Over de theorie der magnetische krachtlijnen van Faraday

https://hdl.handle.net/1874/357874

y. E. de Smit

OVER DE THEORIE

DER

MAGNETISCHE KRACHTLIJNEN

VAN

FARADAY.

DOOR

R. VAN REES.

Uitgegeven door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1853.

OVER DE THEORIE

DER

MAGNETISCHE KRACHTLIJNEN

VAN

FARADAY.

DOOR

R. VAN REES.

Uitgegeven door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1853.

GEDRUKT BIJ W. J. KRÖBER.

J. H. D. Smit.

OVER DE THEORIE

DER

MAGNETISCHE KRACHTLIJNEN

VAN

FARADAY,

DOOR

R. VAN REES.

Gelijk in de leer van het licht twee hypothesen, die der emissie en der undulatie, langen tijd vijandig tegenover elkander gestaan hebben, elke voor zich de bekende lichtverschijnselen op eene voldoende wijze verklarende, zoodat het moeijelijk te beslissen viel, welke van beide de ware mogt zijn, tot dat eindelijk de ontdekking der interferentie en polarisatie van het licht het pleit beslechtte, en aan de laatste de overwinning toekende; zoo vindt men thans nog eenen dergelijken strijd op het gebied van het magnetismus. De hypothese der twee magneetstoffen, door Coulomb tot duidelijkheid gebragt, later door Poisson met behulp der hoogere wiskunde verder ontwikkeld, heeft na de ontdekking van het electro-magnetismus eene mededingster gevonden in de hypothese van Ampère, die het bestaan dier vloeistoffen ontkent, en in hare plaats electrische, de kleinste deeltjes des ijzers en staals omgevende stroompjes aanneemt. Deze hypothese moge aanvankelijk vreemd schijnen; zij heeft echter te regt hooge belangstelling gewekt, daar zij niet alleen voor het magnetismus tot dezelfde uitkomsten leidt als die van Coulomb, maar tevens de magnetische, electro-magnetische en electro-dynamische verschijnselen met eenen gemeenschappelijken band omslingert. De ontdekking van het diamagnetismus schijnt weldra eene eindbeslissing ten voordeele dezer hypothese te zullen aanbrengen.

Intusschen treedt, nevens deze beide voorstellingswijzen van het magnetismus, eene derde op, door den beroemden Faraday verdedigd. De magnetische vloeistoffen zoowel als de moléculair-stroomen van Ampère ter verklaring der magnetische verschijnselen onnoodig achtende, neemt Faraday de *magnetische krachtlijnen*, die elk magnetisch ligchaam omgeven, als grondslag zijner beschouwing aan. Door dien naam bedoelt hij de lijnen, welke eene kleine magneetnaald beschrijft wanneer zij zoo wordt voortbewogen, dat hare rigting steeds eene raaklijn is aan de bewegingslijn. De sints lang bekende figuren, door ijzervijlsel op een papier gevormd, dat boven een' magneet gehouden wordt, stellen de magnetische krachtlijnen in het vlak van het papier aanschouwelijk voor. Niet alleen de rigting, maar ook de sterkte der magnetische kracht wordt volgens Faraday door deze lijnen aangegeven. Hij meent, dat men bij de verklaring der magnetische verschijnselen van deze lijnen behoort uit te gaan; ja hij ontveinst niet, dat eene onmiddelijke werking op afstand, welke in de beide andere hypothesen wordt aangenomen, hem onwaarschijnlijk voorkomt, en hij veeleer geneigd is, zich de magneetkracht voor te stellen als voortgeplant wordende door eenige middenstof, gelijk het licht en de stralende warmte, waarbij dan de magnetische krachtlijnen de rigtingslijnen der voortplanting zijn zullen.

In het vorige jaar verscheen, als voortzetting der proefondervindelijke onderzoekingen, welke wij aan dien onvermoeiden geleerde verschuldigd zijn, eene opzettelijke verhandeling over dit onderwerp. * Hij stelt zich daarin ten doel, zijne voorstelling van het magnetismus aan de waarneming te toetsen.

De magnetische krachtlijnen kunnen erkend worden, hetzij door hare werking op de magneetnaald, hetzij door den inductiestroom, dien zij in eenen geleiddraad, welke dwars door die lijnen wordt heen gevoerd, doen ontstaan. Faraday gebruikt dit laatste middel van onderzoek als meer algemeen aanwendbaar, en meer geschikt om tot nieuwe resultaten te leiden. Hij gaat dus proefondervindelijk de inductie na, door eenen magneet of ook door het aardmagnetismus op bewogene draden uitgeoefend, en verkrijgt aldus bepaalde uitkomsten, wier overeenstemming met zijn begrip van het wezen der magneet-

* Philos. Transact. 1852. p. 25 en 137. In eene latere verhandeling, Phil. Magazine 4th Series, Vol. 3, p. 401, heeft Faraday de gronden ontwikkeld, die voor het *physische* bestaan der krachtlijnen pleiten.

kracht hem toeschijnt, den voorrang te wettigen, dien hij daaraan toekent.

Tot eene juiste beoordeeling van de betrekkelijke waarde dezer nieuwe theorie is vooral noodig, dat onderzocht worde, of de grondwet der inductie, naar aanleiding der vroegere hypothesen door Weber vastgesteld, niet eene even volledige verklaring der door Faraday medegedeelde feiten oplevert. Indien dit toch het geval mogt zijn, zal zijn laatste arbeid niet als bewijs tegen die hypothesen kunnen worden aangevoerd, en men zal naar andere gronden moeten uitzien, om tusschen deze en de theorie van Faraday eene keus te doen. Ik deel hier de uitkomsten van het onderzoek mede, met dit doel door mij in het werk gesteld.

Het zal onnoodig zijn al de proeven van Faraday in dit onderzoek op te nemen, te meer daar het later blijken zal, dat ook de meer algemeene stellingen, waarin hij zijne theorie zamenvat, uit de bekende wet der inductie als noodwendige gevolgen voortvloeijen. Ik bepaal mij dus tot de twee voornaamste reeksen van proeven, bevat in art. 3084—3099 en 3192—3202, als zijnde diegenen, op welke hij zich tot staving zijner voorstelling voornamentlijk beroept.

De inrigting der proeven van de eerste reeks was de volgende. Twee staalmagneten, elk 12 Eng. duim lang, 1 duim breed en 0,4 duim dik, waren op den afstand van $\frac{1}{15}$ duim met de breede zijden naast elkander geplaatst, de gelijknamige polen naar denzelfden kant gekeerd; zij werkten dus te zamen als één magneet, en konden om de gemeenschappelijke as rondgedraaid worden. Een geleiddraad, welke bij eene pool ingaande, in de opengelaten sleuf langs die as geleid werd, trad aan het middelpunt in het equatoriale vlak naar buiten en keerde dan buiten den magneet om, over de pool terug tot nabij het beginpunt op de verlengde as. De einden van den draad waren verbonden met eenen galvanometer, dienende om de rigting en sterkte des ontstanen inductiestrooms te bepalen. — Somwijlen bestond de draad uit drie gedeelten: het in de as gelegene gedeelte; het hierop loodregte gedeelte, dat zich in het equatoriale vlak uitstrekte van de as tot eenen koperen ring, die den magneet omgaf; eindelijk het van dien ring terugkeerende gedeelte buiten den magneet. Elk dezer deelen konde, zonder dat de onderlinge aanraking verbroken werd, afzonderlijk of in verbinding met de overige rondgedraaid worden. Enkele malen werd ook, met weglating van het axiale en het equatoriale gedeelte, de magneet zelve in de geleiding opgenomen.

Wanneer men de verschillende proeven, door Faraday met dezen toestel genomen, naauwkeurig nagaat, blijkt het spoedig, dat hare uitkomsten in weinige stellingen kunnen zamengevat worden; vooral indien men in aanmerking neemt, dat de inducerende kracht eens magneets op een' geleiddraad alleen afhangt van hunne *betrekkelijke* beweging ten opzigte van elkander, zoodat het geheel onverschillig is, of de geleider zich in éene rigting, of wel de magneet in tegengestelde rigting beweegt, mits de betrekkelijke beweging in beide gevallen dezelfde zij. Dit beginsel, dat door alle vroegere proeven omtrent inductie bewezen is, wordt op nieuw door die van Faraday bevestigd, gelijk onder anderen uit art. 3091 en 3097 blijkt. Een onmiddelijk gevolg hiervan is, dat wanneer de geleiddraad en de magneet te gelijk om dezelfde as rondwentelen, er geen inductiestroom ontstaat (3092, 3093). Voorts kan men, uit kracht van dit beginsel, wanneer de magneet alleen in beweging was, dezen in rust vooronderstellen, en de beweging in tegengestelden zin aan den draad toekennen. Eveneens zal, wanneer de magneet met een gedeelte des draads bewogen werd, de beweging aan het overige gedeelte des draads kunnen worden toegeschreven. Wij vooronderstellen dus den magneet steeds in rust; den draad, hetzij geheel of gedeeltelijk, in beweging. De stellingen, uit de proeven van Faraday af te leiden, zijn dan de volgende:

1) Bij de rondwenteling eens gesloten draads om de as eens magneets ontstaat geen inductiestroom (3094).

2) Evenmin ontstaat een inductiestroom, wanneer een gedeelte des draads, dat in de as des magneets gelegen is, alleen wordt rondgedraaid, het overige gedeelte in rust zijnde (3095, 3096).

3) Wanneer een gedeelte des draads, zich uitstrekkende van een punt op de verlengde as des magneets tot aan zijne oppervlakte in het equatoriale vlak, om de as des magneets rondwentelt, ontstaat in den draad een stroom. (3097, 3098).

4) De sterkte van dezen stroom is onafhankelijk van de lengte en den vorm van het bewogen gedeelte des draads (3099, 3107).

Wij gaan thans over tot de toepassing van de door Weber vastgestelde grondwet der magneto-inductie op het hier voorkomende vraagstuk. Zij daartoe:

μ eene hoeveelheid magneetstof, in een punt opgehoopt. *

∂s een element des bewogen draads.

---

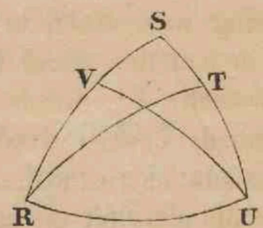
* Kortheidshalve zullen wij voortaan eene zoodanige hoeveelheid magneetstof een *magneetdeeltje* noemen. Het wordt als positief of negatief beschouwd, naarmate het Noord- of Zuid-magneetstof is.

u de snelheid der beweging van ∂s.
r de afstand van μ en ∂s.
θ de hoek van r en ∂s.
ψ de hoek, dien de rigting van u (de bewegings-rigting van ∂s) met de normaal op het vlak van r en ∂s maakt.
∂e de elektromotorische kracht, door μ op ∂s uitgeoefend in de rigting van dat element.

Zoo is de grondwet der magneto-inductie bevat in de vergelijking: *

$$\partial e = \frac{\mu u \partial s}{r^2} \, Sin.\, \theta \; Cos.\, \psi \, . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Men kan aan deze vergelijking eenen voor de volgende toepassingen meer doelmatigen vorm geven. Daartoe legge men door het middelpunt eener willekeurige sfeer drie regten in de rigtingen van r, van ∂s en van u. Zij R, S, U de punten, in welke die regten de oppervlakte der sfeer ontmoeten; RT en UV de bogen, uit R en U loodregt op de tegenover gestelde zijden des sferischen driehoeks RSU neergelaten, zoo is volgens eene bekende eigenschap der sferische driehoeken



$$Sin.\, \mathrm{RS} \; Sin.\, \mathrm{UV} = Sin.\, \mathrm{US} \; Sin.\, \mathrm{RT}.$$

Hierin is $\mathrm{RS} = \theta$, $\mathrm{UV} = 90^\circ - \psi$. Noemt men verder:
φ den hoek van ∂s en u
χ den hoek, dien r maakt met de normaal op het vlak van ∂s en u, zoo is:

$$\mathrm{US} = \varphi, \; \mathrm{RT} = 90^\circ - \chi.$$

Derhalve is:

$$Sin.\, \theta \; Cos.\, \psi = Sin.\, \varphi \; Cos.\, \chi.$$

en hierdoor gaat de vergelijking (1) over in:

$$\partial e = \frac{\mu u \partial s}{r^2} \, Sin.\, \varphi \; Cos.\, \chi . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

---

* WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen. 1846, p. 136. Duidelijker in zijne tweede verhandeling, Abhandl. der Math. Phys. Classe der Kön. Sachs. Gesellschaft. I. 361.

Deze vergelijking is nog slechts tot één inducerend magneetdeeltje betrekkelijk; zij kan echter zonder moeite tot een willekeurig aantal magneetdeeltjes, dat is, tot één of meer inducerende magneten uitgestrekt worden. Men behoeft daartoe die vergelijking slechts op elk der Noord- of Zuid-magneetdeeltjes, in de magneten aanwezig, toe te passen, en de som van de aldus ontstane vergelijkingen te nemen. Bij deze summatie, welke door het teeken S moge aangeduid worden, zijn u, ∂s en Sin. φ constant, en men vindt dus:

$$\mathrm{S}\partial e = u\partial s \; Sin.\, \varphi \; \mathrm{S}.\, \frac{\mu}{r^2}\, Cos.\, \chi. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Nu is $\frac{\mu}{r^2}$ de magnetische, aantrekkende of afstootende, kracht, door μ op den afstand r, dus op de plaats van ∂s, uitgeoefend op de eenheid van Noordmagneetstof. Derhalve is $\frac{\mu}{r^2}$ Cos. χ de composante van de magnetische kracht van μ in de rigting der normaal op het vlak van ∂s en u, en S. $\frac{\mu}{r^2}$ Cos. χ de som der composanten van de krachten van al de aanwezige magneetdeeltjes in dezelfde rigting. Noemt men dus:

R de magnetische kracht op de plaats waar zich ∂s bevindt, dat is de resultante van de krachten, door al de aanwezige magneetdeeltjes op de eenheid van Noord-magneetstof in die plaats uitgeoefend,

ε den hoek, dien R maakt met de normaal op het vlak van ∂s en u,

zoo is

$$\mathrm{S}\, \frac{\mu}{r^2}\, Cos.\, \chi = \mathrm{R}\; Cos.\, \varepsilon.$$

Het eerste lid van (3) is de geheele elektromotorische kracht der inductie van al de aanwezige magneetdeeltjes op het draadelement ∂s. Drukt men deze kracht uit door $\partial \mathrm{E}$, zoo is $\mathrm{S}\partial e = \partial \mathrm{E}$, en men heeft

$$\partial \mathrm{E} = \mathrm{R} u \partial s \; Sin.\, \varphi \; Cos.\, \varepsilon \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

welke vergelijking nu op alle voorkomende gevallen toepasselijk is, hoedanig ook het getal en de ligging der inducerende magneten zijn mogen. Die toepassing vereischt alleen, dat men de rigting en sterkte der kracht R in elk punt der omgevende ruimte kenne.

Om nu verder uit (4) de elektromotorische kracht af te leiden, door de inductie opgewekt in een eindig gedeelte des geleiddraads, dat in het magnetische veld bewogen wordt, moet die vergelijking ten opzigte van dat gedeelte des draads geïntegreerd worden. Hiertoe is echter noodig, dat vooraf de daarin voorkomende grootheden tot vaste coördinaatassen worden teruggebragt.

Men legge dus door een vast punt drie regthoekige assen der coördinaten. Zij

x, y, z de coördinaten van ∂s,

X, Y, Z de composanten van R,

δs de door ∂s in den oneindig kleinen tijd δt doorloopen weg, zoodat $\delta s = u \delta t$,

$\delta x, \delta y, \delta z$ de projectiën van δs op de assen,

zoo zijn de rigtingscosinussen van ∂s en van δs of u:

$$\frac{\partial x}{\partial s}, \quad \frac{\partial y}{\partial s}, \quad \frac{\partial z}{\partial s},$$

$$\frac{\delta x}{\delta s}, \quad \frac{\delta y}{\delta s}, \quad \frac{\delta z}{\delta s},$$

dus de rigtingscosinussen der normaal op het vlak van ∂s en u *

$$\frac{\frac{\delta y}{\delta s}\frac{\partial z}{\partial s} - \frac{\delta z}{\delta s}\frac{\partial y}{\partial s}}{Sin.\ \varphi}, \quad \frac{\frac{\delta z}{\delta s}\frac{\partial x}{\partial s} - \frac{\delta x}{\delta s}\frac{\partial z}{\partial s}}{Sin.\ \varphi}, \quad \frac{\frac{\delta x}{\delta s}\frac{\partial y}{\partial s} - \frac{\delta y}{\delta s}\frac{\partial x}{\partial s}}{Sin.\ \varphi}$$

en dewijl $\frac{X}{R}, \frac{Y}{R}, \frac{Z}{R}$ de rigtingscosinussen der magnetische kracht R zijn, wordt

$$Cos.\ \varepsilon = \frac{X\left(\frac{\delta y}{\delta s}\frac{\partial z}{\partial s} - \frac{\delta z}{\delta s}\frac{\partial y}{\partial s}\right) + Y\left(\frac{\delta z}{\delta s}\frac{\partial x}{\partial s} - \frac{\delta x}{\delta s}\frac{\partial z}{\partial s}\right) + Z\left(\frac{\delta x}{\delta s}\frac{\partial y}{\partial s} - \frac{\delta y}{\delta s}\frac{\partial x}{\partial s}\right)}{R\ Sin.\ \varphi}$$

Stelt men deze waarde van Cos. ε en die van $u = \frac{\delta s}{\delta t}$ in (4), zoo ver-

---

* DUHAMEL, Cours de Mécanique, I. 9, waar echter in de formules op p. 10, eene drukfout is. Aldaar moet Sin. V in $\frac{1}{\text{Sin. V}}$ veranderd worden.

krijgt men

$$\partial E = X\left(\frac{\partial y}{\partial t}\partial z - \frac{\partial z}{\partial t}\partial y\right) + Y\left(\frac{\partial z}{\partial t}\partial x - \frac{\partial x}{\partial t}\partial z\right) + Z\left(\frac{\partial x}{\partial t}\partial y - \frac{\partial y}{\partial t}\partial x\right)$$

of wel:

$$\partial E = \frac{\partial x}{\partial t}(Z\partial y - Y\partial z) + \frac{\partial y}{\partial t}(X\partial z - Z\partial x) + \frac{\partial z}{\partial t}(Y\partial x - X\partial y) \quad (5)$$

Deze vergelijking, waarin $\frac{\partial x}{\partial t}$, $\frac{\partial y}{\partial t}$, $\frac{\partial z}{\partial t}$ de composanten der snelheid u beteekenen, heeft dezelfde algemeenheid als (4). Zij is steeds toepasselijk, op welke wijze ook de magnetische kracht R zich rondom de inducerende magneten uitbreidt.

De eenvoudigste wijze van uitbreiding dier kracht heeft plaats, wanneer slechts één magneet aanwezig is, en deze een' cylindrischen vorm heeft. In dat geval valt de rigting der kracht in elk punt steeds in het meridiaanvlak, door dat punt en de as des magneets gelegd; voorts is de uitbreiding der kracht dezelfde in alle meridiaanvlakken, zoodat, indien men de as des magneets als as der x aanneemt, en door p de loodlijn aanduidt, uit het punt x, y, z op de as neêrgelaten, de kracht R in dat punt steeds ontbonden kan worden in twee composanten X en $P = \sqrt{Y^2 + Z^2}$, de eerste evenwijdig aan de as der x, de tweede daarop loodregt, en beide functiën van x en p alleen.

De magneet, van welken Faraday zich bediende, was niet cylindrisch; hij bestond uit twee smallere magneten, op geringen afstand van elkander geplaatst, en te zamen een' magneet van bijna vierkante doorsnede uitmakende, met eene sleuf in het midden. Echter kan zijne werking naar buiten weinig verschild hebben van dien eens cylindrischen magneets. Faraday zelf beweert (3100), dat zijne twee magneten juist werkten als één centrale magneet, in en rondom welken de magnetische kracht op de eenvoudigste en meest regelmatige wijze verdeeld was. Wij houden ons dus geregtigd, om bij de verdere berekening aan die verbreiding de hierboven voor een' cylindrischen magneet aangegevene eigenschappen toe te kennen.

Vervangt men nu voor elk punt x, y, z de regthoekige coördinaten y en z door de polaire p en ω, welke laatste de hoek is, dien het meridiaanvlak, door het punt gelegd, met het vlak der xy maakt, dan is:

$$y = p \, Cos. \, \omega \qquad Y = P \, Cos. \, \omega$$

$$z = p \, Sin. \, \omega \qquad Z = P \, Sin. \, \omega \, .$$

Daar de draad niet noodwendig in één meridiaanvlak gelegen is, zijn langs den draad x, p, ω veranderlijk, dus

$$\partial y = Cos. \, \omega \, \partial p - p \, Sin. \, \omega \, \partial \omega$$

$$\partial z = Sin. \, \omega \, \partial p + p \, Cos. \, \omega \, \partial \omega \, .$$

Bij de proeven van FARADAY bestond de beweging des draads steeds in eene rondwenteling om de as des magneets, zoodat de coördinaten x en p van het element ∂s constant waren, en alleen ω veranderde. Men heeft dus

$$\frac{\partial x}{\partial t} = o \qquad \frac{\partial y}{\partial t} = - p \, Sin. \, \omega \, \frac{\partial \omega}{\partial t} \qquad \frac{\partial z}{\partial t} = p \, Cos. \, \omega \, \frac{\partial \omega}{\partial t} .$$

Stelt men deze waarden in (5), zoo gaat die vergelijking over in:

$$\partial E = (P \partial x - X \partial p) \, p \, \frac{\partial \omega}{\partial t} .$$

Bij de integratie langs den draad is de angulaire snelheid $\frac{\partial \omega}{\partial t}$ constant. Men verkrijgt dus

$$E = \frac{\partial \omega}{\partial t} \int (P p \partial x - X p \partial p) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Ligt het bewogene gedeelte des draads in de as, dan is op dat gedeelte, tot hetwelk de integratie zich dan alleen uitstrekt, $p = o$, dus $E = o$, overeenkomstig met 2) p. 6.

Men weet verder, dat de differentiaal-formule onder het integraalteeken eene volledige differentiaal eener functie van x en p is, wanneer de coëfficienten Pp en $- Xp$ voldoen aan de voorwaarden

$$\frac{\partial (Pp)}{\partial p} = \frac{\partial (- Xp)}{\partial x} ,$$

welke na ontwikkeling wordt:

$$\frac{P}{p} + \frac{\partial P}{\partial p} + \frac{\partial X}{\partial x} = o \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Nu kan gemakkelijk aangetoond worden, dat in het hier behandelde geval die voorwaarde vervuld is. Want dewijl de aantrekkende en afstootende magnetische krachten in omgekeerde reden van het kwadraat des afstands werken, zijn daarop de stellingen toepasselijk, door GAUSS voor die krachten bewezen, en is derhalve *

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = o \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (8)$$

Nu is

$$Y = \frac{y}{p} P \quad , \quad Z = \frac{z}{p} P$$

dus

$$\frac{\partial Y}{\partial y} = \left(\frac{1}{p} - \frac{y}{p^2}\frac{\partial p}{\partial y}\right) P + \frac{y}{p}\frac{\partial P}{\partial y}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z} = \left(\frac{1}{p} - \frac{z}{p^2}\frac{\partial p}{\partial z}\right) P + \frac{z}{p}\frac{\partial P}{\partial z}$$

Maar $p^2 = y^2 + z^2$, dus $\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{y}{p}, \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{z}{p}$, zoodat

$$\frac{\partial Y}{\partial y} = \frac{z^2}{p^3} P + \frac{y}{p}\frac{\partial P}{\partial y}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z} = \frac{y^2}{p^3} P + \frac{z}{p}\frac{\partial P}{\partial z}.$$

Voorts is P eene functie van x en p, dus

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{y}{p} \cdot \frac{\partial P}{\partial p}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{z}{p} \cdot \frac{\partial P}{\partial p}.$$

Hierdoor wordt

$$\frac{\partial Y}{\partial y} = \frac{z^2}{p^3} P + \frac{y^2}{p^2}\frac{\partial P}{\partial p}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z} = \frac{y^2}{p^3} P + \frac{z^2}{p^2}\frac{\partial P}{\partial p}$$

* Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins in 1839, p. 6.

Deze waarden in (8) invoegende, vindt men

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{P}{p} + \frac{\partial P}{\partial p} = o$$

welke vergelijking identisch is met (7).

Wij besluiten hieruit, dat de integraal $\int (Pp\partial x - Xp\partial p)$ in (6) steeds eene functie is der coördinaten x en p, waaruit onmiddelijk volgt dat, welke ook de vorm en lengte des draads zij, de waarde der integraal genomen langs den geheelen omvang des draads $= o$ is, omdat het begin- en eindpunt der integratie dan ineenvallende, de coördinaten x en p aan beide grenzen dezelfde zijn. Derhalve is dan ook volgens (6) de electromotorische kracht der inductie voortdurend $= o$, en er ontstaat geen stroom. Ditzelfde is, volgens stelling 1) p. 6, door Faraday gevonden.

Indien slechts een gedeelte des draads bewogen wordt, strekt de integraal in (6) zich ook slechts over dat gedeelte uit. De electromotorische kracht E verkrijgt dan in het algemeen eene eindige waarde, die echter alleen afhangt van de coördinaten van het begin- en eindpunt van dat gedeelte. Nu werd door Faraday deze kracht zelve niet gemeten, maar de uitslag der naald waargenomen, en deze (of juister de *Sinus* van den halven uitslagshoek) is evenredig aan de hoeveelheid electriciteit, welke gedurende de beweging des draads door den galvanometer vloeit; mits, gelijk bij zijne proeven plaats had, deze beweging veel korter duurt dan de slingertijd der naald. Zij nu S de stroomsterkte, W de weêrstand des geheelen draads (daaronder die des galvanometerdraads begrepen), dan is volgens de wet van Ohm

$$S = \frac{E}{W}$$

De hoeveelheid electriciteit, in den tijd δt door elke dwarssnede der keten vloeijende, is $= S\delta t$. Dit integrerende van het begin tot het einde der beweging, verkrijgt men de geheele hoeveelheid electriciteit, waaraan de uitslag der naald evenredig is. Zij is dus, indien deze integratie ter onderscheiding door het teeken Σ wordt aangeduid:

$$\Sigma\, S\delta t = \frac{\Sigma\, E\delta t}{W}$$

of wel, voor E hare waarde (6) stellende, en over eene geheele omwenteling, dat is van $\omega = o$ tot $\omega = 2\pi$, integrerende:

$$\Sigma\, S \partial t = \frac{2\pi}{W} \int (P p \partial x - X p \partial p)$$

Faraday gebruikte bij deze proeven eenen galvanometer van Rumkorff met zeer lang en dun draad, welks weêrstand dien der bewogene draden zoo zeer overtrof, dat deze laatste buiten aanmerking gelaten, en W bij de proeven met verschillende draadlengten genomen als constant mag beschouwd worden. Dan wordt echter $\Sigma\, S \partial t$ evenredig aan $\int (P p \partial x - X p \partial p)$. Maar wij vonden dat de waarde dier integraal alleen afhangt van de coördinaten van het begin- en eindpunt van het bewogene gedeelte des draads, zoodat ook hier de theorie geheel overeenstemt met de uitkomst der proeven van Faraday in stelling 3) en 4) p. 6.

In de tweede reeks van proeven, die wij te beschouwen hebben, geschiedde de inductie door het aardmagnetismus. Een geleiddraad, in den vorm eens regthoeks gebogen, was draaibaar om eene horizontale as, die door het midden van twee tegengestelde zijden des regthoeks ging en loodregt op den magnetischen meridiaan geplaatst werd. De uiteinden des draads waren op de as zeer nabij elkander gebragt, en met eenen galvanometer, ditmaal met kort en dik draad, verbonden. De draad, welks vlak aanvankelijk loodregt op de rigting der aard-magneetkracht stond, werd nu 180° om de as rondgedraaid en de uitslag der naald waargenomen. Nog was een commutator aangebragt, welke den inductiestroom, die in den draad na elke halve omwenteling van rigting veranderde, in dezelfde rigting naar den galvanometer voerde, en dus toeliet, dat de draaijing gedurende eenige omwentelingen werd voortgezet.

Uit deze proeven bleek, dat wanneer dezelfde lengte van hetzelfde draad in regthoeken van verschillende afmetingen, en dus van ongelijken inhoud, gebogen werd, de uitslag der naald evenredig was aan dien inhoud. Werden daarentegen regthoeken van dezelfde afmetingen, maar uit draad van verschillende dikte bestaande, beproefd, zoo openbaarde zich bij dezen galvanometer de invloed van den weêrstand der draden, daar de dikkere eenen grooteren uitslag gaven.

De toepassing van de wet der magneto-inductie op het hier voorkomende geval is reeds vroeger door anderen gemaakt; zelfs heeft **Weber** eene maat der electromotorische krachten voorgesteld, gegrond op de inductie, die het aard-magnetismus op eenen rondwentelenden draad uitoefent. * Daar echter de toepassing der vergelijking (5) hier zeer eenvoudig is, meenen wij ze niet te moeten terug houden.

Zij A de aard-magneetkracht. Men plaatse den oorsprong der coördinaten in een punt der draaijingsas en neme deze as als as der x, de rigting der aard-magneetkracht als as der z, zoo is:

$$X = o \qquad Y = o \qquad Z = A,$$

en de vergelijking (5) wordt:

$$\partial E = A\left(\frac{\partial x}{\partial t}\partial y - \frac{\partial y}{\partial t}\partial x\right).$$

Maar bij de draaijing is de coördinaat x constant, dus $\frac{\partial x}{\partial t} = o$, waardoor

$$\partial E = - A \frac{\partial y}{\partial t}\partial x.$$

Zijn nu x, p de regthoekige coördinaten van ∂s in het vlak des draads, en noemt men ω den hoek, dien dit vlak op den tijd t met het vlak der xy maakt, zoo is $y = p\ Cos.\ \omega$, dus $\frac{\partial y}{\partial t} = - p\ Sin.\omega\ \frac{\partial \omega}{\partial t}$. Derhalve:

$$\partial E = Ap\ Sin.\ \omega\ \frac{\partial \omega}{\partial t}\partial x.$$

Integreert men nu langs den draad, waarbij ω en $\frac{\partial \omega}{\partial t}$ constant, daarentegen x en p veranderlijk zijn, zoo wordt

$$E = A\ Sin.\ \omega\ \frac{\partial \omega}{\partial t}\int p\,\partial x.$$

---

* Abhandl. d. Math. Phys. Classe der Sächs. Gesellschaft. I. 219.

Maar $\int p\partial x$, over den geheelen draad uitgestrekt, is gelijk aan zijnen inhoud. Stelt men deze $= \mathrm{I}$, zoo is

$$\mathrm{E} = \mathrm{A I}\ Sin.\ \omega \frac{\partial \omega}{\partial t}.$$

De som der electromotorische krachten gedurende eene halve omwenteling, of $\Sigma \mathrm{E}\partial t$, waaraan bij constanten weêrstand de hoeveelheid electriciteit, die in dien tijd door den galvanometer vloeit, evenredig is, wordt gevonden door het tweede lid te integreren van $\omega = 0$ tot $\omega = \pi$, en is dus

$$\Sigma\ \mathrm{E}\partial t = 2\mathrm{A I}.$$

Zij is dus evenredig aan het door den draad begrensde vlak, gelijk ook Faraday bij zijne als regthoek gebogene draden gevonden heeft.

De beschouwingen, in welke wij tot dus verre getreden zijn, hebben doen zien, dat de bekende wet der magneto-inductie de verklaring der door Faraday thans medegedeelde feiten in zich bevat, en het daarbij geheel overbodig is, van de krachtlijnen zelve melding te maken. Maar men kan verder gaan en aantoonen, dat de meer algemeene stellingen zijner theorie, zooals hij die vooral in art. 3109—3115 heeft uitgesproken, uit diezelfde grondwet als noodwendige gevolgen voortvloeijen, en eerst als zoodanig eene meerdere bepaaldheid en eenen wiskundigen vorm verkrijgen. Het kan toch moeijelijk ontkend worden, dat Faraday zich hier niet met die juistheid en naauwkeurigheid heeft uitgedrukt, welke vereischt wordt om uit de door hem gegevene stellingen eene wiskundige ontwikkeling der inductie-verschijnselen af te leiden, tenzij zij van elders worden toegelicht. Wij zullen hiervan spoedig de bewijzen aantreffen bij het onderzoek van de eigenschappen der krachtlijnen ten aanzien der inductie van bewogene geleiddraden, tot hetwelk wij thans overgaan.

Wij gaan daarbij uit van de vergelijking (4), welke, wanneer de snelheid u door hare waarde $\frac{\partial s}{\partial t}$ vervangen wordt, is

$$\partial \mathrm{E} = \mathrm{R} \frac{\partial s}{\partial t} \partial s\ Sin.\ \varphi\ Cos.\ \varepsilon.$$

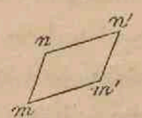
Hieruit vindt men voor de electromotorische kracht E, in een bepaald oogenblik op een eindig gedeelte des draads, van $s = s_0$ tot $s = s_1$ werkende

$$E = \int_{s_0}^{s_1} R \frac{\delta s}{\delta t} \partial s \; Sin \; \varphi \; Cos. \; \varepsilon$$

en voor de integraalwaarde der electromotorische kracht in dit gedeelte gedurende den tijd t, afgerekend van het begin der beweging

$$\Sigma_0^t E \delta t = \Sigma_0^t \int_{s_0}^{s_1} R \delta s \; \partial s \; Sin. \; \varphi \; Cos. \; \varepsilon \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (9)$$

Zij nu $mm' = \partial s$ het draadelement, hetgeen zich in den tijd δt verplaatst in nn', zoodat $mn = m'n' = \delta s$, zoo is de hoek $nmm' = \varphi$ en derhalve de inhoud van het parallelogram $nmm'n' = \delta s \; \partial s \; Sin. \varphi$. Bij deze beweging doorsnijdt ∂s al de krachtlijnen, die binnen het parallalogram doorgaan en te zamen een' bundel vormen, waarvan het parallelogram in het algemeen eene schuinsche snede



is. De loodregte doorsnede wordt verkregen door vermenigvuldiging van den inhoud des parallelograms met den cosinus des hoeks ε, welken de normaal op zijn vlak maakt met de rigting der magnetische kracht R. Zij is derhalve $= \delta s \; \partial s \; Sin. \; \varphi \; Cos. \; \varepsilon$. Vermenigvuldigt men nog met de sterkte der kracht, zoo vindt men als wiskundige uitdrukking van hetgeen door FARADAY het bedrag (*amount*) der doorsnedene krachtlijnen genoemd wordt, de formule $R \; \delta s \; \partial s \; Sin. \; \varphi \; Cos. \; \varepsilon$.

Men ziet nu ligt, dat het tweede lid der vergelijking (9) het bedrag der krachtlijnen uitdrukt, door een eindig gedeelte des draads in eenen eindigen tijd doorsneden, zoodat die vergelijking tot de volgende stelling leidt:

De integraalwaarde der electromotorische kracht, op eenen draad uitgeoefend door één of meer magneten in wier nabijheid de draad zich beweegt, is evenredig aan het bedrag der krachtlijnen, bij die beweging door den draad doorsneden.

Het is in dien zin dat de algemeene stelling, door FARADAY in art. 3115 uitgesproken: »The quantity of electricity thrown into a current is as the amount of curves intersected", moet opgevat worden. Doch hieruit blijkt tevens, dat zijne uitdrukking niet volkomen juist is. Want wanneer men den draad door eenen anderen van dezelfde afmetingen maar van eene meer weêrstandbiedende stof vervangt, blijft, bij dezelfde beweging, de integraalwaarde der electromotorische kracht wel onveranderd, maar de stroomsterkte en dus de hoeveelheid der voortgedrevene electriciteit neemt af in reden des weêrstands, zoo als Faraday zelf dit (3143—3153) door proeven bevestigd heeft.

In het voorbijgaan zij nog opgemerkt, dat het bewijs zijner stelling in art. 3111: »Obliquity of intersection causes no difference", reeds in het bovenstaande bevat is.

Er is echter eene tweede stelling, die met de vorige den grondslag der geheele theorie van Faraday uitmaakt, en daarom een nader onderzoek vereischt. Hij drukt die (3112) uit met de woorden: »convergence or divergence of the lines of force causes no difference in their amount." Het is niet moeijelijk, ook hiervan de beteekenis scherper te bepalen en tevens het bewijs der stelling te leveren.

Reeds uit de proef met ijzervijlsel is het blijkbaar, dat de krachtlijnen geen evenwijdig beloop hebben. Beschouwt men dus een' bepaalden bundel dier lijnen, zoo zal, ook wanneer de bundel oneindig dun is, de loodregte doorsnede van plaats tot plaats veranderlijk zijn. Maar het bedrag der krachtlijnen in elke doorsnede, dat is, het product van den inhoud der doorsnede met de sterkte der aldaar werkzame kracht, kan in de geheele uitgestrektheid des bundels onveranderd blijven. Onderzoeken wij, of dit noodwendig uit de grondwet der magneto-inductie volgt.

Zij in eenig punt M de magnetische kracht $= R_0$. Men neme de rigting dier kracht als as der x en het daarop normale vlak, door M gaande, als vlak der yz, zoo zijn de composanten der kracht in M

$$X = R_0 \quad , \quad Y = o \quad , \quad Z = o.$$

Men beschouwe eenen bundel, welks normale doorsnede door het vlak der yz een oneindig kleine driehoek MNP is. Zij β, γ en β', γ' de coördinaten y en z der hoekpunten N en P, dan is de inhoud I dezer doorsnede

$$I = \tfrac{1}{2} (\beta\gamma' - \beta'\gamma).$$

De composanten der kracht in het punt N zijn:

$$X = R_0 + \frac{\partial X}{\partial y}\beta + \frac{\partial X}{\partial z}\gamma$$

$$Y = \frac{\partial Y}{\partial y}\beta + \frac{\partial Y}{\partial z}\gamma$$

$$Z = \frac{\partial Z}{\partial y}\beta + \frac{\partial Z}{\partial z}\gamma,$$

waarin $\frac{\partial X}{\partial y}$, $\frac{\partial X}{\partial z}$ enz. de bepaalde waarden dier differentiaal-quotienten in het punt M aanduiden.

De vergelijking van de rigting der krachtlijn in N wordt derhalve bij verwaarloozing van de oneindig kleinen der tweede orde:

$$y - \beta = \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\frac{\beta}{R_0} + \frac{\partial Y}{\partial z}\frac{\gamma}{R_0}\right)x$$

$$z - \gamma = \left(\frac{\partial Z}{\partial y}\frac{\beta}{R_0} + \frac{\partial Z}{\partial z}\frac{\gamma}{R_0}\right)x.$$

Vervangt men hierin β en γ door β' en γ', zoo heeft men de vergelijkingen van de rigting der krachtlijn in P.

Op de as der x neme men nu een tweede punt M′ op den oneindig kleinen afstand α van M, en legge daardoor een vlak, evenwijdig aan het normale vlak in M, en welks vergelijking dus is $x = \alpha$. Het is duidelijk, dat de doorsnede van den bundel door dit vlak weder een driehoek M′N′P′ is, welks hoekpunten de snijpunten zijn van het vlak en van de krachtlijnen in M, N, P. De coördinaten y, z dier hoekpunten zijn dus:

van M′ $\quad o, \; o$

van N′ $\quad \beta + \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\frac{\beta}{R_0} + \frac{\partial Y}{\partial z}\frac{\gamma}{R_0}\right)\alpha \;,\; \gamma + \left(\frac{\partial Z}{\partial y}\frac{\beta}{R_0} + \frac{\partial Z}{\partial z}\frac{\gamma}{R_0}\right)\alpha,$

van P′ $\quad \beta' + \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\frac{\beta'}{R_0} + \frac{\partial Y}{\partial z}\frac{\gamma'}{R_0}\right)\alpha \;,\; \gamma' + \left(\frac{\partial Z}{\partial y}\frac{\beta'}{R_0} + \frac{\partial Z}{\partial z}\frac{\gamma'}{R_0}\right)\alpha.$

Noemt men dus I' den inhoud der tweede doorsnede, zoo vindt men zonder moeite:

$$I' = \tfrac{1}{2}\,(\beta\gamma' - \beta'\gamma)\left[1 + \left(\frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right)\frac{\alpha}{R_0}\right]$$

of wel

$$I' = I\left[1 + \left(\frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right)\frac{\alpha}{R_0}\right]$$

en

$$\frac{I'}{I} - 1 = \left(\frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right)\frac{\alpha}{R_0}$$

De verhouding der twee doorsneden verschilt dus van de eenheid een oneindig klein der eerste orde ten opzigte van haren afstand α, waaruit volgt, dat de verhouding van twee doorsneden des bundels, op eindigen afstand van elkander gelegen, in het algemeen eindig van de eenheid verschilt en deze doorsneden dus ongelijk zijn.

Zoekt men daarentegen het bedrag der krachtlijnen in elke doorsnede, dat is, het product der doorsnede en der aldaar aanwezige kracht, die in $M = R_0$ en dus in $M' = R_0 + \frac{\partial X}{\partial x}\alpha = R_0\left(1 + \frac{\partial X}{\partial x}\frac{\alpha}{R_0}\right)$ is, zoo vindt men dat bedrag in de eerste doorsnede $= I R_0$, in de tweede $= I R_0\left[1 + \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right)\frac{\alpha}{R_0}\right]$, welke waarde volgens vergel. (8) aan de voorgaande gelijk is. De verhouding dier twee waarden kan dus van de eenheid slechts een oneindig klein der tweede orde verschillen; dit verschil kan derhalve ook op eindigen afstand niet eindig worden, zoodat het bedrag der krachtlijnen in elke doorsnede over de geheele lengte des bundels constant is.

Wat nu voor eenen oneindig dunnen driehoekigen bundel geldt, geldt tevens voor elken bundel van eindige doorsnede, daar deze steeds als uit oneindig vele zoodanige bundels bestaande kan beschouwd worden. Hiermede is dus de tweede hoofdstelling der theorie van Faraday bewezen.

Men zal welligt tegen dit bewijs aanvoeren dat, wegens de kromming der krachtlijnen, het tweede snijdende vlak, dat evenwijdig is aan het normale vlak in M, niet het normale vlak in M', en dus ook de gevondene waarde van I' niet de normale doorsnede des bundels in M' is. Inderdaad moet men, om die doorsnede te verkrijgen, de waarde van I' vermenigvuldigen met den Cosinus des hoeks, dien het vlak $x = \alpha$ met het normale vlak in M' maakt. Daar echter die hoek oneindig klein is, verschilt zijn Cosinus slechts een oneindig klein der tweede orde van de eenheid, en moet derhalve hier $= 1$ gesteld worden.

Uit het voorgaande is dus overtuigend gebleken, dat de vroegere theorie door de nieuwe proefnemingen van FARADAY niet wordt weêrsproken; dat zij veeleer van deze en van de daaruit afgeleide wetten volkomen rekenschap geeft. De volledige beantwoording der vraag, in hoe verre zij boven die van FARADAY te verkiezen is, ligt buiten het bestek dezer verhandeling, daar dit onderzoek zich over al de verschijnselen van het magnetismus en der daaraan verwante krachten zoude moeten uitstrekken. Het zij ons echter vergund, eenige der redenen aan te geven, die voor het behoud der vroegere hypothesen schijnen te pleiten. Wij bepalen ons daarbij tot de zuiver magnetische verschijnselen.

De theorie van AMPÈRE neemt de krachtlijnen als grondslag harer verdere beschouwingen aan, maar verklaart niet, hoe deze lijnen ontstaan, noch op welke wijze zij zamenhangen met de verdeeling van het magnetismus in de magneten, van welke de kracht uitgaat. Hieromtrent kan alleen een hooger beginsel opheldering geven, en men vindt dit in elke der hypothesen van magneetstoffen of van moléculairstroomen. De stellingen, uit deze hypothesen afgeleid omtrent het beloop der magnetische lijnen rondom een' magneet, in welken het vrije magnetismus geacht mag worden in twee polen opgehoopt te zijn, leveren eene voldoende overeenstemming met de waarneming op, welke gewis nog volkomener zijn zoude, indien de wet der verdeeling van het magnetismus in de magneten naauwkeuriger bekend ware.

In beide die hypothesen wordt aangenomen, dat de magnetische werking omgekeerd evenredig is aan het kwadraat des afstands. Deze wet, waarvan GAUSS het strenge bewijs geleverd heeft, wordt door FARADAY wel niet ontkend, maar is echter vreemd aan zijne theorie. Men weet intusschen, welke uitgebreide toepassing zij bij de inrigting en opstelling der magnetische werktuigen in de nieuwere magnetische observatoria gevonden heeft, en hoe inzonderheid de methode, door GAUSS tot het meten der absolute sterkte van het aardmagnetismus voorgeslagen en thans algemeen gevolgd, alleen op deze wet gegrond is.

Sedert de ontdekking van het diamagnetismus is de rigting, in welke de door invloed magnetische ligchamen, zoo als week ijzer, zich in een magnetisch veld bewegen, meer dan vroeger ter sprake gekomen. FARADAY heeft hieromtrent, als resultaat van proefneming, de wet opgesteld, dat elk vrij beweeglijk magnetisch ligchaam, in de nabijheid van magneten geplaatst, steeds streeft, zich van zwakkere naar sterkere plaatsen van magnetische kracht te begeven. Deze wet is echter in geenen noodwendigen zamenhang met zijne verdere theorie; zij kan er niet als noodwendig gevolg uit afgeleid worden. Maar ook hier blijkt de algemeene toepasselijkheid der vroegere theorie, welke die wet op eene eenvoudige wijs vermag te bewijzen.

Men beschouwe daartoe eene zeer kleine beweeglijke ijzermassa, in een magnetisch veld geplaatst en door invloed gemagnetiseerd in de rigting der magnetische kracht op die plaats. Zij x, y, z en $x + \partial x, y + \partial y, z + \partial z$ de coördinaten van de Zuid- en Noordpool van dit magneetje; ∂s de afstand der polen, zoodat $\partial s^2 = \partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2$; $\pm \mu$ de hoeveelheid magneetstof in elke pool. Duidt men verder door R de magnetische kracht in het punt x, y, z, door X, Y, Z hare composanten aan, zoo zijn de composanten der bewegende kracht, die in de Zuidpool van het magneetje aangrijpen:

$$-\mu X \quad , \quad -\mu Y \quad , \quad -\mu Z.$$

terwijl zij in de Noordpool worden:

$$+\mu\left(X + \frac{\partial X}{\partial x}\partial x + \frac{\partial X}{\partial y}\partial y + \frac{\partial X}{\partial z}\partial z\right)$$

$$+\mu\left(Y + \frac{\partial Y}{\partial x}\partial x + \frac{\partial Y}{\partial y}\partial y + \frac{\partial Y}{\partial z}\partial z\right)$$

$$+\mu\left(Z + \frac{\partial Z}{\partial x}\partial x + \frac{\partial Z}{\partial y}\partial y + \frac{\partial Z}{\partial z}\partial z\right)$$

De sommen nemende der evenwijdige composanten, vindt men voor de composanten X_1 Y_1 Z_1 der kracht, die het magneetje voortdrijft

$$X_1 = \mu\left(\frac{\partial X}{\partial x}\partial x + \frac{\partial X}{\partial y}\partial y + \frac{\partial X}{\partial z}\partial z\right).$$

$$Y_1 = \mu\left(\frac{\partial Y}{\partial x}\partial x + \frac{\partial Y}{\partial y}\partial y + \frac{\partial Y}{\partial z}\partial z\right)$$

$$Z_1 = \mu \left(\frac{\partial Z}{\partial x}\,\delta x + \frac{\partial Z}{\partial y}\,\delta y + \frac{\partial Z}{\partial z}\,\delta z\right)$$

Daar nu X, Y, Z de partiële differentiaal-quotienten zijn eener zelfde functie van x, y, z *, is

$$\frac{\partial X}{\partial y} = \frac{\partial Y}{\partial x}\,,\quad \frac{\partial Y}{\partial z} = \frac{\partial Z}{\partial y}\,,\quad \frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{\partial X}{\partial z}\,,$$

weshalve men aan de vorige vergelijkingen ook dezen vorm geven kan:

$$X_1 = \mu\,\frac{\partial\,(X\,\delta x + Y\,\delta y + Z\,\delta z)}{\partial x}.$$

$$Y_1 = \mu\,\frac{\partial\,(X\,\delta x + Y\,\delta y + Z\,\delta z)}{\partial y}.$$

$$Z_1 = \mu\,\frac{\partial\,(X\,\delta x + Y\,\delta y + Z\,\delta z)}{\partial z}.$$

Maar uit de evenwijdigheid der rigtingen van δs en R volgt

$$\frac{X}{R}\cdot\frac{\delta x}{\delta s} + \frac{Y}{R}\cdot\frac{\delta y}{\delta s} + \frac{Z}{R}\cdot\frac{\delta z}{\delta s} = 1.$$

of

$$X\,\delta x + Y\,\delta y + Z\,\delta z = R\,\delta s.$$

en δs is van x, y, z onafhankelijk. Men vindt derhalve, wanneer men het magnetische moment $\mu\,\delta s$ der ijzermassa $= m$ stelt

$$X_1 = m\,\frac{\partial R}{\partial x}\,,\quad Y_1 = m\,\frac{\partial R}{\partial y}\,,\quad Z_1 = m\,\frac{\partial R}{\partial z}.$$

Uit deze vergelijkingen volgt, dat de aan elke as evenwijdige composante der voortbewegende kracht evenredig is aan het differentiaal-quotient der magnetische kracht R ten opzigte dier as, en derhalve aan de snelheid, met welke R in de rigting dier as toeneemt. Daar nu de rigting der assen geheel willekeurig bleef, is deze stelling op elke rigting rondom de ijzermassa toepasselijk, zoodat de composante der voortbewegende kracht in elke willekeurige rigting steeds evenredig is aan de snelheid, met welke de magnetische kracht

---

* Gauss, t. a. pl. p. 3.

R in die rigting toeneemt. Nu is de composante het grootst, wanneer hare rigting zamenvalt met die der voortbewegende kracht zelve. Derhalve is de rigting der voortbewegende kracht diegene, in welke de magnetische kracht het snelst toeneemt.

Wij zouden deze beschouwingen nog verder kunnen voortzetten, maar meenen reeds genoeg gezegd te hebben, om te mogen besluiten, dat de theorie der krachtlijnen van Faraday niet als hoogste beginsel in de leer van het magnetismus mag aangenomen worden. Het is er echter verre af, dat wij hiermede de belangrijkheid zijner laatste onderzoekingen zouden ontkennen. Hem komt de verdienste toe, dat hij de eigenschappen der krachtlijnen naauwkeuriger heeft nagespoord, dan vroeger geschied was. Hierdoor is hij geleid geworden tot de ontdekking van wetten van magnetische werking, die wel is waar uit de vroegere theorie kunnen afgeleid worden, maar echter tot dusverre niet opgemerkt waren. Bepaaldelijk heeft hij de grondwet der magneto-inductie onder eenen aanschouwelijken vorm voorgesteld, welke hare toepassing in vele gevallen eenvoudiger maakt en een nieuw gezigtspunt opent, dat welligt tot verdere ontdekkingen leiden zal.

GEDRUKT BIJ W. J. KRöBER.