'$, &c. De même après midi, la ligne d'une heure, pour le lieu A,

---

une suite de celle qu'on a enseignée au Problême XXII. Dans un cercle de la grandeur convenable, prenez un arc *pa* égal à PA, *fig. 45* ; prenez *ah* égal à AH, & du point *h*
Pl. 22, abaissez une perpendiculaire *hi* sur le rayon *ca* ; sur *hi*
fig. 45, 46. décrivez un quart de cercle, où vous ferez *kk* égal à l'arc qui mesure l'angle de la déclinaison du plan, ou au supplément de l'angle PAH ; tirez *kl* perpendiculaire à *hi*, & enfin, du point *l*, la perpendiculaire *lm* au rayon *cp*, laquelle soit prolongée jusqu'au cercle en *n* : l'arc *pn* sera égal à PH ; & si sur *mo* on décrit un arc de cercle, qu'on mene *lp* perpendiculaire à *ml*, rencontrant en *p* cet arc de cercle : l'angle *pml* sera égal à l'angle cherché P du triangle APH.

répondra à celle de midi & 37 minutes du lieu H; 2 heures, à 1 heure 37 minutes; 3 heures, à 2 heures 37 minutes, &c.

Ainsi, en supposant la soustylaire du plan sur lequel le cadran doit être tracé, être la méridienne, il faudra décrire un cadran qui marque, avant midi, 11^h 37', 10^h 37', 9^h 37', 8^h 37', &c.; & après midi, midi 37', 1^h 37', 2^h 37', 3^h 37', 4^h 37', &c.

Tous ces calculs faits, nous tracerons notre cadran avec facilité. Pour cet effet on cherchera d'abord, par le Problême III, la soustylaire qui est la méridienne du plan. Je suppose, dans la *fig.* 47, qu'elle soit PE, & P le centre du cadran. Ayant pris PB de la longueur convenable, tirez par le point B la perpendiculaire ABC à PE; que A soit le côté de l'ouest: la ligne P*d* qui répond à 11 heures 37 minutes, ou qui est éloignée de la méridienne de 23 minutes d'heure, se trouvera en faisant cette analogie; Pl. 22, fig. 47.

Comme le sinus total

Au sinus de complément de la hauteur du pôle sur le plan, qui est de 36° 42',

Ainsi la tangente de l'angle horaire qui répond à 23' *d'heure, ou la tangente de* 5° 45',

A un quatrieme terme, qui sera la tangente de l'angle B P *d*.

On la trouve, par cette analogie, égale à 81 parties, dont PD en contient 1000: prenant donc avec une échelle 81 de ces parties, & les portant de B en *d*, & tirant P*d*, on aura la ligne horaire de 11 heures 37 minutes pour le plan du cadran ou le lieu H.

De même on trouvera la ligne P*e* de 10 heures 37 minutes, en faisant cette analogie ;

Comme le sinus total

Au sinus de complément de 36° 42′,

Ainsi la tangente de l'angle horaire répondant à 10ʰ 37′, *ou la tangente de* 20° 45′,

A la tangente de l'angle BP *e*.

On la trouve de 319 des parties ci-dessus.

Ainsi, prenant sur la même échelle ce nombre de parties, & le transportant de B en *e*, on aura la ligne horaire P*e*, répondante à 10 heures 37 minutes.

On trouvera de même les autres lignes avant midi. Les deux premiers termes de l'analogie sont les mêmes : le troisieme terme est toujours la tangente d'un angle qui augmente successivement de 15° : ainsi ces tangentes seront celles des angles de 5° 45′, 20° 45′, 35° 45′, 50° 45′, 65° 45′, dont il faudra ajouter successivement les logarithmes au logarithme du sinus de complément de 36° 42′ : on en ôtera le logarithme du sinus total, & les restants seront les logarithmes des tangentes des angles des lignes horaires ; & ces tangentes elles-mêmes seront successivement, pour B *d*, B *e*, B *f*, &c. 81, 319, 576, 979, 1775, 5114, &c. en parties dont le rayon, ou PD, contient 1000.

Pour les heures après midi, on opérera de même. Comme 37′ d'heure répondent à 9° 15′, le premier angle horaire sera de 9° 15′; le second, en y ajoutant 15°, sera de 24° 15′; le troisieme, de 39° 15′; le quatrieme, de 54° 15′, &c. On aura donc successivement ces proportions à faire ;

Comme le sinus total

Est au sinus de complément de 36° 42′,

Ainsi la tangente de 9° 15′, ou de 24° 15′, ou de 39° 15′, &c.

A un quatrieme terme.

Ce sera la tangente de l'angle BP*l*, ou BP*m*, ou BP*n*, &c.

Ainsi, ajoutant successivement au logarithme du sinus de 53° 18′, les logarithmes des tangentes de 9° 15′, 24° 15′, 39° 15′, &c. & des sommes retranchant le logarith. du sinus total, on aura les logarithmes de tangentes des angles que font avec la soustylaire les lignes horaires P*l*, P*m*, P*n*, &c. & ces tangentes mêmes, qui seront respectivement de 131, 361, 656, 1115, 2121, 8028 parties, dont PB en contient 1000. Qu'on prenne donc avec le compas, sur une échelle convenable, ces grandeurs successivement; qu'on les porte de B en *l*, de B en *m*, de B en *n*, &c.; qu'on tire les lignes P*l*, P*m*, P*n*, P*o*, &c.; enfin, en marquant le point *d* de XII heures, parceque P*d* est la méridienne du lieu A, qu'on marque les autres points horaires de nombres convenables, comme on le voit dans la figure: le cadran sera tracé.

Il est à propos encore, pour ne pas tracer plus de lignes horaires qu'il ne faut, de déterminer à quelle heure, dans le plus long jour d'été, le soleil se leve & se couche sur le plan proposé. Cela se fera facilement au moyen de la considération suivante.

Il est aisé de voir que, si l'on suppose deux plans paralleles en deux lieux différents de la terre, le soleil commencera à les éclairer tous les deux au même inſtant, & que pareillement il ſe couchera en même temps pour tous les deux : ainſi le plan de notre cadran étant parallele au plan horizontal d'un lieu qui a 36° 42′ de latitude ſeptentrionale, il n'eſt queſtion que de ſçavoir quelle eſt l'heure à laquelle, dans les plus longs jours d'été, le ſoleil ſe levera à l'égard de ce plan. Or l'on trouve que, pour une latitude de 36° 42′, le plus long jour eſt de 14 heures & demie, ou que le ſoleil ſe leve ce jour-là à 7 heures $\frac{1}{4}$ avant midi, & ſe couche à 7 heures $\frac{1}{4}$: il ſuffira donc, ſur le cadran en queſtion, de marquer la ligne horaire qui précede la méridienne du plan, de 7 heures $\frac{1}{4}$, c'eſt-à-dire, à bien peu de choſe près, la ligne de 5 heures du matin pour le lieu A ; car, à quelque heure que cet aſtre ſe leve, il ne commencera que vers cette heure-là à éclairer le plan : & quant aux heures après midi, la derniere devra être 7 heures $\frac{1}{4}$; car, à cette heure-là, quelque temps que le ſoleil reſte encore ſur l'horizon, il ſe couchera pour le plan.

RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

HUITIEME PARTIE,

Contenant quelques-uns des Problêmes les plus curieux de la Navigation.

LA navigation eſt un des arts qui font le plus d'honneur à l'eſprit humain ; car en eſt-il quelqu'un dans lequel l'induſtrie éclate davantage que cet art, par lequel l'homme ſçait ſe conduire à travers les vaſtes plaines des mers, ſans autre guide que le ciel & la bouſſole ; par lequel il s'aſſujettit les vents, & les emploie à braver la fureur même de l'Océan qu'ils ſoulevent ; que cet art enfin qui fait le lien des deux mondes, le reſſort principal de l'induſtrie, du commerce & de l'opulence des nations : ce qui a fait dire énergiquement à un de nos poëtes,

> Le trident de Neptune eſt le ſceptre du monde.

Mais ce n'eſt pas ici le lieu d'une digreſſion politique ſur l'utilité de la marine. Nous nous bornerons donc, comme mathématicien, à dire que la navigation peut être conſidérée ſous deux aſpects. Sous l'un, c'eſt une ſcience dépendante de l'aſtronomie & de la géométrie. Envisagée de cette maniere, on l'appelle le *Pilotage*, qui eſt l'art de déterminer la route qu'on doit tenir pour aller d'un lieu dans un autre ; de reconnoître à chaque moment le lieu du globe auquel on eſt parvenu ; &c. Sous l'autre aſpect, c'eſt un art fondé ſur la mécanique & la connoiſſance des puiſſances motrices du vaiſſeau : on l'appelle alors la *Manœuvre*, qui enſeigne à donner à cette lourde maſſe qui fend les flots, la direction convenable, au moyen des voiles & du gouvernail. Nous allons préſenter ici ce que chacune de ces parties de la navigation offre de plus piquant pour la curioſité.

PROBLÊME I.

De la ligne courbe que décrit un vaiſſeau ſur la ſurface de la mer, en ſuivant un même rhumb de la bouſſole.

IL eſt néceſſaire, lorſqu'on eſt ſur le point de mettre à la voile, d'orienter ſa route, c'eſt-à-dire de déterminer la direction que l'on doit tenir pour arriver le plus promptement & le plus sûrement au lieu où l'on veut aller ; & lorſqu'on a une fois déterminé cette direction, ou l'angle qu'elle fait avec le méridien, on la suit tant que des circonstances particulieres ne s'y opposent pas. En se dirigeant ainsi continuellement pendant plusieurs jours sur le même rhumb de la boussole, on décrit une ligne qui fait constamment avec les méridiens un même angle : c'est-là ce que l'on nomme une *loxodromie* (ou course oblique), & il en résulte sur la surface du globe une courbe particuliere, dont la nature & les propriétés ont excité l'attention des mathématiciens. C'est d'après elles qu'ils ont donné les regles pratiques de la navigation; & comme ces propriétés sont assez remarquables, il nous a paru à propos de les développer ici.

Nous présumons, au reste, que notre lecteur sçait ce que c'est qu'une boussole, un rhumb de vent, &c. enfin ces premiers éléments de la navigation; car il ne nous seroit pas possible d'entrer ici dans ces détails absolument élémentaires.

Supposons donc maintenant que le secteur ACB représente une portion de la surface sphérique de la terre, dont C est le pôle & AB l'équateur, ou seulement l'arc d'un parallele compris entre deux méridiens, comme AC, BC; que CD, CE, CF, représentent autant d'arcs du méridien, très-voisins l'un de l'autre. Pl. 1, fig. 1.

Qu'un vaisseau parte du point A de l'arc AB, dont le méridien est AC, en faisant avec ce méridien un angle CAH moindre qu'un droit, par exemple de 60 degrés; il décrira un chemin AH, au moyen duquel il changera continuellement de méridien : qu'après cette course AH, il soit arrivé en H sous le méridien AD, & qu'il continue de se diriger en faisant l'angle CHI égal au premier, & ainsi de suite; la direction de sa route, étant conſtamment inclinée de 60 degrés au méridien, il eſt aiſé de voir que la ligne AHIK ne ſera point un arc de grand cercle ſur la ſurface de la ſphere. Car on démontre dans les ſphériques, que ſi AHK étoit un pareil cercle, l'angle CHI ſeroit plus grand que CAH, & CIK plus grand que CHI. Il en ſeroit de même ſi la courbe AHIK étoit un arc d'un petit cercle de la ſphere ; d'où il eſt aiſé de conclure que la courbe que décrit un navire, en ſe dirigeant toujours ſuivant un même rhumb, eſt une courbe particuliere qui va toujours en s'approchant du pôle.

REMARQUES.

I. Il eſt viſible que ſi l'angle loxodromique eſt nul, c'eſt-à-dire ſi le vaiſſeau cingle nord ou ſud, la ligne loxodromique eſt un arc du méridien.

Mais ſi cet angle eſt droit, & que le vaiſſeau ſoit ſous l'équateur, il décrira un arc de l'équateur. Enfin, s'il eſt hors de l'équateur, il décrira un parallele.

II. Si l'on diviſe la ligne loxodromique AKL en pluſieurs parties égales, ſi petites qu'elles puiſſent paſſer pour des lignes droites, & que, par les points de diviſion H, I, K, &c. on faſſe paſſer autant de paralleles ou cercles de latitude, tous ces cercles ſeront égaux & également éloignés entr'eux, enſorte que, faiſant paſſer des arcs de méridiens par les mêmes points, les portions de ces méridiens, comme DH, MI, NK, &c. ſeront égales entr'elles, auſſi bien que les arcs correſpondants AD, HM, IN, &c. Toutefois cette égalité ne ſera pas en degrés, mais en lieues; ce qui eſt facile à démontrer: car les triangles ADH, HMI, INK, &c. ſont évidemment ſemblables ; ainſi les

les hypothénuſes AH, HI, IK, &c. étant égales en longueur, les autres côtés des mêmes triangles ſeront auſſi égaux reſpectivement. D'un autre côté il eſt viſible que ſi AD, qui eſt partie d'un plus grand cercle, eſt égale en longueur ou en lieues à HM, qui eſt partie d'un plus petit cercle, cette derniere doit contenir un plus grand nombre de minutes ou de degrés que la premiere. Pl. 1, fig. 1.

III. Quand on a parcouru une portion de loxodromie très-petite, comme AH, en ſuivant un même rhumb, & qu'étant arrivé en H on connoît, par l'obſervation, la différence de latitude ou l'arc DH, il eſt aiſé de connoître le chemin AH, puiſque DH eſt à AH, comme le ſinus de l'angle HAD connu eſt au ſinus total. Que l'angle CAH ſoit, par exemple, de 60 degrés, & par conſéquent HAD de 30 degrés; que DH ſoit égal à un demi-degré ou 10 lieues marines: le chemin AH ſera de 20 lieues marines, car le ſinus de 30 degrés eſt préciſément la moitié du rayon.

IV. On connoîtra *vice versâ* la différence de latitude, ſi l'on connoît le chemin parcouru, & le rhumb ſous lequel il a été parcouru.

V. L'angle de la loxodromie CAH ou HAD étant connu, ainſi que la différence de latitude DH, on connoîtra la valeur de l'arc AD; car DH eſt à AD, comme le ſinus de l'angle HAD eſt à ſon co-ſinus. Or, connoiſſant la longueur ou le nombre des lieues d'un arc d'un parallele, on connoît combien de degrés & minutes contient cet arc. Ainſi l'on a par ce moyen le changement en longitude opéré pendant que le vaiſſeau parcourt le petit arc de loxodromie AH; & faiſant la même opération ſur les autres petits arcs HM, IN, &c.

Pl. 1, fig. 1. on aura le changement total de longitude, pendant que le vaisseau aura parcouru l'arc loxodromique quelconque AK.

La difficulté de cette opération vient de ce que tous les arcs AD, HM, IN, &c. quoique égaux en longueur, sont des arcs dissemblables. Mais les géometres ont trouvé les moyens d'éviter ces calculs par des tables ingénieuses ou d'autres opérations, & dont l'explication ne peut trouver place ici.

VI. Cette ligne courbe a une propriété fort singuliere ; c'est qu'elle s'approche sans cesse du pôle sans y arriver jamais. Cela suit évidemment de sa nature ; car, en supposant qu'elle arrivât au pôle, elle couperoit tous les méridiens dans ce même point : donc, puisqu'elle coupe chaque méridien sous le même angle, elle les couperoit tous au pôle sous la même inclinaison ; ce qui est absurde, puisqu'ils sont tous inclinés dans ce point les uns aux autres. Elle s'approchera donc de plus en plus du pôle, & en faisant autour de lui une infinité de circonvolutions, sans cependant jamais l'atteindre. Ainsi, dans la rigueur mathématique, un vaisseau qui suivroit continuellement un même rhumb de vent, autre que celui de nord ou sud, ou est & ouest, s'approcheroit sans cesse du pôle, mais n'y arriveroit jamais.

VII. Quoique la loxodromie, lorsqu'elle fait un angle aigu avec les méridiens, doive faire une infinité de circonvolutions autour du pôle avant de l'atteindre, sa longueur est néanmoins finie ; car on démontre que la longueur de la loxodromie, comme AKL, est à la longueur de l'arc du méridien qui indique le changement de latitude, comme le finus total au co-finus, ou finus de complément, de l'angle fait par la loxodromie avec le méridien : conféquemment, *vice versâ*, le changement de latitude eft au chemin parcouru loxodromiquement, comme le co-finus de l'angle ci-deffus au finus total.

La remarque précédente eft principalement pour les géometres, & préfente une efpece de paradoxe qui étonnera ceux à qui ces fortes de vérités ne font pas familieres : on ne peut cependant pas en douter, fi l'on a conçu les démonftrations qui ont précédé. Ainfi, pour fixer nos idées, fuppofons une loxodromie inclinée de 60 degrés au méridien, avec fes circonvolutions infinies autour du pôle, & qu'on faffe; comme le co-finus de 60 degrés ou le finus de 30 degrés eft au finus total, ainfi le changement de 90 degrés en latitude à un quatrieme terme : ce fera la longueur abfolue de cette loxodromie. Or le finus de 30 degrés eft la moitié du finus total; d'où il fuit que le quart de cercle eft la moitié de la loxodromie fufdite, ou bien qu'elle eft égale précifément à un demi-cercle de la fphere, malgré le nombre infini de fes circonvolutions.

PROBLÊME II.

Comment un vaiffeau peut aller contre le vent.

Ce qu'on propofe ici eft un paradoxe pour ceux qui ignorent les principes de la mécanique. Rien n'eft pourtant plus ordinaire dans la navigation; & c'eft ce qu'on pratique toutes les fois qu'on va, en terme de mer, au plus près du vent, ou en louvoyant. Nous allons faire fentir comment cela se peut faire ; en observant néanmoins que, quand nous disons qu'un vaisseau peut aller contre le vent, nous n'entendons pas qu'il puisse aller directement dans la même ligne suivant laquelle le vent souffle, mais seulement faisant un angle aigu avec cette ligne ; ce qui suffit pour remonter contre son origine, en faisant plusieurs bordées.

Pl. 1, fig. 2. Soit un vaisseau dont la quille soit AB, une des voiles CD, orientée de maniere à faire avec la quille l'angle BED de 40 degrés ; que la direction du vent soit EF, faisant avec cette même quille l'angle BEF, de 60 degrés, par exemple : il est visible que l'angle DEF sera de 20 degrés. Ainsi la voile sera choquée par un vent tombant sur elle sous un angle de 20 degrés. Mais, selon les principes de la mécanique, le choc d'un corps tombant obliquement sur une surface, s'exerce dans le sens perpendiculaire à cette surface. Ainsi, tirant EG perpendiculaire à CD, l'effort du vent s'exercera suivant la direction EG.

Si donc le vaisseau étoit rond, il marcheroit suivant cette direction ; mais, comme sa longueur fait qu'il a beaucoup plus de facilité à marcher suivant la direction de sa quille EH que suivant toute autre qui lui est inclinée, il prendra une direction EK, moyenne entre EG & EH, mais beaucoup plus voisine de EH que de EG, à peu près en raison des facilités qu'il auroit à se mouvoir suivant EH & EG. Ainsi l'angle KEF de la route du vaisseau avec la direction du vent, peut faire avec cette direction un angle aigu. Que l'angle KEH soit, par exemple, de 10 degrés, l'angle KEF sera de 70 degrés $\frac{1}{2}$: ainsi le vaisseau remontera contre la direction du vent de près de deux rhumbs entiers. Or l'expérience apprend qu'on peut faire décrire au vaiſſeau une ligne encore plus approchante de la direction du vent, d'environ un rhumb entier ; car on tient que, pour un vaiſſeau fin de voiles, des 32 airs de vent que comprend la bouſſole, il y en a 22 qui peuvent ſervir à aller dans le même lieu.

Il eſt vrai que plus un vaiſſeau ſerre le vent, ou, pour nous énoncer en termes vulgaires, plus l'angle d'incidence du vent ſur la voile eſt aigu, moins il y a de force employée à pouſſer le vaiſſeau ; mais cela eſt compenſé par la quantité de la voilure qu'on peut mettre dehors : car, dans cette ſituation, aucune des voiles ne nuit à l'autre, & un vaiſſeau peut porter abſolument toutes ſes voiles. Ainſi ce qu'on perd par le peu de force employée ſur chacune, on le regagne par la quantité de la ſurface expoſée au vent.

Il eſt aiſé de ſentir combien cette propriété de nos vaiſſeaux eſt avantageuſe pour la navigation ; car, quel que ſoit le vent, on peut s'en ſervir pour arriver à un lieu déterminé, quand même le vent viendroit directement de ce côté. Car, ſuppoſons que la route à faire fût de E en F, & que le vent ſoufflât dans la direction FS, on ſerrera le vent d'auſſi près qu'on pourra pour décrire la ligne EG, faiſant avec FE l'angle aigu FEG. Après avoir couru pendant quelque temps ſuivant EG, on revirera de bord pour parcourir GH, & enſuite HI, puis IK, &c : ainſi l'on s'approchera toujours du terme de ſa route.

Pl. 1, fig. 3.

PROBLÊME III.

De la force du gouvernail, & de la maniere dont il agit.

Ce n'eſt pas un médiocre ſujet d'étonnement, que la force qu'a le gouvernail d'un vaiſſeau pour lui imprimer tous les mouvements qu'on déſire, ſur-tout ſi on conſidere le peu d'action des énormes gouvernails dont ſont garnis les bateaux qui navigent ſur nos rivieres. Nous allons tâcher d'en développer la cauſe, & de la rendre ſenſible.

Le gouvernail d'un bateau ou d'un vaiſſeau n'a d'action qu'autant qu'il eſt choqué par l'eau. C'eſt la force réſultante de ce choc qui, étant appliquée tranſverſalement à la poupe, tend à faire tourner le vaiſſeau autour d'un point de ſa maſſe, qu'on appelle centre ſpontanée de rotation. La proue du vaiſſeau décrit à l'entour de ce point un arc de cercle, dans un ſens oppoſé à celui que décrit la poupe; d'où il ſuit que la proue du vaiſſeau tourne du côté vers lequel l'on tourne le gouvernail, conſéquemment du côté oppoſé à celui vers lequel on porte la barre avec laquelle le gouvernail eſt mis en mouvement. Ainſi, lorſqu'on pouſſe la barre à ſtribord, le vaiſſeau tourne à bâbord; & au contraire.

Il faut donc une force, & même d'une certaine intenſité, appliquée au gouvernail, pour faire tourner le vaiſſeau. Auſſi la conſtruction du vaiſſeau eſt-elle diſpoſée de maniere à augmenter cette force autant qu'il eſt poſſible; car, à la différence des bateaux qui flottent ſur les rivieres, & dont l'arriere eſt ordinairement plat, & maſque, pour ainsi dire, le gouvernail, ensorte que l'eau, coulant le long des flancs, peut à peine le toucher, l'arriere d'un bâtiment destiné à la mer est aminci & pincé, de maniere que l'eau qui coule le long de ses flancs, doit nécessairement couler aussi le long du gouvernail, & le choquer, pour peu qu'il quitte la direction de la quille. Tâchons maintenant d'estimer à peu près la force résultante de ce choc.

Un bâtiment de 900 tonneaux prend ordinairement, étant chargé, 13 à 14 pieds d'eau, & son gouvernail a environ 2 pieds de largeur. Supposons à présent qu'il se meuve avec la vitesse de deux lieues marines par heure, ce qui fait 100 toises par minute, ou 10 pieds par seconde; que le gouvernail soit tourné de maniere qu'il fasse avec la quille prolongée un angle de 30 degrés: l'eau coulant le long des flancs, le choquera sous ce même angle de 30 degrés. La partie du gouvernail plongée sous l'eau, ayant 14 pieds de hauteur & 2 de largeur, ce sera une surface de 28 pieds carrés, choquée sous un angle de 30 degrés, par une eau coulant avec une vitesse de 10 pieds par seconde. Or l'action d'un pareil courant, qui choqueroit perpendiculairement une semblable surface, seroit de 3370 livres; ce qui doit être réduit en raison du carré du sinus d'incidence à celui du sinus total, ou en raison de $\frac{1}{4}$ à 1, puisque le sinus de 30 degrés est $\frac{1}{2}$, le rayon étant 1. Ainsi cet effort sera de 842 livres. Telle est la force exercée perpendiculairement à la surface du gouvernail; &, pour sçavoir la portion de cette force qui agit perpendiculairement à la quille & qui fait tourner le vaisseau, il n'y a qu'à multiplier l'effort précédent par le co-sinus de l'angle d'inclinaison du gouvernail à la quille, qui eſt ici $\sqrt{\frac{3}{4}}$, ou 0.866; cela donnera 708 livres.

Mais il y a une cauſe qui rend cet effort plus conſidérable ; c'eſt que l'eau qui coule le long des flancs du navire, ne ſe meut pas parallélement à la quille, mais à peu près parallélement aux flancs eux-mêmes, qui vont ſe terminer angulairement à l'étambot, ou la piece de l'arriere qui porte les gonds du gouvernail ; enſorte que cette eau ſe porte plus directement ſur le gouvernail même d'un angle de 30 degrés environ : ainſi, dans le cas ci-deſſus, l'angle ſous lequel l'eau choquera le gouvernail, ſera à peu près de 60 degrés. Faiſons donc cette proportion ; comme le carré du ſinus total eſt au carré du ſinus de 60 degrés, ou comme 1 à $\frac{3}{4}$, ainſi 3370 ſont à 2527, dont il réſulte pour la force agiſſante dans le ſens perpendiculaire à la quille, celle de 2127 livres.

Cet effort paroîtra ſans doute encore bien peu conſidérable pour l'effet qu'il produit, & qui eſt de faire tourner une maſſe de 1800 milliers ; mais il faut faire attention que cet effort eſt appliqué extrêmement loin du point de rotation & du centre de gravité du vaiſſeau : car ce centre dans un vaiſſeau eſt un peu au-delà de ſon milieu & vers la proue, parceque la partie antérieure eſt renflée, tandis que la partie poſtérieure eſt pincée dans ſes œuvres vives, pour ne pas nuire au gouvernail D'un autre côté, on fait voir que ce qu'on appelle le centre ſpontanée de rotation, le point autour duquel il tourne, eſt encore un peu au-delà du côté de la proue; d'où il ſuit que l'effort appliqué à l'extrémité de la quille vers la poupe, agit, pour déplacer le centre de gravité du vaiſſeau, par un bras de levier douze ou quinze fois plus long que celui par lequel agit ce centre de gravité où le poids du navire est censé réuni. Enfin il n'y a nulle comparaison de l'action qu'exerce ce poids nageant dans l'eau, avec celle qu'il exerceroit s'il étoit question de le soulever seulement d'une ligne. Il n'est donc plus surprenant qu'un poids de deux milliers, appliqué avec cet avantage, fasse rouler le centre de gravité du vaisseau autour de son centre de rotation.

Si le vaisseau, au lieu de faire deux lieues par heure, en faisoit trois, la force appliquée au gouvernail seroit à la premiere, dans le rapport de 9 à 4; & conséquemment, dans notre supposition de position du gouvernail, elle seroit de 4725 livres. Si le vaisseau avoit une vitesse de 4 lieues par heure, cette force équivaudroit, dans la même position du gouvernail, à 8400 livres.

On voit par-là pourquoi, quand un vaisseau marche rapidement, il est fort sensible à l'action du gouvernail; car, avec une vitesse double, cette action quadruple; elle suit enfin la raison doublée de la vitesse.

PROBLÊME IV.

Quel angle le gouvernail doit-il faire pour tourner le vaisseau avec le plus de force?

Si l'eau se mouvoit parallélement à la quille en choquant le gouvernail, on trouveroit que cet angle devroit être de 54 degrés 44 minutes; mais, comme nous l'avons observé plus haut, la direction de l'eau se porte angulairement vers la direction de la quille prolongée, ce qui rend le problême plus difficile. En supposant que cet angle soit de 15 degrés, ce que M. Bouguer regarde comme approchant de la vérité, on trouve que l'angle en question doit être de 46 degrés 40 minutes.

Les vaiſſeaux ne profitent pas de la totalité de cette force, car la longueur de la barre du gouvernail ne lui permet guere de faire avec la quille un angle de plus de 30 degrés.

PROBLÊME V.

Un vaiſſeau peut-il avoir une viteſſe égale à celle du vent, ou plus grande?

CELA ne ſçauroit arriver dans une courſe directe ou vent arriere; car, indépendamment de ce qu'alors une partie des voiles nuit à l'autre, il eſt évident que ſi le vaiſſeau avoit, par quelque moyen que ce fût, acquis une viteſſe égale à celle du vent, il n'en recevroit plus aucune impulſion: ſa viteſſe commenceroit donc à ſe ralentir, par un effet de la réſiſtance de l'eau, juſqu'à ce que le vent fît ſur la voile une impreſſion égale à celle de cette réſiſtance; & alors il continueroit à ſe mouvoir uniformément, ſans aucune accélération.

Mais il n'en eſt pas ainſi d'une courſe oblique à la direction du vent: quelle que ſoit ſa viteſſe, la voile reçoit ſans ceſſe du vent une impulſion qui approche toujours d'autant plus de l'égalité, que la courſe approche plus de la perpendiculaire à la direction du vent: ainſi, quelque vîte que marche le vaiſſeau, il peut recevoir, ſans ceſſe, du vent une nouvelle ſollicitation au mouvement; ce qui eſt capable de porter ſa viteſſe à un degré même ſupérieur à celui du vent.

Mais il faut, pour cela, que le vaiſſeau ſoit tel que, dans une courſe directe, il pût, avec la même voilure, prendre une vitesse égale aux $\frac{8}{11}$ ou aux $\frac{3}{4}$ de celle du vent. Cela ne seroit pas impossible, si toutes les voiles qu'un vaisseau peut mettre au vent dans une course oblique, étoient exposées en une seule dans la course directe. Cela donc supposé, M. Bouguer fait voir que ce même vaisseau, orientant ses voiles de maniere à faire un angle de 15 degrés environ avec la quille, & y recevant le vent dans la direction perpendiculaire, le vaisseau recevra sans cesse une nouvelle accélération dans le sens de la quille, jusqu'à ce que sa vitesse soit supérieure à celle du vent, & dans le rapport d'environ 4 à 3.

Il est vrai que, dans l'état actuel de la mâture des vaisseaux, il n'est pas possible que les vergues fassent avec la quille un angle au dessous de 40 degrés; mais il y a des marins qui prétendent qu'au moyen de quelque changement, on pourroit amener cet angle à 30 degrés. Dans ce cas, & en supposant que le vaisseau pût prendre dans la ligne directe une vitesse égale aux $\frac{3}{4}$ de celle du vent, celle qu'il prendroit, en recevant dans ses voiles le vent à angles droits, pourroit aller jusqu'à 1.034 de la vitesse du vent; ce qui est un peu plus que l'unité, & conséquemment un peu plus que cette vitesse même.

En faisant la même supposition de vitesse possible dans la course directe, & la voile faisant avec la quille un angle de 40 degrés, on trouvera que la vitesse que prendroit le vaisseau dans la course oblique, seroit, à peu de chose près, les $\frac{19}{20}$ de la vitesse du vent.

Cela seroit du moins si, dans cette position des voiles à l'égard du vent, elles ne se nuisoient pas un peu les unes aux autres. Ainsi, toutes ces circonſtances combinées, il paroît que, quoique mathématiquement parlant, il ſoit poſſible qu'un vaiſſeau aille auſſi vîte ou même plus vîte que le vent, cela ne peut que très-difficilement avoir lieu dans la pratique.

PROBLÊME VI.

Le vent ſoufflant ſelon une direction donnée, & le vaiſſeau devant aller ſelon une route déterminée, quelle eſt la poſition de la voile qui ſera la plus avantageuſe pour ſa marche?

SUPPOSONS que le vent ſouffle du nord, & que le vaiſſeau doive faire route à l'oueſt. Si le vaiſſeau, ayant le cap à ce point, avoit ſes vergues paralleles à la quille, ſa marche ſeroit zéro, puiſqu'il ne recevroit d'impulſion que perpendiculairement à la quille. Si, au contraire, les vergues étoient perpendiculaires à la quille, les voiles ne recevant point de vent, le vaiſſeau ne marcheroit point. Ainſi, depuis la premiere poſition juſqu'à la derniere, l'impulſion dans le ſens de la quille, & conſéquemment la viteſſe, va d'abord en croiſſant, puis en diminuant : il eſt donc une poſition où cette impulſion eſt la plus forte, & où le vaiſſeau marchera le mieux. C'eſt ce qu'il eſt queſtion de trouver.

Les géometres ont réſolu ce problême; & on trouve que, pour déterminer cet angle, il faut partager celui du vent & de la route propoſée, enſorte que la tangente de l'angle (apparent) du vent avec la vergue, ſoit double de celui de la vergue avec la route ou avec la quille. Ainſi, dans ce cas, il faudroit commencer par orienter ſa voile de maniere qu'elle fît avec la quille un angle de 35 degrés 16 minutes, & conséquemment avec le vent de 54 degrés 44 minutes.

Nous disons dans le commencement; car, aussitôt que le vaisseau aura pris de l'erre, cet angle cessera d'être le plus favorable, & le sera d'autant moins que la vitesse s'accélérera, comme cela doit arriver, jusqu'à ce que l'impulsion du vent soit en équilibre avec la résistance éprouvée par le vaisseau à fendre l'eau : mais, à mesure que la vitesse s'accélere, le vent frappe plus obliquement la voile, & perd de sa force; c'est pourquoi il faudroit orienter la voile de telle maniere, qu'elle fît avec la quille un angle de plus en plus aigu, & l'on pourroit réduire cet angle jusqu'à 30 degrés & moins, ensorte que le vent fît avec la voile un angle de 60 degrés & plus.

On a fait abstraction de la dérive; mais si on y vouloit avoir égard, en supposant qu'elle fût, par exemple, dans le cas proposé, d'un rhumb de vent, il faudroit, pour y avoir égard, mettre le cap d'un rhumb plus au vent : ainsi l'angle du vent avec la route, seroit de 78 à 79 degrés; & l'on trouveroit qu'au commencement de la marche, l'angle du vent avec la voile devroit être de 48° 45′, & celui de la vergue avec la quille, de 29° 45′, qu'il faudroit peu à peu réduire à 24 ou 25 degrés : tenant alors le rhumb ouest-nord-ouest un quart à l'ouest, on suivroit réellement l'ouest avec la plus grande vitesse possible, ou à peu près; & comme, dans les environs des points de *maximum*, l'accroissement progressif est insensible, on aura toujours cette plus grande vitesse à peu de chose près, quand même les angles ci-dessus ne seroient pas bien exacts.

PROBLÊME VII.

Comment faudroit-il faire pour se diriger d'un lieu à l'autre sur la mer, par le chemin le plus court ?

La ligne loxodromique, suivant laquelle on a coutume de se diriger sur la mer, n'étant pas le chemin le plus court d'un lieu à l'autre, il est naturel de demander s'il n'y auroit pas moyen de suivre le chemin le plus court; car, toutes choses d'ailleurs égales, il est évident que, faisant moins de chemin, la navigation seroit plutôt terminée.

Il n'y a nul doute que cela ne soit possible. Nous allons donner le moyen de le faire, & nous examinerons en même temps quel avantage il peut y avoir.

Tout le monde sçait que le plus court chemin d'un lieu à l'autre sur la surface de la terre, est l'arc de cercle mené de l'un à l'autre. Il n'est donc question que de se maintenir continuellement sur cet arc de grand cercle, ou du moins de s'en écarter très-peu.

Supposons donc un vaisseau faisant voile de Brest pour Cayenne. On trouve, par le calcul trigonométrique, que l'arc de grand cercle tiré de Brest à Cayenne, fait à Brest, avec le méridien, un angle de 58 degrés 45 minutes, & à Cayenne de 34 degrés 45 minutes, tandis que celui de la ligne loxodromique avec le méridien, se trouve à Brest de 43 degrés 20 minutes. Ainsi l'angle de partance avec le méridien, devroit être de 58 degrés 45 minutes.

Mais, pour se maintenir sur cet arc de cercle, il faudroit changer d'angle à chaque jour, & même, en toute rigueur, à chaque heure & à chaque moment ; car autrement on décriroit de petites loxodromies & non un arc de cercle. Pour effectuer ce changement, on pourroit s'y prendre de la maniere suivante, qui, si elle n'est pas parfaitement exacte, approche assez de la vérité.

L'angle, à Cayenne, étant de 34 degrés 45 minutes, on voit que, depuis le moment du départ jusqu'à celui de l'arrivée, il faudroit que l'angle du rhumb diminuât graduellement depuis 58 degrés 45 minutes, jusqu'à 34 degrés 45 minutes. La différence est de 24 degrés. Divisons-la en 10 portions égales, qui sont chacune de 2 degrés 24 minutes : il faudroit donc que, toutes les fois qu'on auroit gagné un 10e de la longitude, ou 4 degrés $\frac{3}{4}$, ou 95 lieues vers l'ouest, on plongeât davantage au sud de 2 degrés 24 minutes : on se maintiendroit par ce moyen assez sensiblement sur l'arc de grand cercle ayant de Brest à Cayenne.

On pourroit déterminer plus exactement ces angles au moyen de la trigonométrie, sçavoir, en tirant de 4 en 4 degrés de longitude un méridien, & résolvant successivement les triangles sphériques qui en résulteroient ; mais nous convenons n'avoir osé entreprendre un calcul aussi inutile.

Car, si nous examinons quel avantage résulteroit de ce procédé, nous trouverons qu'il est insensible. En effet on trouve que la distance de Brest à Cayenne, mesurée sur le grand cercle mené de l'un à l'autre, est de 1186 lieues ; & si on le mesure sur la loxodromie tirée de l'un à l'autre, cette distance se trouvera de 1221 lieues. Il ne vaut donc pas la peine de courir par le plus court chemin pour épargner une trentaine de lieues, d'autant même que, sur la mer, il est moins question de ſuivre le chemin le plus court, que de tirer parti du vent tel qu'il ſe trouve, pour avancer vers le terme de ſon voyage.

PROBLÊME VIII.

Quelle eſt la forme la plus avantageuſe à donner à la proue d'un vaiſſeau, ſoit pour aller vîte, ſoit pour bien gouverner?

Si l'on n'avoit qu'un de ces objets à remplir, par exemple celui de fendre l'eau avec le plus de facilité, le problême ſeroit facile à réſoudre. Plus le vaiſſeau ſeroit aigu par la proue, plus il fendroit l'eau avec facilité, & conſéquemment plus il ſeroit propre à ſe mouvoir rapidement.

Mais il eſt un objet bien plus important encore que celui de la viteſſe, c'eſt celui de bien gouverner. Sans cela un vaiſſeau, ſemblable à un cheval inſenſible au mords, rendroit inutile tout l'art du pilote. Or l'expérience & la raiſon démontrent également que, pour bien gouverner, il faut que le vaiſſeau ſoit effilé vers la proue, dans la partie qui plonge dans l'eau, afin que l'eau, qui coule le long de ſes flancs, frappe plus facilement le gouvernail. Il gouvernera d'ailleurs d'autant mieux, que le centre de gravité du vaiſſeau ſera plus éloigné de la poupe: ainſi, par cette raiſon, il faut mettre du côté de la proue le côté le plus obtus & le plus renflé du vaiſſeau. C'eſt auſſi ce qui a lieu dans tous les bâtiments de mer.

La nature ſemble, à cet égard, avoir mis les hommes ſur la voie par la forme des poiſſons; car il eſt aiſé d'obſerver que la partie la plus renflée eſt du côté de la tête, qui eſt même ordinairement assez obtuse. Ils avoient, comme nos vaisseaux, beaucoup plus besoin de se diriger avec aisance que d'aller fort vîte. Le meilleur vaisseau seroit peut-être celui qui seroit formé d'après les dimensions précises d'un poisson voyageur, comme le saumon, qui paroît réunir mieux qu'aucun autre les deux qualités d'aller vîte & de bien gouverner.

M. Camus, gentilhomme Lorrain, rapporte dans sa Mécanique, des expériences par lesquelles il tente d'établir qu'un modele de vaisseau, marchant le gros bout le premier, va plus vîte que fendant l'eau de l'autre bout plus aigu : il tâche même d'en donner des raisons qui sont certainement mauvaises. Ces expériences sont absolument contradictoires à toute bonne théorie ; & si les vaisseaux ont cette forme, ce n'est pas pour qu'ils aillent plus vîte, mais c'est qu'on a senti la nécessité de sacrifier l'avantage de la vitesse à celui de bien gouverner.

PROBLÊME IX.

Quel est le plus court chemin pour atteindre un vaisseau auquel on donne chasse, & qu'on a sous le vent?

LORSQU'ON rencontre un vaisseau en mer, & qu'on veut l'atteindre, on se tromperoit beaucoup si l'on dirigeoit la proue sur lui; car, à moins qu'il ne courût précisément le même air de vent, il arriveroit de deux choses l'une, ou qu'on seroit obligé à chaque instant de changer de direction dans sa course, ou que l'on perdroit l'avantage du vent en tombant au dessous.

En effet, qu'un mobile A se meuve dans une

Pl. 1, fig. 4. ligne *abcd*, & qu'il fût question de le faire atteindre par un autre mobile A, il ne faudroit pas imprimer à A une direction telle que A*a*, car, dans peu d'instants, *a* aura avancé sur la ligne qu'il parcourt, & sera, par exemple, en *b*. Ainsi, en supposant que le mobile A changeât continuellement de direction en se dirigeant sur celui qu'il poursuit, il décriroit une courbe telle que ABCDE. Il atteindroit à la vérité enfin le mobile *a* s'il alloit plus vîte, mais ce ne seroit pas par le plus court chemin. Que s'il ne changeoit pas de direction à chaque moment, il arriveroit sur la ligne *ad*, à un point où le mobile ne seroit déja plus, & il la dépasseroit, à moins qu'il ne se mît à le poursuivre suivant la ligne *ad*, ce qui lui feroit perdre encore plus de temps.

Fig. 5. Pour faire donc ensorte que le mobile A atteigne le mobile *a* le plutôt possible, il faut que A se dirige sur un point de la ligne *ae*, tel que AE & *ae* soient entr'eux dans le rapport de leurs vitesses respectives. Or ces lignes seront dans ce rapport, si à chaque instant le mobile A a dans sa course celui qu'il poursuit semblablement situé dans une direction parallele à la direction A*a*; si, par exemple, A*a* étant dirigé au sud, le mobile *a*, parvenu en *b*, est au sud du mobile A parvenu en B; car il est évident que les lignes AE, *ae*, seront dès lors proportionnelles aux vitesses des deux mobiles, & qu'ils arriveront à-la-fois en E ou *e*.

La pratique & le raisonnement ont fort bien fait sentir cela aux marins; car qu'un vaisseau en A apperçoive un autre vaisseau en *a*, dont il sera aisé de reconnoître à peu près la route *ac*: au lieu de se diriger ou mettre le cap sur *a*, on prendra une route comme AB, portant en avant de *a;* en même temps on releve avec la bouſſole l'air de vent A*a*, auquel on a le vaiſſeau *a;* puis, après avoir couru quelque temps, par exemple juſques en B, tandis que *a* eſt arrivé en *b*, on releve de nouveau avec la bouſſole l'air de vent B*b*, auquel on a le vaiſſeau pourſuivi. S'il eſt le même, c'eſt un ſigne qu'on fait bonne route; car A*a* & B*b* ſont paralleles. Si le vaiſſeau pourſuivi reſte un peu de l'arriere, c'eſt ſigne qu'on peut le pourſuivre par une ligne faiſant avec ſa direction un angle moins aigu. Enfin, s'il a gagné de l'avant, cela indique qu'il faut prendre pour l'atteindre une ligne plus inclinée; & ſi la ligne eſt auſſi inclinée qu'elle peut être, & approche du parallélisme, on en doit conclure que le vaiſſeau pourſuivi eſt meilleur voilier, & qu'on doit renoncer à l'atteindre.

Tout ceci ſuppoſe qu'on a l'avantage ou le deſſus du vent, car ſi l'on étoit au deſſous, la manœuvre ſeroit fort différente, à moins qu'on n'eût un grand avantage à pincer le vent. Mais ce n'eſt pas ici le lieu de détailler ces manœuvres du plus ingénieux de tous les arts.

PROBLÊME X.

De la détermination des longitudes en mer.

LA détermination des longitudes en mer n'a guere moins exercé les mathématiciens, que le mouvement perpétuel, la quadrature du cercle, & la duplication du cube, mais avec bien plus de raiſon; car on ne retireroit pas de grandes utilités de la ſolution des deux derniers; au lieu que de celle du problême des longitudes réſulteroient de grands avantages pour la navigation. On pourroit toujours, dès qu'on auroit l'inſpection du ciel, déterminer le lieu de la terre où l'on ſe trouve, en obſervant la longitude & la latitude; au lieu que, dans l'état actuel de la navigation, on ne peut qu'eſtimer la longitude fort vaguement, & rien n'eſt plus ordinaire dans de longues traverſées de l'eſt à l'oueſt, ou au contraire, de commettre ſur la longitude des erreurs de cent lieues & plus: auſſi le Parlement d'Angleterre a-t-il propoſé, il y a plus de 60 ans, un prix de 20000 livres ſterlings à celui qui démontreroit un moyen sûr, & praticable pour le vulgaire des navigateurs, de déterminer la longitude en mer.

Le problême des longitudes ſe réduit à déterminer la différence d'heure que l'on compte dans le vaiſſeau, avec celle qu'on compte dans un lieu déterminé, tel que le port dont on eſt parti, & dont la longitude eſt connue. On détermine toujours avec aſſez de facilité quelle heure on a dans le vaiſſeau, pourvu qu'on ait pu obſerver le midi & la latitude; car, au moyen des inſtruments qu'on emploie aujourd'hui en mer, on eſt aſſuré, à environ 2 minutes près, du moment du midi. On peut auſſi, connoiſſant la latitude ſous laquelle ſe trouve le vaiſſeau, & la déclinaiſon du ſoleil, déterminer l'heure par le coucher du ſoleil. On peut voir ces pratiques dans les bons livres de navigation.

Mais pour trouver quelle eſt en même temps l'heure du port dont on eſt parti, c'eſt-là la difficulté. Il y a néanmoins deux moyens qu'on s'eſt attaché à rendre praticables & sûrs; l'un eſt dépendant de la mécanique, l'autre purement aſtronomique.

Si les instruments à mesurer le temps conservoient sur la mer la régularité du mouvement qu'on est parvenu à leur donner sur la terre, il seroit aisé de connoître à chaque instant dans un vaisseau l'heure qu'il est dans un port déterminé. Un vaisseau partant de Brest, par exemple, mettroit bien exactement l'horloge destinée à cet usage sur l'heure de ce lieu : cette horloge, montée avec les précautions convenables, montreroit toujours l'heure qu'il est dans ce port : ainsi, quand on voudroit connoître la longitude du lieu du vaisseau, on prendroit le midi avec exactitude, & l'on examineroit l'heure de la montre ; la différence donneroit la différence de longitude. Si, par exemple, après quinze jours de navigation, quand il est midi dans le vaisseau, l'horloge marquoit 2 heures 10 minutes, on en concluroit que la différence de temps seroit de 2 heures 10 minutes ; ce qui revient à 32 degrés 30 minutes : ainsi l'on sçauroit qu'on est à 32 degrés 30 minutes à l'ouest de Brest ; ce qui, au moyen de la latitude observée, serviroit à fixer très-exactement le lieu occupé par le vaisseau sur le globe terrestre au moment de l'observation.

Mais on ne sçauroit se servir sur mer d'une pendule ; & les montres les plus exactes, qui ne le sont pas déja trop sur terre, se dérangent entiérement à la mer : c'est pourquoi le problême des longitudes, envisagé de ce côté, se réduiroit à trouver quelque maniere de mesurer le temps, qui ne fût pas sujette à cet inconvénient, ou à perfectionner les instruments connus, de maniere à les en affranchir.

On a proposé pour cet effet bien des inventions, qu'on a cru être moins sujettes aux irrégularités occasionnées par les mouvements d'un vaisseau. On lit dans les éditions précédentes de cet ouvrage, qu'il n'y a qu'à prendre une excellente pendule de la construction ordinaire, changer son grand ressort en huit autres moindres en force, qui, pris ensemble, exercent la même action; en remonter un successivement & par ordre toutes les vingt-quatre heures; substituer au pendule un ressort spiral, avec un échappement à rochet; enfin renfermer cet instrument ou plusieurs dans une ou deux boîtes, qu'on placera dans le lieu du vaisseau où ses mouvements se font le moins sentir, en ayant le soin d'échauffer l'air du dedans de ces boîtes d'une maniere toujours égale; ce qu'on reconoîtra facilement au moyen du thermometre: on aura, dit-on, par-là un instrument qui donnera exactement l'heure sur la mer. Si des moyens aussi simples suffisoient pour la solution de ce problême, il n'eût pas occupé aussi longtemps les astronomes & les mécaniciens.

Quelques autres se sont retournés du côté des sabliers. On en voit un, de l'invention de M. l'abbé Soumille, dans les Mémoires adressés à l'Académie royale des Sciences, par des sçavans étrangers, T. I. Il est ingenieux, mais je ne sçais s'il a été éprouvé, & quel succès il a eu.

Enfin, après bien des années de recherche, on a vu éclore en Angleterre l'invention d'une montre marine, qui a l'avantage de conserver sur la mer toute sa régularité. Cette invention est due à M. Harrison, qui l'avoit déja proposée vers 1737; mais elle ne parut pas avoir encore la régularité demandée. Le Bureau des Longitudes * l'encou-

* C'est une Commission perpétuelle, établie par le Par-

ragea cependant, par une récompenſe, à perfectionner ſon ouvrage. Enfin, après vingt années employées à ce travail, & à faire diverſes épreuves, il la propoſa de nouveau en 1758 au même Bureau, qui ordonna que l'épreuve en ſeroit faite dans une traverſée d'Europe à la Jamaïque. Elle fut faite avec toutes les précautions & formalités néceſſaires pour la conſtater, à la fin de 1761; & il en réſulta que la montre de M. Harriſon donna, à 5 ſecondes de temps près, la longitude de Port-Royal de la Jamaïque. Au retour, l'erreur ne fut, malgré les gros temps eſſuyés pendant le voyage, que de 1 minute 54 ſecondes en temps, ou de 18 milles anglois, tandis que le Parlement d'Angleterre adjugeoit la récompenſe à l'auteur de la machine qui, dans une traverſée ſemblable, ne ſe trouveroit en défaut que de 20 milles au plus.

Les commiſſaires des Longitudes ne purent en conſéquence refuſer à M. Harriſon au moins une partie de la récompenſe promiſe : on lui accorda 5000 livres ſterlings à compte des 20000 livres, qui lui ſeroient payées après une nouvelle expérience, & après avoir dévoilé le mécaniſme de ſa montre, & avoir mis des ouvriers en état d'en conſtruire de ſemblables. Cette ſeconde épreuve fut faite en 1765, dans un voyage de Porſtmouth à la Barbade; & ſon ſuccès ayant confirmé celui de la premiere, M. Harriſon reçut encore 5000 livres ſterlings. Il devoit recevoir le ſurplus après avoir formé des ouvriers qui puſſent fournir de ces montres aux beſoins de la navigation; je crois

---

lement d'Angleterre, pour l'examen des inventions propoſées pour la découverte des longitudes ſur mer.

que cela a été effectué, & que M. Harrison a touché les 10000 liv. qui restoient à lui être payées. On peut voir les détails de l'histoire de cette intéressante découverte, & même la description du mécanisme inventé par M. Harrison, dans plusieurs écrits d'abord imprimés en anglois, ensuite traduits en françois, & publiés en 1767. La navigation enfin est en possession, & a l'obligation à l'Angleterre, d'un moyen assuré de conserver à la mer le temps du port du départ; ce qui est un avantage inestimable, & préservera certainement du naufrage une multitude d'hommes dans les temps à venir.

L'invention de M. Harrison ayant resté long-temps sous le secret, les horlogers François, qui avoient déja fait des tentatives pour parvenir à la solution de ce problême, ont redoublé leurs efforts pour la découvrir, ou pour trouver un moyen équivalent. Ce fut afin de les y exciter que l'Académie proposa pour le prix de 1767 & 1773, la construction d'une montre qui eût les propriétés de celle de M. Harrison. Le prix a été remporté par M. Le Roy, fils du célebre Julien Le Roy, & digne héritier de son nom, qui a justifié qu'il avoit dès long-temps fait la découverte du principe qui sert à concilier à sa pendule l'égalité dont on a besoin. Ce fut en partie pour en faire l'épreuve, que M. le Marquis de Courtenvaux fit construire & équiper à ses frais la frégate l'*Aurore*, sur laquelle il fit, en 1767, un voyage jusqu'au Texel. Pendant tout ce voyage, la montre de M. Le Roy a toujours marché avec la plus grande régularité, malgré les mouvements les plus vifs & les plus irréguliers que ce petit bâtiment a éprouvés dans une mer qui est presque toujours grosse. Ainsi, quoiqu'on ne puiſſe conteſter à M. Harriſon & à l'Angleterre le mérite de la découverte, on peut dire que la France y touchoit en même temps *.

Nous ne devons pas laiſſer ignorer qu'il eſt un autre artiſte François qui a marché de ſi près ſur les traces de M. Harriſon, qu'il diſpute à M. Le Roy l'avantage d'être le premier en France qui ait fait une montre marine: c'eſt M. Berthoud, dont les montres, éprouvées dans le long voyage de M. de Fleurieu, ont auſſi paru remplir toutes les conditions déſirées. C'eſt le ſujet d'un grand procès encore pendant au tribunal du public, & dans lequel nous ne nous immiſcerons point.

On a annoncé plus haut une autre maniere d'enviſager la ſolution du problême des longitudes, qui eſt purement aſtronomique. Il faut auſſi faire connoître ce que les aſtronomes ont fait à cet égard.

Lorſque Galilée découvrit les ſatellites de Jupiter, dont les éclipſes ſont ſi fréquentes, il eut l'idée d'en faire uſage pour la ſolution du problême des longitudes. On conçoit en effet que ſi la théorie des ſatellites de Jupiter eſt aſſez perfectionnée pour déterminer exactement pour un lieu donné, Paris, par exemple, le moment où ils doivent s'éclipſer, & qu'on obſerve à la mer une éclipſe d'une de ces petites planetes, avec l'heure à laquelle on la voit, il n'y aura qu'à comparer cette heure avec celle où ce phénomene aura été annoncé d'avance pour Paris, & la différence de

* *Voyez* le Mémoire de M. Le Roy ſur ſa montre, imprimé en 1768, & la Relation du voyage de M. le Marquis de Courtenvaux, imprimée auſſi la même année.

temps donnera la différence de longitude. Qu'on ait, par exemple, obſervé un ſoir à $10^h\ 20'$ une éclipſe du premier ſatellite, & qu'en conſultant la *Connoiſſance des Temps*, on ait trouvé que cette éclipſe a dû y arriver à $11^h\ 55'$ du ſoir ; il eſt évident que la différence $1^h\ 45'$ eſt celle du temps compté à Paris & dans le vaiſſeau ; ce qui fait $26^\circ\ 15'$ de différence en longitude.

Pluſieurs obſtacles néanmoins ſe ſont opposés à ce qu'on fît grand uſage de ce moyen ; car, 1° ces éclipſes ne ſont pas aſſez fréquentes, n'y en ayant qu'une du premier ſatellite toutes les 42 heures : d'ailleurs elles ne ſont pas viſibles pendant pluſieurs mois, où Jupiter eſt trop près du ſoleil, &c. 2° Il faut, pour les obſerver, des lunettes d'une certaine longueur. Or les mouvements d'un vaiſſeau ne permettent nullement de ſuivre Jupiter, ou un aſtre quelconque, avec une lunette un peu longue.

On a, il eſt vrai, tâché de remédier à cet inconvénient. Un gentilhomme Irlandois, M. Irwin, propoſa en 1760 ſa chaiſe marine, c'eſt-à-dire une chaiſe ſuſpendue de telle maniere dans un vaiſſeau, qu'on pouvoit y obſerver aſſez aiſément les ſatellites de Jupiter, ſur-tout au moyen des nouvelles lunettes achromatiques, qui peuvent produire les mêmes effets que de beaucoup plus longues, conſtruites à la maniere ordinaire. Les épreuves en ont été faites en Angleterre, par ordre des commiſſaires de l'Amirauté ; &, ſuivant les écrits publiés dans le temps, elles avoient aſſez bien réuſſi. Mais depuis que M. Harriſon a propoſé ſa montre marine, il me ſemble que l'on n'a plus dit mot de la chaiſe de M. Irwin.

Il y a plus d'un ſiecle qu'on ſçait que, ſi la théorie de la lune étoit suffisamment perfectionnée, on auroit la solution du problême des longitudes en mer; car on pourroit calculer pour un lieu déterminé, comme Paris, les moments où la lune atteindroit diverses étoiles zodiacales de la premiere ou seconde grandeur, ou s'en approcheroit le plus. D'ailleurs le mouvement de la lune est suffisamment rapide pour que, dans un temps assez court, elle ait changé de position d'une maniere sensible. C'est pour cela que les astronomes se sont adonnés avec tant de soin, sur-tout depuis une trentaine d'années, à perfectionner la théorie de la lune; & ils sont en effet parvenus au point de ne commettre plus sur le lieu calculé de la lune, que des erreurs de 2 ou 3 minutes dans les lieux les plus défavorables de sa révolution, tandis qu'elles étoient autrefois de plusieurs degrés. L'Angleterre a cru devoir récompenser à cet égard, dans la veuve & les héritiers de M. Mayer, les efforts & les succès de cet infatigable & sçavant astronome, auquel nous devons, jusqu'à ce moment, les meilleures tables de la lune. Elle leur a décerné une gratification de 2500 livres sterlings; & comme M. Euler a aussi travaillé avec les plus grands succès à la perfection de la théorie de la lune, elle lui a pareillement adjugé une somme de 500 livres sterlings. Les nations s'honorent par des traits semblables de générosité & de justice, envers les hommes qui ont bien mérité de l'humanité.

Un second pas à faire, étoit de rendre les calculs de ces observations assez faciles pour être pratiqués, sinon par tous les gens de mer, du moins par les plus instruits. M. l'abbé de la Caille est un de ceux qui ont travaillé sur ce sujet avec le plus de ſuccès. Il a donné, pour faire ces calculs, des pratiques qui n'emploient la plupart que la regle & le compas, & qui n'exigent qu'une médiocre connoiſſance de géométrie & d'aſtronomie. On les trouve dans l'édition qu'il a donnée du *Traité de Navigation* de M. Bouguer, ainſi que dans les volumes de la *Connoiſſance des Temps* des années 1765 & 1766. On publie depuis quelques années à Londres, pour l'uſage des navigateurs, un Almanach nautique, (*nautical Almanach*) où l'on trouve tout calculés les *appulſes* de la lune à diverſes fixes pour le méridien de Gréenwich, ainſi que les inſtructions & les pratiques néceſſaires pour employer les obſervations de la lune à la détermination des longitudes.

On a propoſé enfin, il y a quelque temps, un nouvel inſtrument pour obſerver avec plus de facilité les diſtances de la lune aux étoiles fixes. Cet inſtrument, appellé *mégametre* par ſon auteur, M. de Charnieres, officier de marine, lui a ſervi à faire des obſervations dans une traverſée d'Europe en Amérique, & il en a publié en 1768 les réſultats qui paroiſſent prouver que cet inſtrument peut être fort utile à la mer. Je ne vois cependant pas qu'il ait été fort accueilli par les marins, & j'en ignore les raiſons.

PROBLÊME XI.

Si un vaiſſeau étoit parvenu juſqu'à un des pôles, comment ſeroit-il pour ſe diriger dans un méridien déterminé?

LA difficulté que préſente au premier abord ce problême, vient de ce que, quand on eſt à un des pôles, de quelque côté qu'on ſe tourne, on regarde le midi. Toute ligne tirée de ce point à un point quelconque de l'horizon, eſt un méridien : il n'y a donc plus ni eſt ni oueſt. Or s'il n'y a ni eſt ni oueſt, de quel côté ſe diriger, comment reconnoître parmi tous les méridiens ſemblables, celui qu'il faut prendre pour aller au lieu déſiré ?

Ce n'eſt pas tout ; il eſt probable que ſi l'on parvenoit à un des pôles, la bouſſole deviendroit entiérement inutile, ou, comme diſent les marins, abſolument folle. Il n'eſt pourtant que ces deux manieres de naviguer, ou par l'inſpection des aſtres, ou, pour mieux dire, par l'une & l'autre combinées.

Tel eſt le problême qu'auroit eu à réſoudre l'aſtronome embarqué ſur le vaiſſeau du capitaine Phipps, chargé de tenter de nouveau un paſſage à travers l'Océan glacial. Si les glaces ne s'y fuſſent pas oppoſées, il eût été juſqu'au 90^{e} dégré de latitude, pour arriver par le plus court chemin au détroit qui ſépare l'Aſie de l'Amérique, détroit dont l'exiſtence eſt aujourd'hui conſtatée par les navigations des Ruſſes, & qui gît par le 176^{e} degré environ de longitude. Je me propoſai ce problême, lorſque j'entendis parler de cette nouvelle tentative, qui devoit en France être exécutée par M. de Bougainville. J'ai ouï dire qu'on le propoſa à un aſtronome célebre de l'Académie royale des Sciences. J'ignore ce qu'il répondit : quant à moi, voici ma ſolution.

Je ſuppoſe que j'euſſe été le navigateur chargé de cette expédition. Je me ſerois muni, pour n'être pas pris au dépourvu, de deux ou trois bonnes montres marines, montées enſemble au temps du port de départ, que nous ſuppoſons Breſt.

Supposons maintenant que j'eusse trouvé une mer ouverte, & que je fusse arrivé au pôle arctique. Supposons encore que ma boussole fût devenue absolument inutile, mais que j'eusse eu le soleil sur l'horizon; ce qui est le cas d'une pareille navigation, qu'on n'entreprendroit jamais que pendant l'été de ces climats, temps où le soleil reste levé plusieurs mois: il est évident qu'en consultant mes montres marines, le moment où elles eussent marqué midi, eût été celui où le soleil étoit dans le méridien de Brest: donc, si j'eusse voulu y retourner, je n'eusse eu qu'à mettre à cet instant le cap sur le soleil, & cingler sur cette route, de telle maniere qu'au bout d'une heure j'eusse eu le soleil 15 degrés à stribord; au bout de deux heures, à 30 degrés; &c. Il est aisé de sentir que, par ce moyen, j'eusse, quoique destitué de boussole, conservé mon vaisseau assez exactement sur la trace du méridien déterminé.

Maintenant, que le méridien sur lequel j'eusse dû naviguer eût été éloigné de celui du lieu de départ de 176°, comme paroît l'être celui du détroit qui sépare l'Asie de l'Amérique: il est facile de voir que je n'aurois eu qu'à mettre le cap, à 4 degrés près, sur le point diamétralement opposé au soleil, lorsque les montres auroient marqué midi, ou sur le soleil lui-même, lorsqu'elles auroient marqué minuit & 16 minutes; puis me soutenir sur cette route par le moyen expliqué ci-dessus, en relevant d'heure en heure l'angle du vertical du soleil avec la route du vaisseau. En supposant que l'ouverture du détroit dont nous avons parlé, fût par la longitude que nous avons avons dite à l'égard de Brest, il est évident que je n'eusse pu manquer de donner dedans.

Mais il faut obſerver que l'expédient que nous venons de décrire ne ſeroit néceſſaire que dans une grande proximité du pôle : on n'en ſeroit pas plutôt éloigné d'une dixaine de degrés, qu'on auroit à choix divers autres moyens de ſe diriger. Mais nous n'inſiſterons pas ſur cela ; car il ſeroit fort inutile d'indiquer ces moyens, puiſque les dernieres navigations paroiſſent prouver que le pôle arctique de la terre eſt entouré, dans le temps le plus favorable, c'eſt-à-dire même pendant l'été de notre hémiſphere, d'une calotte de glace d'une dixaine de degrés au moins de diametre, & même qui s'étend davantage ſur les côtés de l'Aſie & de l'Amérique, où aſſez probablement elle tient à ces deux continents, ſi ce n'eſt peut-être dans quelques étés exceſſivement chauds. Je ſuis enfin perſuadé que la tentative de traverſer l'Océan glacial, pour aller dans les mers de la Chine & du Japon, eſt une chimere ; & quand même on y parviendroit en longeant les côtes boréales de l'Aſie ou de l'Amérique juſqu'au détroit dont nous avons parlé, ce voyage ſeroit accompagné de tant de dangers, & exigeroit des circonſtances ſi favorables, que ce ſeroit une folie de prendre cette route. Que deviendroit en effet un vaiſſeau qui, ayant été retardé par des accidents ſi communs à la mer, ſeroit obligé d'hiverner un an entier ou environ, dans un port preſque inhabité de la côte-nord de l'Aſie ? Quel ſecours pourroit-il attendre d'une peuplade de Samoïedes, ou de quelque autre nation plus barbare encore ? Si l'équipage de ce vaiſſeau y reſtoit, comment ſe garantiroit-il du froid exceſſif de ces climats ? S'il l'abandonnoit pour habiter une cabane bien cloſe & bien calfeutrée, après y avoir porté ses vivres, quel risque ne courroit pas le vaisseau d'être pillé, brûlé ou mis en morceaux? Un pareil voyage exigeroit que la nation commerçante qui le feroit, eût un port à elle dans une situation avantageuse, afin que les vaisseaux forcés d'hiverner, pussent y trouver un abri & un asyle. Mais quelle apparence que la Russie, maîtresse de ces pays, y consentît, elle qui a caché pendant si long-temps les lumieres même qu'elle avoit sur le détroit dont nous avons parlé?

RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

NEUVIEME PARTIE,

Dans laquelle on traite de quelques objets curieux de l'Architecture.

L'ARCHITECTURE peut & doit être considérée sous deux aspects. Sous l'un, c'est un art dont l'objet est d'allier ensemble la commodité & la décoration ; de donner à un édifice la forme à la fois la plus convenable à sa destination, & la plus agréable par ses proportions ; de frapper en même temps par de grandes masses, & de plaire par l'harmonie des rapports entre les principales parties d'un bâtiment, ainsi que par les détails : plus on réussit à concilier ces différents objets, plus on mérite d'être rangé parmi les grands Architectes.

Mais ce n'eſt pas ſous cet aſpect que nous conſidérerons ici cet art ; nous nous bornerons à ce qu'il a de dépendant de la géométrie & de la mécanique ; ce qui ne laiſſe pas de préſenter pluſieurs queſtions curieuſes & utiles, que nous allons parcourir à meſure qu'elles s'offriront à notre eſprit.

PROBLÊME I.

Tirer d'un arbre la poutre de la plus grande réſiſtance.

Ce problême appartient proprement à la mécanique ; mais ſon uſage dans l'architecture nous a portés à lui donner plutôt place ici, & à le diſcuter, ſoit comme géometre, ſoit comme phyſicien. Nous allons d'abord le traiter ſous ce premier aſpect.

Galilée, qui le premier a entrepris de ſoumettre à la géométrie la réſiſtance des ſolides, a établi ſur un raiſonnement fort ingénieux, qu'un corps arrêté horizontalement par une de ſes extrémités, comme une poutre quadrangulaire engagée dans un mur, qu'on tendroit à rompre par des poids ſuſpendus à ſon autre extrémité, y oppoſe une réſiſtance qui eſt en raiſon compoſée de celle du quarré de la dimenſion verticale, & de celle de la dimenſion horizontale. Cela ſeroit exactement vrai, ſi la matiere de ce corps étoit d'une contexture homogene & inflexible.

On démontre auſſi que, ſi une poutre eſt ſoutenue par ſes deux extrémités, & qu'on ſuſpende à ſon milieu un poids tendant à la rompre, la réſiſtance qu'elle y oppoſe eſt en raiſon du produit du quarré de la hauteur par la largeur, diviſé par la moitié de la longueur.

Ainsi, pour résoudre le problême proposé, il faut trouver dans un tronc d'arbre une poutre dont les dimensions soient telles, que le produit du quarré de l'une par l'autre, soit le plus grand produit possible.

Soit donc AB le diametre du cercle qui est la coupe de ce tronc. Il s'agit d'inscrire dans ce cercle un rectangle comme AEBF, qui soit tel que le quarré de l'un de ses côtés AF, multiplié par l'autre côté AE, fasse le plus grand produit. Or on démontre que, pour cet effet, il faut prendre sur le diametre AB la partie AD qui en soit le tiers, élever la perpendiculaire DE, jusqu'à sa rencontre avec la circonférence en E; mener BE, EA, ensuite AF, & FB, leurs paralleles: on aura le rectangle AEBF, qui sera tel que le produit du quarré de AF par BF, sera le plus grand produit que puisse donner tout autre rectangle inscrit dans le même cercle. Mettant donc la poutre de ces dimensions, extraite du tronc proposé, de telle maniere que sa plus grande largeur AF soit de champ, ou perpendiculaire à l'horizon, cette poutre résistera davantage à la rupture que toute autre qu'on pourroit tirer du même tronc, & même que la poutre quarrée qu'on pourroit en extraire, quoique celle-ci contienne plus de matiere. Pl. 1, fig. 1.

REMARQUE.

TELLE seroit la solution de ce problême, si les suppositions dont Galilée a déduit ses principes sur la résistance des solides, étoient tout-à-fait exactes. Il suppose en effet que la matiere du corps à rompre est parfaitement homogene, ou composée de fibres paralleles, également distribuées à l'entour de l'axe, & également résistantes à la rupture:

mais cela n'eſt pas entiérement le cas d'une poutre formée d'un tronc d'arbre équarri.

En effet, par l'examen de la maniere dont ſe fait la végétation, on a appris que les couches ligneuſes d'un arbre, qui ſe forment chaque année, ſont à peu près concentriques, & que ce ſont comme autant de cylindres emboîtés les uns dans les autres, & réunis par une eſpece de matiere médullaire qui oppoſe peu de réſiſtance : ainſi ce ſont principalement & preſque uniquement ces cylindres ligneux qui oppoſent de la réſiſtance à la rupture.

Pl. 1, fig. 2. Or qu'arrive-t-il lorſque l'on équarrit un tronc d'arbre pour en former une poutre ? Il eſt évident, & la *fig. 2*, *pl. 1*, le rend ſenſible, qu'on coupe ſur les côtés tous les cylindres ligneux qui excedent le cercle inſcrit dans le carré qui eſt la coupe de la poutre : ainſi preſque toute la réſiſtance vient du tronc cylindrique inſcrit dans le ſolide de la poutre. Les portions de couches qui ſe trouvent vers les angles, renforcent à la vérité quelque peu ce cylindre, car elles ne peuvent manquer d'oppoſer quelque réſiſtance à la rupture ; mais elle eſt beaucoup moindre que ſi le cylindre ligneux étoit entier. Dans l'état où elles ſont, elles n'oppoſent qu'un médiocre effort à la flexion, & même à la rupture. C'eſt-là la raiſon pour laquelle il n'y a nulle comparaiſon à faire entre la force d'une ſolive de brin & celle d'une ſolive de ſciage, c'eſt-à-dire priſe au haſard dans le reſtant de quelque tronc dont on a extrait une poutre. Cette derniere eſt d'ordinaire foible, & ſi ſujette à rompre, que l'on ne ſçauroit trop ſoigneuſement bannir celles de cette eſpece, de tout ouvrage de charpente qui a quelque poids à ſoutenir.

Ajoutons encore que tous ces cylindres ligneux & concentriques n'ont pas une égale force. Les couches les plus voisines du centre, étant les plus âgées, sont aussi les plus dures, tandis que, dans la théorie, on suppose la résistance absolue égale par-tout.

On ne doit donc pas être surpris si l'expérience ne confirme pas entiérement, & même contrarie quelquefois beaucoup le résultat de la théorie; & l'on a des obligations considérables à M. Duhamel & à M. de Buffon, d'avoir soumis à l'expérience la résistance des bois; car il est important, dans l'architecture, de connoître la force des poutres qu'on emploie, afin de ne pas employer plus de bois & de plus gros bois qu'il est nécessaire.

Malgré ce que nous venons de dire, il est pourtant très-probable que la poutre de la plus grande résistance qu'on peut tirer d'un tronc d'arbre, n'est pas la poutre quarrée; car voici des expériences faites par M. Duhamel, qui prouvent qu'à même grosseur, celle qui a plus de hauteur que de largeur, étant mise de champ, résiste d'autant plus, & même sans s'écarter extrêmement de la loi proposée par Galilée, sçavoir, la raison composée de celle du quarré de la dimension mise de champ & de celle de la largeur.

M. Duhamel, en effet, a fait rompre vingt barreaux quarrés de même volume, pour déterminer quelle est la forme d'équarrissage qui les rendroit capables d'une plus grande résistance. Ils avoient tous 100 lignes de base, & varioient quatre à quatre par les dimensions de leur équarrissage.

Les quatre premiers avoient 10 lignes en tout sens, ils porterent 131 livres.

Quatre autres avoient 12 lignes dans un sens, & 8 $\frac{1}{6}$ dans l'autre : ils porterent chacun 154 livres. On trouveroit par la loi ci-dessus, 157 livres.

Les quatre suivants avoient 14 lignes de hauteur, & 7 & $\frac{1}{7}$ de largeur : ils porterent chacun 164 livres. Le calcul donneroit 183 livres.

Quatre autres avoient 16 lignes de hauteur, & 6 & $\frac{1}{2}$ de largeur : ils porterent chacun 180 livres. Ils auroient dû porter 209 livres.

Quatre autres, ayant 18 lignes de hauteur & 5 $\frac{1}{2}$ de largeur, porterent chacun 243 livres. Le calcul n'auroit donné que 233 livres. On voit ici, par une singularité assez grande, le calcul donner moins que l'expérience, tandis que, dans les autres épreuves, le contraire a eu lieu.

M. de Buffon avoit commencé des expériences faites plus en grand sur la résistance du bois, & a donné un détail de ces expériences dans les *Mémoires de l'Académie*, ann. 1741. Il est fâcheux qu'il n'ait pas suivi cet objet, sur lequel personne ne pouvoit jeter plus de jour que lui. De ces expériences il paroît résulter, que la résistance augmente moins qu'en raison du quarré de la dimension verticale, & diminue aussi en une raison un peu plus grande que l'inverse des longueurs.

Pour nous résumer enfin, il résulte de tout cela que, pour résoudre le problême proposé, il faudroit avoir des données physiques qu'on n'a pas encore ; qu'à la vérité la poutre la plus résistante qu'on puisse tirer d'un tronc d'arbre, n'est pas la poutre quarrée, & qu'il y auroit en général des recherches à faire sur l'allégement des charpentes, qui le plus souvent contiennent des forêts de bois en grande partie inutile.

Il y auroit aussi des choses intéressantes à faire ſur leurs aſſemblages, qui pourroient être plus ſimples, plus commodes pour les réparations, & pour ſubſtituer une piece à une autre. J'ai ſur cela quelques idées que peut-être je développerai un jour. En tout cas je ſerai charmé d'exciter quelqu'un à ce genre de recherche.

PROBLÊME II.

De la forme la plus parfaite d'une voûte. Propriétés de la chaînette, & leur application à la ſolution de ce problême.

LA voûte la plus parfaite ſeroit ſans doute celle qui, compoſée de vouſſoirs extrêmement petits, & même polis ſur leurs joints, ſe tiendroit dans un équilibre parfait. Il eſt aiſé de ſentir que cette forme donneroit la facilité d'employer des matériaux très-légers, & l'on fera voir auſſi que ſa pouſſée ſur les pieds-droits, ſeroit beaucoup moindre que celle de toute autre voûte de même montée, établie ſur les mêmes pieds-droits.

On trouve cette propriété & cet avantage dans une courbe fort connue des géometres, & qu'on nomme la *caténaire* ou la *chaînette*. On lui a donné ce nom, parceque ſa courbure eſt celle que prendroit une chaîne ACB, compoſée d'une infinité de chaînons infiniment petits & parfaitement égaux, ou bien une corde parfaitement uniforme & infiniment flexible, en la ſuſpendant lâche par ſes deux extrémités. Pl. 1, fig. 3.

La détermination de cette courbure fut un de ces problêmes que les Leibnitz & les Bernoulli propoſerent vers la fin du ſiecle dernier, pour montrer la ſupériorité des calculs qu'ils manioient ſur l'analyſe ordinaire, qui en effet eſt preſque inſuffiſante pour réſoudre un pareil problême. Mais nous devons nous borner ici à quelques-unes des propriétés de la courbe en queſtion.

Pl. 1, fig. 3, 4. La principale eſt la ſuivante. Si la courbe ACB de la *fig.* 3, eſt relevée en haut, c'eſt-à-dire qu'on place ſon ſommet C en deſſus, & qu'on diſpoſe une multitude de globes de maniere qu'ils aient leur centre dans la circonférence de cette courbe, ils reſteront tous immobiles & en équilibre. A plus forte raiſon cet équilibre ſubſiſtera, ſi, au lieu de globes, on leur ſubſtitue de petits vouſſoirs, dont les joints paſſeroient par les points de contact, puiſqu'ils ſe toucheront dans une ſurface infiniment plus étendue que les points où nous ſuppoſons ces globes ſe toucher.

Or la deſcription d'une pareille courbe eſt bien facile; car ſuppoſons qu'on ait à couvrir d'une voûte l'eſpace AB, compris entre les deux pieds-droits A & B de la *fig.* 5, & que la montée de cette voûte doive être SC. Tracez ſur un mur une ligne *a b*, (*fig.* 6,) horizontale, égale

Fig. 5, 6. à AB; & ayant fait *ſ c* perpendiculaire ſur ſon milieu & égale à SC, attachez aux points *a* & *b* un cordeau extrêmement flexible, ou une chaîne formée de petits chaînons bien égaux & bien mobiles les uns ſur les autres, enſorte que, ſuſpendue lâche, elle paſſe par le point *c*; puis marquez ſur le mur une quantité ſuffiſante de points ou œils de ces chaînons, ſans les déranger: la courbure que vous ferez paſſer par ces points ſera celle que vous cherchez; & rien de plus facile que d'en décrire l'épure ſur un mur, comme elle eſt en ACB, *fig.* 5.

Tracez enſuite à égale diſtance, en dehors &

en dedans de ACB, deux courbes qui repréſenteront l'extrados & l'intrados de la voûte à former; enfin diviſez la courbe AC en tant de parties égales que vous voudrez; par ces points de diviſion tirez des lignes perpendiculaires à la courbe: (ce qu'on pourra toujours faire mécaniquement, avec une exactitude ſuffiſante pour la pratique) ces perpendiculaires diviſeront la voûte en vouſſoirs, & vous aurez l'épure de cette voûte décrite contre le mur. D'après cette épure, il vous ſera facile de lever les panneaux de tête pour la taille des pierres. Si ces opérations ſont bien faites, la ligne AB fût-elle de 100 pieds, & la hauteur SC de plus encore, les vouſſoirs de cette voûte ſe maintiendroient en équilibre, quelque peu de joint qu'on leur donnât; car, mathématiquement parlant, ils devroient ſe ſoutenir en équilibre, quand même ces joints ſeroient infiniment polis & gliſſants: ainſi, à plus forte raiſon, l'équilibre ſubſiſtera-t-il, lorſqu'ils ſeront tels que les donne la coupe des pierres.

Pour trouver maintenant la force avec laquelle une pareille voûte tend à écarter ſes pieds-droits, tirez une tangente à la naiſſance *a* (*fig. 6*) de la courbe; ce que vous pourrez faire mécaniquement, en prenant deux points extrêmement près de la courbe, & en tirant par ces points une ligne qui rencontrera en *t* l'axe *ſc* prolongé *. Cette

* On peut tirer cette tangente géométriquement, par la méthode ſuivante. Soit faite cette proportion; comme $2ſc$ eſt à $ac+ſc$, ainſi $ac-ſc$ eſt à un quatrieme terme auquel cu ſoit égal: enſuite on fera cette ſeconde proportion; comme cu eſt à ac, ainſi $aſ$ eſt à $ſt$: le point *t* ſera celui auquel iroit aboutir ſur l'axe la tangente au point *a*.

tangente étant donnée, on démontre dans la méchanique, que le poids total de la demi-chaînette ou demi-voûte *ca*, est au poids ou à la force par laquelle il tend à écarter horizontalement le pied-droit, comme *ſt* eſt à *ſa*. D'un autre côté il faut ajouter au poids du pied-droit, la force par laquelle cette demi-voûte le charge perpendiculairement à l'horizon, c'eſt-à-dire le poids abſolu de cette demi-voûte : ainſi l'on trouvera l'épaiſſeur du pied-droit par l'opération arithmétique ſuivante, que nous ſubſtituons à une conſtruction géométrique, qui peut-être paroîtroit trop compliquée à la plupart des architectes.

Pl. 1, fig. 5, 6. Nous ſuppoſons AB de 60 pieds d'ouverture, conſéquemment AS de 30 pieds, SC auſſi de 30 pieds; ce que nous faiſons, afin de comparer la pouſſée de cette voûte avec celle d'une voûte en plein ceintre. Que la longueur AC ſoit de 45 pieds 1 pouce 8 lignes *, la largeur de la voûte un pied; car, par les raiſons ci-deſſus, on peut ſans crainte lui donner une pareille légéreté. Que la hauteur du pied-droit ſoit 40 pieds. On demande l'épaiſſeur qu'il doit avoir pour réſiſter à la pouſſée de la voûte.

Je trouve d'abord que, dans cette ſuppoſition, la tangente au point *a* de la naiſſance de la chaînette ou de la voûte, va rencontrer ſon axe *ſc* prolongé, en un point *t*, tel que *ſt* eſt de 71 pieds $\frac{7}{10}$. Je diviſe *ſa* par *ſt*, ce qui me donne le nombre $\frac{300}{717}$, que je garde, & nomme N.

Soit maintenant priſe une troiſieme proportionnelle à la hauteur du pied-droit, à la longueur AC

* Nous trouvons, par le calcul, que telle ſeroit cette longueur.

du ceintre & à son épaisseur, & que la moitié de cette moyenne proportionnelle soit nommée D: ce sera ici $\frac{9}{16}$.

Soit ensuite multiplié AC par l'épaisseur 1, & le produit de nouveau par deux fois le nombre ci-dessus N; on aura $37\frac{1}{7}$, à quoi il faudra ajouter le quarré de D trouvé ci-dessus, & de la somme extraire la racine quarrée, qui sera $6\frac{1}{8}$. Enfin de cette racine ôtant le nombre ci-dessus D, on aura 5 pieds 7 pouces pour la largeur du pied-droit. Ce pied-droit étant d'une matiere homogene à la voûte, il est certain qu'elle résistera à la poussée de cette voûte; car nous avons même fait, pour simplifier le calcul, une supposition qui n'est pas entiérement exacte, mais qui tend à augmenter quelque peu la largeur du pied-droit; ce que nous observerons, afin que l'on ne nous impute pas une erreur que nous commettons de propos délibéré.

Si l'on compare cette largeur à celle qui seroit néceſſaire pour supporter une voûte en plein ceintre circulaire, on trouvera cette derniere bien plus grande; car elle devroit être de près de 8 pieds.

Une voûte construite sur un emplacement circulaire, comme une voûte de dôme, n'ayant qu'une poussée environ moindre de moitié qu'une voûte en berceau de même épaisseur sur ses pieds-droits, il s'ensuit que, dans les suppositions ci-dessus, le tambour d'une pareille voûte en dôme n'exigeroit que 33 pouces $\frac{1}{2}$ d'épaisseur. Or il est démontré, par la propriété même de la figure caténaire, qu'il ne faudroit pas à beaucoup près donner l'épaisseur d'un pied à la voûte: on voit conséquemment combien étoit peu fondée la prétendue impoſſibilité objectée à l'architecte de l'égliſe de ſainte Genevieve, de conſtruire ſur la baſe qu'il peut employer le dôme qu'il projette; car il le pourroit, même en ſuppoſant que ſa conſtruction fût telle que l'auteur de l'objection la lui trace d'après les préceptes de Fontana, ou plutôt d'après l'uſage que cet architecte ſuivoit dans la conſtruction de ſes dômes; que ſera-ce donc, ſi l'architecte dont nous parlons, au lieu de commencer par élever un tambour de 36 pieds, (ce qui ne paroît pas avoir été jamais ſon deſſein) fait monter ſa voûte immédiatement en chaînette, de deſſus la corniche circulaire qui couronnera ſes pendentifs, ou de deſſus un ſocle de peu de hauteur? Il eſt de toute évidence que ſa pouſſée ſera encore bien moindre; & je ne ſerois point étonné que, calcul fait, on trouvât que ſes pieds-droits ſeroient en état de ſoutenir la voûte élevée au deſſus, même en les ſuppoſant iſolés, & ne leur accordant aucun renfort de la part des angles rentrants de l'égliſe, qu'on peut faire butter contre eux.

Finiſſons par obſerver que, s'il étoit queſtion de trouver, par des principes ſemblables à ceux qui ont fait trouver la chaînette, la forme la plus avantageuſe à donner à une voûte en dôme, le problême ſeroit extrêmement difficile; car, ſuppoſant cette voûte diviſée en petits ſecteurs, on voit que les poids des vouſſoirs ne ſont point égaux, & leur rapport dépend même de la forme à donner à la voûte. Ce que nous avons dit ci-deſſus ne doit donc être regardé que comme une approximation de la figure la plus avantageuſe que la voûte devroit avoir dans ce cas.

Nous ſupprimons à deſſein mille autres choſes que nous pourrions dire ſur ce ſujet, car nous ſentons la néceſſité de nous reſſerrer.

PROBLÊME III.

Comment on peut conſtruire une voûte hémiſphérique ou en cul-de-four, qui n'exerce aucune pouſſée ſur ſes ſupports.

LA querelle agitée, il y a ſix ou ſept ans, avec aſſez de chaleur, ſur la poſſibilité d'exécuter la coupole de la nouvelle égliſe de ſainte Genevieve, m'a donné lieu d'examiner ſi, dans la ſuppoſition même où ſes ſupports ſeroient néceſſairement trop foibles pour réſiſter à la pouſſée d'une voûte de 63 pieds de diametre, il n'y auroit pas des reſſources pour conſtruire cette coupole. Je n'ai pas tardé de reconnoître que l'on peut, par un artifice aſſez ſimple, conſtruire une voûte hémiſphérique ou en demi-ſphéroïde, qui n'ait aucune eſpece de pouſſée ſur ſes pieds-droits, ou ſur la tour cylindrique qui la ſupporte. On le ſentira aiſément par le raiſonnement & le développement qui ſuivent.

Il eſt évident qu'une voûte hémiſphérique n'exerceroit aucune pouſſée ſur ſon ſupport, ſi ſa premiere aſſiſe étoit d'une ſeule piece. Mais, quoique cela ſoit impoſſible, on peut y ſuppléer, & faire que non-ſeulement cette premiere aſſiſe, mais que pluſieurs de celles au deſſus, ſoient tellement diſpoſées que leurs vouſſoirs ne puiſſent avoir le moindre mouvement capable de les disjoindre, ainſi que nous allons voir. La voûte hémiſphérique ſera donc alors ſans aucune eſpece de pouſſée ſur ſes ſupports, enſorte que non-ſeulement elle pourroit être ſoutenue par le pied-droit cylindrique le plus léger, mais même par de ſimples colonnes; ce qui fourniroit le moyen de faire un ouvrage ſinguliérement remarquable par ſa conſtruction. Voyons donc comment on peut lier les vouſſoirs d'une aſſiſe quelconque, de maniere qu'ils n'aient aucun mouvement tendant à les écarter du centre. Voici pluſieurs moyens.

Pl. 2, fig. 7, n° 1. 1° Soient deux vouſſoirs A & B, contigus l'un à l'autre. Je leur ſuppoſe trois pieds de longueur, & un pied & demi de largeur. Je ferai excaver ſur les côtés contigus deux cavités en forme de queue d'aronde, ayant 4 pouces de profondeur, autant d'ouverture en *a b*, 5 ou 6 pouces de longueur & autant de largeur en *c d*. Cette cavité ſerviroit à recevoir une double clef de fer fondu, Fig. 7, n° 2. comme on voit dans la même figure, n° 2, ou même de fer ordinaire forgé, ce qui ſeroit encore plus sûr, le fer forgé étant beaucoup moins fragile que le premier: par ce moyen ces deux vouſſoirs ſeroient liés l'un avec l'autre, de maniere à ne pouvoir être disjoints, ſans rompre cette queue d'aronde à ſon angle rentrant: mais, comme elle aura 4 pouces en toute dimenſion dans cet endroit, il eſt aiſé de juger qu'il faudroit une force immenſe pour opérer un pareil effet; car les expériences connues ſur la force du fer, nous apprennent qu'il faut une force de 4500 livres pour rompre en travers une barre d'un pouce quarré de fer forgé, par un bras de levier de 6 pouces: il en faudra par conſéquent 288000 pour rompre une barre de fer de 16 pouces quarrés, comme celle-ci: d'où il eſt aiſé de conclure que ces vouſſoirs ſeront liés entr'eux par une force de 288 milliers; & comme ils n'éprouveront pas, pour être disjoints, un effort à beaucoup près auſſi grand, ainsi qu'il est aisé de le prouver par le calcul, il suit qu'on pourra les regarder comme une seule piece.

On pourroit même les renforcer encore considérablement; car on pourroit donner à ces queues d'aronde une hauteur double, & creuser dans le milieu du lit du voussoir supérieur une cavité propre à l'encastrer exactement; alors la queue d'aronde ne pourroit se rompre sans que le voussoir supérieur se rompît aussi. Or il est aisé de juger quelle force immense il faudroit pour cela.

Second Moyen. Mais, comme il pourra y avoir des personnes qui improuvent l'usage du fer dans une pareille construction *, nous allons en donner une autre qui n'aura pas cet inconvénient, si c'en est un. On n'y emploiera que de la pierre combinée avec de la pierre.

Pour l'expliquer, que A & B représentent deux voussoirs contigus de la premiere assise, & C le voussoir renversé de l'assise supérieure, qui doit recouvrir le joint. Chacun des deux premiers voussoirs étant divisé en deux, au milieu de chaque moitié soit creusée une cavité hémisphérique d'un demi-pied de diametre; prenez ensuite, avec beaucoup d'exactitude, la distance des centres de Pl. 2, fig. 8.

* Tous les architectes n'ont pas à la vérité une façon de penser aussi rigoureuse; mais il me semble que l'emploi multiplié du fer, pour consolider les bâtiments, est sujet à beaucoup d'inconvénients & de dangers. Je voudrois du moins que les monuments publics en fussent exempts; car s'ils peuvent se soutenir sans fer, il est donc inutile; si le fer est essentiel à la solidité, il arrivera certainement dans la suite des années, que ce fer sera consommé par la rouille, & alors l'édifice ou s'écroulera, ou souffrira beaucoup. L'usage du fer est donc vicieux dans ce cas.

ces cavités *a* & *c*, qui sont sur deux voussoirs contigus ; & par ce moyen creusez deux cavités semblables sur le lit inférieur du voussoir qui doit être placé en liaison sur les précédents. On remplira ensuite les cavités *a* & *c* de deux globes de marbre très-dur, & l'on placera le voussoir supérieur de telle sorte que ces deux boules s'emboîtent exactement dans les cavités de son lit inférieur. Cette opération étant exécutée avec précision & dans tout le pourtour de la premiere, seconde & troisieme assise, il est aisé de sentir que tous ces voussoirs feront ensemble un corps unique & inébranlable, & dont les parties ne sçauroient être écartées les unes des autres ; car les deux voussoirs A & B ne peuvent s'écarter l'un de l'autre sans briser ou les globes de marbre qui les lient avec le voussoir supérieur, ou sans briser ce voussoir supérieur par la moitié. Mais, en supposant même cet effet, qui ne peut s'opérer sans une force difficile à imaginer, du moins fort supérieure à celle de l'action de la voûte, les deux moitiés du voussoir rompu, étant entretenues elles-mêmes d'une maniere semblable par les voussoirs supérieurs, il ne sçauroit résulter aucun mouvement d'écartement entr'elles : ainsi donc les trois assises de notre voûte ne formeront équivalemment qu'une seule piece, & il n'y aura aucune poussée. Il suffira que la base de cette voûte ait l'épaisseur suffisante pour ne pas être écrasée par son poids absolu ; & pour cela il ne faut qu'une épaisseur fort médiocre en bon matériaux.

Ainsi nous croyons avoir démontré, par deux moyens, qu'on pourroit faire une voûte hémisphérique n'ayant aucune poussée sur ses supports : par conséquent, en supposant même que

l'architecte

l'architecte de Sainte-Genevieve eût adopté la forme des dômes de Fontana, & qu'il commençât à élever sur ses pendentifs une tour d'environ 36 pieds d'élévation, pour la couronner par une coupole hémisphérique, ou un peu surhaussée, il n'y auroit pas d'impossibilité à construire solidement cette coupole.

PROBLÊME IV.

Comment on pourroit diminuer considérablement la poussée des voûtes.

Les architectes, à ce qu'il me semble, n'ont pas assez réfléchi sur les ressources que la mécanique présente pour diminuer, en bien des occasions, la poussée des voûtes. Nous allons donc présenter ici quelques vues sur ce sujet.

Lorsqu'on analyse la maniere dont une voûte tend à renverser ses pieds-droits, on remarque que la voûte se divise nécessairement quelque part dans ses reins, & que la partie supérieure agit en forme de coin sur le restant de la voûte & le pied-droit, qui sont censés faire un seul corps. Cette considération suggere donc que, pour diminuer la poussée de la voûte, ou augmenter la stabilité du pied-droit, il faut charger la naissance des reins, & diminuer considérablement l'épaisseur des voussoirs voisins de la clef; faire enfin que la voûte, au lieu d'avoir une épaisseur uniforme dans toute son étendue, soit fort épaisse à sa naissance, & n'ait à sa clef que l'épaisseur nécessaire pour résister à la pression des reins. Il est aisé de sentir que, rejetant de cette maniere une partie de la force qui agit pour renverser, sur celle qui résiste au renverſement, celle-ci gagnera beaucoup d'avantage ſur l'autre.

C'eſt ſur-tout dans les voûtes en dôme que cette conſidération pourroit avoir lieu ; & non-ſeulement on pourroit y employer ce moyen, mais encore l'hétérogénéité des matériaux. Mettons-nous pour cela à la place de l'architecte de Sainte-Genevieve, & ſuppoſons qu'il fût néceſſité à conſtruire ſon dôme, en commençant à élever une tour ronde de 36 pieds de hauteur, pour la couronner enſuite par une voûte, que nous ſuppoſerons hémiſphérique, quoiqu'on lui accorde qu'elle doit être un peu ſurhauſſée, afin de paroître hémiſphérique, étant vue d'une diſtance modérée. On a trouvé qu'en donnant un pied & demi d'épaiſſeur uniforme à cette voûte, la tour devroit avoir 4 pieds $\frac{1}{2}$ d'épaiſſeur à toute rigueur ; ce qui, joint à quelques empatements néceſſaires, pour la ſolidité, excede la largeur des baſes qu'on peut lui donner dans une partie de ſon circuit. Mais, d'après les conſidérations ci-deſſus, qui eſt-ce qui empêcheroit de faire cette tour & les premieres aſſiſes, juſques vers le milieu des reins de la voûte, d'une matiere beaucoup plus lourde que le reſtant de cette voûte ? Car on connoît des pierres, comme les marbres durs & groſſiers, qui peſent juſqu'à 230 livres le pied cube, tandis que le ſaint-Leu des environs de Paris, ne peſe que 132 livres, & la brique encore moins. Au lieu de faire la voûte d'une épaiſſeur uniforme d'un pied & demi, qui empêcheroit de la faire de 3 pieds à ſa naiſſance, & de ne lui donner que 8 pouces vers le ſommet ? Or, en faiſant les ſuppoſitions ſuivantes, ſçavoir, que la tour & les premieres aſſiſes de la voûte, juſques vers le milieu des reins, fuſſent de pierre dure des environs de Paris, qui pese 170 livres le pied cube, & le surplus en brique, qui n'en pese que 130; que la voûte eût à sa naissance, jusques vers le milieu, 2 pieds & demi d'épaisseur, & 8 pouces de-là vers le sommet, j'ai trouvé que la tour en question ne devroit avoir que 1 pied 8 pouces & demi d'épaisseur pour être en équilibre avec la poussée de la voûte. Si donc on donnoit à cette tour 3 pieds d'épaisseur, (l'on ne disconvient pas qu'on ne puisse lui donner jusqu'à 3 pieds 9 pouces au droit des clefs des archivoltes,) il est évident, pour l'homme le plus timide, qu'elle sera plus que suffisamment hors de toute atteinte de la part de la poussée; & elle le seroit encore plus, si on lui donnoit d'abord 3 pieds & demi d'épaisseur, jusqu'à une certaine hauteur, par exemple de 9 pieds, & de-là 3 pieds ou 2 pieds 9 pouces, jusqu'à la naissance de la voûte; car on renforce un pied-droit, en rejetant sur sa partie inférieure une portion de son épaisseur, au lieu de lui donner la même dans toute sa hauteur, puisqu'on éloigne le point sur lequel il doit tourner pour être renversé.

Mais en voilà assez sur cet objet, que nous ne traitons ici qu'incidemment.

PROBLÊME V.

Deux particuliers voiſins ont chacun un emplacement aſſez reſſerré, où ils veulent bâtir. Mais, pour ſe ménager de la place, ils conviennent de conſtruire un eſcalier qui puiſſe ſervir aux deux maiſons, & qui ſoit tel que leurs habitants n'aient rien de commun entr'eux que l'entrée & le veſtibule. Comment s'y prendra l'architecte à qui ils expoſent cette idée?

Ce problême peut s'exécuter de cette maniere, dont il y a quelques exemples.

Pl. 2, fig. 9, nº 1. Soit, *fig. 9*, la cage de l'eſcalier, dont la meſure eſt telle qu'on puiſſe, ſaus donner à la rampe trop de roideur, monter en une révolution ou un peu moins, du rez-de-chauſſée au premier étage. Dans un veſtibule commun A, dans lequel on entrera par une porte commune P, vous établirez en B, à droite, la naiſſance de la rampe deſtinée à la maiſon droite, & vous la ferez circuler de droite à gauche juſqu'à un palier, que vous aurez ſoin de ménager au deſſus du palier B: vous la pourrez ainſi continuer juſqu'au ſecond, troiſieme étage, &c.

La naiſſance de l'autre eſcalier ſera établie du côté diamétralement oppoſé en C, & circulera dans le même ſens pour arriver, après une révolution, à un palier qui donnera entrée dans le premier étage de la maiſon ſiſe à gauche; enſorte que, ſi la cage intérieure eſt à jour, comme il eſt aiſé de le pratiquer, les perſonnes qui monteront ou deſcendront par un de ces eſcaliers, pourront appercevoir celles qui ſeront ſur l'autre, ſans avoir aucune autre communication que le veſtibule commun A, & la porte d'entrée. On voit la coupe de ce double eſcalier dans la *fig.* 9, n° 2. Pl. 2, fig. 9, n° 2.

Il y a au château royal de Chambord, un eſcalier à peu près de cette forme, qui ſert à tout le château. Car, cet édifice étant formé de quatre grands veſtibules ou ſallons immenſes, oppoſés les uns aux autres comme les branches d'une croix grecque, & dans leſquels débouchent tous les appartements, Serlio, ſon architecte, a placé l'eſcalier au centre de cette croix; &, au moyen de la double rampe, ceux qui ſont entrés par le veſtibule du midi au rez-de-chauſſée, & qui enfilent l'eſcalier qu'ils ont devant eux, arrivent, après une révolution, au veſtibule ou ſallon méridional du premier étage; & au contraire.

Mais quoique cet eſcalier ſoit ingénieux dans ſa forme, Serlio n'a pas ſçu y éviter de grands défauts, quoique cela fût bien facile. 1° L'entrée de l'eſcalier, au lieu de ſe préſenter directement en face du milieu de chaque ſallon, eſt un peu de côté. 2° Il n'y a point de palier ménagé à chaque étage, au devant de la porte qui donne entrée dans cet étage. 3° Enfin la cage intérieure, qui auroit pu être légere & preſque entiérement à jour, n'eſt percée que d'un petit nombre d'ouvertures.

On pourroit, ſi l'emplacement le comportoit, conſtruire par un ſemblable artifice, un eſcalier à quatre rampes ſéparées les unes des autres, pour monter à quatre appartements différents. Tel eſt celui dont on voit le deſſin dans *Palladio*, & qu'on y lit avoir été pratiqué à Chambord. Sans doute celui de Serlio eût été bien plus beau, s'il eût été tel, attendu les quatre galeries dans leſquelles on avoit à déboucher; mais nous pouvons assûrer que l'escalier de Chambord n'est qu'à deux rampes, & comme on l'a décrit plus haut.

REMARQUE.

IL y a d'autres escaliers remarquables par une autre particularité, sçavoir, la hardiesse de leur construction. Tels sont ces escaliers à vis, dont le limon forme une spirale, entiérement suspendue en l'air, ensorte qu'il reste au milieu un vuide plus ou moins grand. Cette construction hardie est un effet de la coupe des marches, & de leur engagement par un bout dans la cage de l'escalier. Mais on peut en voir le mécanisme plus au long, dans les livres de la coupe des pierres.

PROBLÊME VI.

Comment on peut former le plancher d'un emplacement avec des poutrelles qui n'ont qu'un peu plus de la moitié de la longueur nécessaire pour atteindre d'un mur à l'autre.

SOIT le quarré ABCD, par exemple, qu'il est question de couvrir d'un plancher, avec des solives qui ne sont qu'un peu plus longues que la moitié d'un des côtés AB. Prenez sur les côtés du quarré les lignes AG, BI, CL, DE, égales à la longueur donnée des poutrelles, que vous disposerez ensuite comme on voit dans la *fig. 10*; c'est-à-dire, vous placerez d'abord EF au dessous du bout F, de laquelle vous ferez passer GH, dont le bout H sera soutenu par IK; enfin le bout K sera porté sur LM, dont le bout M portera sur la premiere EF. Il est aisé de se démontrer que, dans

Pl. 2, fig. 10.

cette poſition, elles s'entre-tiendront mutuellement ſans tomber.

Il eſt ſuperflu de remarquer qu'il faut que le bout de chaque poutrelle ſoit taillé de maniere à entrer dans une entaille ſemblable de la poutrelle ſur laquelle il porte, & dans laquelle il doit être solidement entre-tenu.

Néanmoins, comme une entaille faite ſur le corps de la ſolive, ne peut manquer d'en altérer beaucoup la force, j'aimerois mieux que le bout de chaque poutrelle portât ſimplement ſur un étrier de fer ſuffiſamment large, & ſolidement attaché aux poutrelles.

Il n'eſt pas même néceſſaire que les poutrelles aient une longueur un peu plus grande que la moitié de la largeur de l'emplacement à couvrir: on pourroit former un plancher avec des bouts de bois beaucoup plus petits, en leur donnant la forme qu'on va voir, & les arrangeant de la maniere convenable.

On ſuppoſe, par exemple, qu'on ait à couvrir un emplacement de 12 pieds en tout ſens, & qu'on n'ait que des tronçons de bois de 2 pieds de longueur. Soit une de ces pieces de bois ſur ſon champ; vous en couperez les extrémités en biſeau, comme il eſt repréſenté par la coupe A C D ou BEF, *fig. 11.* Au milieu de la même piece, formez de chaque côté une entaille propre à loger le bout d'une autre piece ſemblablement taillée. Cela fait, vous aurez un échafaudage mobile, ſur lequel vous arrangerez vos pieces de bois comme on le voit dans la figure, dont l'examen eſt plus propre à faire ſentir cet arrangement qu'un long diſcours. Vous remplirez enſuite les eſpaces oblongs qui reſteront le long des murs, par des pieces de bois

Pl. 2, fig. 11.

de la moitié de la longueur des premiers. Vous pourrez en toute sûreté retirer l'échafaudage ; toutes ces pieces de bois formeront un plancher solide, & s'entre-tiendront mutuellement, pourvu que l'on n'en supprime aucune, ou qu'aucune ne manque ; car on doit observer que la rupture ou le dérangement d'une seule, fera écrouler tout le plancher à-la-fois.

Le docteur Wallis a beaucoup varié ces combinaisons, dans un écrit qu'on trouve à la fin du troisieme tome de ses œuvres ; & il dit qu'on a mis en usage cette invention dans quelques endroits de l'Angleterre. Mais, par les raisons ci-dessus, je la regarde comme plus ingénieuse qu'utile, & bonne tout au plus à pratiquer, dans un besoin extrême de bois des dimensions convenables, pour un plancher qui n'auroit rien à supporter.

REMARQUE.

SI, au lieu de pieces de bois, on supposoit des pierres taillées de la même maniere, il est évident qu'elles feroient une voûte plate ; mais il faudroit alors, pour écarter le danger de la rupture, qu'elles n'eussent tout au plus que 2 pieds de longueur sur une hauteur & largeur convenables. On nomme communément cette voûte, la voûte plate de M. Abeille, parceque cet ingénieur la proposa en 1699 à l'Académie des Sciences. Elle a l'avantage de rejeter sa poussée sur les quatre murs qui lui servent d'appui ; au lieu qu'une voûte en plate bande, suivant la méthode ordinaire, l'exerceroit contre deux seulement. Mais cet avantage est trop compensé par le danger de voir tout crouler, si une seule pierre vient à manquer. M. Frézier a traité avec quelque étendue ce ſujet, dans ſon ouvrage ſur la coupe des pierres, & a montré comment on peut varier les compartiments tant d'intrados ou deſſous, que d'extrados ou deſſus, qu'on peut former avec ces voûtes. Mais, nous le répétons, tout cela eſt plus curieux qu'utile, ou, pour mieux dire, cette conſtruction eſt fort dangereuſe.

PROBLÊME VII.

Des trompes dans l'angle.

UN des ouvrages les plus hardis dans la coupe des pierres, eſt l'eſpece de voûte appelée *trompe dans l'angle*. Qu'on ſe repréſente une voûte conique, comme SAFBS, élevée ſur le plan d'un triangle ASB; que du milieu de la baſe ſoient menées les deux lignes ED, EC, ordinairement paralleles aux côtés reſpectifs SD, SC, ſur leſquels ſoient élevés deux plans perpendiculaires à la baſe, DEF, CEF: ils retrancheront du côté du ſommet S, une partie de la voûte, comme FDSCF, dont la moitié CFDC ſe trouvera en porte-à-faux. Cette partie tronquée de voûte conique FCSDF, eſt ce qu'on nomme *trompe dans l'angle*, parceque ordinairement on la pratique dans un angle rentrant, pour ſoutenir une piece hors d'œuvre dans un édifice. Pour cet effet, on éleve ſur les pans curvilignes DF, CF, des murs qui, quoique portants à faux, ne laiſſent pas d'avoir une ſolidité ſuffiſante, pourvu que la coupe des vouſſoirs ſoit faite bien exactement, qu'ils ſoient d'une longueur ſuffiſante pour être engagés dans la moitié qui ne porte point à faux, pourvu enfin que cette partie ſoit convenablement chargée.

Pl. 3, fig. 12.

On voit assez fréquemment de ces ouvrages; mais le plus singulier, à ce que je crois, est une trompe dans l'angle, qu'on voit à Lyon, soutenir une portion considérable d'une maison sise sur le pont-de-pierre. On ne peut regarder sans quelque inquiétude l'encoignure de cette maison qui est élevée de trois ou quatre étages, saillir de plusieurs toises sur la riviere. On dit que c'est l'ouvrage de Desargues, gentilhomme du Lyonnois, & géometre habile du temps de Descartes. Si cela est, il y a environ 130 ans que cet ouvrage subsiste; ce qui semble prouver que ce genre de construction a une solidité réelle, & plus grande qu'on ne seroit porté à le croire.

REMARQUE.

Si la trompe est droite, c'est-à-dire portion d'un cône droit ASBF, & que les plans de section FED, FEC, soient paralleles à SC, SD, respectivement, les courbes FD, FC, seront, comme l'on sçait, des paraboles, ayant leur sommet en D, & CE ou DE pour axe. Or nous devons remarquer ici une curiosité géométrique, sçavoir que, dans ce cas, la surface conique FCSDF, quoique courbe & terminée en partie par des lignes courbes, ne laisse pas d'être égale à une figure rectiligne; car, qu'on tire DG parallélement à l'axe SE, on démontre que la surface conique en question est égale à une fois & un tiers le rectangle de SB ou SF par EG.

PROBLÊME VIII.

Un architecte a un terrain quadrangulaire & irrégulier, tel que ABCD, & veut y planter un quinconce, ensorte que toutes les lignes d'arbres, tant transversales que diagonales, soient en ligne droite. On demande comment il faudra qu'il s'y prenne.

Nous supposons ce quadrilatere tellement irrégulier, que les côtés opposés, AB, DC, concourent ensemble en un point F, & les deux AD, CB, en un autre point E. Prolongez donc ces côtés deux à deux, jusqu'à leurs points de concours E & F, que vous joindrez par une ligne droite FE; tirez ensuite par le point D, une parallele à EF; prolongez aussi BC, BA, jusqu'à leurs concours H, G, avec cette parallele; après quoi divisez GD & DH en un même nombre de parties égales: nous supposerons ici ce nombre être de quatre. Enfin, des points de division de GD, tirez au point F, & de ceux de DH tirez au point E autant de lignes droites: ces lignes couperont les côtés du quadrilatere, & se couperont entr'elles dans des points qui seront ceux où il faudra planter les arbres pour résoudre le problême. Pl. 3, fig. 13.

Nous pourrions nous borner, pour la démonstration, à renvoyer au problême XXIV de l'Optique, où nous avons montré comment le quadrilatere ABCD peut être la représentation perspective d'un parallélogramme donné. Toutefois nous allons donner ici de nouveau cette démonstration.

Par les points H & D, soient menées les lignes Da, Hb, inclinées à GH de 45 degrés de droite à gauche, & par les points G & D, deux autres lignes D c, G b, pareillement inclinées de 45 degrés à GH, mais en ſens contraire des premieres : ces quatre lignes ſe couperont néceſſairement à angles droits, & formeront un rectangle abc D, dont, par les regles de perſpective, le quadrilatere ABCD ſeroit la repréſentation pour un œil ſitué en face du point I, qui partage EF en deux également, & qui eſt a une diſtance du plan du tableau égale à IF ou IE.

Suppoſons donc le carré long abc D diviſé en carrés ſemblables par des lignes paralleles à ſes côtés, au nombre de quatre, par exemple : ces lignes, étant prolongées juſqu'à leur rencontre avec GD & DH, les diviſeront en un même nombre de parties égales : & de même que DC, GAB ſont les repréſentations perſpectives de D c, G ab, les lignes partantes des diviſions égales de GD, & aboutiſſantes au point F, ſeront les repréſentations perſpectives des lignes paralleles à ab ou D c. Il en ſera de même des lignes paralleles aux deux côtés D a, cb. Donc les petits quadrilateres que formeront ces lignes, en ſe coupant dans le quadrilatere ABCD, ſeront les images perſpectives des carrés longs qui diviſent abc D. Or tous les points qui ſont en ligne droite dans l'objet, ſont auſſi en ligne droite dans l'image : ainſi les lignes d'arbres qui ſeroient plantées aux angles des diviſions du carré long abc D, formant néceſſairement des lignes droites, tant dans les tranſverſales que dans les diagonales, leurs places dans le quadrilatere ABCD, qui ſont les images de ces angles dans le carré-long, formeront auſſi des lignes droites dans le même ſens; car, dans les repréſentations perſpectives, les images des lignes droites ſont toujours des lignes droites.

Si les côtés ab, cD, opposés du quadrilatere donné, étoient fort inégaux, il faudroit renoncer à les diviser en un même nombre de parties, car alors elles seroient trop inégales; &, pour une pareille plantation, il faut que les carrés soient à peu de chose des carrés parfaits. Par exemple, si un côté ab étoit de 50 toises, & l'autre de 20, en les divisant chacun en 10, les divisions d'un côté seroient de 5, & de l'autre elles seroient de 2 toises; ce qui formeroit des carrés trop oblongs. Il vaudroit mieux alors diviser le premier en 16, & le second en 6; ce qui donneroit des divisions presque quarrées, sçavoir, de 3 toises $\frac{1}{8}$ en un sens, & 3 toises $\frac{2}{3}$ dans l'autre; mais alors il n'y aura aucune ligne d'arbre en diagonale, soit dans le carré long abcD, soit dans le quadrilatere proposé ABCD. Du reste, en divisant alors l'une des lignes GD, DH, en 16 parties, & l'autre en 6, on aura toutes les lignes d'arbres de la figure irréguliere, en lignes droites.

Si l'on vouloit avoir un véritable quinconce *, il suffiroit, après cette premiere opération, de tirer dans chaque petit quadrilatere de la plantation, les deux diagonales, & de planter un arbre dans leur intersection: tous ces nouveaux arbres formeront aussi des lignes droites.

---

* Le véritable quinconce est celui où, au milieu de chaque carré, il y a un arbre; car le mot de quinconce vient de *quincunx*, qui annonce cinq arbres en carré; ce qui ne peut être autrement.

PROBLÊME IX.

*Construction d'une charpente qui, sans entrait *, n'a aucune poussée sur les murs sur lesquels elle repose.*

J'AI vu à Paris, dans un jardin du fauxbourg Saint-Honoré, un petit bâtiment formant une espece de tente, dont les murs n'avoient que quelques pouces d'épaisseur, & qui étoit couvert d'un toit sans entraits : le tout étant tapissé intérieurement, on eût cru être dans une tente. C'étoit l'appartement d'été pendant la journée, & un lieu vraiment délicieux.

Une des surprises qu'occasionnoit cet endroit à ceux qui avoient quelque connoissance de la construction, étoit comment on s'y étoit pris pour établir sans entrait le toit de ce petit bâtiment; car, quelque léger qu'il fût, les murs étoient si peu épais, que toute toiture ordinaire les auroit renversés. En voici l'artifice, qu'on nous a dit être l'ouvrage de M. Arnoult, chargé de la manœuvre des théâtres des Menus-Plaisirs.

Pl. 3, fig. 14. Sur les deux sablieres AB, *ab*, soient d'abord établis & soutenus les deux arrêtiers CD, ED, assemblés solidement l'un avec l'autre au sommet D. Des angles que font en C & F ces deux arrêtiers, partiront aussi deux autres pieces FH, GI, fermement assemblées en G & F avec les sablieres, en I

* On appelle en architecture *entrait*, cette poutre horizontale qu'on pose sur les murs d'un bâtiment, & sur laquelle on établit les pieces montantes & inclinées qui forment le faîte.

& H avec les arrêtiers, & l'un & l'autre en K, par une entaille double artistement faite. Enfin, pour plus de sûreté, qu'en M & L soient placées deux petites traverses, l'une liant les pieces CD, FH, & l'autre les pieces FD, GI : il est évident que ces quatre pieces inclinées ne sçauroient avoir aucun mouvement pour s'écarter, & pousser les murs sur lesquels sont posées les sablieres AB; car elles ne peuvent s'écarter qu'en rendant l'angle D plus obtus. Or, pour cela, il faudroit que l'angle en K le devînt lui-même; mais les assemblages en I & H s'opposent à un pareil mouvement: ainsi cette travée de charpente posera sur les sablieres AB, *ab*, sans les écarter en aucune maniere, & elles n'exerceront aucune poussée contre les murs.

Il est aisé de sentir combien cet artifice peut avoir d'usages dans l'architecture. Il peut être précieux toutes les fois qu'on voudra couvrir un grand emplacement, en diminuant l'épaisseur des murs, & en évitant l'aspect désagréable des entraits apparents.

PROBLÊME X.

Du toisage des voûtes en cul-de-four, surhaussées & surbaissées.

ON appelle en architecture, *voûtes en cul-de-four*, les voûtes sur un plan ordinairement circulaire, & dont la coupe par l'axe est une ellipse, ou, en terme de l'art, une anse de panier. Elles different d'une voûte hémisphérique, en ce que, dans celle-ci, la hauteur du sommet au dessus du plan de la base, est égale au rayon de cette base, au lieu que, dans les autres, cette hauteur est plus

grande ou moindre. Si elle eſt plus grande, la voûte ſe nomme *cul-de-four ſurhauſſé* ; ſi elle eſt moindre, on l'appelle *cul-de-four ſurbaiſſé*.
Pl. 4, fig. 15, 16. Telles ſont celles qu'on voit *pl. 4, fig. 15 & 16.* La premiere eſt une voûte en cul de-four ſurhauſſé, & la ſeconde en cul-de-four ſurbaiſſé. En langage géométrique, celle-là eſt un demi-ſphéroïde alongé, ou formé par la circonvolution d'une demi-ellipſe autour de ſon demi-grand axe : celle-ci eſt le demi-ſphéroïde formé par la circonvolution de la même demi-ellipſe autour de ſon demi-petit axe.

Les livres d'architecture donnent vulgairement des regles ſi fauſſes pour le toiſage de la ſurface de ces voûtes, que nous ne pouvons réſiſter à l'envie de donner des méthodes plus exactes. Bullet, par exemple, & Savot, donnent tout ſimplement pour regle, de multiplier la circonférence de la baſe par la hauteur *; comme ſi la voûte à toiſer étoit hémiſphérique. L'erreur eſt groſſiere ; & il eſt étonnant qu'ils ne ſe ſoient pas apperçus que, ſi cela étoit exact, il y a telle voûte en cul-de-four ſurbaiſſé, qui ſeroit moindre en ſurface que le cercle qu'elle couvre ; ce qui eſt abſurde.

Car ſuppoſons, par exemple, une voûte d'un pied de hauteur ſous clef, ſur un cercle de 7 pieds de diametre ; l'aire de ce cercle ſera, ſuivant l'approximation d'Archimede, égale à 38 pieds quarrés & demi : mais, en multipliant la circonférence

* On voit dans les œuvres de Monconys un bon paralogiſme, commis ſur ce ſujet par un géometre Lyonnois, que ce voyageur donne pour un habile géometre, mais qui prouva par-là n'être pas auſſi habile que Monconys le croyoit.

22 par un pied de hauteur, on n'auroit que 22 pieds quarrés, ce qui n'eſt pas même les deux tiers de la ſurface de la baſe. L'entrepreneur ſeroit ici lézé de plus du tiers de ce qui doit lui revenir. Nous allons donc donner, pour toiſer la ſurface de ces voûtes, des regles aſſez exactes pour l'uſage commun de l'architecture.

I. *Pour les Voûtes en cul-de-four ſurhauſſé.*

Le rayon de la baſe & la hauteur d'un cul-de-four ſurhauſſé étant donnés, faites d'abord cette proportion; comme la hauteur eſt au rayon de la baſe, ainſi celui-ci à une quatrieme proportionnelle, dont vous prendrez le tiers, que vous ajouterez aux deux tiers du rayon de la baſe.

Cherchez enſuite la circonférence qui répondroit à un rayon égal à cette ſomme, & multipliez cette circonférence par la hauteur: vous aurez, à peu de choſe près, la ſurface du cul-de-four ſurhauſſé.

Exemple. Soit la hauteur 10 pieds, & 8 pieds le rayon de la baſe. Faites, comme 10 eſt à 8, ainſi 8 à $6\frac{4}{10}$, dont le tiers eſt $2\frac{2}{15}$; les deux tiers de 8 ſont $5\frac{1}{3}$, qui, joints avec $2\frac{2}{15}$, font $7\frac{7}{15}$, ou 7 pieds 5 pouces 7 lignes.

Or la circonférence répondante à 7 p. 5^p 7^l de rayon, ou à 14 p. 11^p 2^l de diametre, eſt 44 p. 11^p 1^l, ou 7^t 2 p. 11^p 1^l, ce qui doit être multiplié par 1 toiſe 4 pieds, hauteur de la voûte: on aura au produit 12^t 2 p. 10^p 5^l.

On eût trouvé par la regle de Bullet, 13^t 5 p. 9^p 8^l, dont la différence en excès eſt une toiſe & demie, ou près du 8e du total, & cela dans un cas où la voûte ne s'écarte pas beaucoup du plein ceintre; car si elle s'en écartoit beaucoup, l'erreur pourroit bien monter à un tiers.

II. *Pour les Voûtes en cul-de-four surbaissé.*

Qu'on propose présentement un cul-de-four surbaissé. La regle sera encore, à fort peu de chose près, la même. On cherchera, comme ci-dessus, une troisieme proportionnelle à la hauteur & au rayon de la base, on en ajoutera les deux tiers au tiers du rayon de la base, & on cherchera la circonférence répondante à un rayon égal à cette somme : cette circonférence étant multipliée par la hauteur, on aura, à peu de chose près, la surface cherchée.

Soit un cul-de-four surbaissé, de 10 pieds de rayon de base, & 8 pieds de hauteur sous clef. Faites d'abord, comme 8 sont à 10, ainsi 10 sont à 12 pieds 6 pouces, dont les deux tiers sont 8 p. 4^p; le tiers de 10 pieds est d'un autre côté 3 p. 4^p, & la somme est 11 p. 8^p.

Or la circonférence répondante à un rayon de 11 p. 8^p, ou à un diametre de 23 p. 4^p, est 73 p. 4^p, ou 12^t 1 p. 4^p : multipliez ce nombre par la hauteur 8 p. ou 1^t 2^p, vous aurez 16^t 1 p. 9^p 4^l.

En suivant la regle de Bullet, on n'eût trouvé que 13^t 5 p. 9^p 8^l; ce qui fait 2^t 1 p. 11^p 8^l d'erreur en défaut, ou environ $\frac{1}{7}$ de la surface totale. Mais aussi il faut convenir que Bullet & Savot ne se doutent même pas de géométrie tant soit peu au dessus de la plus élémentaire.

REMARQUE.

Il nous seroit facile de donner pour les géometres des regles plus exactes ; car on sçait que la dimension des surfaces de sphéroïdes allongés, dépend de la mesure d'un segment elliptique ou circulaire tronqué, & celle des surfaces de sphéroïde applatis, de la mesure d'un espace hyperbolique ; conséquemment la premiere peut être déterminée au moyen d'une table de sinus & d'arcs de cercle, & l'autre en employant une table de logarithmes.

Quant à la méthode que nous avons donnée ci-dessus, elle est déduite d'après les mêmes principes ; mais en regardant un segment de cercle ou d'hyperbole de médiocre étendue, comme un arc de parabole, ce qui n'expose qu'à une fort petite erreur, quand ce segment ne fait lui-même qu'une petite partie de l'espace à mesurer ; cette considération fournit, dans une infinité de cas, des regles pratiques fort commodes.

Quelques architectes diront peut-être ; que nous importe de connoître avec précision la surface de ces voûtes ? Ce n'est pas quelques toises de plus ou de moins qu'on doit considérer ici. Je leur répondrai que, par la même raison, ils devroient bannir toute espece de toisé exact ; ils devroient s'embarrasser peu qu'Archimede ait démontré que la surface d'un hémisphere est égale à celle du cylindre de même base & de même hauteur ; ou, pour m'énoncer en leurs termes, que la surface d'une voûte en cul-de-four en plein ceintre, est égale au produit de la circonférence de la base par la hauteur. S'ils emploient, à l'égard des voûtes dont nous parlons, des regles aussi fautives, c'est qu'ils les croient exactes, & qu'elles leur ont été tracées par des gens qui ne sçavoient pas assez de géométrie pour en donner de meilleures.

PROBLÊME XI.

Mesure des voûtes en arcs de cloître, & des voûtes d'arête.

Il arrive souvent que, sur un emplacement quarré, ou quarré-long, ou polygone, on éleve une voûte formée de plusieurs berceaux, qui, prenant leur naissance des côtés de la base, viennent se réunir à un point commun, comme en un sommet, & forment en dedans autant d'angles rentrants qu'il y a d'angles dans la figure qui sert de base. Ces voûtes sont appellées *arcs de cloître*. On en voit la représentation dans la *fig. 17, pl. 4*.

Pl. 4, fig. 17, 18.

Mais si un emplacement, quarré par exemple, est voûté par deux berceaux comme dans la *fig. 18*, qui semblent se pénétrer, & qui forment deux arêtes ou angles rentrants, qui se coupent au plus haut de la voûte, on appelle cette voûte, *voûte d'arête*.

Or voici ce qu'il y a de remarquable sur ces voûtes.

1° *Toute voûte à arc de cloître à plein ceintre, sur une base quelconque quarrée ou polygone, est précisément double en surface de la base; de même qu'une voûte hémisphérique, ou cul-de-four en plein ceintre, est double en surface de sa base circulaire.*

En effet, on peut dire qu'une voûte hémisphérique n'est qu'une voûte à arc de cloître, sur un polygone d'une infinité de côtés.

Lors donc qu'on voudra mesurer la surface d'une voûte semblable, il suffira de doubler la surface de la base; bien entendu que les berceaux fussent en plein ceintre; car s'ils étoient surhaussés ou surbaissés, ils auroient à la base le même rapport qu'une voûte en cul-de-four ſurhauſſée ou ſurbaiſſée au cercle de ſa baſe.

2° *Une voûte à arc de cloître, & une voûte d'arête ſur un quarré, forment enſemble les deux berceaux complets élevés ſur ce quarré.* Cela eſt aiſé de voir dans la *fig. 19.* Pl. 4, fig. 19.

Ainſi, ſi des deux berceaux on ôte la voûte à arcs de cloître, il reſte la voûte à arêtes; ce qui fournit, dans ce cas, un moyen ſimple de meſurer les voûtes d'arête: car ſi de la ſomme des ſurfaces des deux berceaux, on ôte la ſurface de la voûte à arc de cloître, reſtera celle de la voûte d'arête.

Soit, par exemple, la baſe de 14 pieds en tout ſens; la circonférence du demi-cercle de chaque berceau ſera de 22 pieds, & la ſurface ſera de 22 par 14, ou 308 pieds quarrés: les deux berceaux réunis enſemble, donneront donc 616 pieds quarrés. Mais la ſurface intérieure de la voûte à arc de cloître, eſt deux fois la baſe, ou deux fois 196 ou 392: ôtant donc 392 de 616, reſtera 224 pieds quarrés pour la ſurface de cette voûte.

3° Si l'on cherchoit la ſolidité intérieure d'une voûte à arc de cloître, on la trouveroit par la regle ſuivante.

Multipliez la baſe par les deux tiers de la hauteur; le produit ſera la ſolidité cherchée: ce qui eſt évident, par la même raiſon que nous avons donnée plus haut, relativement à ſa ſurſace; car cette eſpece de voûte eſt, ſoit en ſolidité, ſoit en ſurface, au priſme de même baſe & même hauteur, en même rapport que l'hémiſphere au cylindre circonſcrit.

4° *La ſolidité de l'eſpace renfermé par la voûte* *d'arête sur un plan quarré ou quarré long, est les* $\frac{19}{21}$ *du solide de même base & même hauteur*, en supposant du moins le rapport approché du diametre à la circonférence du cercle, de 7 à 22.

Cela se démontre aussi facilement, en faisant remarquer que le solide intérieur d'une pareille voûte, est égal à la somme des deux berceaux ou demi-cylindres, moins une fois la solidité de la voûte en arc de cloître, qui dans ce double est comprise deux fois, & conséquemment doit en être retranchée.

PROBLÊME XII.

Comment on pourroit construire un pont de bois de 100 pieds & plus de longueur, & d'une seule arche, avec des bois dont aucun n'excéderoit quelques pieds de longueur.

JE suppose que, pour la construction d'un pareil pont, on n'eût que des bois d'un équarrissage assez fort, comme de 12 à 14 pouces, mais très-courts, comme d'une dixaine de pieds de longueur, ou que des circonstances particulieres empêchassent de frapper des files de pieux dans la riviere, pour porter les poutres qu'on emploie dans de pareilles constructions : comment pourroit-on s'y prendre pour construire ce pont, nonobstant ces difficultés ?

Je ne crois point que cela fût impossible, & voici comment on pourroit l'exécuter.

Je commencerois par tracer sur un grand mur l'épure du pont projeté, en décrivant deux arcs concentriques à la distance que comporteroit la longueur des bois à employer, que je suppose, par exemple, de 10 pieds ; je lui donnerois la forme d'un arc de 90° d'une culée à l'autre ; je diviserois ensuite cet arc en un certain nombre de parties égales, tel que l'arc de chacune n'excédât pas 5 ou 6 pieds.

Dans la supposition, par exemple, que nous faisons ici d'une distance de 100 pieds entre les deux culées, un arc de 90° qui la couvriroit, auroit 110 pieds de longueur, & son rayon auroit 70 pieds. Je diviserois donc cet arc en 22 parties égales de 5 pieds chacune, & je formerois, avec les bois ci-dessus, des especes de voussoirs de charpente de 8 ou 10 pieds de hauteur, sur 5 pieds de largeur à l'intrados, & 5 pieds 8 pouces 6 lignes à l'extrados ; car telle est la proportion de ces arcs, d'après les dimensions ci-dessus. La *fig.* 20 présente la forme d'un pareil voussoir, qu'on voit être formé de 4 pieces principales de bois fort, de 10 pouces au moins d'équarrissage, qui concourent deux à deux au centre de leur arc respectif ; de trois traverses principales à chaque face, comme AC, BD, EF, *ac*, *bd*, *ef*, qui doivent être de la plus grande force, & pour cet effet avoir 12 ou 14 pouces de champ sur 10 de largeur ; enfin de plusieurs traverses latérales, & moindres entre les deux faces, pour les lier entre elles & en divers sens, afin de les empêcher de fléchir. On pourroit donner à cette espece de voussoir 6 pieds de longueur ou d'intervalle entre ses deux faces AEFB, *aefb*. Pl. 4, fig. 20.

On formera ensuite une travée de l'arc proposé avec ces voussoirs de charpente, précisément comme si c'étoient des voussoirs de pierre. Enfin, lorsqu'on les aura assemblées, on liera ensemble les différentes pieces de cette charpente suivant les regles de l'art, soit par des clavettes, soit par des moises, & on aura une travée du pont. On en fera plusieurs l'une à côté de l'autre, suivant la largeur qu'on voudra lui donner, & on les liera pareillement aux premieres, de sorte à former un tout inébranlable. On aura, par ce moyen, un pont de bois d'une seule arche, que l'on auroit bien de la peine à élever par une autre construction.

Il nous reste à examiner si ces voussoirs auront la force de résister à la pression qu'ils exerceront les uns sur les autres. On n'en doutera point après le calcul suivant.

On conclud des expériences de M. Muschenbroeck, (*Essais de Physique*, T. I, ch. xj.) & de la théorie de la résistance des corps, qu'une piece de bois de chêne, de 12 pouces d'équarrissage en tout sens, & de 5 pieds de longueur, peut soutenir debout jusqu'à 264 milliers sans se briser; d'où il suit qu'une traverse comme AB ou EF, de 5 pieds de longueur & de 12 pouces sur 10 d'équarrissage, soutiendroit 220 milliers. Mais réduisons ce poids, pour plus de sureté, à 150 milliers: ainsi, comme nous avons six traverses de cette longueur, à quelques pouces plus ou moins, dans chacun de nos voussoirs de charpente, il s'ensuit que l'effort que peut soutenir un de ces voussoirs, est au moins de 900 milliers. Voyons maintenant quel effort réel il a à porter.

J'ai trouvé, par le calcul que j'ai fait du poids absolu d'un pareil voussoir, & en le supposant même renforcé outre mesure, qu'il peseroit tout au plus 7 à 8 milliers, ou 7500 livres. Ainsi celui qui reposeroit immédiatement sur l'une des culées, & qui seroit le plus chargé, en ayant 10 à supporter, ne ſeroit chargé que d'un poids de 75000 livres, poids néanmoins qui, à cauſe de la poſition de ce vouſſoir, exerceroit une preſſion de 115 milliers; nous la ſuppoſerons même de 120 milliers. Ainſi l'on doit conclure de ce calcul, qu'un pareil pont auroit non-ſeulement la force de ſe ſoutenir, mais encore celle de porter ſans aucun danger de rupture les plus lourds fardeaux: on en conclura même qu'il ſeroit ſuperflu que les bois fuſſent d'un ſi fort équarriſſage.

Si l'on comparoit la dépenſe d'un pareil pont à celle qu'entraîne la méthode ordinaire, on trouveroit peut-être auſſi qu'elle eſt beaucoup moindre; car un de nos vouſſoirs ne contiendroit pas plus de 45 à 50 pieces de bois *; ce qui, à raiſon de 600 liv. le cent, y compris les façons qui ſont fort ſimples, ne feroit qu'une ſomme de 300 liv. environ, & les 22 d'une travée 6600 liv.: conſéquemment, en en ſuppoſant quatre, ce ſeroit une ſomme de 26400 liv. Il y auroit, je l'avoue, enſuite bien d'autres dépenſes à faire pour compléter un pareil pont; mais il eſt ici moins queſtion de la dépenſe, que de la poſſibilité de l'exécution.

L'idée d'un pareil pont m'eſt venue à l'occaſion d'un paſſage dangereux dans la province de Cuſco au Pérou. On y traverſe un torrent qui coule entre deux rochers, éloignés d'environ 125 pieds, & a plus de 150 pieds de profondeur. Les naturels du pays y ont établi une *Taravita* ** où je faillis

* Ce qu'on appelle *piece*, en langage de charpente, eſt la quantité de 3 pieds cubes.

** C'eſt un pont indien, dont l'idée ſeule fait frémir. On met un homme dans un grand panier fait de lianes du périr. Arrivé à la ville la plus voisine, je réfléchis profondément sur les moyens de faire en ce lieu un pont de bois, & je trouvai cet expédient. Je proposai mon projet au corrégidor don *Jayme Alonzo y Cuniga*, homme fort instruit, & qui, aimant les François, me reçut très-bien. Il goûta fort mon idée, & convint qu'avec mille piastres on pourroit faire dans cet endroit un pont de 12 pieds de largeur, que tout le Pérou viendroit voir par curiosité. Mais étant parti trois jours après, je ne sçais si ce projet, dont cet honnête homme étoit enchanté, a eu quelque exécution.

Il est à remarquer qu'il seroit facile d'arranger les voussoirs d'un pareil pont, de maniere à pouvoir au besoin en extraire un pour y en substituer un autre; ce qui fourniroit le moyen d'y faire toutes les réparations nécessaires.

PROBLÊME XIII.

Est-il possible de faire une plate-bande qui n'ait aucune poussée latérale?

Il seroit fort avantageux de pouvoir exécuter un pareil ouvrage; car un des obstacles qu'éprouvent

---

pays; (ce sont des plantes sarmenteuses, dont les habitants de l'Amérique font presque tous leurs ouvrages de vannerie.) D'un côté du torrent à l'autre, est tendu un cable de la même matiere, sur lequel roule une poulie à laquelle le panier est attaché par une corde semblable. Quand on est embarqué dans cette machine, on vous tire d'un côté à l'autre par une corde attachée près de la poulie. Si cette corde se rompt, on reste ainsi suspendu quelques heures, jusqu'à ce qu'on y ait trouvé remede. On peut juger que la situation est fort intéressante pour ceux qui s'y trouvent.

les architectes à employer des colonnes, vient souvent de la poussée de leurs architraves, ce qui exige que les colonnes latérales soient butées par des massifs, ou doublées : c'est l'embarras qu'on éprouve sur-tout lorsqu'on fait des porches isolés & en saillie au devant d'un édifice, comme celui de Sainte-Genevieve: les deux plates-bandes, celle de la face & celle du côté, poussent la colonne ou les colonnes d'angles de telle maniere qu'on a beaucoup de peine à les assurer ; & l'on est même obligé d'y renoncer, si l'on ne trouve pas des pierres assez grandes pour pouvoir faire des architraves d'une seule piece d'une colonne à l'autre, au moins dans les travées les plus voisines des angles.

On éviteroit ces difficultés, si l'on pouvoit faire des plates-bandes sans poussée. Or c'est ce que je ne crois point impossible ; je crois même avoir trouvé un mécanisme propre à remplir cet objet. Je le donnerai quelque jour, lorsque j'aurai pu en faire l'épreuve en petit. On me permettra de proposer en attendant le problême aux architectes mécaniciens, & je m'estimerai heureux si j'excite quelqu'un d'eux à le résoudre.

PROBLÊME XIV.

Est-ce une perfection dans l'église de Saint-Pierre de Rome, qu'en la voyant pour la premiere fois, on ne la juge point aussi grande qu'elle l'est réellement, & qu'elle paroît après l'avoir parcourue?

QUOIQUE nous ayons annoncé au commencement de cette partie de notre ouvrage, que nous nous interdisions ce qui est purement matiere de goût, cependant, comme la question ci-dessus tient à des raisons physiques & métaphysiques, nous avons cru pouvoir lui donner place ici.

J'ai ouï vanter plus d'une fois, comme un effet de la perfection de l'église de Saint-Pierre de Rome, l'impression qu'elle fait au premier abord. Il n'est personne, à ce que j'ai lu & entendu dire, qui, entrant pour la premiere fois dans cette basilique, ne juge son étendue fort au dessous de ce que la renommée en publie. Il faut l'avoir parcourue, & en quelque sorte étudiée, pour concevoir une idée juste de sa grandeur.

Avant de hasarder notre avis, il n'est pas inutile d'examiner les causes de cette premiere impression. Nous pensons qu'elle a deux sources.

La premiere est le peu de parties principales dans lesquelles cet immense édifice est divisé; car il n'y a que trois arcades latérales, depuis l'entrée jusqu'à la partie du milieu qui constitue le dôme. Or, quoique de diviser une grande masse en beaucoup de petites parties, ce soit d'ordinaire en diminuer l'effet, il y a cependant un milieu à tenir, & Michel-Ange nous paroît avoir resté trop en deçà.

La seconde cause de l'impression que nous analysons, est la grandeur excessive des figures & des ornements qui servent d'accessoires à ces principales parties. En effet, nous ne jugeons des grandeurs auxquelles nous ne pouvons atteindre, que par comparaison avec les objets qui leur sont voisins, & dont les dimensions nous sont familieres. Mais si ces objets dont les dimensions nous sont connues, ou à peu près données par la nature, en accompagnent d'autres avec lesquels ils aient un rapport trop approchant de l'égalité, il s'en ensuivra nécessairement que ces derniers perdront, dans l'imagination du spectateur, une partie de leur grandeur. Or tel est le cas de l'église de Saint-Pierre de Rome : les figures placées dans les niches qui décorent le nud des piliers des arcades, entre les pilastres, celles qui décorent les tympans des arcades latérales, sont à la vérité gigantesques ; mais ce sont des figures humaines ; elles sont d'ailleurs, pour la plupart, élevées très-haut : ainsi elles paroissent moindres, & font paroître moindres les parties principales qu'elles accompagnent.

Il est des personnes à qui cette illusion paroît un chef-d'œuvre de l'art & du génie du célebre architecte, principal auteur de ce monument : me sera-t-il permis de ne pas être de leur avis ? Car quel est l'objet qu'ont eu les auteurs de cet immense édifice, & qu'auront toujours ceux qui en éleveront qui excedent les mesures ordinaires ? C'est sans doute d'exciter l'étonnement & l'admiration. Je suis convaincu que Michel-Ange eût été mortifié, s'il eût entendu un étranger arrivé récemment à Rome, & entrant pour la premiere fois dans Saint-Pierre, dire comme presque tout le monde : *Voilà une église dont on publie par-tout l'immensité : elle est grande, il est vrai ; mais elle ne l'est pas autant qu'on le dit.*

Il y auroit, ce me semble, bien plus d'artifice à construire un édifice qui, médiocrement grand, saisît tout-à-coup l'imagination par l'idée d'une étendue considérable, que d'en construire un immense qui, au premier abord, paroît médiocre. Je ne pense pas que les avis puissent être partagés sur cela. Quelle que soit donc la perfection qu'on ne peut refuser à l'église de Saint-Pierre, en ce qui concerne l'harmonie des proportions, la belle & noble architecture, nous croyons que Michel-Ange a manqué son but quant à l'objet que nous considérons ici, & il est probable que des accessoires moins gigantesques l'en eussent rapproché. Si, par exemple, les enfants qui portent les bénitiers eussent été moins grands, si les figures qui accompagnent les archivoltes de ses arcades latérales eussent été moins énormes, ainsi que celles qui décorent les niches qui sont entre ses pilastres, la comparaison des uns avec les autres eût fait paroître les parties principales beaucoup plus grandes. On l'éprouve lorsque, retirant les yeux de dessus ces objets gigantesques, on les porte sur un homme qui est vers le milieu ou l'autre extrémité de l'église : c'est alors que, comparant sa grandeur propre avec celle des parties principales de l'édifice qui l'avoisinent, on commence à prendre une idée de son étendue, & qu'on est pénétré d'étonnement : mais cette seconde impression est l'effet d'une sorte de raisonnement ; & ce sentiment n'a plus la même énergie quand il est produit de cette maniere, que lorsqu'il est l'effet d'une premiere vue.

Pendant que nous discutons cette matiere, nous sera-t-il permis de faire ici quelques observations sur les moyens d'aggrandir, pour ainsi dire, un espace à l'imagination ? Il nous a paru que rien n'y contribue davantage que des colonnes isolées, je veux dire par-là non engagées ; car, du reste, qu'elles soient accouplées, groupées, elles produisent toujours plus ou moins cet effet, quoique sans doute il vaille mieux les employer simples. Il en résulte, à chaque position du spectateur, des percés différents, & une variété d'aspects qui étonne l'imagination & qui la trompe.

Mais il faut, lorsqu'on emploie des colonnes, qu'elles soient grandes: autant elles sont alors majestueuses, autant sont-elles, à mon avis, mesquines lorsqu'elles sont petites, & sur-tout portées par des piédestaux. La cour du Louvre, quoique d'ailleurs très belle, en imposeroit bien davantage, si ses colonnes, au lieu d'être guindées sur des piédestaux maigres, partoient de terre simplement élevées sur un socle, comme l'on voit celles de quelques vestibules de ce palais. On diroit, & je suis tenté de le croire, que les piédestaux ont été inventés pour faire servir des colonnes de hasard, qui n'avoient pas les dimensions requises pour l'édifice.

Si donc Michel-Ange, au lieu de former ses travées latérales d'immenses arcades supportées par des piliers décorés de pilastres, y eût employé des groupes de colonnes; si, au lieu de ne mettre que trois travées d'arcades latérales entre l'entrée & la partie du dôme, il y en eût mis un plus grand nombre, ce que cette disposition lui eût permis; si les figures employées au milieu de cette décoration n'eussent pas excessivement surpassé le naturel; nous ne doutons point que, dès le premier aspect, on n'eût été frappé d'étonnement, & que la basilique n'eût paru beaucoup plus grande.

Mais il faut remarquer en même temps que, dans le siecle de Michel-Ange, on n'avoit pas sur la résistance des matériaux, & sur la physique ou la mécanique de l'architecture, les lumieres qu'on a aujourd'hui. Il est probable qu'il n'eût pas osé charger des colonnes, même groupées, d'un poids aussi considérable que celui qu'il avoit à élever au deſſus de ſes piliers. Mais des expériences récentes ſur la force des pierres, prouvent qu'il n'eſt preſque pas de poids qu'une colonne iſolée, de ſix pieds de diametre, faite de bonne pierre bien dure, bien choiſie & bien appareillée, ne ſoit capable de ſupporter. Nos anciennes égliſes, aſſez mal-à-propos appelées *gothiques*, en ſont la preuve; car on en voit quelques-unes dont toute la maſſe repoſe ſur des piliers ayant à peine ſix pieds de diametre & quelquefois moins : auſſi préſentent-elles en général un air d'étendue que l'architecture grecque, employée dans les mêmes lieux, ne donne point.

RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

DIXIEME PARTIE,

Contenant les pratiques les plus curieuses & les plus récréatives de la Pyrotechnie.

Je ne sçais d'où vient l'usage où l'on est de mettre la pyrotechnie au nombre des parties des mathématiques. Quiconque voudra y faire attention, se convaincra facilement que c'est un art qui n'est nullement mathématique, quoiqu'on y fasse usage de dimensions, de proportions, &c. Il est un grand nombre d'autres arts qui pourroient, à plus juste titre, être rangés parmi ces sciences.

Quoi qu'il en soit, comme on désapprouveroit probablement notre ſilence ſur cet art, qui préſente une matiere conſidérable à l'amuſement, & comme il tient du moins à la phyſique, nous allons en faire l'objet d'une des parties de cet ouvrage. Au reſte nous n'avons nul deſſein de donner un traité complet de pyrotechnie ; nous nous bornerons à ce qu'il y a de plus commun & de plus curieux : nous en écarterons auſſi tout ce qui a trait à l'art funeſte de détruire les hommes. Nous ne trouvons rien de récréatif dans le mouvement d'un boulet qui emporte des files de ſoldats, ni dans l'action d'une bombe ou d'un globe à feu qui incendie une ville. Les éditeurs précédents, & continuateurs de M. Ozanam, avoient apparemment l'eſprit fort militaire, s'ils n'ont vu dans cela qu'une récréation honnête. Pour nous, qui avons puiſé dans l'heureuſe Penſylvanie d'autres principes, nous frémirions de nous occuper, par forme d'amuſement, de pareilles atrocités.

La pyrotechnie, telle que nous l'enviſageons ici, eſt donc l'art de manier le feu, & de former, au moyen de la poudre à canon & autres matieres inflammables, diverſes compoſitions, agréables aux yeux par leur forme & leur éclat. Tels ſont les fuſées, les ſerpenteaux, gerbes de feu, ſoleils fixes ou tournants, & autres pieces d'artifice, employées dans les décorations & feux de joie.

La poudre à canon étant l'ingrédient le plus commun qu'on emploie dans la pyrotechnie, nous devons commencer par parler de ſa compoſition.

SECTION PREMIERE.

De la Poudre à canon.

LA poudre à canon eſt une compoſition de ſoufre, de ſalpêtre & de charbon pulvériſés : ces trois ingrédients, mêlés enſemble à des doſes convenables, forment un tout dont l'inflammabilité eſt prodigieuſe, telle enfin que le haſard ſeul pouvoit la faire connoître. Une étincelle ſuffit pour enflammer, dans un inſtant preſque indiviſible, la maſſe la plus conſidérable de cette compoſition. L'expanſion que reçoit tout-à-coup, ſoit l'air logé entre les interſtices de ſes grains, ſoit l'acide nitreux, qui eſt un des éléments du ſalpêtre, produit un effort auquel rien ne peut réſiſter, & les plus lourdes maſſes ſont chaſſées avec une viteſſe inconcevable. Tel eſt l'effet de la poudre à canon, effet que la méchanceté des hommes n'a pas tardé d'appliquer à leur deſtruction. Diſons pourtant que cette invention, ſi ſouvent qualifiée de *diabolique*, n'eſt pas auſſi funeſte à l'humanité qu'elle le paroît du premier abord : les combats ſemblent être devenus moins meurtriers, depuis qu'on y en fait principalement uſage ; &, comme le remarque le célebre Maréchal de Saxe, le bruit & la fumée des armes à feu, dans une bataille, ſont plus conſidérables que leur exécution. Exceptons-en néanmoins le canon, quand il eſt bien dirigé. Mais revenons à notre ſujet, & donnons une idée de la fabrication de la poudre.

Le soufre est, comme l'on sçait, un mixte composé de l'acide vitriolique combiné avec le phlogistique ou le feu principe. On n'entendra ceci que quand on aura lu la partie chymique de cet ouvrage.

Le salpêtre est un sel formé de la combinaison d'un acide particulier, appelé l'acide nitreux, avec l'alkali fixe végétal. La propriété de cet acide, qui sert de base à la poudre, est la celle qu'elle a de détonner aussi-tôt qu'elle est touchée par un charbon enflammé. Il faut nécessairement, pour produire cet effet, une matiere charbonneuse en feu; car un fer rouge ne le produiroit pas; & c'est-là la raison pour laquelle le charbon pulvérisé est un ingrédient nécessaire de la poudre.

Il est superflu de décrire le charbon; il suffit de dire que le charbon qui a été trouvé le plus propre à la composition de la poudre, est celui du fusain ou bourdaine.

Pour faire de la poudre, prenez donc,

100 livres de nitre bien purifié & pulvérisé,
25 livres de soufre bien pur & en poudre,
25 livres de charbon en poudre;

mêlez ces trois ingrédients ensemble, & ajoutez-y une quantité d'eau suffisante pour les réduire en une pâte humide. Mettez le tout dans un mortier de bois ou de cuivre, &, avec un pilon aussi de bois ou de cuivre, (pour prévenir l'inflammation) pilez ces matieres pendant vingt-quatre heures, pour les bien mélanger, en ayant l'attention de les tenir toujours médiocrement humides. Lorsque le tout sera bien incorporé, versez cette matiere sur un tamis percé de petits trous de la grosseur que vous voulez donner à la poudre. En l'y pressant dessus, & secouant le crible, elle passera toute en grains, qu'il faudra faire sécher au soleil ou dans une étuve sans feu. Lorsqu'elle sera seche, on la renfermera dans des vases qui la tiennent à l'abri de l'humidité.

Tout le monde sçait que l'usage considérable qu'on fait de la poudre, a fait inventer une machine qu'on appelle *moulin à poudre ;* que cette machine consiste en un arbre tournant au moyen d'une roue mue par un courant ; que cet arbre est garni, dans toute sa longueur, de bras saillants qui soulevent successivement une suite de pilons, & les laissent retomber ; qu'au dessous de ces pilons sont autant de vases ou mortiers de cuivre, qui contiennent la matiere à broyer & à incorporer ; qu'enfin cette machine est un fort mauvais voisin : car, malgré les précautions que l'on prend, il en est peu qui ne sautent en l'air de temps à autre : c'est pourquoi il est très à propos qu'elles soient éloignées des villes.

Voilà à peu près tout ce qu'il convient de sçavoir ici sur la fabrication de la poudre. Disons quelques mots sur les causes physiques de son inflammation & de son explosion.

La poudre étant composée des ingrédients ci-dessus, lorsqu'une étincelle, excitée par le briquet ou la batterie du fusil, tombe sur ce mixte, elle met le feu à quelque parcelle de charbon. Cette parcelle enflammée fait détonner, & réduit en flamme le nitre avec lequel elle est mélangée ou contiguë, ainsi que le soufre, dont la combustibilité est reconnue. Voilà donc tout-à-coup les parcelles de charbon contiguës à la premiere, qui sont enflammées elles-mêmes, & qui produisent le même effet à l'égard de la masse environnante: ainsi la premiere parcelle embrasée en embrase cent contiguës, & ces cent portent l'embrasement dans dix mille, ces dix mille dans un million. On sent aisément qu'une inflammation dont la progression est aussi rapide, ne peut manquer de s'étendre, dans un temps extrêmement court, d'un bout à l'autre de la plus grande masse.

Nous remarquerons encore à l'appui de cette explication, que la poudre grainée s'enflamme beaucoup plus rapidement que celle qui ne l'est pas. Celle-ci ne fait que fuser assez lentement, pendant que l'autre prend feu presque subitement; & parmi les poudres grainées, celle qui l'est en grains ronds, comme la poudre de Suisse, s'enflamme plus rapidement que celle qui l'est en grains irréguliers oblongs, &c. comme les poudres françoises. Cela vient de ce que la premiere laisse à la flamme des premiers grains enflammés, des interstices plus grands & plus libres; ce qui fait que l'inflammation marche à proportion plus rapidement.

Quant à l'expansion de la poudre enflammée, est-ce l'air interposé entre ses grains, qui en est la cause, ou le fluide aqueux qui entre dans la composition du nitre, qui produit cette expansion? Je doute que ce soit l'air; son expansibilité ne me paroît pas suffire à expliquer le phénomene: mais on sçait que l'eau, réduite en vapeurs par le contact de la flamme, occupe un espace 14000 fois plus grand que son volume primitif, & que sa force est très-considérable. C'est ce qui me fait penser que c'est l'acide nitreux qui, dans l'inflammation, se réduit en vapeurs, & que telle est la cause de la violence avec laquelle agit la poudre.

REMARQUES.

I. Ainſi c'eſt une imbécillité que de croire à ce qu'on appelle la *poudre blanche*, c'eſt-à-dire à une poudre qui chaſſe une balle ſans aucun bruit; car il ne peut y avoir de force ſans expanſion ſubite, & d'expanſion ſubite ſans choc de l'air, ce qui produit le ſon.

II. C'eſt une puérilité que d'enſeigner, comme l'on fait dans les précédentes éditions de cet ouvrage, à faire de la poudre rouge, verte, bleue, &c.; car à quoi bon cela?

Nous allons donc paſſer à notre objet principal, ſçavoir, la conſtruction des pieces d'artifice les plus uſitées & les plus curieuſes.

SECTION II.

Conſtruction des Cartouches de Fuſées volantes.

LA fuſée eſt un cartouche, ou canon de carton, qui, étant plein en partie de poudre à canon, de ſalpêtre & de charbon, s'éleve de lui-même en l'air lorſqu'on y applique le feu.

Il y a trois ſortes de fuſées: les *petites*, dont le calibre n'excede pas une livre de balle, c'eſt-à-dire dont l'orifice a pour largeur le diametre d'une balle de plomb qui ne peſe pas plus d'une livre; car on meſure les calibres ou orifices des moules ou modeles des fuſées, par les diametres de balles de plomb. Les *moyennes*, qui portent depuis une livre juſqu'à trois livres de balle; & les *grandes*, qui portent depuis trois livres jusqu'à cent livres de balle.

Pour donner à ce cartouche une même longueur & une même épaisseur, afin qu'on puisse faire autant de fusées qu'on voudra d'une même portée & d'une égale force, on le met dans un cylindre concave solide, ou piece solide concave tournée exactement au tour, qu'on appelle *modele*, *moule* & *forme*. Ce modele est quelquefois de métal ; il doit être au moins de quelque bois très-dur.

Il ne faut pas confondre ce moule ou modele, avec une autre piece de bois qu'on appelle *bâton*, autour duquel on roule le carton ou gros papier qui sert à faire le cartouche. Le calibre du moule étant divisé en huit parties égales, on en donne cinq au diametre du bâton, qui est ici représenté
Pl. 1, par la lettre B, & le moule par la lettre A. Le
fig. 1. reste de l'espace qui se trouvera entre le bâton & la surface intérieure du moule, c'est-à-dire les trois huitiemes du calibre du moule, sera rempli exactement par le cartouche.

Comme on fait des fusées de différentes grandeurs, on doit aussi avoir des moules de différentes hauteurs & grosseurs. Le calibre d'un canon n'est autre chose que le diametre de la bouche du canon ; & l'on appellera ici le calibre d'un moule, le diametre de l'ouverture de ce moule.

La grosseur du moule se mesure par le calibre de ce moule. La hauteur du moule n'a pas, dans les fusées différentes, la même proportion avec son calibre, car on diminue cette hauteur à mesure que le calibre augmente. La hauteur du moule, pour les petites fusées, doit être sextuple de son calibre. Mais il suffit que la hauteur du moule, pour les moyennes & les grandes fusées, soit quintuple ou même quadruple du calibre de leurs moules.

On donnera à la fin de cette Section deux tables, dont l'une servira à connoître les calibres des moules au dessous d'une livre de balle, & l'autre servira à connoître les mêmes calibres, depuis une livre jusqu'à cent livres de balle.

On se sert de gros papier ou de carton pour former les cartouches. On roule ce papier autour du bâton B, & on le colle avec de la colle faite de fine farine détrempée dans de l'eau. Ce papier roulé doit avoir un huitieme & demi du calibre du moule, selon la proportion qu'on a donnée au diametre du bâton ou baguette B. Mais si on vouloit donner au diametre de ce bâton les trois quarts du calibre du moule, on donneroit à l'épaisseur du cartouche un douzieme & demi de ce calibre. Pl. 1, fig. 1.

Quand le cartouche est formé, on retire en tournant la baguette B, jusqu'à ce qu'elle soit éloignée du bord du cartouche de la longueur de son diametre. On passe sur le cartouche, à l'endroit où se trouve l'extrémité du bâton, une ficelle, à laquelle on fait faire deux tours; & dans le vuide qui a été laissé au cartouche, on fait entrer une autre baguette ou bâton, de maniere qu'il reste quelque espace entre ces deux bâtons. Cette ficelle doit être arrêtée par un bout à un clou attaché à quelque chose de ferme, & avoir à l'autre bout un bâton que l'on passe entre les jambes, de sorte qu'il demeure au derriere de celui qui étrangle le cartouche. Alors on tire la ficelle en reculant, & on serre le cartouche jusqu'à ce qu'il ne demeure au dedans qu'une ouverture où l'on puisse faire entrer la broche du culot DE.

Cela étant fait, on ôte la corde qui servoit à étrangler, & à sa place on met une autre ficelle; on la serre bien fort, en lui faisant faire plusieurs tours, & on l'arrête par des nœuds coulants, que l'on fait les uns sur les autres.

Outre le bâton B, on se sert encore d'une baguette C, qui, servant à charger le cartouche, doit être tant soit peu plus petite que le bâton B, afin qu'elle puisse entrer à l'aise dans le cartouche. Cette baguette C est percée dans sa longueur assez profondément pour recevoir la broche du culot DE, qui doit entrer dans le moule A, & se joindre exactement à sa partie inférieure. La broche, qui va en diminuant, entre dans le cartouche par l'endroit qui est étranglé: elle sert à conserver un trou au dedans de la fusée. Elle doit être haute d'un peu plus des deux tiers de la hauteur du moule, lorsqu'il n'a point son culot. Enfin, si on donne à sa base l'épaisseur du quart du calibre du moule, on donnera à sa pointe un sixieme du même calibre.

Pl. 1, fig. 1.

Il est clair qu'on doit avoir au moins trois baguettes, telles que C, qui soient percées à proportion de la diminution de la broche, afin que la poudre, qu'on frappe à grands coups de maillet, soit également entassée dans toute la longueur de la fusée. On voit bien aussi que ces baguettes doivent être faites d'un bois fort dur, pour pouvoir résister aux coups de maillet.

Il est plus commode de ne point se servir de broche en chargeant les fusées : lorsqu'elles sont chargées sur un culot sans broche, avec une seule baguette massive, on les perce avec une tariere vuide, & un poinçon mis au bout d'un vilbrequin. On observe cependant de faire ce trou dans la proportion qu'on a donnée à la diminution de la broche du culot, c'eſt-à-dire que l'extrémité du trou qui eſt à l'étranglement du cartouche, doit avoir environ le quart du calibre du moule; & l'extrémité du trou qui eſt dans l'intérieur, environ aux deux tiers de la fuſée, doit avoir le ſixieme du même calibre. Il faut que le trou qu'on fera, paſſe directement par le milieu de la fuſée. Au reſte l'expérience & l'induſtrie feront connoître ce qui ſera plus commode, & comment on peut varier la maniere de charger les fuſées, que nous allons expliquer.

Après avoir placé le cartouche dans le moule, on y verſe peu à peu la compoſition préparée, en obſervant de n'y mettre qu'une ou deux cuillerées à-la-fois, que l'on battra auſſi-tôt avec la baguette C, en frappant perpendiculairement deſſus avec un maillet de groſſeur proportionnée, & en donnant un nombre égal de coups, par exemple 3 ou 4, à chaque fois qu'on verſera de nouvelle compoſition.

Quand le cartouche ſera rempli juſques vers la moitié de ſa hauteur, on ſéparera avec un poinçon la moitié des doubles du carton qui reſte, on les repliera ſur la compoſition, & on les foulera avec la baguette & quelques coups de maillet, pour preſſer le carton replié ſur la compoſition.

On percera ce carton replié de 3 ou 4 trous, Pl. 1,
avec un poinçon, qu'on fera entrer juſqu'à la fig. 2.
compoſition de la fuſée, comme l'on voit en A. Ces trous ſervent à donner communication du corps de la fuſée à la chaſſe, qui n'eſt autre choſe que l'extrémité du cartouche qu'on a laiſſée vuide.

Dans les petites fuſées on remplit cette chaſſe de poudre grainée, qui ſert à la faire péter; puis on la couvre de papier, & on l'étrangle comme on a fait à l'autre extrémité. Mais, dans les autres fuſées, on y ajuſte le pot, qui contient les étoiles, les ſerpenteaux, les fuſées courantes, comme on le verra plus loin.

On peut néanmoins ſe contenter de faire, avec une tariere ou avec un poinçon, un ſeul trou, qui ne ſoit ni trop large ni trop étroit, comme d'un quart du diametre de la fuſée, pour donner feu à la poudre, en prenant garde que ce trou ſoit le plus droit qu'il ſera poſſible, & juſtement au milieu de la compoſition.

Au reſte on doit obſerver de faire entrer dans ces trous un peu de compoſition de la fuſée, afin que la communication du feu à la chaſſe ne manque point.

Il reſte à charger la fuſée de ſa baguette; ce qu'on fait ainſi.

La fuſée étant faite comme on vient de le dire, on y lie une baguette de bois léger, comme de ſapin ou d'oſier, qui ſera groſſe & plate au bout qui joint la fuſée, & qui ira en diminuant vers l'autre bout. Cette baguette ne doit être ni tortue, ni courbe, ni noueuſe, mais droite autant qu'il ſe pourra, & dreſſée, s'il en eſt beſoin, avec le rabot. Sa longueur & ſa peſanteur doivent être proportionnées à la fuſée, enſorte qu'elle ſoit ſix, ſept ou huit fois plus longue que la fuſée, & qu'elle demeure en équilibre avec elle, en la tenant ſuſpendue ſur le doigt près de la gorge à un pouce ou un pouce & demi.

Avant que d'y mettre le feu, on met la gorge en bas, & on l'appuie ſur deux clous perpendiculairement à l'horizon. Pour la faire monter plus haut & plus droit, on ajoute à ſa tête A un chapiteau pointu, fait de papier ſimple, comme C; ce qui ſert à faciliter le paſſage de la fuſée à travers l'air.

Ces fuſées ſe font ordinairement plus compoſées; on y ajoute pluſieurs autres choſes pour les rendre plus agréables: par exemple, on ajoute à leur tête un pétard, qui eſt une boîte de fer blanc ſoudée, & pleine de poudre fine. On poſe le pétard ſur la compoſition, par le bout où il a été rempli de poudre, & on rabat ſur ce pétard le reſte du papier du cartouche ou de la fuſée, pour l'y tenir fermé. Le pétard fait ſon effet quand la fuſée eſt en l'air, & que la compoſition eſt conſumée.

On leur ajoute auſſi des étoiles, de la pluie d'or, des ſerpenteaux, des ſauciſſons, & pluſieurs autres choſes agréables, dont nous enſeignerons la compoſition dans la ſuite. Ce qui ſe fait en ajuſtant à la tête de la fuſée un pot ou cartouche vuide, & beaucoup plus large que la fuſée n'eſt groſſe, afin qu'il puiſſe contenir les ſerpenteaux, les étoiles, & tout ce qu'on voudra, pour faire une belle fuſée.

On peut faire des fuſées qui s'élevent en l'air ſans baguettes. Pour cela il faut leur attacher quatre panaceaux diſpoſés en croix, & ſemblables à ceux qu'on voit aux fleches ou dards, comme A. La longueur de ces panaceaux doit être égale aux deux tiers de la fuſée; leur largeur vers le bas, à la moitié de leur longueur; & leur épaiſſeur, de celle d'un carton.

Mais cette maniere de faire monter les fuſées, eſt beaucoup moins sûre & moins commode que celle des baguettes; c'eſt pourquoi elle eſt très-rarement employée.

Il nous faut maintenant donner la maniere de connoître les diametres ou les calibres des fusées, relativement à leurs poids ; sur quoi il faut d'abord sçavoir qu'on appelle une fusée d'une livre, celle dans laquelle entre juste une balle de plomb d'une livre ; & ainsi des autres. Voici donc deux tables pour cet effet, l'une pour les fusées dont le poids est d'une livre ou au dessous, l'autre pour celles qui excedent une livre, depuis ce poids jusqu'à cinquante livres.

Premiere Table, du Calibre des Moules d'une livre & au dessous.

Onces.	Lignes.	Gros.	Lignes.
16	$19\frac{1}{2}$	7	$7\frac{1}{4}$
12	17	6	7
8	15	5	$6\frac{1}{3}$
7	$14\frac{3}{4}$	4	$6\frac{1}{4}$
6	$14\frac{1}{4}$	3	$5\frac{2}{3}$
5	13	2	$4\frac{1}{2}$
4	$12\frac{1}{3}$	1	$3\frac{3}{4}$
3	$11\frac{1}{2}$		
2	$9\frac{1}{6}$		
1	$6\frac{1}{2}$		

L'inspection seule de cette table suffit pour en connoître l'usage ; car on y voit qu'une fusée de 12 onces, par exemple, doit avoir 17 lignes de diametre ; une de 8 onces, 15 lignes ; une de 5 gros ou $\frac{5}{8}$ d'once, 6 lignes un tiers ; &c.

Si au contraire on a le diametre de la fusée, il sera facile de connoître aussi-tôt quel est le poids de la balle qui convient à ce calibre. Par exemple, si ce diametre est de 13 lignes, on verra aussi-tôt, en cherchant ce nombre dans la colonne des lignes, qu'il convient à une balle de 5 onces; &c.

Seconde Table, pour les Calibres des Moules depuis 1 liv. jusqu'à 50 liv. de balle.

No.	Cal.	No.	Cal.	No.	Cal.	No.	Cal.
1 liv.	100	14	241	27	300	40	341
2	126	15	247	28	304	41	344
3	144	16	252	29	307	42	347
4	158	17	257	30	310	43	350
5	171	18	262	31	314	44	353
6	181	19	267	32	317	45	355
7	191	20	271	33	320	46	358
8	200	21	275	34	323	47	361
9	208	22	280	35	326	48	363
10	215	23	284	36	330	49	366
11	222	24	288	37	333	50	368
12	228	25	292	38	336		
13	235	26	296	39	339		

Voici l'explication de cette seconde table.

Si vous connoissez le poids de la balle, (supposons-le de 24 livres) cherchez ce nombre dans la colonne des livres; vous trouverez à côté, dans la colonne des calibres, le nombre 288. Faites donc cette proportion, comme 100 sont à $19\frac{1}{2}$, ainsi 288 sont à un quatrieme terme: ce sera le nombre des lignes du calibre cherché; c'est-à-dire, il suffira de multiplier le nombre trouvé (c'est ici 288) par $19\frac{1}{2}$. Du produit, qui est ici 5616, retranchez les deux derniers chiffres; vous aurez 56 & $\frac{16}{100}$: ainsi le calibre cherché sera 56 lignes, ou 4 pouces 8 lignes & $\frac{4}{25}$ ou $\frac{1}{6}$.

Si au contraire, connoissant le calibre en lignes, on veut trouver le poids de la balle qui convient à la fusée, cela sera également facile. Que ce calibre soit, par exemple, 28 lignes: faites, comme $19\frac{1}{2}$ sont à 28, ainsi 100 à un quatrieme terme, qui sera $143\frac{23}{39}$, ou bien près de 144. Or, dans la table ci-dessus, on trouve dans la seconde colonne 144, & à côté, dans la premiere, le nombre 3; ce qui enseigne que la fusée de 28 lignes de diametre ou de calibre, est une fusée de bien près de 3 livres de balle.

SECTION III.

De la Composition de la Poudre des Fusées, & de la maniere de les charger.

LA composition des fusées doit être différente, selon les différentes grandeurs Celle qui convient aux petites fusées seroit trop violente pour les grosses. C'est un fait à peu près convenu entre les

les artificiers. Voici donc celles que l'expérience a fait reconnoître pour les meilleures.

Pour les fusées qui peuvent contenir une ou deux onces de matiere.

Ajoutez à une livre de poudre d'arquebuse, deux onces de charbon doux : ou bien à une livre de poudre d'arquebuse, une livre de grosse poudre pour les canons : ou bien à neuf onces de poudre d'arquebuse, deux onces de charbon : ou bien encore, ajoutez à une livre de poudre, une once & demie de salpêtre & autant de charbon.

Pour les fusées de deux à trois onces.

Ajoutez à quatre onces de poudre, une once de charbon : ou bien à neuf onces de poudre, deux onces de salpêtre.

Pour une fusée de quatre onces.

Ajoutez à quatre livres de poudre, une livre de salpêtre & quatre onces de charbon, &, si vous voulez, une demi-once de soufre : ou bien à une livre & deux onces & demie de poudre, quatre onces de salpêtre & deux onces de charbon : ou bien à une livre de poudre, quatre onces de salpêtre & une once de charbon : ou bien à dix-sept onces de poudre, quatre onces de salpêtre & autant de charbon : ou bien encore, ajoutez à trois onces & demie de poudre, dix onces de salpêtre & trois onces & demie de charbon. La composition sera plus forte, si vous la faites de dix onces de poudre, de trois onces & demie de salpêtre, & de trois onces de charbon.

Pour les fusées de cinq ou six onces.

Ajoutez à deux livres & cinq onces de poudre, une demi-livre de salpêtre, deux onces de soufre, six onces de charbon, & deux onces de limaille de fer.

Pour les fusées de sept ou huit onces.

Ajoutez à dix-sept onces de poudre, quatre onces de salpêtre & trois onces de soufre.

Pour les fusées de huit à dix onces.

Ajoutez à deux livres & cinq onces de poudre, une demi-livre de salpêtre, deux onces de soufre, sept onces de charbon, & trois onces de limaille de fer.

Pour les fusées de dix à douze onces.

Ajoutez à dix-sept onces de poudre, quatre onces de salpêtre, trois onces & demie de soufre, & une once de charbon.

Pour les fusées de quatorze ou quinze onces.

Ajoutez à deux livres & quatre onces de poudre, neuf onces de salpêtre, trois onces de soufre, cinq onces de charbon, & trois onces de limaille de fer.

Pour les fusées d'une livre.

Ajoutez à une livre de poudre, une once de soufre & trois onces de charbon.

Pour une fusée de deux livres.

Ajoutez à une livre & quatre onces de poudre, deux onces de ſalpêtre, une once de ſoufre, trois onces de charbon, & deux onces de limaille de fer.

Pour une fuſée de trois livres.

Ajoutez à trente onces de ſalpêtre, ſept onces & demie de ſoufre, & onze onces de charbon.

Pour les fuſées de quatre, cinq, ſix, ou ſept livres.

Ajoutez à trente-une livres de ſalpêtre, quatre livres & demie de ſoufre, & dix livres de charbon.

Pour les fuſées de huit, neuf, ou dix livres.

Ajoutez à huit livres de ſalpêtre, une livre & quatre onces de ſoufre, & deux livres & douze onces de charbon.

Ayant ainſi déterminé la proportion des diverſes matieres qui entrent dans la compoſition des fuſées qu'on a deſſein de faire, avant que de les mêler enſemble, il les faut piler chacune à part, les paſſer par un tamis, & enſuite les peſer & les mêler enſemble, pour en charger le cartouche, qu'on doit tenir tout prêt dans ſon moule ou modele, & qui doit être fait d'un papier fort, doublement collé avec de la colle faite avec de l'eau claire & de la fine farine, comme on l'a dit ci-deſſus. On chargera enfin la fuſée comme on l'a expliqué dans la ſection précédente.

Des Etoupilles.

Avant que d'aller plus loin, il eſt auſſi néceſſaire de donner la compoſition de l'étoupille, dont l'uſage eſt continuel & néceſſaire pour les communications du feu. L'on appelle ainsi l'étoupe que l'on prépare pour les feux d'artifice, & qui sert pour amorcer toutes sortes de machines pour les feux artificiels, comme des fusées, des lances à feu, des étoiles, & autres choses semblables. On l'appelle aussi *meche pyrotechnique*, pour la distinguer de la *meche commune*, qui ne sert que pour amorcer les armes à feu ; d'où vient qu'au lieu de dire amorcer, on dit, en termes de pyrotechnie, *étoupiller*, quand on se sert de l'étoupille, dont la construction est telle.

Prenez du fil de lin, de chanvre ou de coton, doublez-le huit ou dix fois, si vous en voulez faire une amorce pour les grosses fusées & les lances à feu ; ou seulement quatre ou cinq fois, si c'est pour passer au travers des étoiles. Ayant fait une meche d'autant de cordons qu'elle soit assez grosse pour votre usage, sans qu'ils soient trop tors, trempez-la dans de l'eau pure, & la pressez entre les mains, pour en faire sortir l'eau. Trempez aussi de la poudre à canon dans un peu d'eau, pour la réduire en boue, dans laquelle vous tremperez votre meche, en la tournant & la maniant jusqu'à ce qu'elle soit bien imbibée de cette poudre : après cela retirez votre meche, & mettez par-dessus un peu de poudre seche pulvérisée ; ou bien, ce qui est la même chose, semez sur quelque grande planche bien polie, de la poussiere de bonne poudre, & roulez votre meche par dessus. De cette maniere vous aurez une meche excellente, qui, étant séchée au soleil, ou à l'ombre sur des cordes, pourra servir très-utilement en toutes sortes d'occasions.

SECTION IV.

Quelle est la cause de l'ascension des Fusées en l'air.

CETTE cause étant à peu de chose près la même que celle du recul des armes à feu, il est à propos de commencer par expliquer celle-ci.

Lorsque la poudre s'enflamme en un instant presque indivisible, dans la chambre ou au fond d'un canon, elle agit à-la-fois & nécessairement de deux côtés, sçavoir, contre la culasse du canon, & contre le boulet ou le tampon qui est sur la poudre. Elle agit aussi contre les parois de la chambre qu'elle occupe ; &, comme ils opposent une résistance presque insurmontable, tout l'effort du fluide élastique, produit par l'inflammation, se porte des deux côtés ci-dessus: mais la résistance opposée par le boulet étant beaucoup moindre que celle de la masse du canon, ce boulet part avec une grande rapidité. Cependant il est impossible que le corps même du canon n'éprouve pas lui-même un mouvement en arriere; car si un ressort se débande tout-à-coup entre deux obstacles mobiles, il les chassera l'un & l'autre, en leur imprimant des vitesses en raison inverse de celle de leurs masses: ainsi le canon doit recevoir une vitesse en arriere, en raison à peu près inverse de sa masse à celle du boulet. Je dis en raison à peu près inverse, car il y a des circonstances nombreuses qui apportent des modifications à ce rapport; mais il est toujours vrai que le corps du canon eſt repouſſé en arriere, & que, ſi avec ſon affût il peſe mille fois plus que le boulet, il reçoit une viteſſe qui eſt à peu près mille fois moindre, & qui eſt bientôt anéantie par le frottement des roues contre le terrain, &c.

Telle eſt auſſi à peu près la cauſe de l'aſcenſion de la fuſée. Au moment où la poudre commence à s'enflammer, ſa dilatation produit, par l'ouverture de ſa gorge, un torrent de fluide élaſtique: ce fluide agit en tout ſens, ſçavoir, contre l'air qui s'oppoſe à ſa ſortie, & contre la partie ſupérieure de la fuſée; mais la réſiſtance de l'air eſt plus conſidérable que le poids de la fuſée, à cauſe de la rapidité extrême avec laquelle le fluide élaſtique ſe porte par l'ouverture de la gorge à ſe précipiter dehors: ainſi la fuſée monte avec l'excès de l'une des forces ſur l'autre.

Cela n'arriveroit cependant pas, ſi la fuſée n'étoit pas percée juſqu'à une certaine profondeur. Il ne ſe formeroit pas aſſez de fluide élaſtique, car la compoſition ne s'enflammeroit que par couches circulaires d'un diametre égal à celui de la fuſée; ce que l'expérience a fait voir ne pas ſuffire. On a donc eu l'idée, & c'eſt une idée fort heureuſe, de percer la fuſée d'un trou conique qui en fait brûler la compoſition par des couches coniques qui ont beaucoup plus de ſurface, & qui produiſent par cette raiſon une plus grande quantité de matiere enflammée & de fluide. Ce n'a ſûrement pas été l'ouvrage d'un jour que de trouver cet expédient.

SECTION V.

Du Feu brillant & du Feu chinois.

LA propriété que le hasard sans doute a fait reconnoître dans la limaille de fer, sçavoir, de s'embraser dans le feu en jetant une forte lumiere, a fait imaginer le moyen de rendre le feu des fusées beaucoup plus brillant que par l'emploi seul de la poudre ou des matieres qui la composent. Il n'est question que de prendre de la limaille de fer bien nette & non rouillée, & de la mêler avec la composition de la fusée. Il faut, au reste, observer que ces fusées ne peuvent pas se conserver plus d'une semaine, parceque l'humidité que contracte le salpêtre rouille cette limaille, & la rend inutile pour l'effet qu'on en attend.

Mais les Chinois sont en possession depuis long-temps, d'un moyen de rendre ce feu beaucoup plus brillant, & varié en couleurs. Nous avons au P. d'Incarville, Jésuite, l'obligation de nous l'avoir fait connoître. Il consiste dans l'emploi d'un ingrédient fort simple, sçavoir, du fer de fonte, réduit en une poussiere plus ou moins grosse. Les Chinois lui donnent un nom qui revient à celui de sable de fer.

Prenez, pour cet effet, une vieille marmite; brisez-la en morceaux sur une enclume, & pulvérisez enfin ces morceaux autant qu'il vous sera possible, & ensorte que les grains qui en résulteront n'excedent guere la grosseur d'un grain de rave; vous les passerez ensuite, pour les séparer selon leurs différentes grosseurs, par six tamis gradués, & vous conſerverez ces ſix différentes eſpeces à part & dans un lieu bien ſec, pour éviter la rouille, car elle rend ce ſable abſolument inutile à l'objet propoſé. Ce qu'on entend par le ſable du premier ordre, eſt celui qui paſſe par le tamis le plus ſerré; celui du ſecond ordre, eſt celui qui paſſe par le tamis ſuivant; &c.

Ce ſable, en s'enflammant, rend une lumiere extraordinairement éclatante. Il eſt très-ſurprenant de voir des parcelles de cette matiere, groſſes comme un grain de pavot, former tout-à-coup des fleurs ou étoiles lumineuſes de 12 & 15 lignes de diametre. Ces fleurs ſont auſſi de différentes formes, ſuivant celle du grain enflammé, & même de différentes couleurs, ſuivant les matieres auxquelles elles ſont mélangées. Mais les fuſées dans leſquelles entre cette compoſition, ne peuvent, comme les précédentes, ſe garder que peu de temps, ſçavoir, une huitaine de jours pour le ſable le plus fin, & une quinzaine au plus pour le plus gros. Voici maintenant quelques compoſitions de feu chinois pour les fuſées.

Feu chinois rouge.

Calibres.	Salpêtre.	Soufre.	Charbon.	Sable du 3e ordre.	
Livres.	*Livres.*	*Onces.*	*Onces.*	*Onc.*	*Gr.*
12 à 15	1	3	4	7	
18 à 21	1	3	5	7	4
24 à 36	1	4	6	8	

Feu chinois blanc.

Calibres.	Salpêtre.	Poussier.	Charbon.	Sable du 3e ordre.
Livres.	*Livres.*	*Onces.*	*Onc. Gr.*	*Onc. Gr.*
12 à 15	1	12	7 4	11
18 à 21	1	11	8	11 4
24 à 36	1	11	8 4	12

Après avoir pesé les matieres de ces compositions, on passe trois fois au tamis de crin le mélange de salpêtre & de charbon ; cela est essentiel pour les bien mêler ; on humecte ensuite le sable de fer avec de bonne eau-de-vie, afin que le soufre s'y attache, & on les mêle bien ensemble ; enfin il faut répandre ce sable ainsi soufré sur le mélange de salpêtre & de charbon, & on mêle le tout, en le répandant sur une table avec l'écrémoire. Cet instrument n'est autre chose qu'une plaque de laiton fort mince, de 5 à 6 pouces de longueur sur 3 pouces de largeur. Si l'on faisoit repasser par le tamis cette composition, dans la vue de la mieux mélanger, le sable de fer, étant le plus pesant, se ramasseroit tout dans un même monceau.

SECTION VI.

Des Garnitures des Fusées.

ON garnit ordinairement la partie supérieure des fusées de quelque composition, qui, prenant feu lorsqu'elle est arrivée à sa plus grande hauteur, donne un éclat considérable, ou produit un bruit éclatant, & même le plus souvent produit l'un & l'autre à-la-fois. Tels sont les saucissons, les marrons, les étoiles, la pluie de feu, &c.

Pl. 1, fig. 5. Pour donner place à cet artifice, on couronne aujourd'hui la fusée d'une partie d'un diametre plus grand, qu'on appelle le *pot*, ainsi qu'on le voit dans la *fig. 5*, *pl. 1*. Ce pot se fait & se lie ainsi au corps de la fusée.

Le moule à former le pot, quoique d'une même piece, doit avoir deux parties cylindriques de différents diametres. Celle sur laquelle on roule le pot, doit avoir trois diametres de la fusée en longueur, & un diametre de trois quarts de la fusée prise en dehors; l'autre doit avoir de longueur deux de ces mêmes diametres, & $\frac{7}{8}$ de diametre.

Ayant donc roulé sur le cylindre le carton à faire le pot, qui sera le même que celui de la fusée, & qui doit faire au moins deux tours, on en étrangle une partie sur le moule de moindre diametre; on rogne cette partie de maniere à n'en laisser que ce qu'il faut pour lier le pot fortement sur la tête de la fusée, & l'on recouvre la ligature avec du papier.

Pour charger ensuite une pareille fusée de sa garniture, on commence par percer avec un poinçon trois ou quatre trous dans le carton redoublé qui couvre la chasse ; puis on verse une cornée * de la composition dont on a rempli la fusée, & en la secouant on en fait entrer une partie dans ces trous ; on range ensuite dans le pot l'artifice dont on veut le charger, en observant de n'en pas mettre une quantité plus pesante que le corps de la fusée ; on assure le tout par quelques petits tampons de papier pour que rien ne balotte, & l'on couvre le pot avec du papier collé au bord du pot : on lui ajoute enfin son chapiteau pointu, & la fusée est préparée. Pl. 1, fig. 6,

Parcourons maintenant les différents artifices dont on charge une pareille fusée.

§. I. *Des Serpenteaux.*

Les serpenteaux sont de petites fusées volantes, sans baguettes, qui, au lieu d'aller droit en haut, montent obliquement, & descendent en tournoyant çà & là & comme en serpentant, sans s'élever bien haut. Leur composition est à peu près semblable à celle des fusées volantes : ainsi il n'y a plus qu'à déterminer la proportion & la construction de leur cartouche, qui est telle.

La longueur AC du cartouche peut être d'environ quatre pouces ; il doit être roulé sur un bâton un peu plus gros qu'un tuyau de plume d'oie ; ensuite, l'ayant étranglé à l'un de ses bouts A, on le remplira de composition un peu au-delà de son milieu, comme en B, où on l'étranglera, en laissant un peu de jour. On remplira le reste BC de Fig. 7.

* La cornée est une espece de petite cuillere, faite en forme de houlette arrondie, dont les artificiers se servent pour entonner la composition dans les fusées.

poudre grainée, qui servira à faire péter la fusée en crevant.

Enfin on étranglera entiérement le cartouche vers son extrémité C. On mettra à l'autre extrémité A une amorce de poudre mouillée, où le feu étant mis, il se communiquera à la composition qui est dans la partie AB, & l'élevera en l'air: ensuite le serpenteau en tombant fera plusieurs petits tours & détours, & serpentera jusqu'à ce que le feu se communiquant dans la poudre grainée qui est dans la partie BC, la fusée crévera en faisant un bruit en l'air avant que de tomber.

Si on n'étrangle point la fusée vers son milieu, au lieu d'aller en serpentant, elle montera & descendra par un mouvement ondoyant, puis elle pétera comme auparavant.

On fait ordinairement les cartouches des serpenteaux avec des cartes à jouer. On roule ces cartes sur une baguette de fer ou de bois dur, un peu plus grosse, comme on l'a déja dit, qu'une plume d'oie. Pour assujettir la carte dont on fait le cartouche, on a soin de la renforcer avec du papier que l'on colle par dessus.

Le moule aura environ quatre lignes de calibre, & sa longueur sera proportionnée aux cartes à jouer dont on se servira. La broche du culot ne sera longue que de trois ou quatre lignes. On chargera ces serpenteaux de poudre battue, & mêlée seulement avec très-peu de charbon. On se servira d'un tuyau de plume, coupé en forme de cuillere, pour faire entrer cette composition dans le cartouche; on la foulera avec la baguette, & on frappera quelques coups sur cette baguette avec un petit maillet.

Ce serpenteau étant chargé jusqu'à la moitié, on peut, au lieu de l'étrangler en cet endroit, y faire entrer un grain de vesse, sur lequel on mettra de la poudre grainée, pour achever de remplir le cartouche. Par dessus cette poudre on mettra un petit tampon de papier mâché. Enfin on étranglera cet autre bout du cartouche. Lorsqu'on veut faire des serpenteaux plus gros, on colle deux cartes à jouer l'une sur l'autre, & pour les mieux manier on les mouille quelque peu. L'amorce se fait avec du feu grugé, c'est-à-dire avec de la pâte faite de poudre écrasée, détrempée dans de l'eau.

§. II. *Les Marrons.*

Les marrons sont de petites boîtes cubiques, remplies d'une composition propre à les faire éclater. Rien de plus facile que de les construire.

On coupe du carton comme nous l'avons enseigné dans la géométrie pour former le cube, & comme on le voit dans la *fig. 8;* on joint ces quarrés par les bords, en n'en laissant d'abord qu'un à coller, & on remplit la cavité du cube de poudre grainée; on colle ensuite en plusieurs sens du fort papier sur ce corps, qu'on finit par recouvrir d'un ou deux rangs de ficelle trempée dans de la colle forte; on perce un trou dans un des angles, & l'on y place une étoupille avec de l'amorce.

Pl. 1, fig. 8.

Si l'on veut des marrons luisants, c'est-à-dire qui, avant d'éclater en l'air, présentent une lumiere brillante, on les recouvre de la pâte dont nous donnerons plus loin la composition pour les étoiles, & on les roule dans du poussier pour leur servir d'amorce.

On fait auſſi uſage des marrons au lieu de boîtes, pour ſervir de prélude à un feu d'artifice.

§. III. *Les Sauciſſons.*

Il n'y a, entre les marrons & les ſauciſſons, de différence que dans la forme. Les cartouches de ceux-ci ſont ronds, & doivent avoir ſeulement quatre de leurs diametres extérieurs : on les étrangle par un bout comme une fuſée, après quoi l'on y frappe, pour boucher le trou qui reſte, un tampon de papier ; on les charge enſuite de poudre grainée, ſur laquelle on ſe contente de mettre un tampon un peu foulé, pour ne point écraſer la poudre ; après quoi l'on étrangle le ſecond bout du ſauciſſon, & l'on rogne d'un côté & de l'autre le bord des étranglements ; on recouvre le tout de pluſieurs tours de ficelle trempée dans de la colle-forte, & on laiſſe ſécher.

Lorſqu'on veut charger, on les perce par un bout, & on les amorce comme les marrons.

Ils ſervent auſſi à terminer avec éclat certains artifices qui, par le peu de force de leur cartouche, ne peuvent produire cet effet.

§. IV. *Les Etoiles.*

Les étoiles ſont de petits globes d'une compoſition qui donne une lumiere ſi brillante, qu'elle peut être comparée à celle des étoiles du firmament. Ces petits globes ne ſont pas plus gros qu'une balle de mouſquet ou une noiſette. On les enveloppe de tous côtés d'étoupes préparées, quand on veut les mettre dans les fuſées. Nous avons enſeigné plus haut la maniere de préparer ces étoupes, après avoir enſeigné la compoſition des étoiles, qui eſt telle.

Ajoutez à une livre de poudre fine, ſubtilement pulvériſée, quatre livres de ſalpêtre & deux livres de ſoufre. Toutes ces poudres étant bien mêlées enſemble, enveloppez-en la groſſeur d'une muſcade dans de vieux linge ou dans du papier: ayant bien lié cette petite balle avec une ficelle, percez-la par le milieu avec un poinçon aſſez gros pour y paſſer de l'étoupe préparée, qui ſervira d'amorce; & vous aurez une étoile qui, étant allumée, paroîtra belle, parceque le feu, en ſortant par les deux trous qui ont été faits au milieu, s'étendra en long, & la fera paroître grande.

Si, au lieu d'une compoſition ſeche, vous voulez vous ſervir d'une compoſition humide en forme de pâte, il ne ſera pas néceſſaire d'envelopper l'étoile de quoi que ce ſoit, à moins que ce ne ſoit d'étoupe préparée, parcequ'elle ſe peut maintenir dans la figure ſphérique, étant faite de cette pâte. Il ne ſera pas beſoin non plus de la percer pour lui donner ſon amorce, parceque, quand elle eſt fraîchement faite, & par conſéquent humide, on la peut rouler dans de la poudre à canon pulvériſée, qui s'y arrêtera: cette poudre lui ſervira d'amorce, laquelle étant allumée, fera brûler la compoſition de l'étoile, qui en tombant ſe formera en larmes.

Autre maniere de faire des Fuſées à étoiles.

Prenez trois onces de ſalpêtre, une once de ſoufre, & un gros de pouſſier ou poudre battue; ou bien, quatre onces de ſoufre, autant de ſalpêtre & huit onces de pouſſier. Après avoir bien tamisé toutes ces matieres, arrosez-les d'un peu d'eau-de-vie, dans laquelle vous aurez fait dissoudre un peu de gomme, puis vous en ferez des étoiles de cette maniere.

Servez-vous d'un moule de fusée, qui ait de calibre ou de diametre huit ou neuf lignes. Faites-y entrer un culot dont la broche soit d'égale grosseur dans toute son étendue, & aussi longue que l'intérieur du moule est haut; mettez dans ce moule un cartouche, que vous chargerez d'une des compositions précédentes avec une baguette percée. Quand le cartouche sera chargé, faites-le sortir du moule sans en ôter le culot, dont la broche passe au travers de la composition; alors coupez le cartouche tout à l'entour, par pieces de l'épaisseur de trois ou quatre lignes. Ce cartouche étant ainsi découpé, vous en retirerez doucement la broche; &, les pieces qui ressemblent à des dames à jouer percées par le milieu, seront des étoiles, que vous enfilerez avec de l'étoupille, & que vous pourrez encore couvrir d'étoupes, si vous le jugez à propos.

Pour donner plus de brillant à ces sortes d'étoiles, on peut se servir d'un cartouche plus gros que celui dont on vient de parler, & moins épais que celui d'une fusée volante de la même grosseur: mais avant que de le découper, il faut percer chaque piece qu'on destine à être découpée, de cinq ou six trous dans sa circonférence. Quand le cartouche est découpé, & que les pieces sont défilées, on colle sur la composition de petites plaques de cartes percées dans leur milieu, de sorte que ces trous répondent à l'endroit où la composition est aussi percée.

REMARQUES.

REMARQUES.

I. Il y a plusieurs autres manieres de faire des étoiles, qu'il seroit trop long de rapporter ici; j'enseignerai seulement le moyen de faire des *étoiles à pet*, c'est-à-dire des étoiles qui donnent des coups comme un pistolet ou un mousquet, ce qui se peut faire en cette sorte.

Faites de petits saucissons comme il a été enseigné au §. III. Il n'est pas besoin de les couvrir de corde; il suffit qu'ils soient percés par un bout, pour y lier une étoile construite selon la premiere méthode, dont la composition est seche; car si la composition est de pâte, il ne sera pas besoin de la lier : il faudra seulement laisser le papier creux un peu plus long au bout du saucisson qui sera percé, pour y mettre la composition; & l'on mettra entre deux, vers la gorge du saucisson, de la poudre grainée, qui portera le feu dans le saucisson lorsque la composition sera consumée.

II. Comme l'on fait des étoiles qui à la fin deviennent des pétards, on peut de la même façon faire des étoiles qui, en finissant, deviendront des serpenteaux; ce qui est si facile à concevoir & à exécuter, que ce seroit perdre le temps que d'en parler davantage. Je dirai seulement que ces sortes d'étoiles ne sont guere en usage, parcequ'il est difficile qu'une fusée les puisse porter bien haut en l'air : elles diminuent l'effet de la fusée ou du saucisson, & il faut employer beaucoup de temps pour les faire.

§. V. *La Pluie de feu.*

Pour former une pluie de feu, moulez de petits cartouches de papier ſur une baguette de fer de deux lignes & demie de diametre, & donnez-leur deux pouces & demi de longueur. Il ne faut point les étrangler, il ſuffit de tortiller le bout du cartouche, & ayant mis la baguette dedans, de frapper deſſus pour lui faire prendre ſon pli. Après avoir rempli ces cartouches, ce qui ſe fait en les plongeant dans la compoſition, vous vous contenterez de plier l'autre bout, & de les amorcer. Cette garniture remplira l'air de feu ondoyant.

Voici quelques compoſitions qui leur conviennent.

En feu chinois. Pouſſier une livre, ſoufre deux onces, charbon deux onces, ſable de fer du premier ordre cinq onces.

Feu ancien. Pouſſier une livre, charbon deux onces.

Feu brillant. Pouſſier une livre, limaille quatre onces.

Le feu chinois eſt ſans contredit le plus beau.

§. VI. *Les Etincelles.*

Les étincelles ne different des étoiles qu'en leur grandeur & en durée; car on fait les étincelles plus petites que les étoiles; ces dernieres ne ſont pas ſitôt conſumées que les étincelles, que l'on pourra conſtruire en cette ſorte.

Ayant mis dans un vaſe d'argile une once de poudre battue, deux onces de ſalpêtre pulvériſé, une once de ſalpêtre liquide, & quatre onces de camphre réduit en farine, jetez par deſſus de l'eau gommée, ou de l'eau-de-vie dans laquelle vous aurez fait diſſoudre de la gomme adragant ou de la gomme arabique, enſorte que la compoſition devienne en bouillie un peu liquide. Vous prendrez de la charpie qui aura été bouillie dans de l'eau-de-vie, ou dans du vinaigre, ou bien dans du ſalpêtre, & enſuite ſéchée & effilée; vous en jetterez dans cette bouillie autant qu'il en faudra pour l'abſorber toute entiere, en la brouillant.

Cette matiere préparée ſervira à faire de petites boules ou globes de la forme & de la groſſeur d'un pois, que vous ferez ſécher au ſoleil ou à l'ombre, après les avoir ſaupoudrées de farine de poudre à canon, afin qu'elles puiſſent prendre feu avec facilité. Ce ſeront vos étincelles.

Autre maniere de faire des Etincelles.

Prenez de la ſciure de bois qui brûle fort facilement, comme de pin, de ſureau, de peuplier, de laurier, &c; faites bouillir ces ſciures dans de l'eau où vous aurez fait fondre du ſalpêtre. Quand cette eau aura bouilli quelque temps, vous la retirerez de deſſus le feu, & la vuiderez de maniere que les ſciures demeurent dans le vaiſſeau; enſuite vous les mettrez ſur une table, & tandis qu'elles ſeront mouillées, vous les poudrerez avec du ſoufre paſſé par un tamis très-fin. Vous pourrez y ajouter un peu de pouſſier. Enfin, ayant bien mêlé ces ſciures, vous les laiſſerez ſécher pour en faire des étincelles, comme on vient de l'enſeigner.

§. VII. *De la Pluie d'or.*

On fait des fuſées volantes qui, en tombant, font de petites ondes en l'air, comme des cheveux à demi friſés. On les appelle *fuſées chevelues*; elles finissent par une espece de pluie de feu, qu'on a appelée *pluie d'or*, qui se fait en cette sorte.

Remplissez des canons de plumes d'oie de la composition des fusées volantes, & mettez sur l'embouchure de chacun un peu de poudre mouillée, tant pour arrêter la composition qui est audedans, que pour servir d'amorce. Si l'on emplit une fusée volante de semblables canons, elle finira par une pluie de feu très-agréable, qui, à cause de sa beauté, a été appelée *pluie d'or*.

SECTION VII.

De quelques Fusées différentes pour l'effet des Fusées ordinaires.

On fait, par le moyen des simples fusées, plusieurs morceaux d'artifice assez ingénieux & amusants. Nous ne pouvons nous dispenser d'en donner ici une idée.

§ I. *Des Fusées volantes sur des cordes, ou Courantins.*

On peut faire qu'une fusée ordinaire, qui ne doit pas être bien grosse, coure le long d'une corde tendue. Il faut, pour cela, attacher la fusée à un cartouche vuide, dans lequel on passera la corde qui doit la porter, en mettant la tête de la fusée du côté où l'on veut la diriger : si on met le feu à une fusée ainsi ajustée, elle courra le long de la corde sans s'arrêter, jusqu'à ce que sa matiere soit consumée.

Si l'on veut que la fusée rétrograde, on en remplira d'abord la moitié, de composition ; on la couvrira d'une petite rotule de bois, pour servir de séparation à celle dont on remplira l'autre moitié ; ensuite on fera au dessous de cette séparation un trou qui répondra à un petit canal plein de poudre battue, qui se terminera à l'autre bout de la fusée : alors le feu, en finissant dans la premiere moitié de la fusée, se communiquera par le trou dans le petit canal, qui le portera à l'autre bout, lequel étant ainsi allumé, la fusée rétrogradera, & reviendra au lieu d'où elle étoit partie.

On peut encore ajuster à la corde, par le moyen d'un canal de roseau, deux fusées égales, qui soient liées ensemble avec une bonne ficelle, & tellement disposées, que la tête de l'une soit contre le col ou la gorge de l'autre, afin que le feu ayant consumé la composition de la premiere jusqu'au bout, il se communique à la composition de l'autre, & les oblige toutes deux à rétrograder. Mais, pour empêcher que le feu de la premiere ne se communique trop tôt à la seconde, on les doit couvrir d'une chape de toile cirée, ou bien d'une enveloppe de papier.

REMARQUE.

ON se sert ordinairement de ces fusées, pour mettre le feu à plusieurs autres machines d'un feu de joie ; &, pour les rendre plus agréables, on leur donne plusieurs figures d'animaux, comme de serpents ou de dragons, que pour lors on appelle *dragons volants*. Ces dragons sont très-amusants, sur-tout quand ils sont remplis de diverses compositions, comme de la pluie d'or, de longs cheveux, &c. On pourroit leur faire jeter par la gueule des ſerpenteaux ; ce qui feroit un effet aſſez agréable & analogue à la figure d'un dragon.

§. II. *Fuſées volantes le long d'une corde, & tournantes en même temps.*

Rien n'eſt plus facile que de donner à une pareille fuſée un mouvement de rotation à l'entour de la corde le long de laquelle elle s'avance : il ſuffit pour cela de lui lier tranſverſalement une autre fuſée. Mais celle-ci, au lieu d'avoir ſon ouverture dans le fond, doit l'avoir vers un des bouts par le côté. En leur faiſant prendre feu à-la-fois, cette derniere fera tourner l'autre à l'entour de la corde, à meſure qu'elle s'avancera.

§. III. *Des Fuſées qui brûlent dans l'eau.*

Quoique le feu & l'eau ſoient deux éléments bien oppoſés l'un à l'autre, néanmoins les fuſées dont nous avons enſeigné la conſtruction, ſoit pour l'air, ſoit pour la terre, étant allumées, ne laiſſent pas de brûler & de faire leur effet dans l'eau ; mais elles le font deſſous l'eau, & nous privent du plaiſir de les voir : c'eſt pourquoi, quand on voudra faire des fuſées qui brûlent en nageant ſur l'eau, il faudra changer un peu les proportions de leur moule & des matieres de leur compoſition.

Quant au moule, on pourra lui donner huit ou neuf pouces de longueur ſur un pouce de calibre : le bâton à rouler le cartouche ſera épais de neuf lignes, & la baguette à charger ſera, comme à l'ordinaire, un peu moins épaiſſe. Il n'eſt pas beſoin de broche au culot pour la charge du cartouche.

A l'égard de la composition, elle se peut faire en deux manieres ; car si l'on veut que la fusée, en brûlant sur l'eau, paroisse claire comme une chandelle, la composition doit être faite de ces trois matieres mêlées ensemble, sçavoir, trois onces de poudre pilée & passée, une livre de salpêtre, & huit onces de soufre. Mais quand vous voudrez faire paroître la fusée sur l'eau avec une belle queue, employez ces quatre matieres aussi mêlées ensemble, sçavoir, huit onces de poudre à canon pilée & passée, une livre de salpêtre, huit onces de soufre pilé & passé, & deux onces de charbon.

La composition étant préparée selon ces proportions, & la fusée en étant remplie comme il a été dit ailleurs, appliquez un saucisson au bout ; ensuite, ayant couvert la fusée de cire, de poix noire, ou de poix résine, ou de quelque autre chose qui puisse empêcher le papier de se gâter dans l'eau, attachez à cette fusée une petite baguette d'osier blanc, longue d'environ deux pieds, afin que la fusée puisse commodément flotter sur l'eau.

Si on veut que ces sortes de fusées se plongent & se relevent, il faut, en les chargeant, mettre d'espace en espace un peu de poudre pilée toute pure, à la hauteur, par exemple, de deux, trois ou quatre lignes, selon la grosseur du cartouche.

REMARQUES.

I. On peut, sans changer ni le moule, ni la composition, faire de semblables fusées, quand elles sont petites, en plusieurs, manieres différentes, dont nous ne parlerons point ici, pour abréger. Ceux qui en voudront sçavoir davantage, pourront consulter les auteurs qui ont composé des traités particuliers de la pyrotechnie, que nous indiquerons à la fin de la Section XII.

II. On peut aussi faire une fusée qui, ayant brûlé quelque temps sur l'eau, vomira des étincelles & des étoiles, qui s'envoleront en l'air quand elles auront pris feu. Cela peut s'exécuter en séparant la fusée en deux parties par une rotule de bois percée au milieu; la partie d'en haut contiendra la composition ordinaire des fusées, & la partie d'en bas contiendra les étoiles, qui doivent être mêlées de poudre grainée & battue ensemble, &c.

III. On peut encore faire une fusée qui s'allumera dans l'eau, y brûlera jusqu'à la moitié de sa durée, & ensuite montera en l'air avec une grande vitesse, en cette sorte.

Prenez une fusée volante, équipée de sa baguette; attachez-la à une fusée aquatique avec un
Pl. 1, peu de colle, seulement par le milieu A, de ma-
fig. 9. niere que celle-ci ait la gorge en haut, & la volante en bas; ajustez à leur extrémité B, un petit canal pour communiquer le feu de l'une à l'autre. Le tout doit être bien enduit de poix, de cire, &c. afin que l'eau ne puisse les endommager.

Après cela, attachez à la fusée volante ainsi collée à l'aquatique, une baguette telle qu'on l'a exigée dans la Section II, comme vous le voyez dans la figure vers D.

Enfin vous nouerez une ficelle en F, qui soutiendra un balle d'arquebuse E, arrêtée contre la baguette par le moyen d'une petite aiguille ou fil de fer. Toutes ces préparations étant faites, vous mettrez le feu en C, lorsque la fusée sera dans l'eau. La compoſition étant conſumée juſqu'en B, le feu entrera par le petit canal dans l'autre fuſée, qui montera en l'air, & laiſſera la premiere fuſée, qui ne pourra pas la ſuivre, à cauſe du poids qu'elle ſoutient.

§. IV. *Repréſenter, par le moyen des fuſées, pluſieurs figures en l'air.*

Si l'on met pluſieurs petites fuſées ſur une groſſe, en paſſant leurs baguettes tout autour du grand cartouche qu'on a coutume d'attacher à la tête de la fuſée, pour tenir ce qu'elle doit porter en l'air, & que ces petites fuſées prennent feu pendant que la groſſe fuſée monte en haut, elles repréſenteront un arbre fort agréable à voir, dont le tronc ſera la groſſe fuſée, & les branches ſeront les petites.

Que ſi les mêmes petites fuſées prennent feu quand la groſſe eſt à demi-tournée dans l'air, elles repréſenteront une comete; & quand la grande fuſée ſera tout-à-fait tournée, enſorte que ſa tête commence à regarder en bas pour tomber, elles repréſenteront une eſpece de fontaine de feu.

Si vous mettez ſur une groſſe fuſée pluſieurs canons ou tuyaux de plume d'oie, remplis de la compoſition des fuſées volantes, comme il a été dit ci-devant; quand ces tuyaux prendront feu, ils repréſenteront une belle pluie de feu, ſi vous êtes deſſous, ou de beaux cheveux à demi friſés, ſi vous êtes un peu de côté.

Enfin vous ferez paroître en l'air pluſieurs beaux ſerpents, ſi vous attachez à la fuſée pluſieurs ſerpenteaux avec une ficelle par les bouts qui ne prennent point feu; & ſi entre chacun on laiſſe pendre la ficelle deux ou trois pouces de long, cela fera paroître plusieurs sortes de figures agréables & divertissantes.

§. V. *Fusée qui monte en forme de vis.*

Une baguette droite dirige, comme l'apprend l'expérience, une fusée perpendiculairement & en ligne droite vers le haut : on peut la comparer au gouvernail d'un vaisseau ou à la queue des oiseaux, dont l'effet est de faire tourner le vaisseau ou l'oiseau du côté vers lequel est leur inclinaison : ainsi, si à une fusée on adapte une baguette courbe, son effet sera d'abord de faire pencher la fusée du côté où elle est courbée ; mais ensuite son centre de gravité la ramenant dans la situation verticale, il résultera de ces deux efforts opposés, que la fusée montera en zig-zag ou en spirale. Il est vrai que déplaçant alors un plus grand volume d'air, & décrivant une ligne plus longue, elle ne montera pas aussi haut que si elle eût été chassée en ligne droite ; mais l'effet ne laissera pas d'être agréable, par la singularité de ce mouvement.

SECTION VIII.

De quelques Artifices mobiles, différents des Fusées, comme les Globes ou Balles à feu.

NOUS nous sommes jusqu'à ce moment assez occupés des fusées, & des divers artifices qu'on peut composer par leur moyen : il en est un grand nombre d'autres, dont nous devons faire connoître les principaux. De ce nombre ſont les globes ou balles à feu. Les unes ſont deſtinées à faire leur effet dans l'eau; d'autres le font en roulant & ſautant ſur la terre; les derniers enfin, qu'on appelle *bombes*, le font dans l'air.

§. I. *Des Globes récréatifs qui brûlent ſur l'eau.*

Ces globes ou balles à feu ſe font de trois manieres différentes, en ſphere, en ſphéroïde, & en cylindre; mais nous nous bornerons à la figure ſphérique.

Pour faire donc une balle à feu ſphérique, faites fabriquer un globe de bois, de telle grandeur qu'il vous plaira, creux, & bien rond tant par le dedans que par le dehors, enſorte que ſon épaiſſeur AC ou BD, ſoit égale environ à la neuvieme partie du diametre AB. Ajoutez au deſſus un cylindre concave droit EFGH, dont la largeur EF ſoit égale environ à la cinquieme partie du même diametre AB, & dont l'ouverture LM, ou NO, ſoit égale à l'épaiſſeur AC ou BD, c'eſt-à-dire à la neuvieme partie du diametre AB. C'eſt par cette ouverture que l'on amorcera le globe ou balle à feu, quand on l'aura rempli de compoſition par l'ouverture d'en bas IK. On fera paſſer par cette même ouverture d'en bas IK, le pétard de métal chargé de bonne poudre grainée, & couché en travers, comme vous voyez en la figure. Pl. 1, fig. 10.

Cela étant fait, on bouchera avec un tampon imbibé de poix chaude cette ouverture IK, qui eſt à peu près égale à l'épaiſſeur EF ou GH du cylindre EFGH, & l'on coulera par deſſus du plomb, en telle quantité que ſa peſanteur puiſſe faire enfoncer entiérement le globe dans l'eau, enſorte qu'il n'y ait que la partie GH qui paroisse hors de l'eau; ce qui arrivera si la pesanteur de ce plomb avec celle du globe & de sa composition, est égale à la pesanteur d'un égal volume d'eau. Si donc on met ce globe dans l'eau, le plomb, par sa pesanteur, fera tendre l'ouverture IK droit en bas, & tiendra à plomb le cylindre EFGH, où le feu doit avoir été mis auparavant.

Pour connoître si le plomb qu'on a ajouté au globe rend son poids égal à celui d'un égal volume d'eau, il faut frotter ce globe de poix ou de graisse, & en faire l'épreuve en le mettant dans l'eau.

La composition dont on doit charger ce globe, est celle-ci.

A une livre de poudre grainée, ajoutez 32 livres de salpêtre réduit en farine fort déliée, 8 livres de soufre, 1 once de raclure d'ivoire, & 8 livres de sciure de bois, bouillie auparavant dans l'eau de salpêtre, & séchée à l'ombre ou au soleil.

Ou bien encore, ajoutez à 2 livres de poudre battue, 12 livres de salpêtre, 6 livres de soufre, 4 livres de limaille de fer, & 1 livre de poix grecque.

Il n'est pas nécessaire que cette composition soit battue si subtilement que pour les fusées: elle ne doit être ni pulvérisée, ni tamisée; il suffit qu'elle soit bien mêlée & bien incorporée. Mais, de peur qu'elle ne devienne trop seche, il sera bon de l'arroser tant soit peu d'huile, ou de quelque autre liquide susceptible d'inflammation.

§. II. *Globes récréatifs, ſautants ou roulants ſur la terre.*

I. Ayant fait un globe de bois A, avec un cylindre C, ſemblable à celui que nous venons de décrire, & l'ayant chargé d'une ſemblable compoſition, faites entrer dedans quatre pétards, ou davantage, chargés de bonne poudee grainée juſqu'à leurs orifices, comme AB, que vous boucherez fortement avec du papier ou de l'étoupe bien ſerrée; & vous aurez un globe qui, étant allumé par le moyen de l'amorce qui eſt en C, ſautera en brûlant ſur un plan horizontal & uni, à meſure que le feu prendra à ſes pétards. Pl. 1, fig. 11.

Au lieu de mettre ces pétards en dedans, vous les pouvez attacher en dehors ſur la ſuperficie du globe, qu'ils feront rouler & ſauter à meſure qu'ils prendront feu. Ils s'appliquent indifféremment ſur la ſurface du globe, comme l'on voit dans la figure, qu'il ſuffit de regarder pour la comprendre.

II. On peut encore faire un ſemblable globe qui roulera çà & là ſur un plan horizontal, par un mouvement fort prompt. Faites deux demi-globes ou hémiſpheres égaux de carton; ajuſtez dans l'un des deux, comme AB, trois fuſées communes, chargées & percées comme les fuſées volantes ordinaires qui n'ont point de pétard, enſorte que ces fuſées C, D, E, ne ſurpaſſent pas la largeur intérieure de l'hémiſphere. Vous les diſpoſez de telle ſorte que la queue de l'une réponde à la tête de l'autre. Fig. 12.

Ces fuſées C, D, E, étant ainſi ajuſtées, joignez l'autre hémiſphere à celui-ci, en les collant enſemble bien proprement avec de bon papier, enſorte qu'ils ne ſe ſéparent point quand le globe tournera & courra dans le temps que les fuſées feront leur effet. Pour faire prendre feu à la premiere, on fera vis-à-vis de ſa queue un trou au globe pour mettre une amorce, qui étant allumée, portera le feu dans cette fuſée, qui ayant été conſumée, le communiquera par le moyen d'une étoupille à la ſeconde, & la ſeconde à la troiſieme; ce qui donnera un mouvement continuel au globe, quand il ſera poſé ſur un plan horizontal bien égal & uni.

Remarquez qu'il faut faire quelques autres trous à ce globe, car il ne manqueroit point de crever s'il n'y en avoit pluſieurs.

Les deux hémiſpheres de carton ſe feront en cette ſorte. Faites faire un globe de bois maſſif & bien rond; enduiſez-le de cire fondue, enſorte que toute ſa ſurface en ſoit couverte; collez deſſus pluſieurs bandes de gros papier, larges de deux ou trois doigts; collez auſſi ces bandes les unes ſur les autres, juſqu'à l'épaiſſeur d'environ deux lignes. Ou bien, ce qui me ſemble meilleur & plus facile, faites diſſoudre avec de l'eau de colle, cette maſſe ou pâte de papier dont on ſe ſert ordinairement dans les papeteries pour faire le papier; couvrez-en la ſurface du globe, qui, après avoir été ſéché peu à peu à un petit feu, doit être coupé par le milieu, pour en faire deux hémiſpheres ſolides. Vous retirerez aiſément le globe de bois qui eſt dedans, enſorte qu'il ne demeure que le carton, en approchant ces deux hémiſpheres d'un feu bien chaud, qui fera fondre la cire, & laiſſera le globe de bois ſéparé du carton. Au lieu de cire fondue, on peut ſe ſervir de ſavon.

§. III. *Des Globes aériens, appelés* Bombes.

Ces globes ſont appelés *aériens*, parcequ'on les envoie en l'air avec le mortier, qui eſt une piece courte d'artillerie renforcée & de gros calibre.

Quoique ces globes ſoient de bois, & qu'ils aient une épaiſſeur convenable, ſçavoir, la douzieme partie de leur diametre, néanmoins ſi dans le mortier on mettoit trop de poudre, ils ne pourroient réſiſter à la force de cette trop grande quantité : c'eſt pourquoi il faut proportionner la charge de poudre à la peſanteur du balon qu'on veut jeter. L'on a coutume de mettre dans le mortier une once de poudre ſi le globe à feu peſe quatre livres, ou deux onces s'il peſe huit livres ; & ainſi de ſuite dans la même proportion.

Comme il peut arriver que la chambre du mortier ſoit trop grande pour contenir exactement la poudre ſuffiſante pour le globe à feu, qui doit être mis immédiatement ſur cette poudre, afin qu'elle le pouſſe & l'allume en même temps, on peut faire un autre mortier de bois ou de carton, Pl. 1, qui ait ſon fond de deſſous en bois, comme AB : fig. 13. on le mettra dans le grand mortier de fer ou de fonte, & on le chargera d'une quantité de poudre proportionnée à la peſanteur du globe.

Ce petit mortier doit être d'un bois léger, ou de papier collé & roulé en cylindre ou en cône tronqué, excepté, comme j'ai déja dit, le fond de deſſous, qui doit être de bois. La chambre AC de la poudre doit être percée obliquement avec une petite tariere, comme vous voyez en BC ; de ſorte que la lumiere B réponde à la lumiere du mortier de métal, où le feu étant mis, il ſe communiquera à la poudre qui eſt dans le fond de la chambre AC, immédiatement au deſſous du globe. De cette façon ce globe prendra feu, & fera un bruit agréable en s'élevant en l'air ; ce qui ne réuſſiroit pas ſi bien, s'il y avoit quelque eſpace vuide entre la poudre & le globe.

Le profil ou la ſection perpendiculaire d'un ſemblable globe, eſt repréſenté par le parallélogramme rectangle ABCD, dont la largeur AB eſt environ égale à la hauteur AD. L'épaiſſeur du bois vers les deux côtés L, M, eſt égale, comme nous avons déja dit, à la douzieme partie du diametre du globe ; & l'épaiſſeur EF du couvercle eſt double de la précédente, ou égale à la ſixieme partie du même diametre. La hauteur GK ou HI de la chambre GHIK, où ſe met l'amorce, & qui eſt terminé par le demi-cercle LGHM, eſt égale à la quatrieme partie de la largeur AB, & ſa largeur GH à la ſixieme partie de la même largeur AB.

Remarquez qu'il eſt dangereux de mettre des couvercles de bois EF ſur les balons ou globes aériens; car ces couvercles pourroient être aſſez peſants pour bleſſer ceux ſur qui ils retomberoient. Il ſuffit de mettre ſur le globe du gazon ou du foin, afin que la poudre trouve quelque réſiſtance.

Il faut remplir ce globe de pluſieurs cannes ou roſeaux communs, qui doivent être auſſi longs que la hauteur intérieure du globe, & chargés d'une compoſition lente, faite de trois onces de pouſſier, d'une once de ſoufre humecté tant ſoit peu d'huile de pétrole, & de deux onces de charbon ; & afin que ces roſeaux ou cannes prennent feu avec plus de viteſſe & de facilité, on les chargera, par les bouts d'en bas qui poſent ſur le fond du globe, de pouſſier humecté pareillement

d'huile

d'huile de pétrole, ou bien arrofé d'eau-de-vie, & enfuite féché.

Ce fond doit être couvert d'un peu de poudre moitié battue & moitié grainée, qui fervira à mettre le feu par en-bas aux rofeaux, quand cette poudre aura pris feu par le moyen de l'amorce qu'on ajoutera au bout de la chambre GH. On aura eu foin de remplir cette chambre d'une compofition femblable à celle des rofeaux, ou d'une autre compofition lente, faite de huit onces de poudre, de quatre onces de falpêtre, de deux onces de foufre, & d'une once de charbon: ou bien de quatre onces de falpêtre, & de deux onces de charbon; le tout doit être pilé, mêlé, & bien incorporé.

Au lieu de rofeaux, on peut charger le globe de fufées courantes, ou bien de pétards de papier, avec quantité d'étoiles à feu ou d'étincelles mêlées de poudre battue, & pofées confufément par deffus ces pétards, qui doivent être étranglés à des hauteurs inégales, afin qu'ils faffent leur effet en des temps différents.

On fait ces globes en plufieurs autres manieres, qu'il feroit trop long de rapporter ici. Je dirai feulement que, quand ils font chargés, avant que de les mettre dans le mortier, il les faut bien couvrir par deffus, les envelopper d'une toile imbibée de colle, & attacher par deffous une piece de drap ou de laine bien preffée, d'une forme ronde, juftement fur le trou de l'amorce, &c.

SECTION IX.

Des Jets de Feu.

Les jets de feu ſont des eſpeces de fuſées immobiles, dont l'effet conſiſte à lancer une gerbe de feu en l'air, à l'*inſtar* d'un jet d'eau. Elles ſervent auſſi à repréſenter des caſcades; car ſi une ſuite de pareilles fuſées eſt miſe horizontalement ſur la même ligne, il eſt aiſé de ſentir que leur feu ſe raſſemblera en forme de nappe. Lorſqu'elles ſont rangées circulairement en forme de rayons d'un cercle, elles forment ce qu'on nomme un *ſoleil fixe*.

Pour former ces jets, il faut donner au cartouche le quart de l'épaiſſeur de ſon diametre pour les feux brillants, & le ſixieme ſeulement pour les feux chinois.

On charge enſuite ce cartouche ſur un culot, portant une pointe de la longueur du même diametre & d'un quart de ſon épaiſſeur; mais, comme il arrive d'ordinaire que la bouche du jet s'élargit plus qu'il ne faut par l'effet du feu, il faut, à l'exemple des Chinois, commencer la charge du cartouche par une demi-cornée, ou un quart de diametre de hauteur, de terre glaiſe, que l'on frappera comme ſi c'étoit de la poudre. Le jet en montera beaucoup plus haut. On continuera à charger, en employant la compoſition qu'on aura choiſie; & enfin on fermera le cartouche avec un tampon, ſur lequel on étranglera.

On amorce avec la même compoſition que celle qu'on a employée; ſans quoi la dilatation de l'air contenu dans le trou de la broche, feroit crever le jet.

On peut percer les fusées terrées de deux trous près de la gorge, afin d'avoir trois jets dans le même plan.

On pourroit leur adapter une espece d'ajutoir percé de nombre de trous, ce qui leur feroit imiter un bouillon d'eau.

Les jets dont on veut faire des nappes de feu ne doivent pas être étranglés. On les place horizontalement, ou tant soit peu inclinés en en-bas.

Il nous semble qu'on pourroit les étrangler en fente, & les percer de même; ce qui contribueroit à étendre davantage la nappe de feu. On pourroit même avoir des especes d'embouchures étroites & allongées, pour cet effet particulier.

Compositions principales pour les Jets de feu.

1° *Pour les Jets de 5 lignes & au dessous, de diametre intérieur.*

Feu chinois. Salpêtre 1 livre, poussier 8 onces, soufre 3 onces, charbon 2 onces, sable de fer du premier ordre 8 onces.

2° *Pour les Jets de 10 à 12 lignes de diametre.*

Feu brillant. Poussier 1 livre, limaille de fer de moyenne grosseur 5 onces.

Feu blanc. Salpêtre 1 livre, poussier *idem*, soufre 8 onces, charbon 2 onces.

Feu chinois. Salpêtre 1 livre 4 onces, soufre 5 onces, charbon 5 onces, sable du troisieme ordre 12 onces.

3° *Pour les Jets de 15 à 18 lignes.*

Feu chinois. Salpêtre 1 livre 4 onces, soufre 7 onces, charbon 5 onces, des six sables mêlés 12 onces.

Le P. d'Incarville donne dans son Mémoire, diverses autres doses pour les compositions de ces jets ; mais nous devons nous borner ici à ce que nous venons de dire, & renvoyer au Mémoire de ce Pere, que l'on trouvera dans le *Manuel de l'Artificier.*

On passe trois fois au tamis de crin le salpêtre, le poussier & le charbon. On humecte tant soit peu avec l'eau-de-vie le sable de fer, pour qu'il se saupoudre du soufre, & on les mêle ensemble ; après quoi on répand ce sable soufré sur le premier mélange, & on mêle le tout avec l'écrémoire seulement ; car le tamis sépareroit le sable des autres matieres. Enfin, quand on a employé des sables plus gros que celui du second ordre, on humecte avec de l'eau-de-vie cette composition, ensorte qu'elle pelote, & l'on charge : s'il y avoit trop d'humidité, le sable ne feroit pas son effet.

SECTION X.

Des Feux de différentes couleurs.

IL seroit fort à souhaiter, pour la variété des artifices, qu'on pût leur donner toutes les couleurs à volonté. Mais, quoique l'on connoisse plusieurs matieres qui colorent la flamme de diverses manieres, on n'a pu encore introduire qu'un petit nombre de couleurs dans celle de la poudre enflammée.

Pour faire un feu blanc, il faut mêler de la limaille de fer, ou mieux encore d'acier, avec la poudre.

Pour faire un feu rouge, il faut employer de la même maniere le ſable de fer du premier ordre.

Comme la limaille de cuivre, jetée dans la flamme, la rend verte, on devroit en conclure que, mélangée avec la poudre, elle devroit donner une flamme verte; mais l'expérience ne réuſſit pas. On conjecture que la flamme eſt trop ardente, & conſume trop promptement le phlogiſtique du cuivre. Mais peut-être n'a-t-on pas fait encore ſur cela toutes les tentatives qu'on pourroit déſirer; car ne pourroit-on pas affoiblir conſidérablement la force de la poudre, en augmentant la doſe du charbon?

Quoi qu'il en ſoit, voici encore quelques matieres qu'on donne dans les livres de pyrotechnie, comme variant un peu les feux.

Le camphre mêlé dans la compoſition, fait paroître un feu blanc & pâle.

La raclure d'ivoire donne un feu clair, de couleur d'argent, tirant un peu ſur la couleur de plomb, ou plutôt une flamme blanche & reluiſante.

La poix grecque fait jeter une flamme rougeâtre & de couleur de bronze.

La poix noire fait vomir un feu ſombre, ſemblable à une fumée épaiſſe qui obſcurcit tout l'air.

Le ſoufre, mêlé avec modération, fait paroître une flamme bleuâtre.

Le ſel ammoniac & le verd-de-gris, font jeter un feu verdâtre.

La rapure d'ambre jaune rend le feu d'une couleur citrine.

L'antimoine crud donne au feu une couleur rousse.

Le borax doit donner un feu bleu, car l'esprit de vin où l'on a fait dissoudre, en l'échauffant, du sel sédatif qui est un des composants du borax, brûle avec une belle flamme verte.

Au reste il y auroit sur cette matiere encore beaucoup d'essais à faire ; car il seroit fort agréable de pouvoir varier de différentes couleurs les feux d'une illumination ; ce seroit créer pour les yeux un nouveau plaisir.

SECTION XI.

Composition d'une Pâte propre à représenter des animaux, des devises, &c. en feu.

C'EST encore aux Chinois que nous devons cette maniere de former des figures ardentes. Pour cela, prenez du soufre réduit en poudre impalpable, & de la colle de farine ; faites-en une pâte, dont vous enduirez l'objet que vous voulez représenter en feu, après néanmoins l'avoir enduit de terre glaise, afin de le garantir du feu.

Après avoir mis sur la figure dont il s'agit cet enduit de pâte, on la saupoudre de poussier pendant qu'elle est encore humide ; enfin, lorsque tout est bien sec, on arrange des étoupilles sur les principales parties, afin que le feu se communique promptement par-tout.

On peut employer cette même pâte ſur un fond d'argile, pour en former des deviſes, des deſſins quelconques. On pourroit, par exemple, former dans une friſe d'un corps d'architecture revêtu de plâtre, des rinceaux & autres ornements, des guirlandes, &c. dans leſquelles même, au moyen de feux de couleur différente, on pourroit imiter des fleurs, &c. Les Chinois imitent fort bien les raiſins, en amalgamant la poudre de ſoufre avec de la chair de jujube, au lieu de colle de farine.

Il ne paroît pas qu'on ait tiré dans ce pays-ci grand parti de cette invention. Peut-être eſt-elle plus belle dans la ſpéculation que dans l'exécution.

SECTION XII.

Des Soleils, tant fixes que mobiles.

LES ſoleils ſont une des inventions pyrotechniques qu'on emploie avec le plus de ſuccès dans les feux d'artifice. On les diſtingue en deux eſpeces, les fixes & les tournants. La formation des uns & des autres eſt fort ſimple.

Pour les ſoleils fixes, on fait faire une piece de bois ronde, dans la circonférence de laquelle peuvent ſe viſſer des pieces de bois en forme de rayons, au nombre de douze à quinze. A ces pieces de bois on attache des jets de feu, dont on a enſeigné plus haut la compoſition, enſorte qu'ils ſoient comme des rayons tendants au même centre. La bouche du jet eſt du côté de la circonférence. On amorce de maniere que le feu, mis au centre, puiſſe ſe porter en même temps à la bouche de chacun des jets: alors chacun jetant ſon feu, il en réſulte l'apparence d'un ſoleil rayonnant. Nous ſuppoſons que cette roue eſt placée dans une ſituation perpendiculaire à l'horizon.

On peut arranger ces fuſées ou jets de maniere à ſe croiſer angulairement : alors on a, au lieu d'un ſoleil, une étoile ou eſpece de croix de Malthe.

On fait auſſi de ces ſoleils avec pluſieurs rangs de jets : alors on les appelle *gloires*.

Les ſoleils tournants ſe font de cette maniere : Ayez un plateau à pans, de la grandeur que vous voudrez, & bien en équilibre autour de ſon centre, afin que le moindre effort le faſſe tourner; attachez à la circonférence des jets de feu couchés dans le ſens des pans de cette roue. Ces jets doivent n'être pas étranglés par leur fond, & ils doivent être tellement diſpoſés que la bouche de l'un ſoit voiſine du fond de l'autre, afin que le feu ceſſant à l'un, paſſe auſſi-tôt à l'autre. Il eſt aiſé de voir que, lorſqu'on mettra le feu à une de ces fuſées ou jets, le recul de la fuſée fera tourner la roue à laquelle elle eſt attachée, du moins ſi elle n'eſt pas trop grande & trop lourde : c'eſt pourquoi, quand ces ſoleils ſont un peu grands, comme de 20 fuſées, par exemple, il faut que le feu prenne à-la-fois à la premiere, la ſixieme, la onzieme, la ſeizieme, d'où il paſſera à la ſeconde, la ſeptieme, la douzieme, la dix-ſeptieme, &c. Ces quatre fuſées feront tourner la roue avec rapidité.

Si on met deux ſoleils ſemblables l'un derriere l'autre, & tournants en ſens contraire, ils feront un joli effet de feu croiſé.

On peut en mettre trois ou quatre enfilés à autant d'axes horizontaux, implantés dans un axe vertical mobile, au milieu d'une table ronde : alors ces trois ou quatre ſoleils tournent à l'entour de la table, & ſemblent ſe pourſuivre les uns les autres. Pour que ces ſoleils puiſſent tourner autour de la table, il eſt aiſé de voir qu'il faut qu'ils ſoient fixes ſur leur axe, & que cet axe, dans l'endroit où il repoſe ſur le bord de la table, ſoit garni d'une roulette de quelques pouces, bien mobile.

Nous n'en dirons pas davantage ſur les feux d'artifice, parcequ'il n'eſt pas poſſible de donner ici un traité de pyrotechnie complet. Nous nous contenterons d'indiquer aux amateurs de cet art les ouvrages où ils peuvent plus commodément s'en inſtruire. L'un eſt le *Traité des Feux d'artifice* de M. Frézier, dont il y a eu en 1745 une nouvelle édition. Nous citerons encore celui de M. Perrinet d'Orval, intitulé, *Traité des Feux d'artifice, pour le Spectacle & pour la Guerre.* Si l'on veut enfin avoir dans un très-petit volume la ſubſtance de tout l'art des artifices, on n'a qu'à conſulter le *Manuel de l'Artificier*, in-12, Paris, 1757, qui eſt un abrégé de ce dernier, augmenté de pluſieurs compoſitions nouvelles & curieuſes concernant les feux chinois, par le P. d'Incarville.

SECTION XIII.

De quelques Onguents pour la brûlure.

IL est assez sage de terminer un traité de pyrotechnie, par quelques secours contre un accident qui ne peut manquer d'arriver souvent, en maniant un élément dangereux comme le feu, nous voulons dire la brûlure : ainsi nous ne ferons aucune difficulté d'imiter ici M. Ozanam, qui lui-même en cela marche sur les traces de Siemienowitez & de la plupart des autres artificiers : nous bornerons même absolument aux pratiques qu'il enseigne.

Faites bouillir du sain-doux, ou graisse de porc frais, dans de l'eau commune, sur un petit feu ; écumez-la continuellement, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'écume ; laissez refroidir au serein cette graisse fondue pendant trois ou quatre nuits ; après cela faites refondre la même graisse dans un vaisseau de terre, sur un feu lent & modéré ; coulez-la au travers d'un linge sur de l'eau froide ; lavez-la bien ensuite dans de l'eau claire de riviere ou de fontaine, pour lui ôter son sel, & la faire devenir blanche comme neige ; enfin serrez cette graisse ou onguent ainsi purifié dans un vaisseau de terre vernissé, pour vous en servir au besoin.

Il arrive ordinairement que, par une brûlure, il s'éleve sur la peau des ampoules ou vessies, qu'il ne faut faire crever qu'après le troisieme ou le quatrieme jour qu'on y aura appliqué l'onguent précédent, ou cet autre qui est très-bon, & qui se fait avec du lard fondu, & mêlé avec deux dragmes d'eau de morelle & une dragme d'huile de Saturne : ou bien avec deux onces de jus d'oignons, & une once d'huile de noix.

SECTION XIV.

Pyrotechnie sans feu, & purement optique.

L'ART dont nous venons d'exposer quelques-unes des inventions, entraîne nécessairement beaucoup de dépense ; il est de plus dangereux, car on ne se joue pas impunément avec l'élément destructeur du feu. En voici un d'une invention moderne, par lequel on a cherché & réussi assez heureusement à imiter l'effet optique de différentes pieces d'artifice, & à leur donner un air de mobilité, quoiqu'elles soient fixes dans la réalité. On peut, par son moyen, se procurer à assez bon marché & à son gré le spectacle d'un feu d'artifice ; & lorsque les pieces qui le composent sont faites artistement, qu'on y a bien observé les regles de la perspective ; qu'on emploie enfin, pour considérer ce petit spectacle, des verres qui, en grossissant les objets, les éloignent & les rendent un peu moins distincts, il en résulte une illusion assez agréable. Ces motifs nous ont engagé à donner ici place à cette invention.

Les pieces d'artifice qu'on imite avec le plus de succès, sont les soleils fixes, les gerbes & les jets de feu, les cascades, les globes, pyramides & colonnes mobiles sur leur axe. En voilà assez pour former un feu d'artifice assez varié.

Voici les principes & quelques exemples de ces différentes pieces optiques de pyrotechnie.

Voulez-vous représenter une gerbe de feu? il faut prendre du papier noirci des deux côtés & bien opaque; ensuite, ayant dessiné sur un papier blanc la figure d'une gerbe de feu, vous la transporterez sur le papier noir, & vous le percerez avec la pointe d'un canif tranchant, de plusieurs traits, comme 3, 5 ou 7, partants de l'origine de la gerbe: ces lignes ne doivent pas être continues, mais entrecoupées d'intervalles inégaux. Ces
Pl. 2, fig. 14. intervalles seront aussi percés de trous inégaux, qu'on y fera au moyen d'un emporte-piece, afin de représenter les étincelles d'une pareille gerbe; en un mot on doit peindre par ces trous & les lignes l'effet si connu du feu de la poudre enflammée, élancée par une petite ouverture.

On peindra d'après les mêmes principes les cascades & les nappes de feu qu'on désirera faire en-
Fig. 15. trer dans cet artifice purement optique, ainsi que les jets de feu qui partent des rayons des soleils soit fixes, soit mobiles. Il est aisé de sentir que le goût doit présider à cette peinture.

Si vous voulez représenter des globes, des py-
Fig. 16. ramides, ou des colonnes tournantes, il faudra, après les avoir dessinés sur le papier, les déchiqueter en hélice, c'est-à-dire y couper des hélices avec la pointe du canif, & d'une largeur proportionnée à la grandeur de la piece.

On observera encore que, comme ces feux différents ontdifférentes couleurs, on les leur donnera facilement, en collant derriere les pieces ainsi découpées, du papier serpente très-fin, & coloré de la maniere convenable. Les jets de feu, par exemple, donnent, quand ils sont chargés de feu chinois, une lumiere rougeâtre : il faudra donc coller derriere la découpure de ces jets, du papier transparent, légérement coloré en rouge ; & ainsi des autres couleurs qui distinguent les différentes compositions d'artifice.

Les choses étant disposées ainsi, il faut donner du mouvement ou l'apparence du mouvement à ce feu. Pour cela on s'y prend de deux manieres, applicables aux différentes circonstances.

S'il s'agit, par exemple, d'un jet de feu, on pique une bande de papier de trous inégaux & inégalement espacés ; on fait couler ensuite, entre une lumiere & le jet de feu ci-dessus, cette bande en montant : les traits de lumiere qui s'échappent par les trous de ce papier mobile, & rencontrent les ouvertures du papier immobile, ressemblent à des étincelles qui s'élevent en l'air. Pour peu qu'on ait de goût, on sentira qu'il ne faut pas que ce papier mobile soit percé de trous ni égaux ni également serrés ; il faut qu'il soit d'abord entier, ensuite percé de trous fort clair-semés, puis très-serrés, puis médiocrement ; ce qui servira à représenter les especes de bouffées de feu qu'on observe dans les artifices. Pl. 2, fig. 17.

S'il étoit question d'une cascade, il faudroit, pour en rendre le mouvement, que le papier percé dont il est question, descendît au lieu de monter.

Il est au surplus facile de produire ce mouvement par deux rouleaux, sur l'un desquels s'enroulera ce papier, pendant qu'il se déroulera de dessus l'autre.

Il y a un peu plus de difficulté pour les soleils, où il est question de représenter un feu qui s'échappe du centre vers la circonférence. Cela se fait ainsi.

Décrivez ſur du fort papier un cercle de même diametre que le ſoleil que vous voulez repréſenter, même quelque peu au-delà ; vous tracerez enſuite ſur ce cercle de papier deux hélices, à une ligne ou demi-ligne de diſtance, & vous ouvrirez avec le canif leur intervalle, enſorte que le papier ſoit fendu depuis la circonférence, & en diminuant de largeur, juſqu'à quelque diſtance du centre ; vous garnirez ainſi ce cercle de papier, tant plein que vuide, de pareilles hélices ; enſuite vous collerez ce cercle découpé ſur un petit cercle de fer, ſupporté par deux filets de fer ſe croiſants à ſon centre, & vous ajuſterez le tout à une petite machine qui permette de le faire tourner autour de ſon centre. Ce cercle découpé & mobile étant placé au devant de votre repréſentation de ſoleil, avec une lumiere au-delà, lorſque vous le ferez mouvoir du côté que regarde la convexité des hélices, ces hélices lumineuſes, ou qui donnent paſſage à la lumiere, donneront ſur l'image des rayons ou jets de feu de votre ſoleil, l'apparence d'un feu qui va continuellement, comme par ondulation, du centre à la circonférence.

Pl. 2, fig. 18.

On donnera une apparence de mouvement aux colonnes, pyramides & globes découpés comme on l'a dit plus haut, en faiſant mouvoir verticalement & en montant une bande découpée d'ouvertures inclinées dans un angle un peu différent de celui des hélices. Par ce moyen, on croira voir un feu qui circule continuellement, en montant le long de ces hélices ; d'où réſultera une forte d'illuſion, par laquelle on verra ces colonnes ou pyramides tourner avec elles.

Mais en voilà aſſez ſur ce ſujet. Il ſuffit d'avoir ici indiqué le principe de cette pyrotechnie peu coûteuſe : le goût de l'artiſte lui ſuggérera beaucoup de choſes pour rendre cette repréſentation plus vraie & plus ſéduiſante.

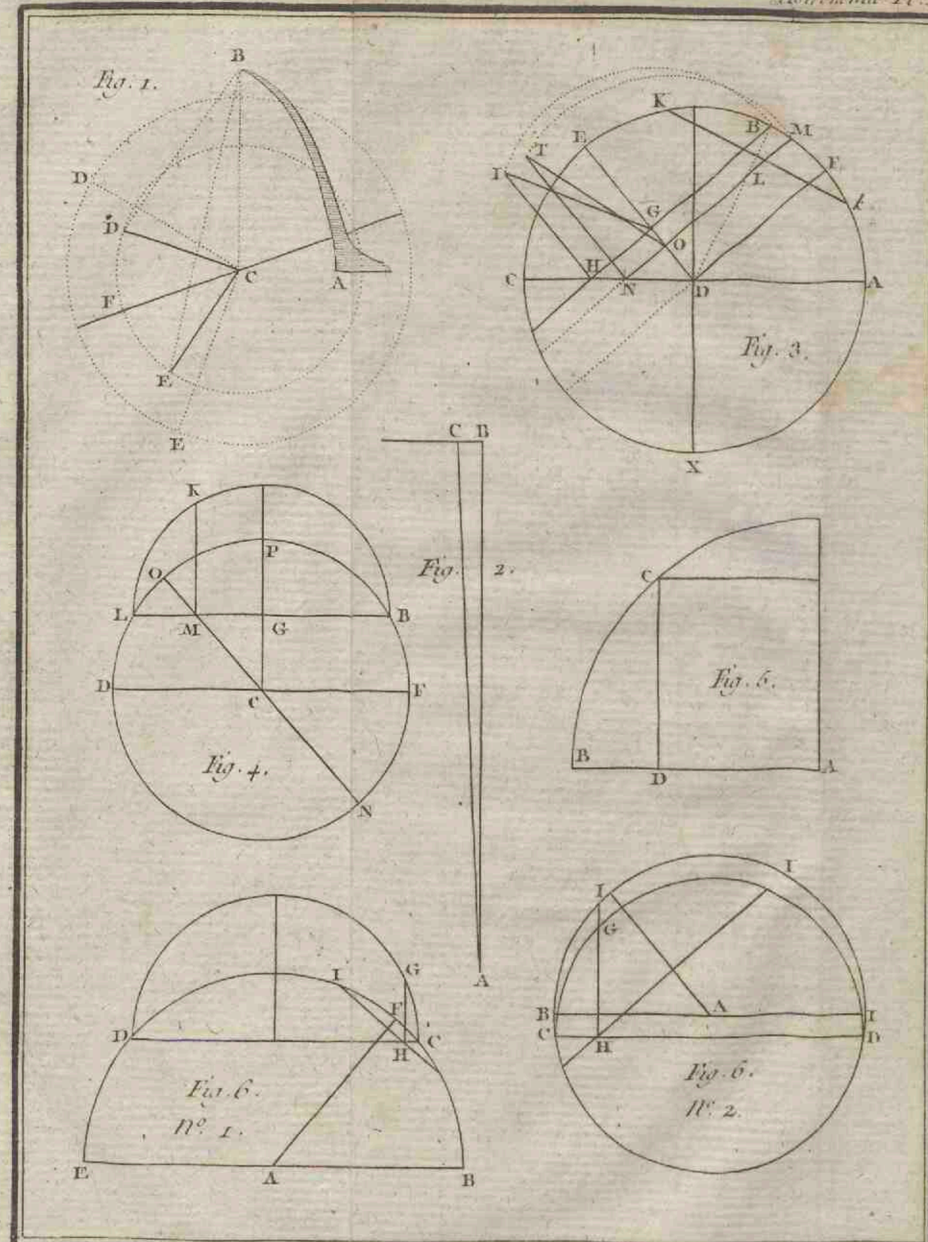
Nous ne dirons plus qu'un mot des illuminations, qui ſont une partie de ce ſpectacle pyrotechnique.

On prend pour cet effet des eſtampes repréſentant une place, un château, un palais, &c ; on les enlumine de leurs couleurs naturelles, & l'on colle derriere elles du papier, enſorte qu'elles ne ſoient plus qu'à demi tranſparentes ; enſuite, avec des emporte-pieces de différents calibres, on perce de petits trous dans les lieux & ſur les lignes où l'on a coutume de poſer des lampions, comme le long des appuis de fenêtres, ſur des corniches, des baluſtrades, &c. On a l'attention de faire ces trous de plus en plus petits & plus ſerrés, ſelon la dégradation perſpective de l'eſtampe. Avec d'autres emporte-pieces plus grands, on figure dans d'autres endroits des lumieres plus fortes, comme des pots-à-feu, &c. On découpe en quelques endroits les carreaux des croiſées de fenêtres, & l'on colle derriere du papier tranſparent, rouge ou vert, pour figurer des rideaux de croiſées, tirés devant elles, & cachant un appartement éclairé.

Cette eſtampe étant ainſi découpée, on la place au devant de l'ouverture d'une eſpece de petit théâtre fortement éclairé par derriere, & on la conſidere au moyen d'un verre convexe d'un foyer un peu long, comme ceux de ces petites machines qu'on nomme des *Optiques*. Ce petit ſpectacle eſt aſſez agréable quand les eſtampes ſont bien en perſpective, & que le goût a préſidé à la diſtribution & à la dégradation des lumieres. On peut l'entre-mêler de quelques pieces du ſpectacle pyrotechnique décrit ci-deſſus, qui y conviennent d'autant mieux, que les illuminations accompagnent d'ordinaire les feux d'artifice.

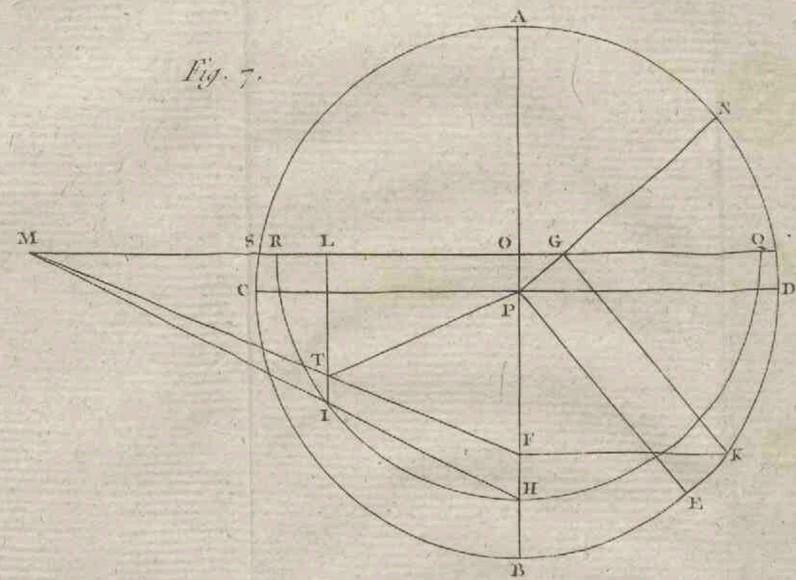
On a vu à Paris, & l'on voit encore chez le ſieur Zaller, une ſuite d'illuminations de ce genre, qui ont une vérité qui fait aſſez de plaiſir.

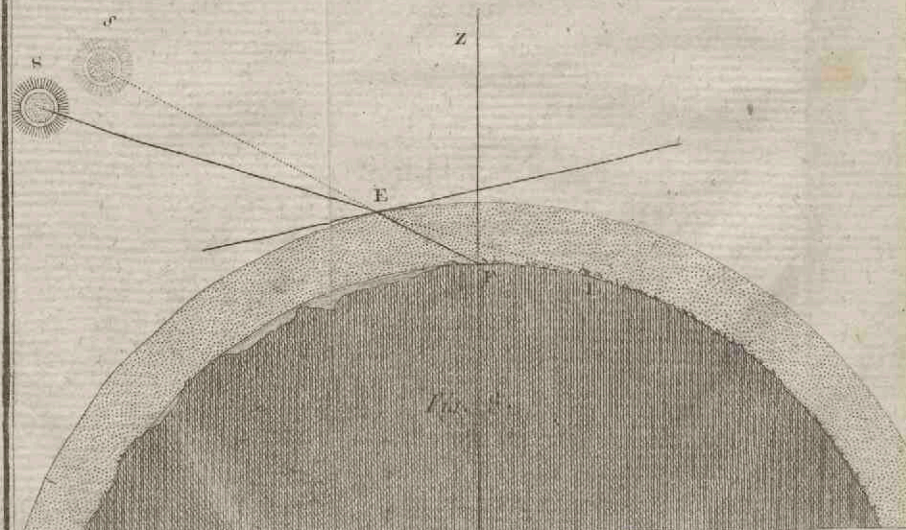
Fin du Tome III.



de la Gardette Sculp.

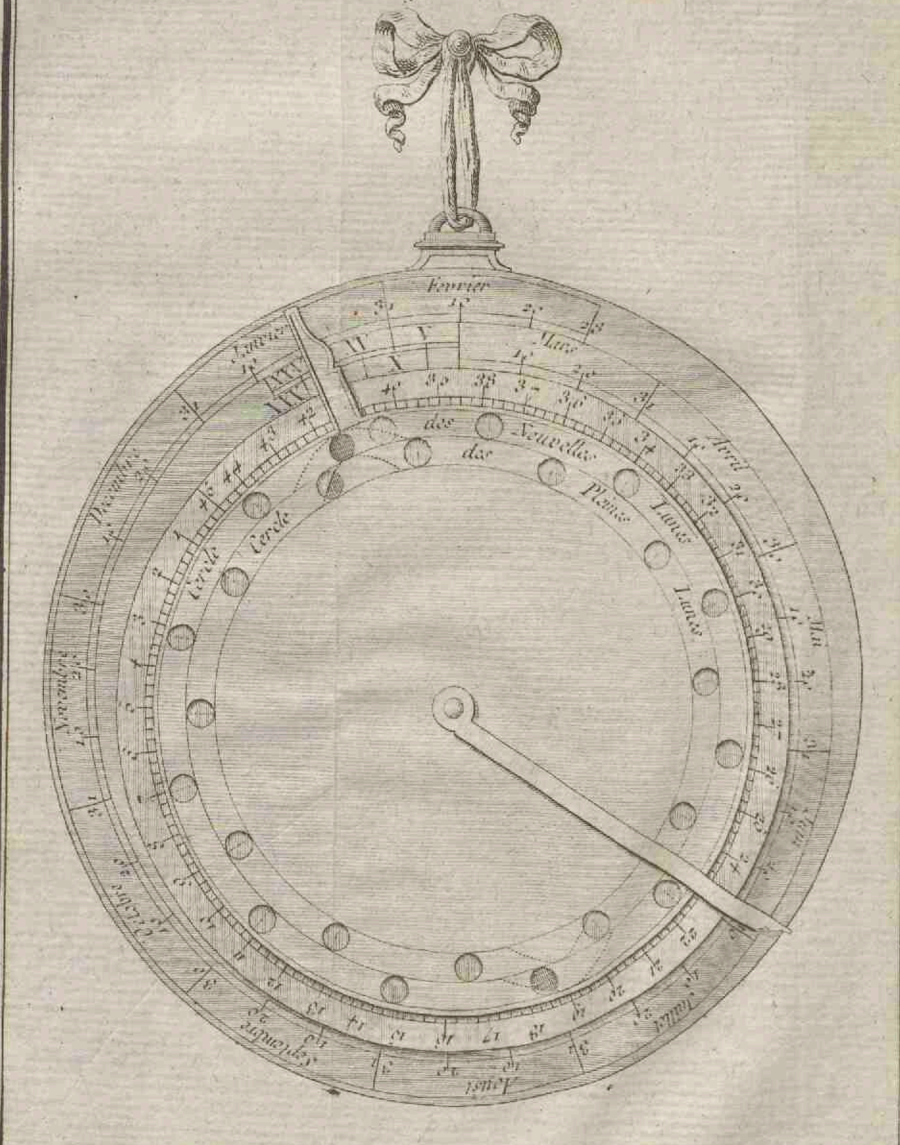
Fig. 7.





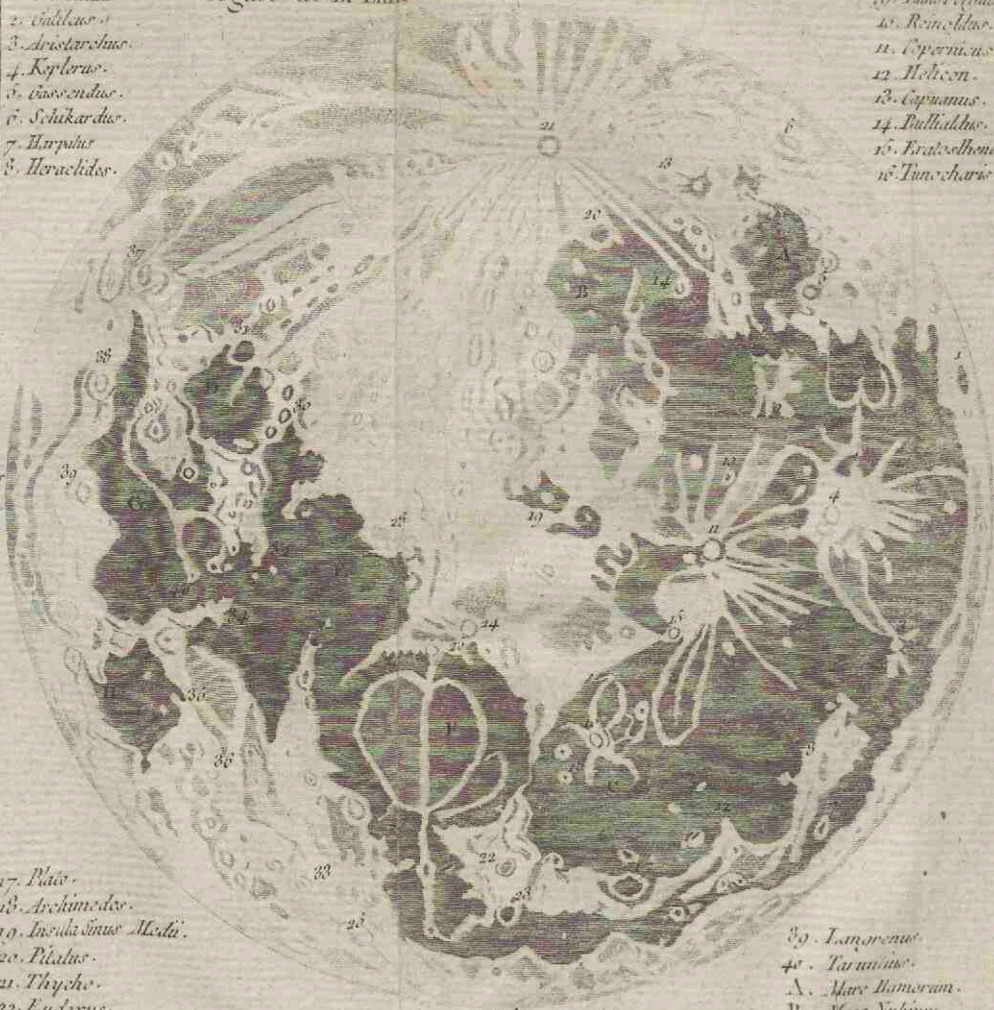
Le la Gardette Sculp.

Machine à Eclipses de Mr. de la Hire.



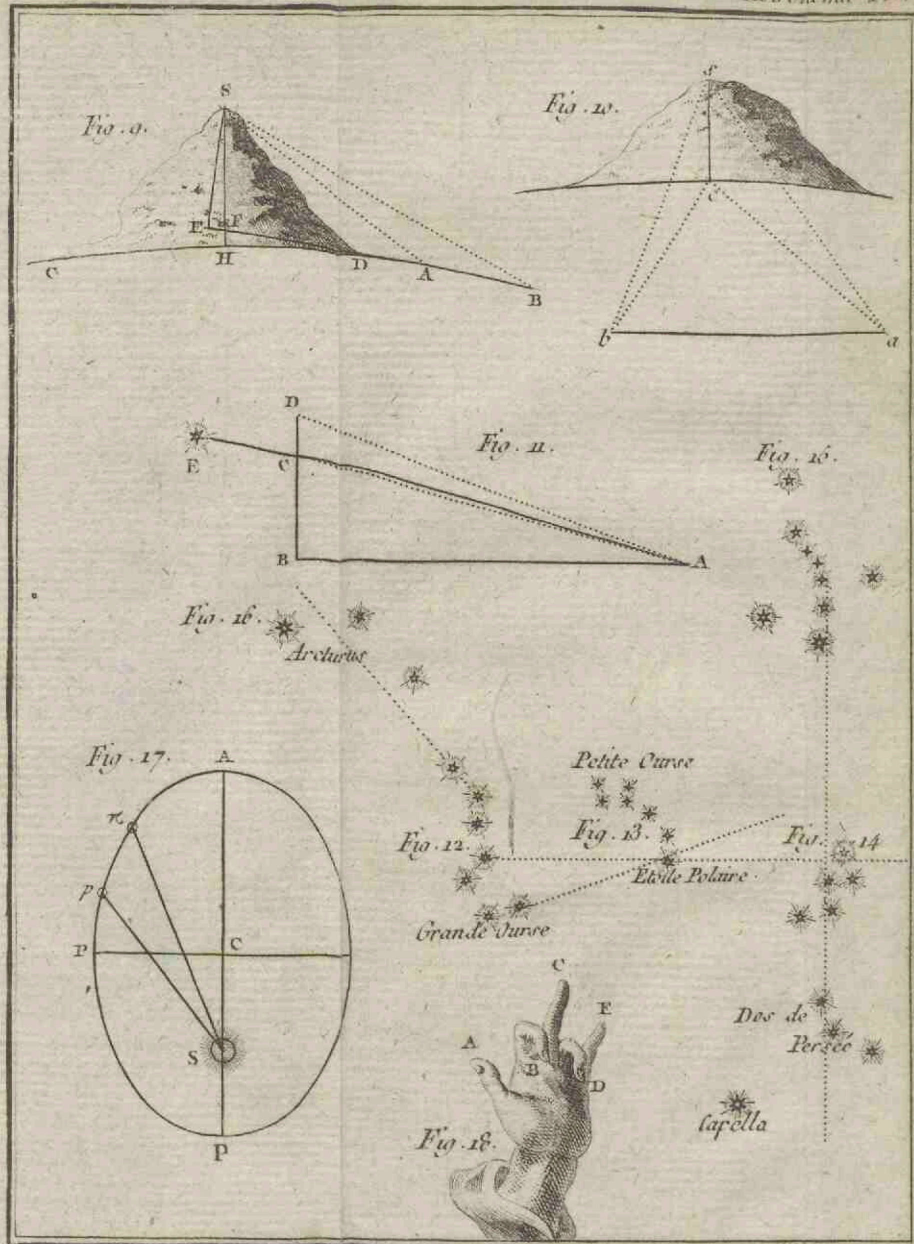
de la Gardette Sculp.

Figure de la Lune



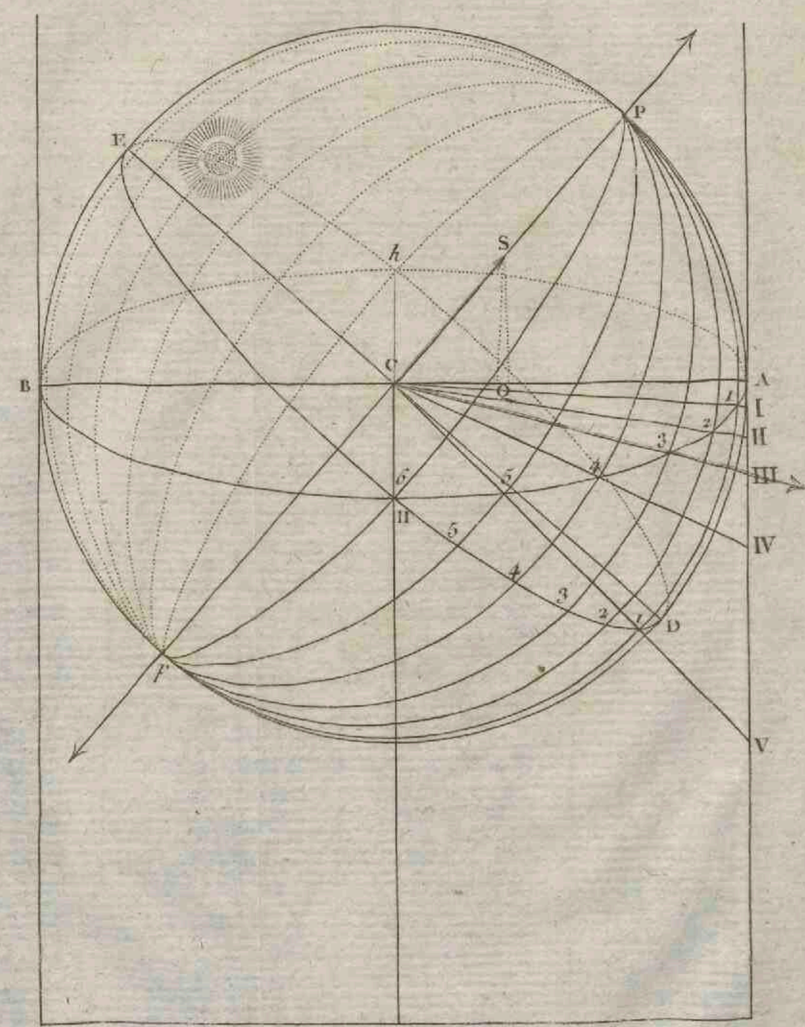
1. Grimaldus.
2. Galilæus.
3. Aristarchus.
4. Keplerus.
5. Gassendus.
6. Schikardus.
7. Harpalus
8. Heraclides.
9. Landsbergius.
10. Reinoldus.
11. Copernicus.
12. Helicon.
13. Capuanus.
14. Bullialdus.
15. Eratosthenes
16. Timocharis
17. Plato.
18. Archimedes.
19. Insula Sinus Medii.
20. Pitatus.
21. Thycho.
22. Eudoxus.
23. Aristoteles.
24. Manilius.
25. Menelaüs.
26. Hermes.
27. Possidonius.
28. Dionisius
29. Plinius.
30. Catharina, Cirillus, Theophilus.
31. Fracastorius.
32. Promontorium Acutum, Censorinus.
33. Messala.
34. Promontorium Somnii.
35. Proclus.
36. Cleomedes.
37. Snellius et Furnerius.
38. Petavius
39. Langrenus.
40. Taruntius.
A. Mare Humorum.
B. Mare Nubium.
C. Mare Imbrium.
D. Mare Nectaris.
E. Mare Tranquillitatis
F. Mare Serenitatis
G. Mare Fecunditatis
H. Mare Crisium.

de la Gardelle Sculp.

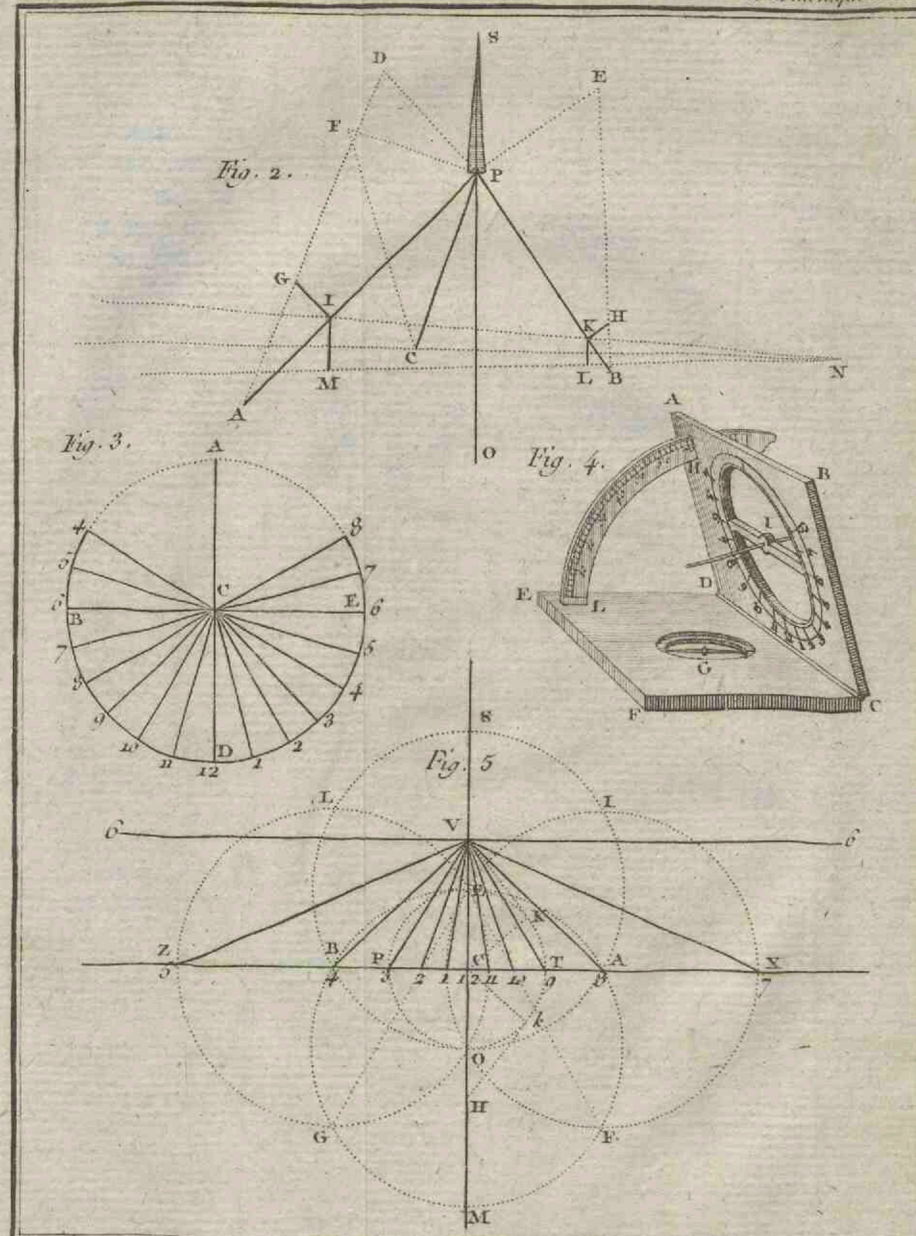


de la Gardette Sculp.

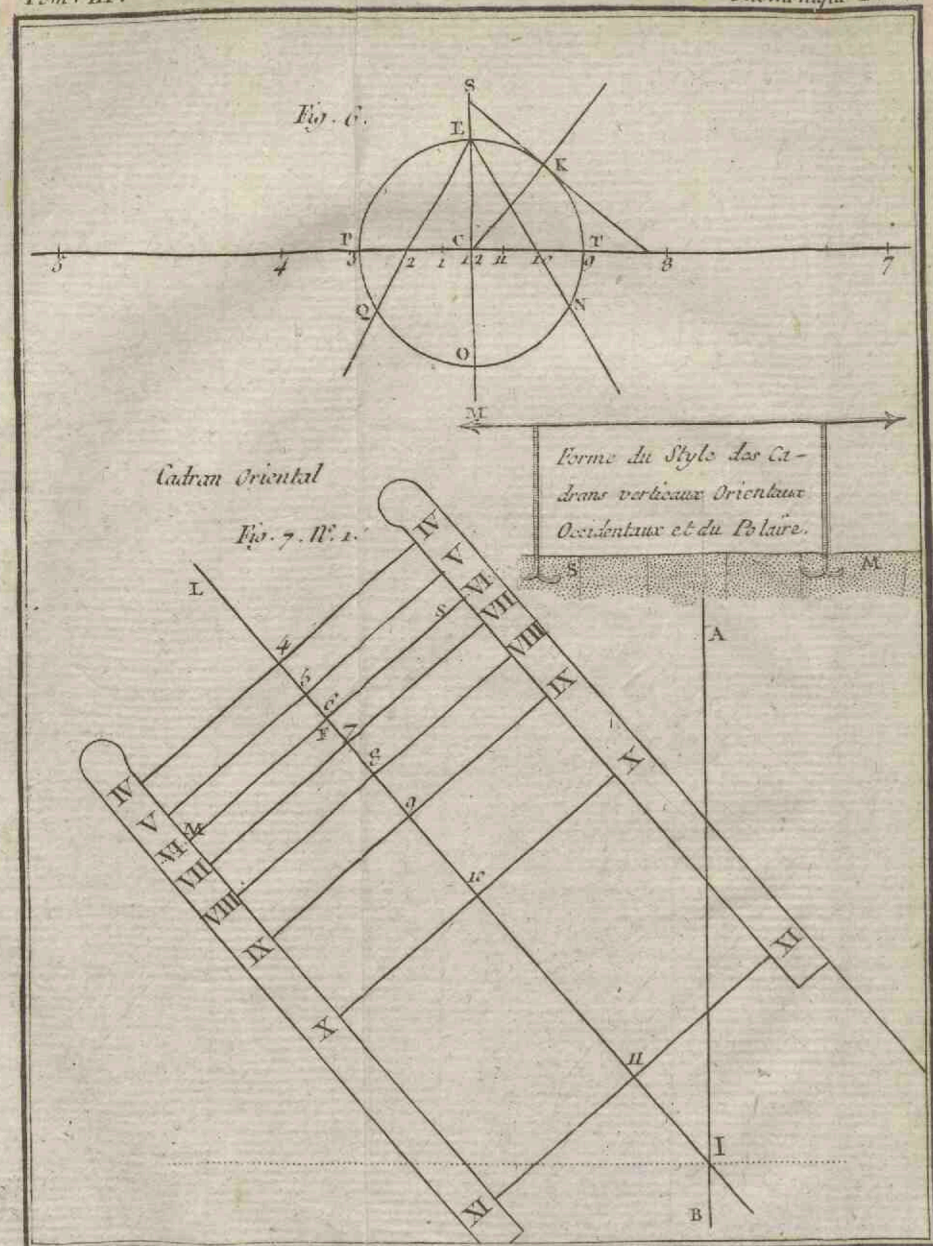
Fig. 1.



de la Gardette Sculp.



de la Gardette Sculp.



de la Gardette Sculp.

Fig. 7 No. 2.

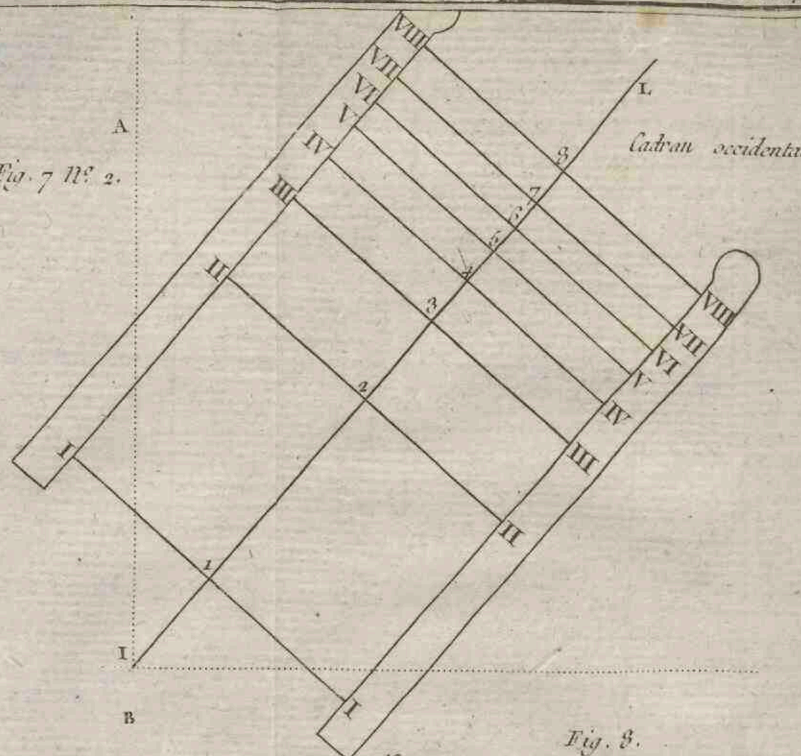
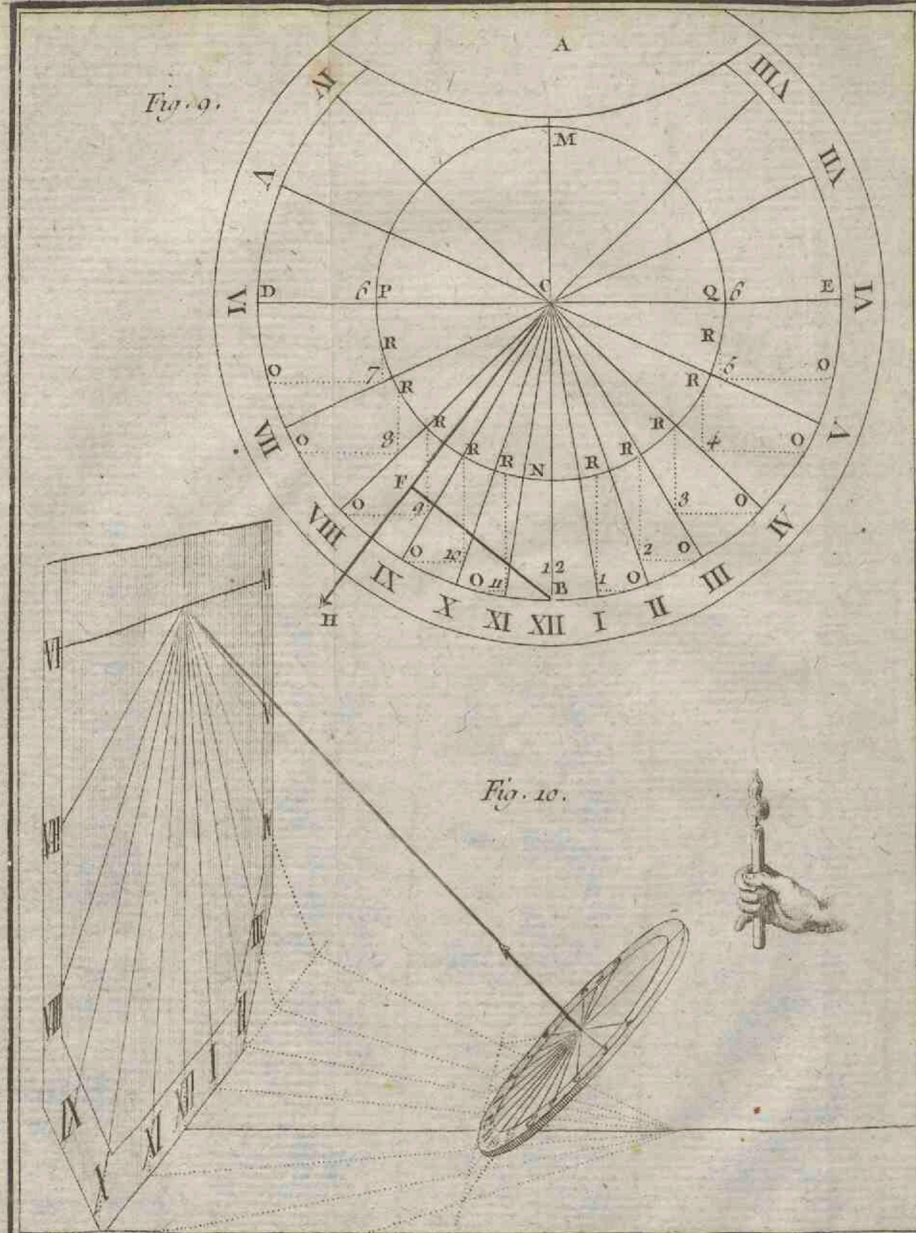


Fig. 8.

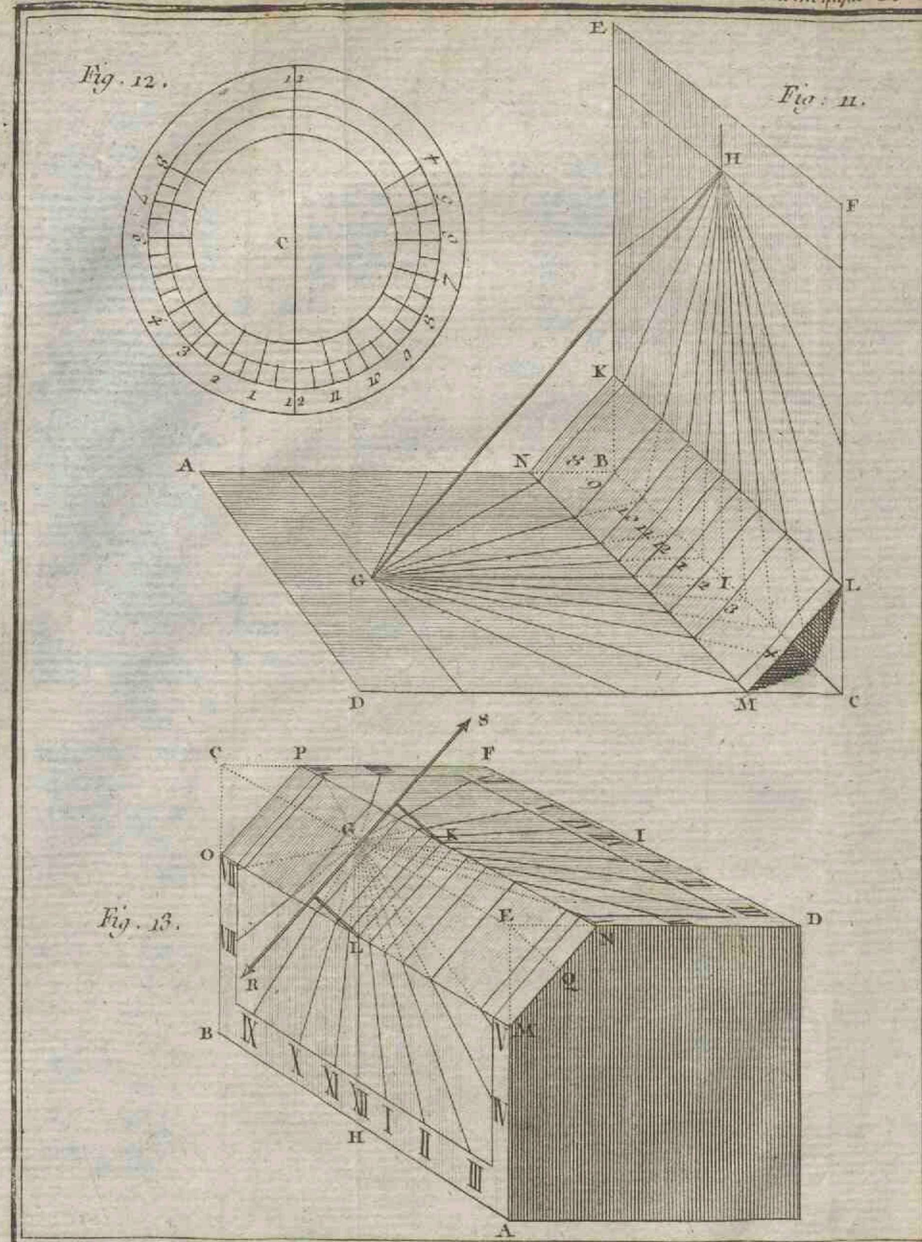
de la Gardette Sculp.

Fig. 9.

Fig. 10.



de la Gardette Sculp.



de la Gardette Sculp.

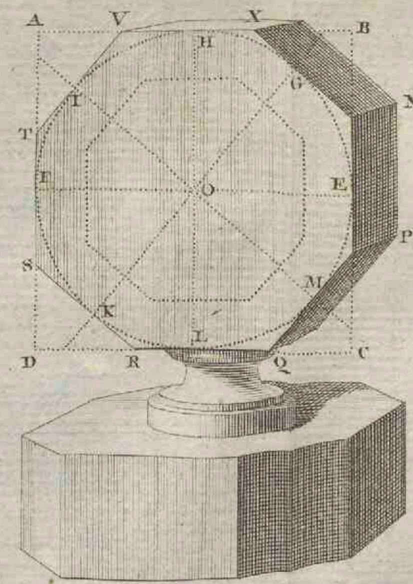


Fig. 14.

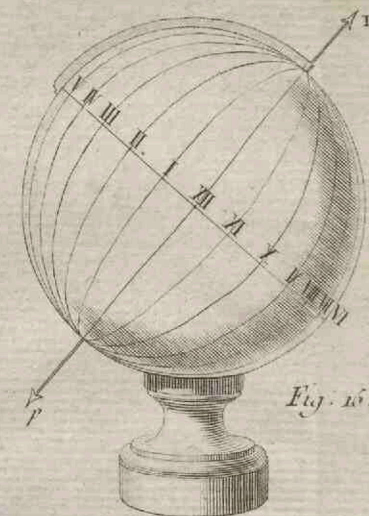


Fig. 16.

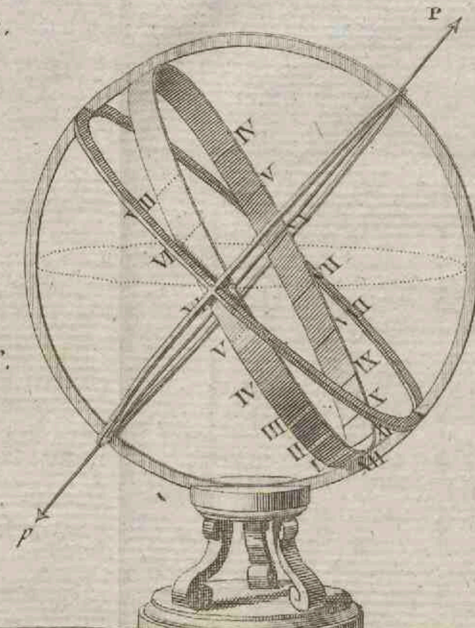
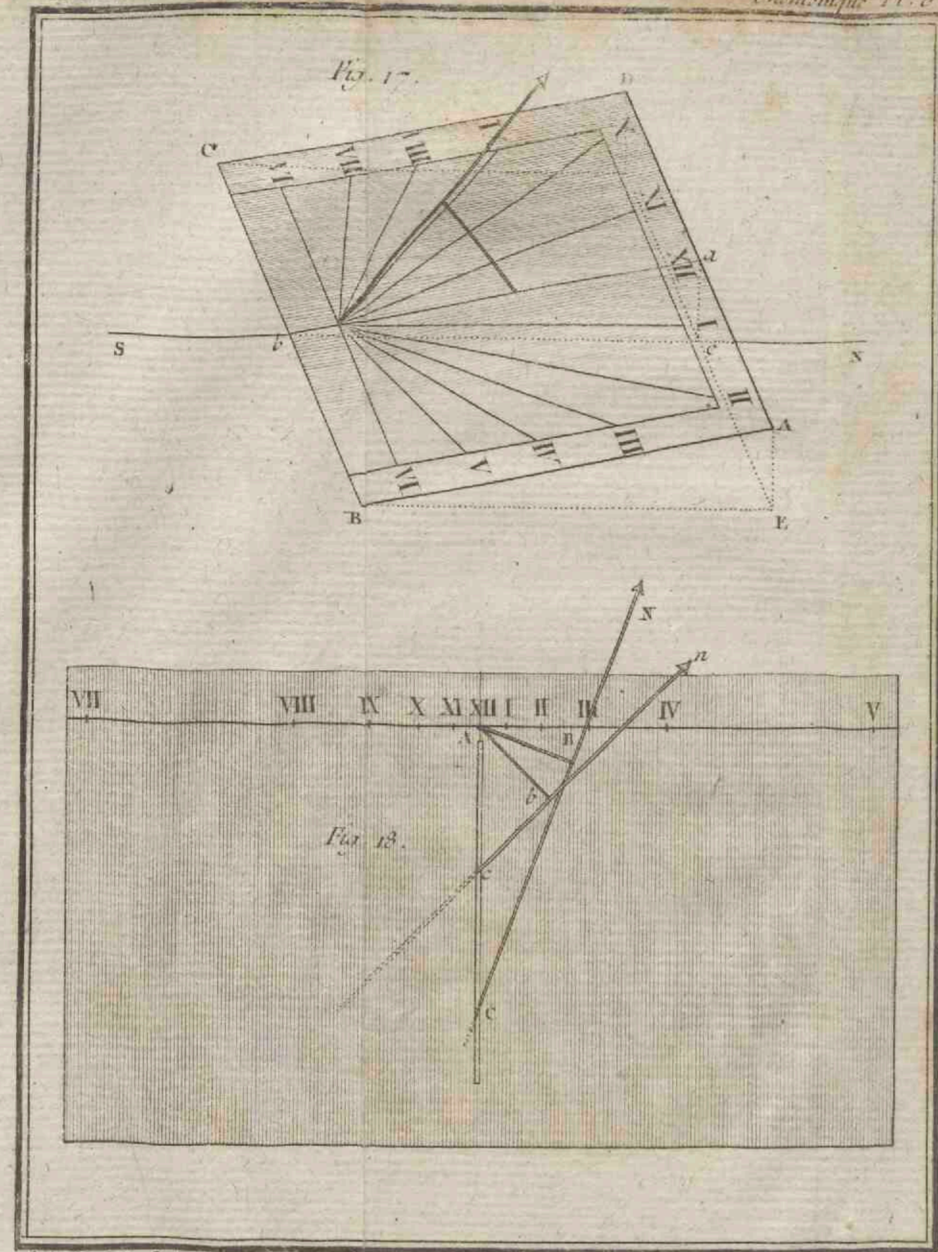


Fig. 16.

de la Gardette Sculp.



de la Gardette Sculp.

Fig. 19.

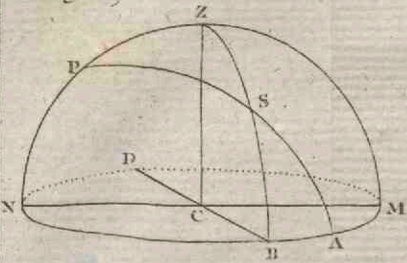


Fig. 21.

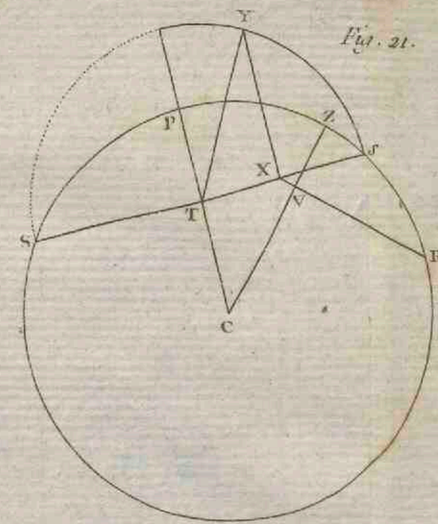
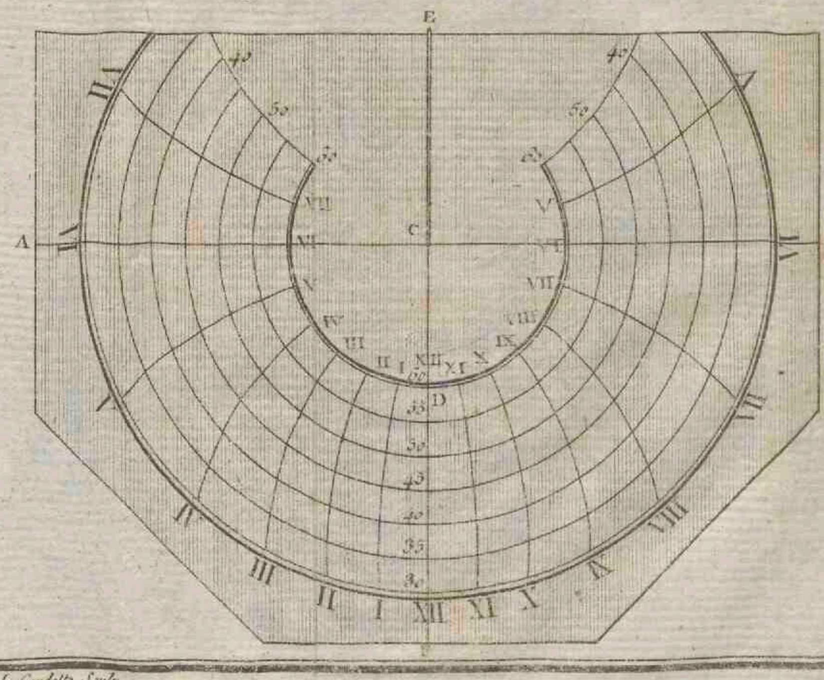
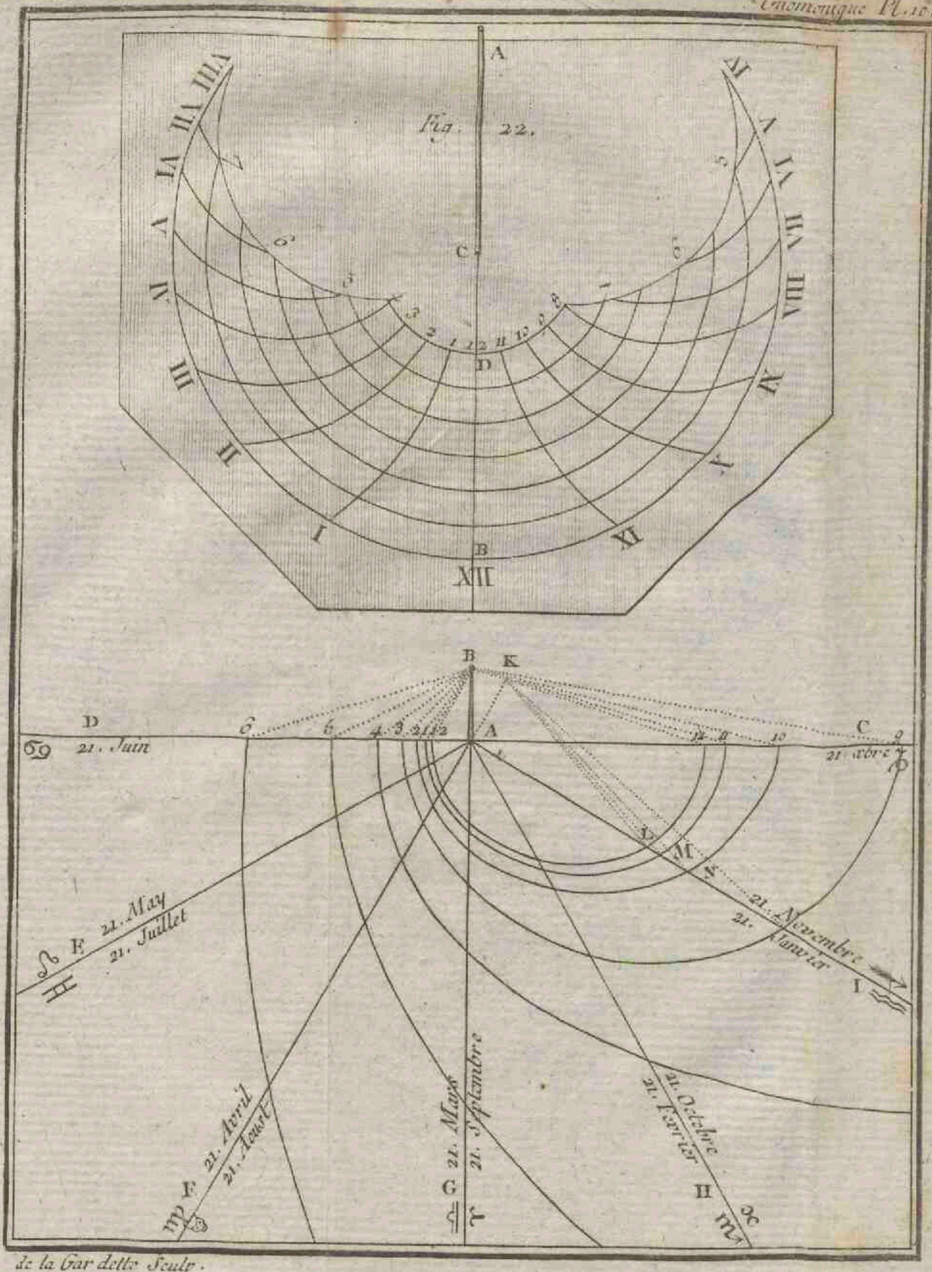


Fig. 20.



de la Gardette Sculp.

N°.



de la Gardette Sculp.

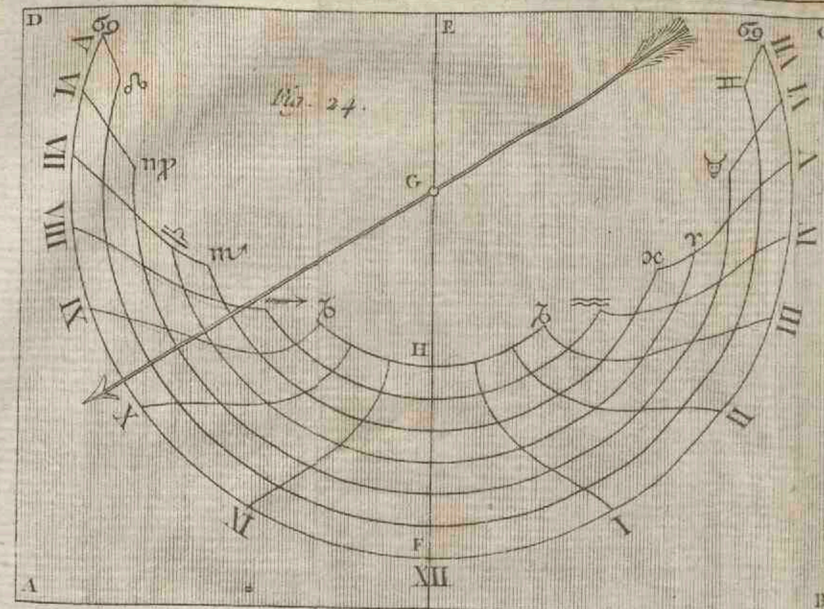


Fig. 24.

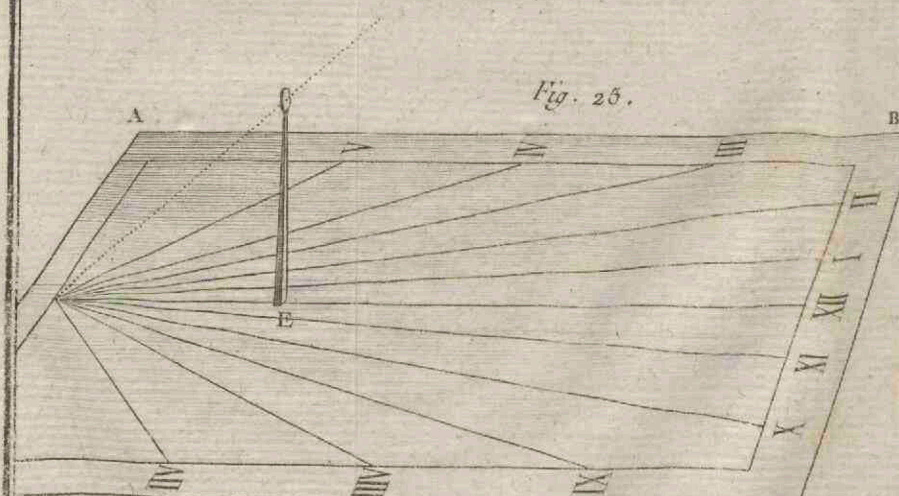


Fig. 25.

de la Gardette Sculp.

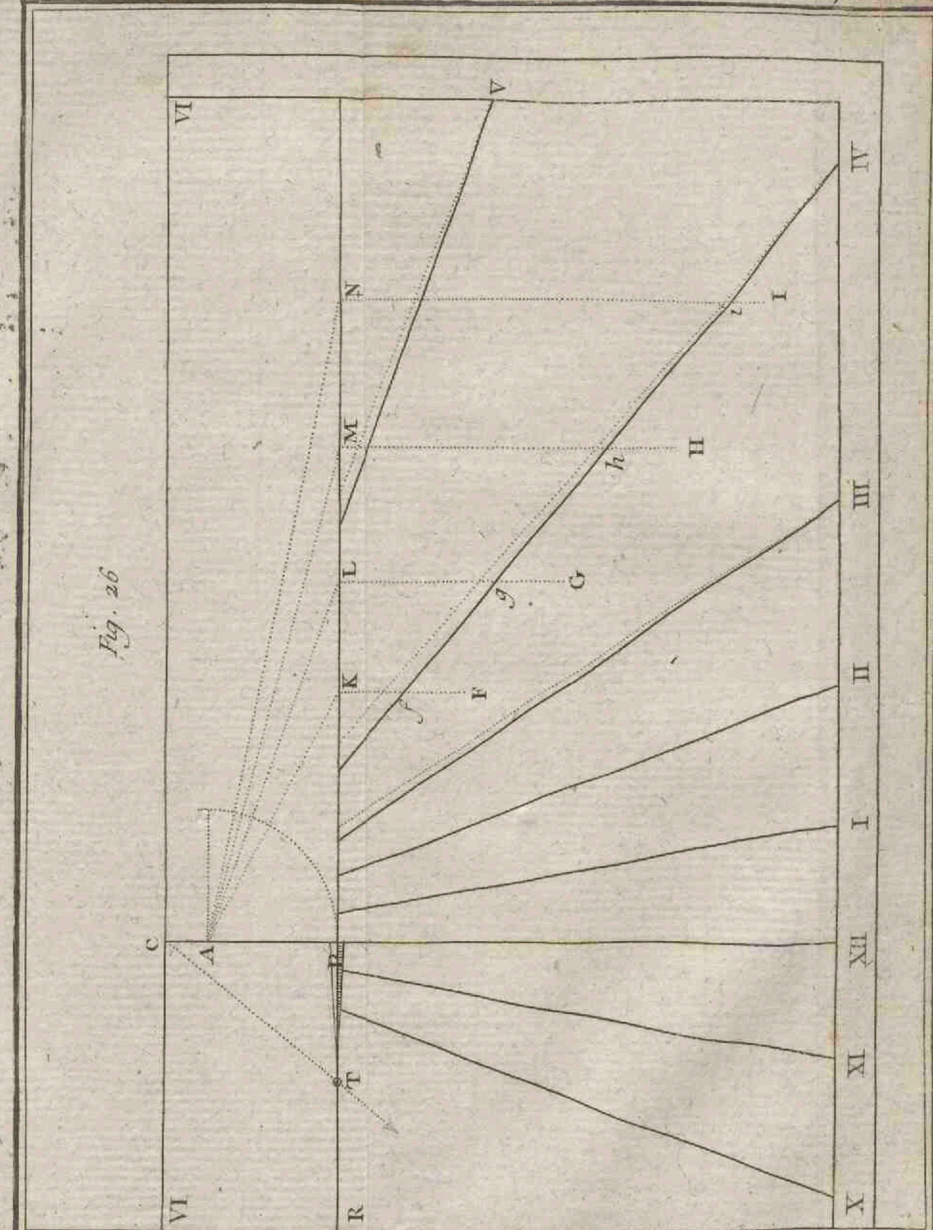
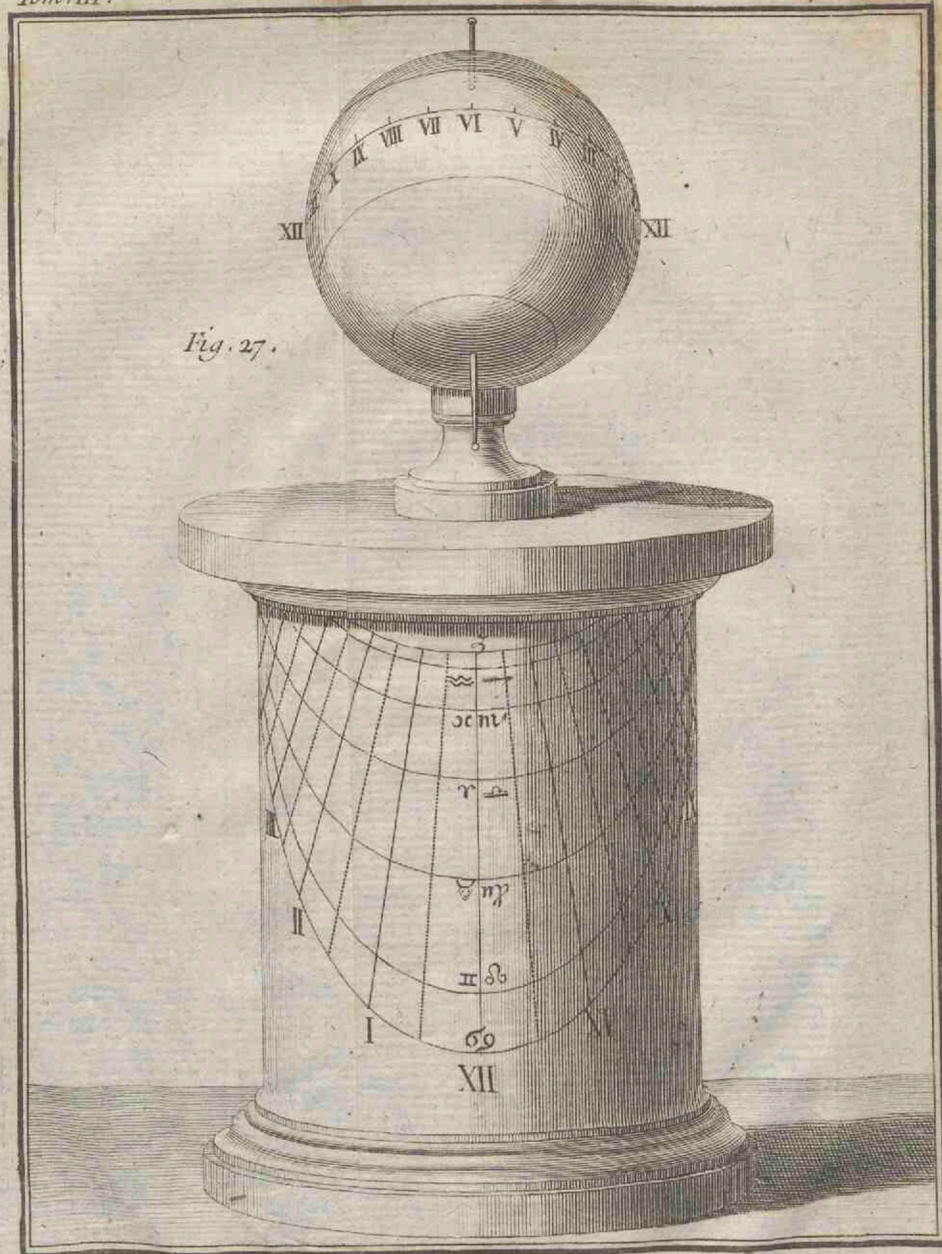
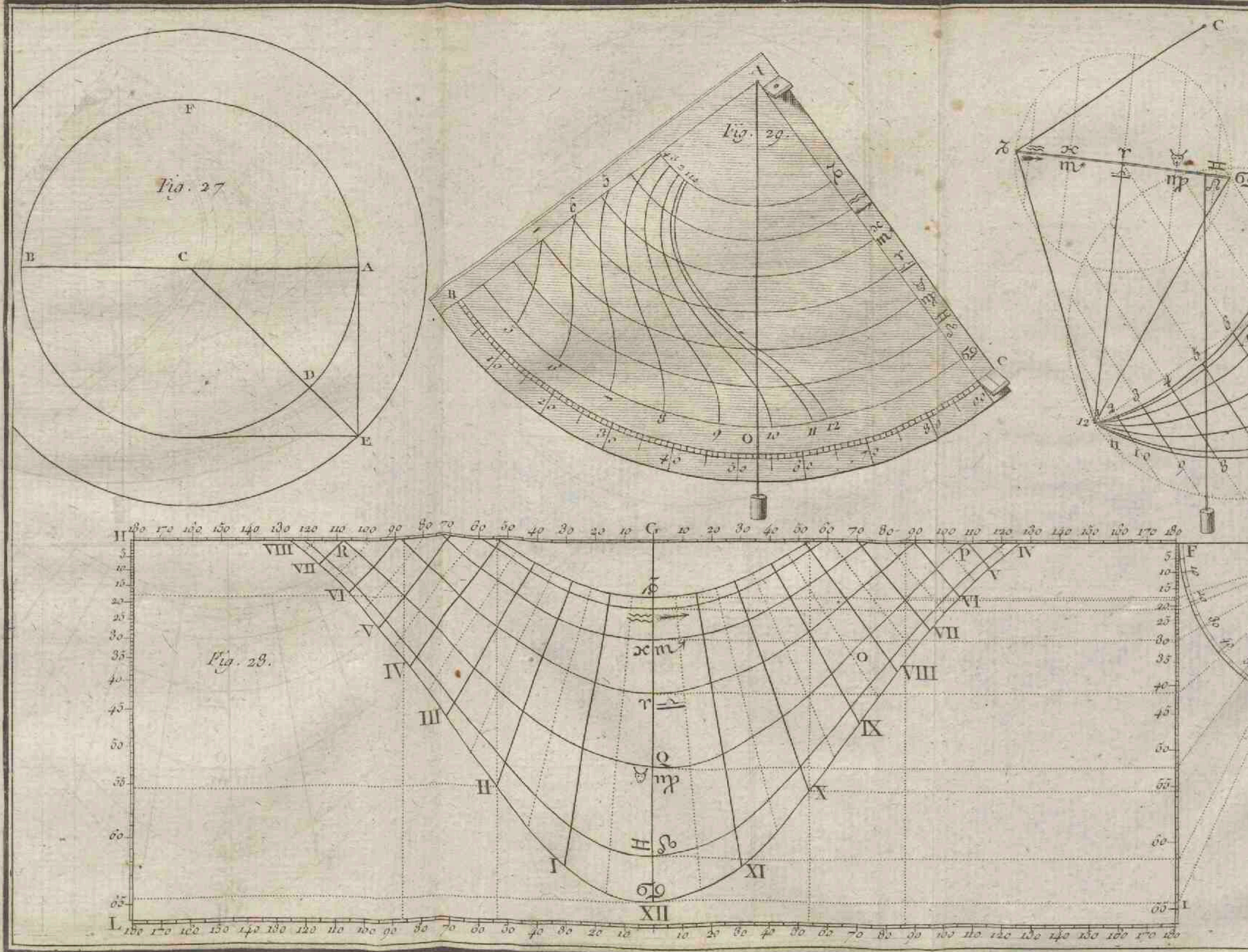


Fig. 26

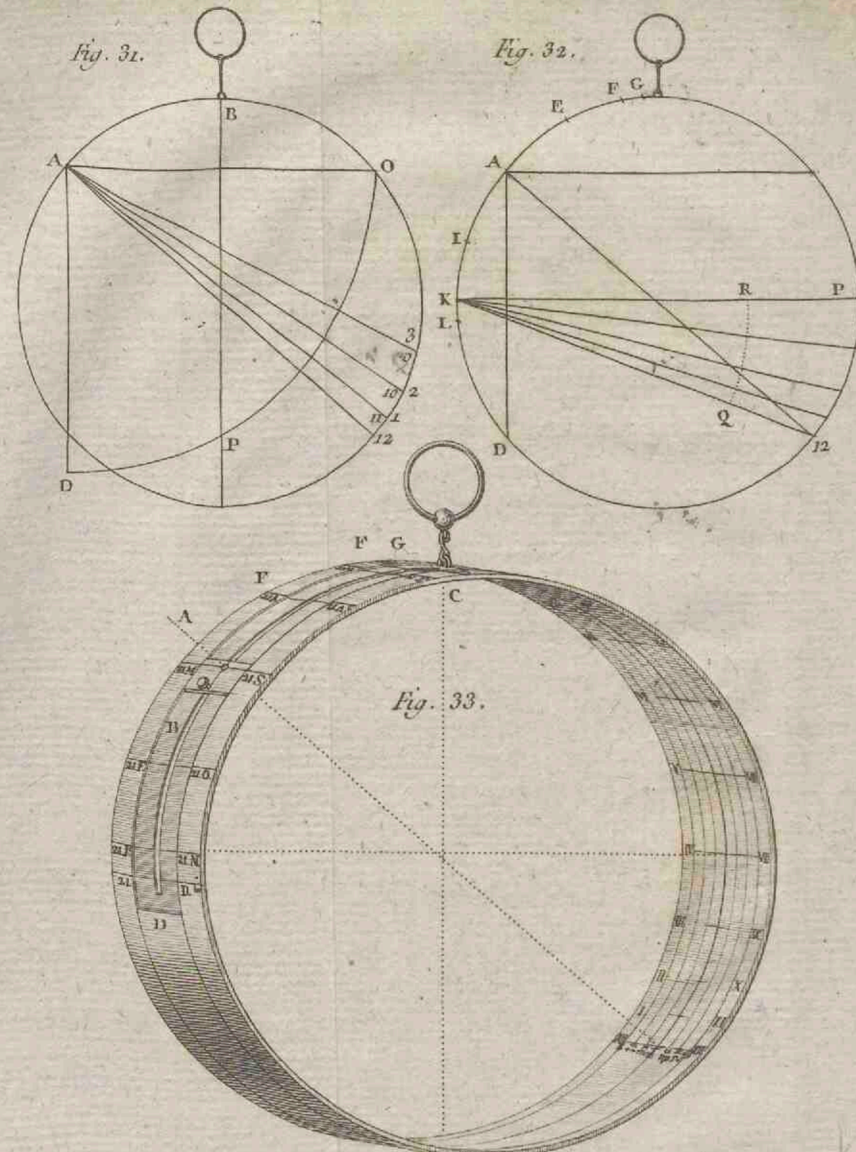
De la Gardelte Sculp.



De la Gardelle Sculp.



de la Gardette Sculp.



De la Gardette Sculp.

Fig. 34.

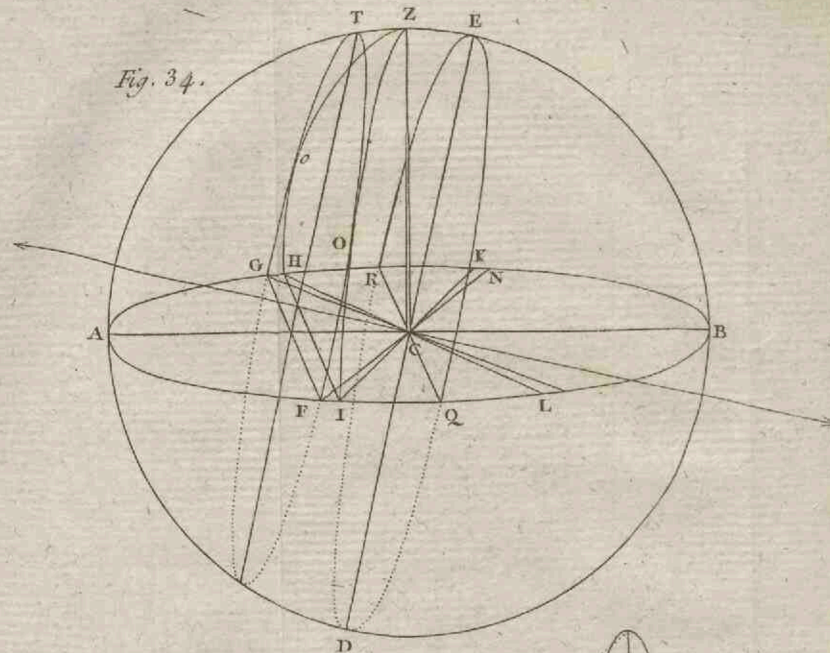
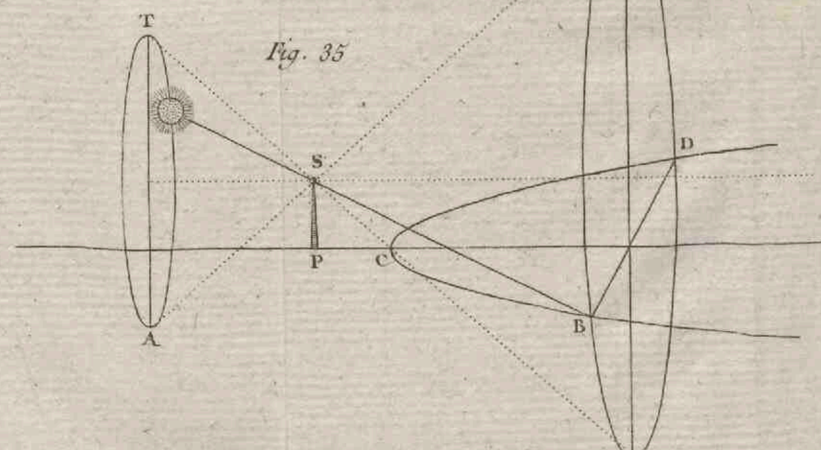


Fig. 35



De la Gardelte Sculp.

Fig. 36.

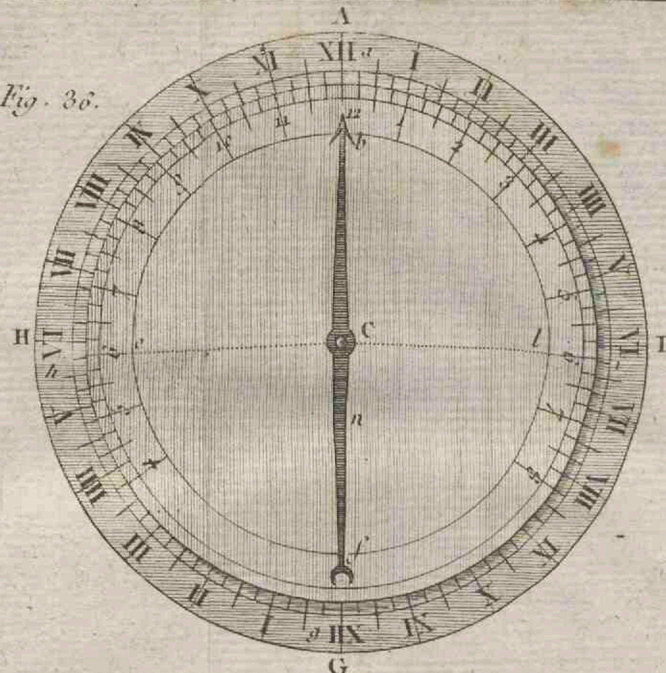
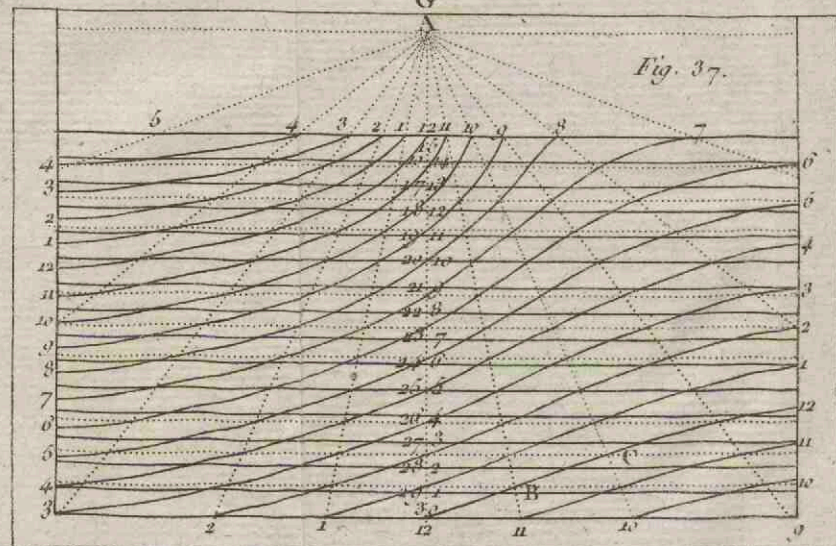
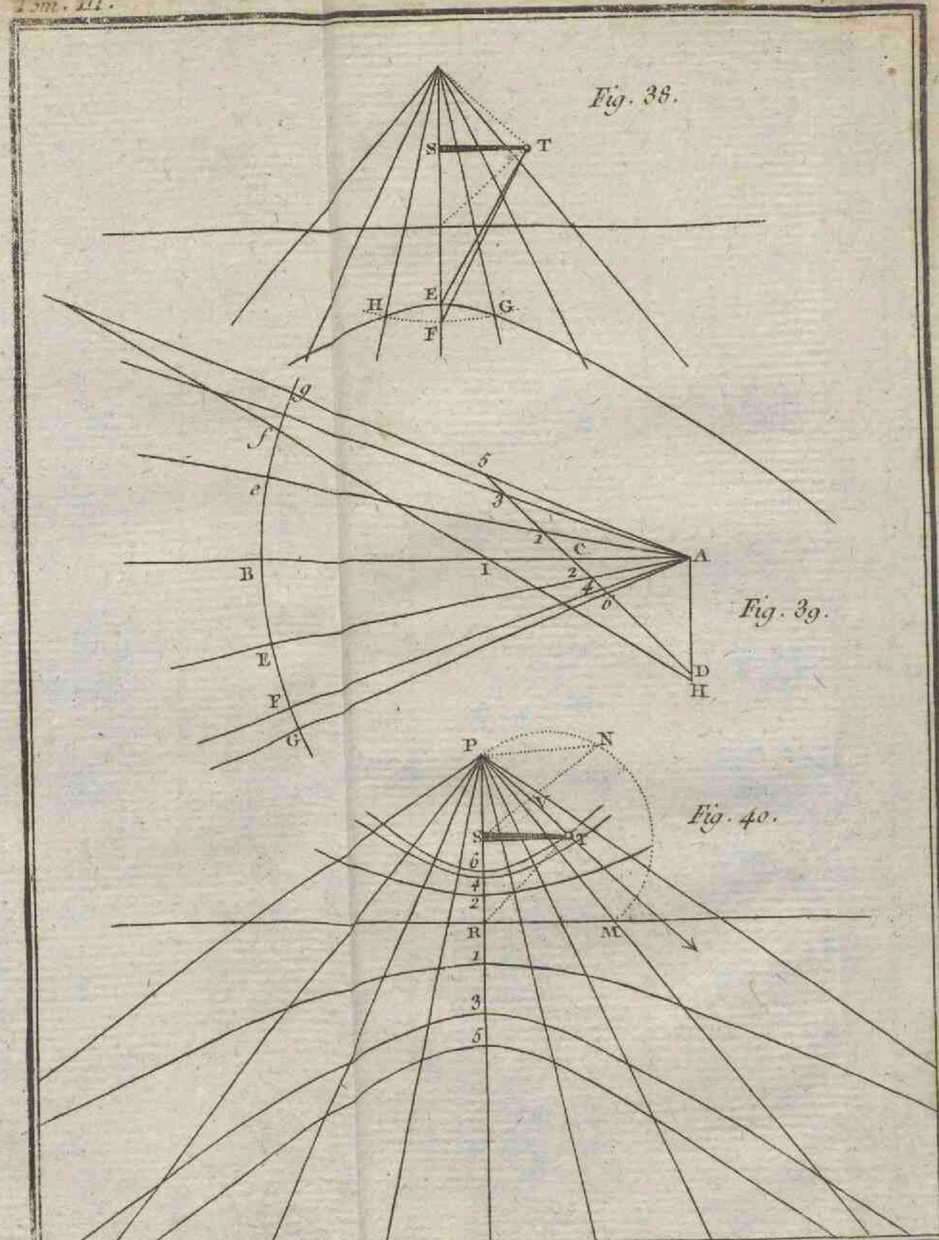


Fig. 37.

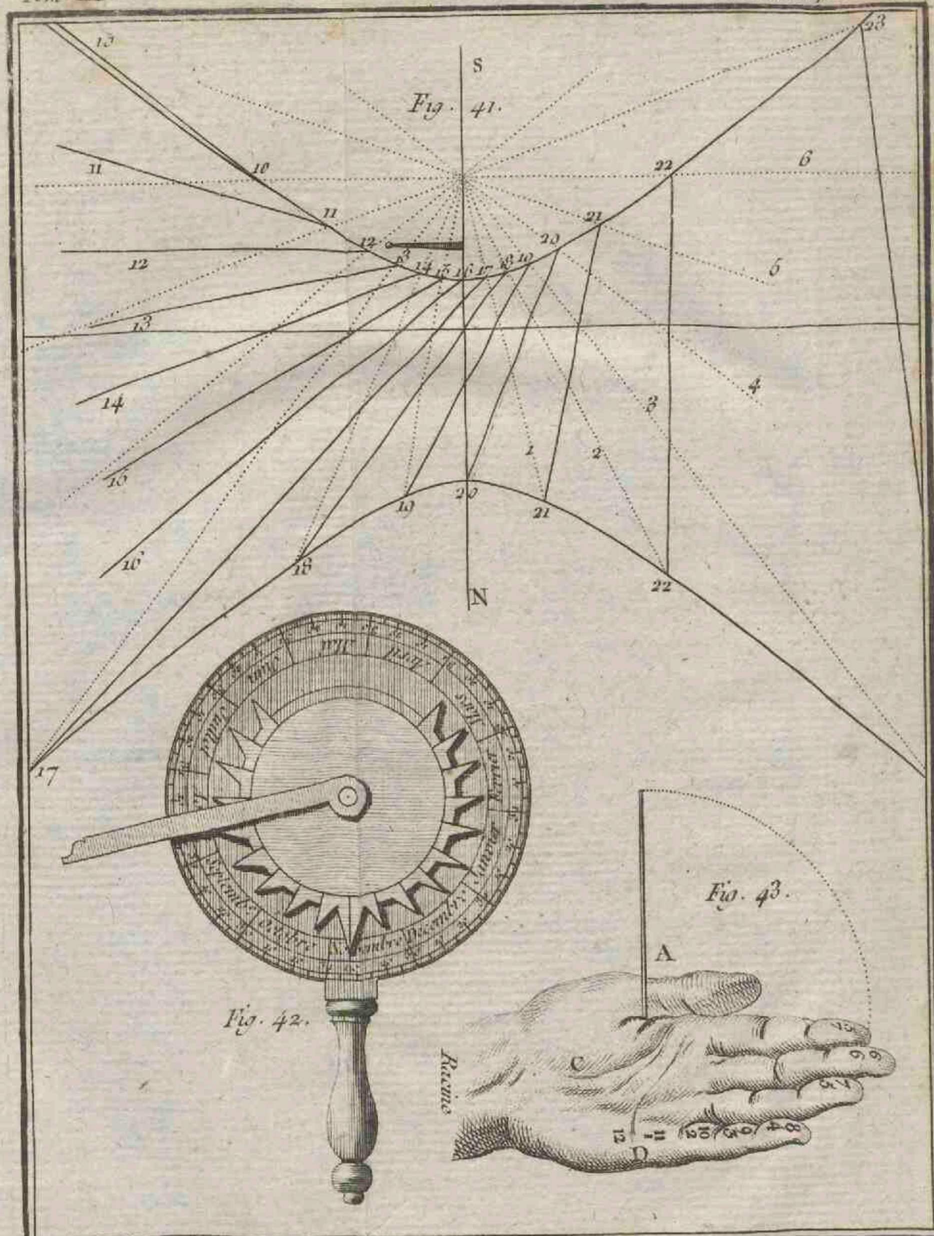


de la Gardette Sculp.



de la Gardette Sculp.

N°.



de la Gardette Sculp.

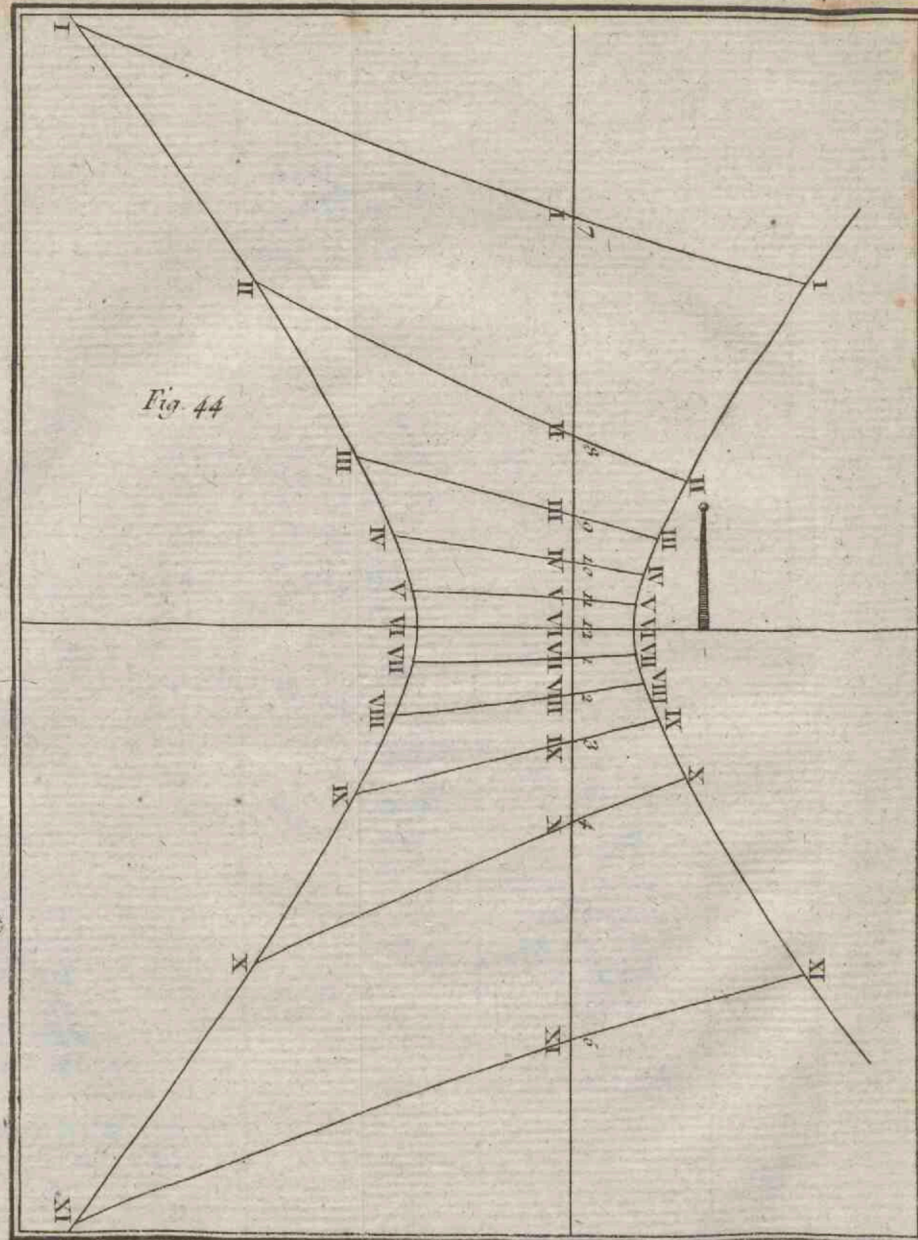
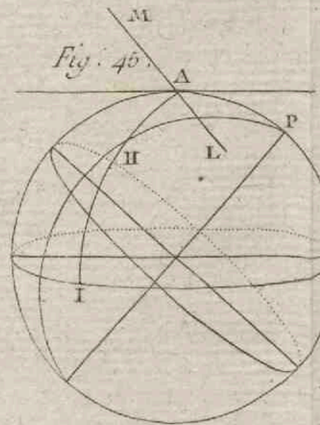


Fig. 44

de la Gardette Sculp.

Fig. 45.



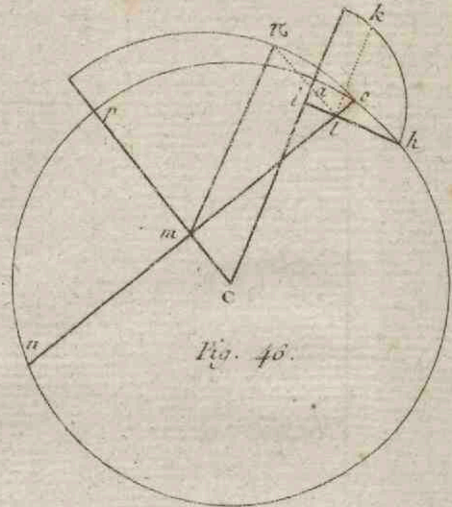
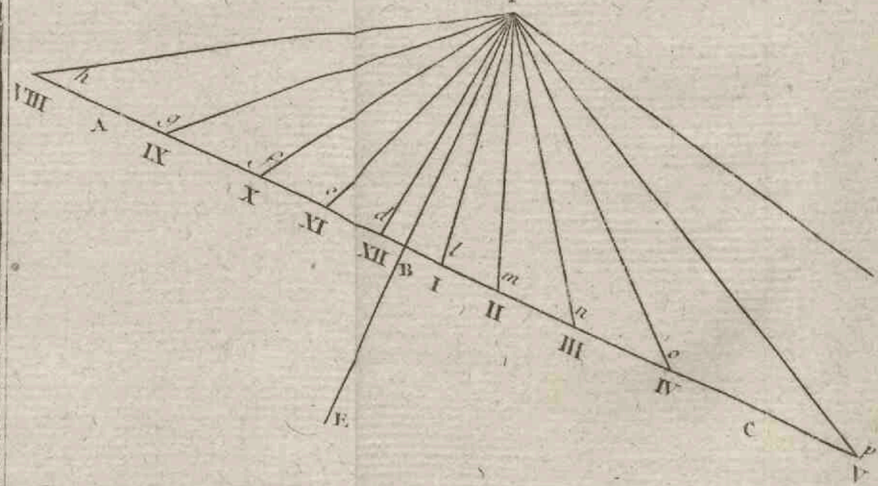
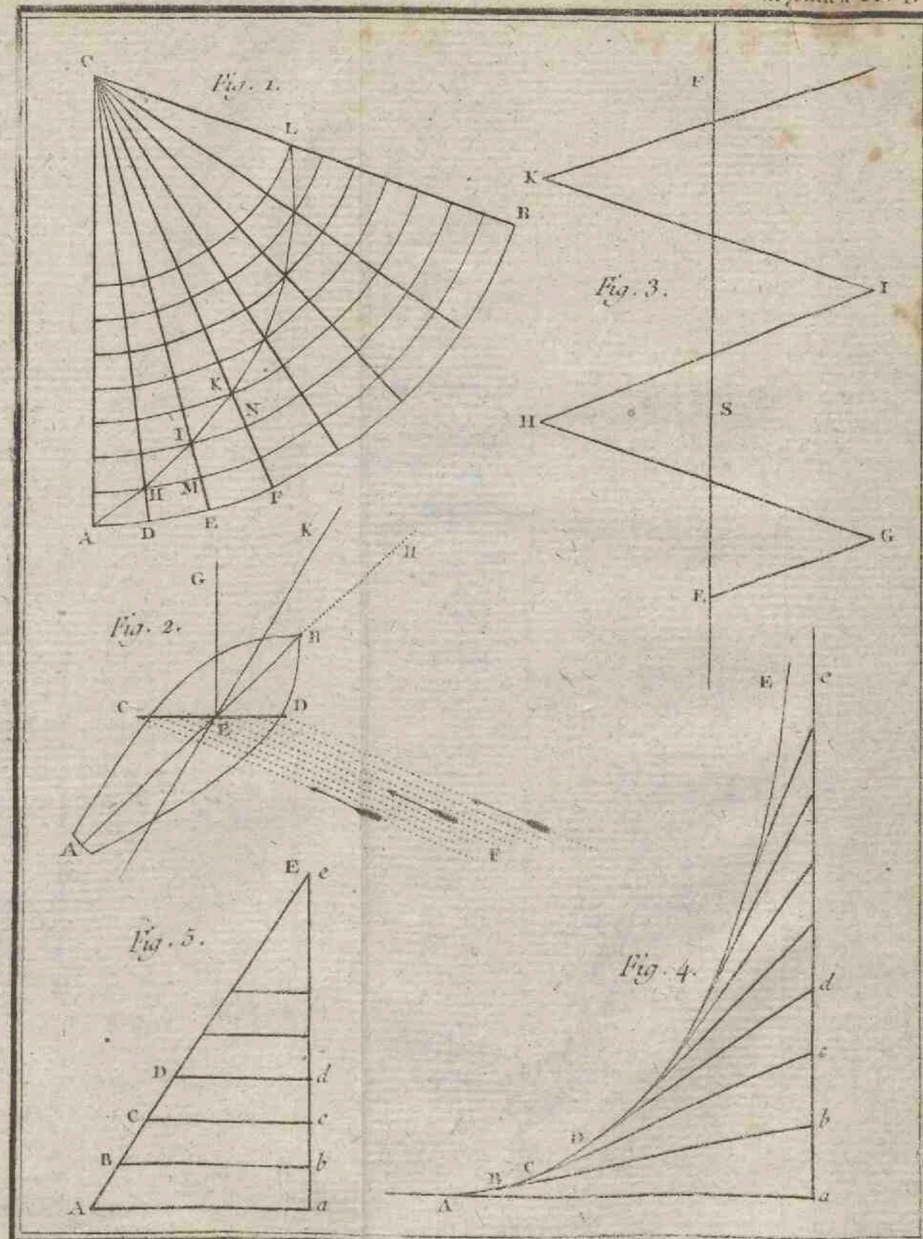


Fig. 46.

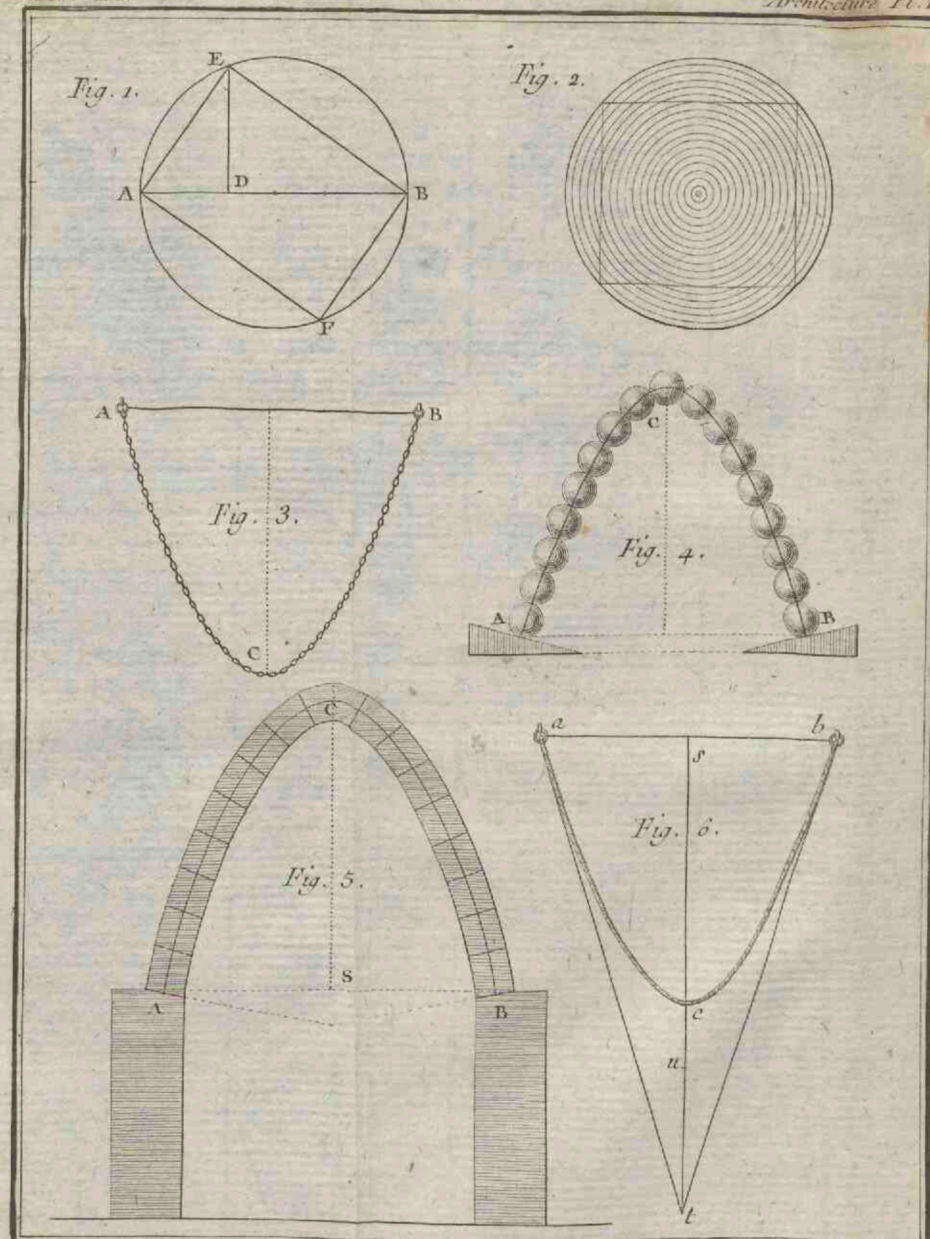
Fig. 47.



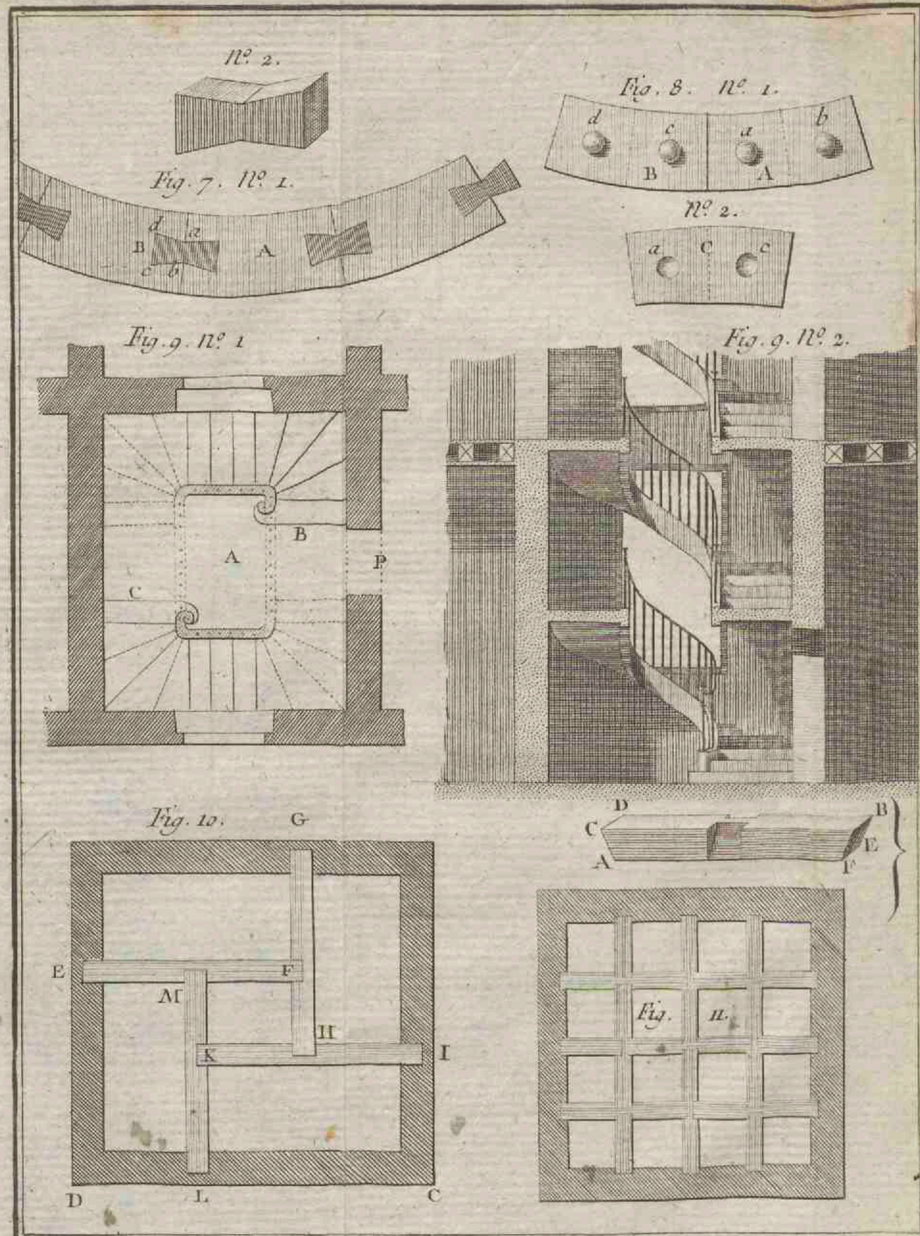
De la Gardette Sculp.



De la Gardette Sculp.

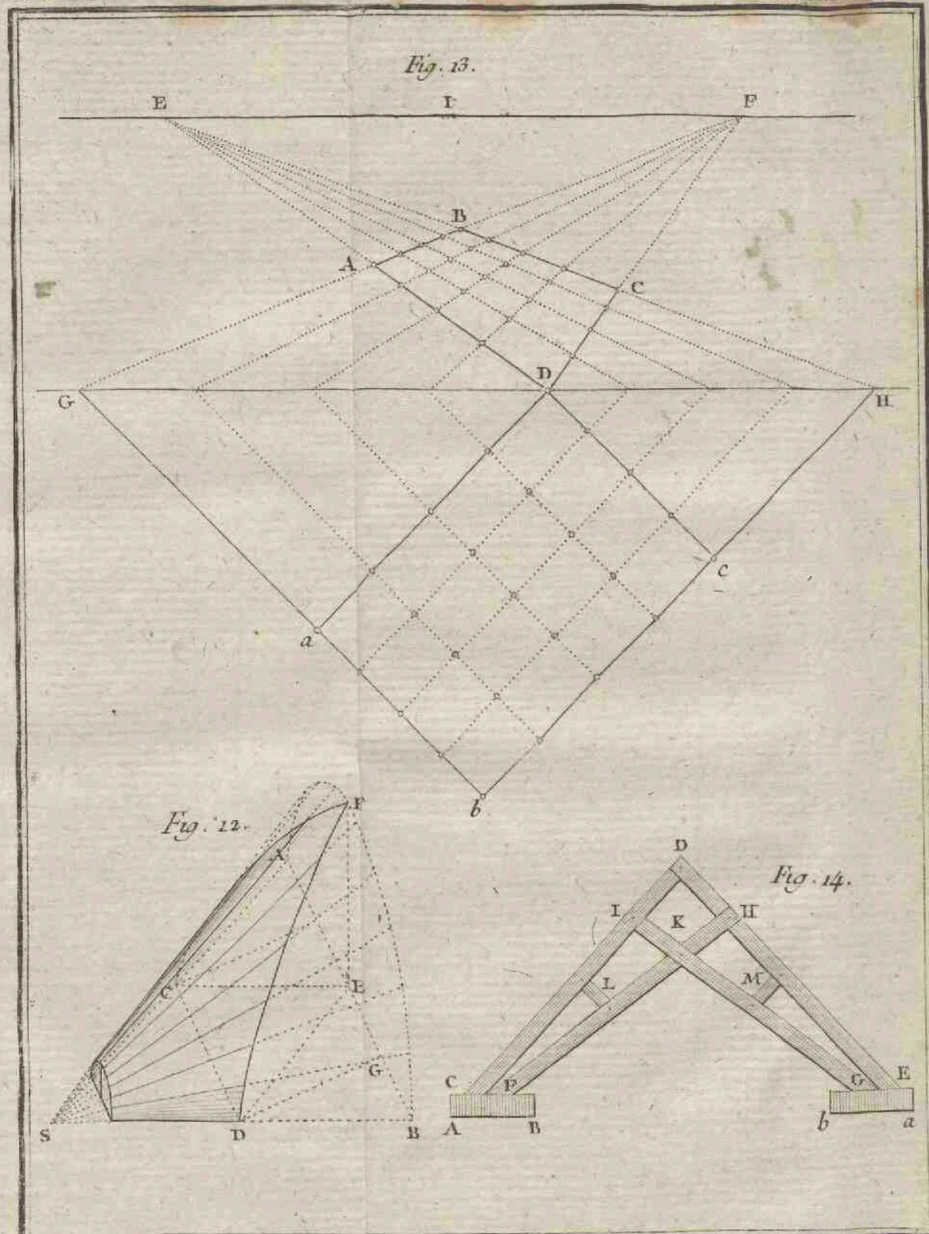


de la Gardette Sculp.

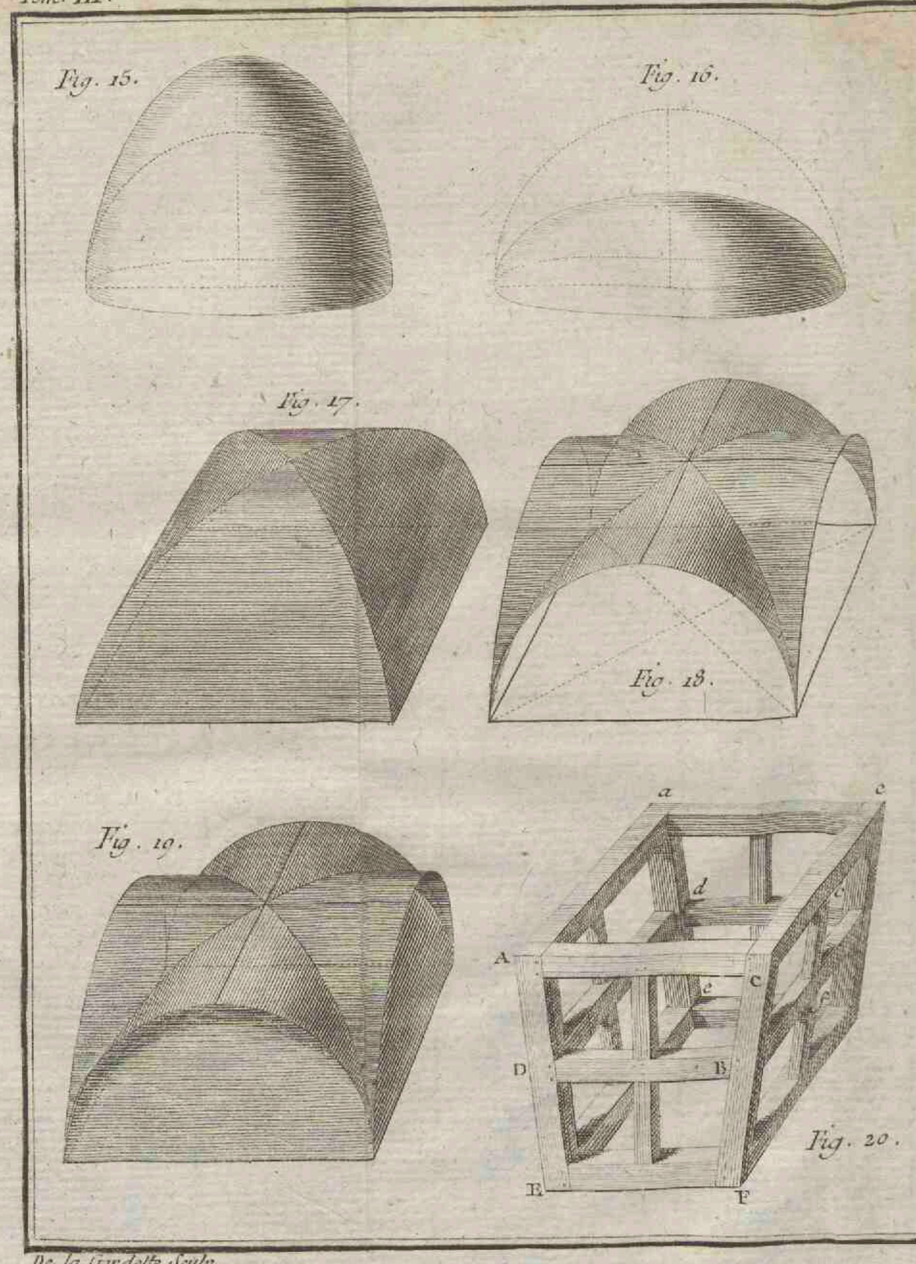


De la Gardette Sculp.

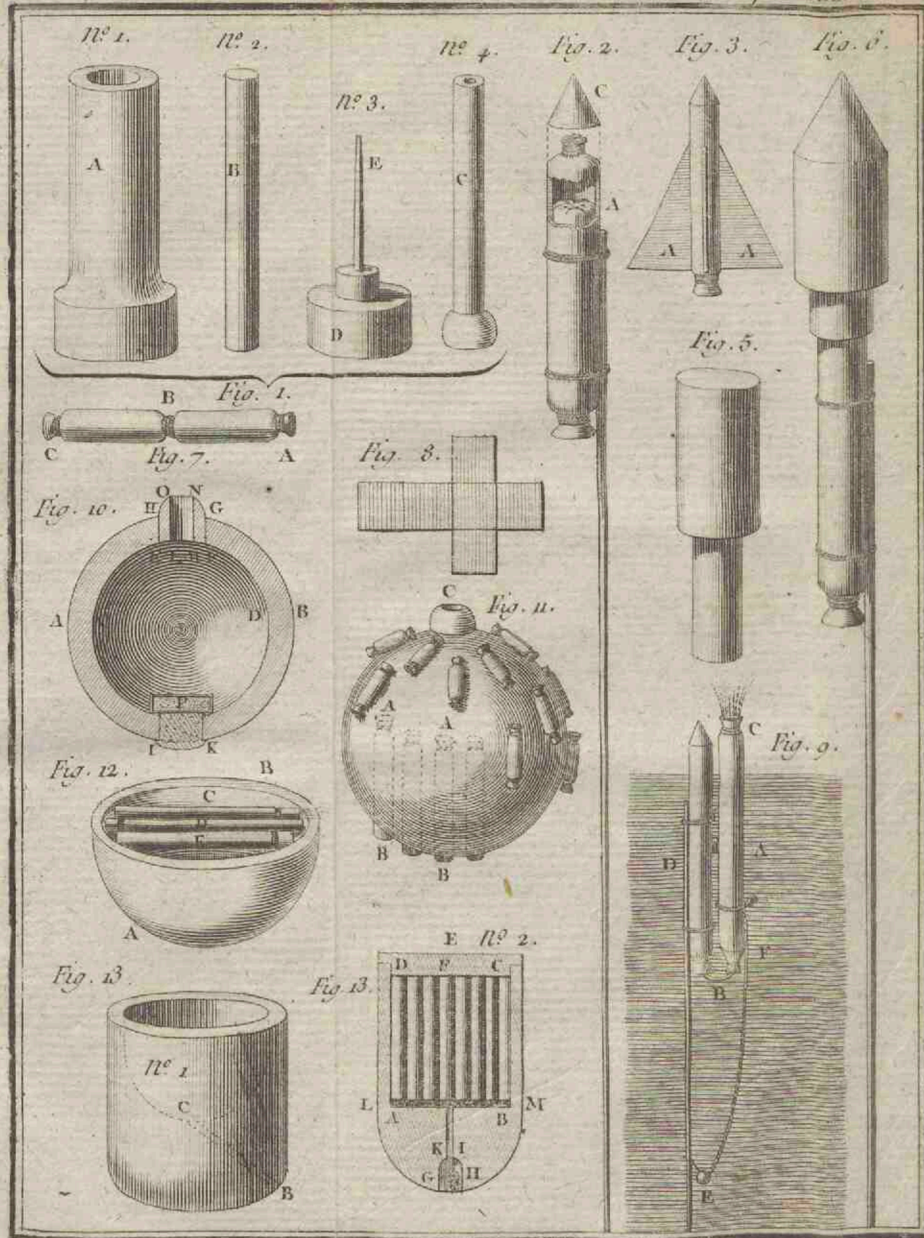
N°.



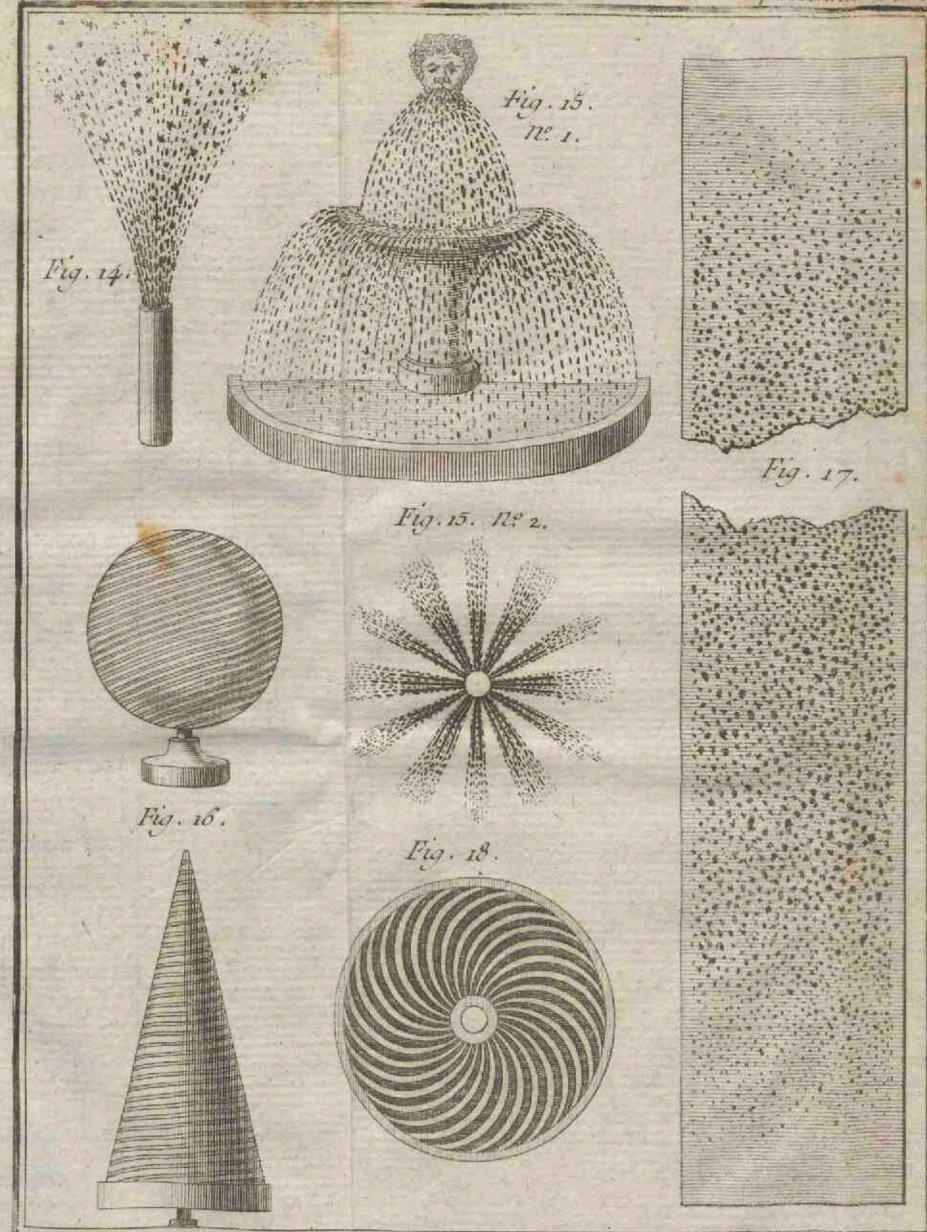
De la Gardelle Sculp.



De la Gardette Sculp.



De la Gardette Sculp.



De la Gardette Sculp.

TABLE DES MATIERES DU TROISIEME VOLUME.

SIXIEME PARTIE.

ASTRONOMIE ET GÉOGRAPHIE.

SEPTIEME PARTIE.

GNOMONIQUE.

HUITIEME PARTIE.

NAVIGATION.

NEUVIEME PARTIE.

ARCHITECTURE.

DIXIEME PARTIE.

PYROTECHNIE.

Fin de la Table du troiſieme Volume.