



# **De lichtwisseling van U Geminorum : de U Gem-sterren en de novae**

<https://hdl.handle.net/1874/359656>

A. qu. 192, 1942

**DE LICHTWISSELING VAN U GEMINORUM**

**DE U GEM-STERREN EN DE NOVAE**

**P. GREEP**







*Diss. Utrecht 1942*

DE LICHTWISSELING VAN U GEMINORUM  
DE U GEM-STERREN EN DE NOVAE

PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DE GRAAD VAN DOCTOR  
IN DE WIS- EN NATUURKUNDE AAN DE RIJKS-  
UNIVERSITEIT TE UTRECHT, OP GEZAG VAN DEN  
WAARNEMENDEN RECTOR MAGNIFICUS L. VAN  
VUUREN, HOOGLERAAR IN DE FACULTEIT DER  
LETTEREN EN WIJSBEGEERTE, VOLGENS BESLUIT  
VAN DE SENAAT DER UNIVERSITEIT TEGEN DE  
BEDENKINGEN VAN DE FACULTEIT DER WIS- EN  
NATUURKUNDE TE VERDEDIGEN OP MAANDAG  
13 APRIL 1942, DES NAMIDDAGS TE 3 UUR

DOOR

PIETER GREEP

GEBOREN TE UTRECHT

1942

DRIUKKERIJ Fa. SCHOTANUS & JENS — UTRECHT



5.

*Aan de nagedachtenis van mijn Vader.*  
*Aan mijn Moeder.*  
*Aan mijn Vrouw.*



De bewerking dezer dissertatie werd begonnen onder leiding van wijlen Prof. Dr. A. A. NIJLAND en voltooid onder die van den promotor Prof. Dr. M. MINNAERT.

## INHOUD.

Bladz.

### Inleiding.

§ 1. Ontdekking van de Ster <i>U Geminorum</i> . . . . .	9
§ 2. Het algemeen helderheidsverloop bij een maximum en de onregelmatigheid in het voorkomen van de maxima . . . . .	9
§ 3. Geschiedenis. Programma van verder onderzoek . . . . .	10
§ 4. Lijst van platen met de nummering . . . . .	12

### Hoofdstuk I. De waarnemingen en de bewerking van de waarnemingen.

§ 1. De bronnen van waarneming . . . . .	13
§ 2. Het aantal waarnemingen . . . . .	14
§ 3. Algemene methode van waarneming en methoden van helderheids-schattingen met behulp van vergelijkingssterren . . . . .	14
§ 4. De gebruikte vergelijkingssterren . . . . .	19
§ 5. Wijze van mededeling der waarnemingen . . . . .	22
§ 6. Berekening van de helderheid van <i>U Gem</i> uit de waarnemingen . . . . .	23
§ 7. Behandeling van één maximum (no. 48) . . . . .	24
§ 8. De lichtkromme van <i>U Gem</i> over de jaren 1907—1936 . . . . .	31
§ 9. Helderheids-diagram Parkhurst-Harvard, intensiteits-magnitude-diagram voor Parkhurst en tabel IV, bevattende gegevens van de lichtkromme, nodig voor het verdere onderzoek . . . . .	32

### Hoofdstuk II. Bepaling van de frequentiewet der intervallen.

§ 1. Inleiding . . . . .	37
§ 2. Notaties . . . . .	37
§ 3. Formules voor het aantal intervallen en voor $\theta$ . . . . .	39
§ 4. Voorwaarden . . . . .	39
§ 5. Beginsel waarop de afleiding van de frequentiewet berust . . . . .	39
§ 6. Verdeling der intervallen in groepen . . . . .	40
§ 7. Aantal intervallen der groepen <i>A</i> t/m <i>E</i> . . . . .	41
§ 8. Afleiding van de formules (7) t/m (11) . . . . .	42
§ 9. Frequentiewetten voor de zonloze en zonbevattende <i>s</i> -intervallen . . . . .	43
§ 10. Toepassing op de waarneming en uitkomsten . . . . .	45
§ 11. Het frequentie-diagram der intervallen . . . . .	48

### Hoofdstuk III. Frequentiewetten en correlaties.

§ 1. Inleiding. Elementen, waarop de frequentiewetten en correlaties betrekking hebben . . . . .	51
§ 2. De totale hoeveelheid straling $E$ , tijdens een uitbarsting uitgezonden . . . . .	52
§ 3. De hoeveelheid massa $\mathcal{M}$ , uitgestoten tijdens een maximum . . . . .	56
§ 4. Aantal en soort der te bepalen frequenties en correlaties . . . . .	60
§ 5. Frequentiewet van de breedte $b$ der maxima . . . . .	61
§ 6. Frequentiewetten voor de amplitude $a$ , de straling $E$ en de uitgestoten massa $\mathcal{M}$ der maxima . . . . .	63
§ 7. Correlatie tussen de breedten van twee opeenvolgende maxima . . . . .	65
§ 8. Correlatie tussen de amplitude $a$ , de breedte $b$ , de straling $E$ en de uitgestoten massa $\mathcal{M}$ der maxima . . . . .	69
§ 9. Correlatie tussen de lengte $p_1$ van het aan een maximum voorafgaande interval en respectievelijk: de amplitude $a$ , de breedte $b$ , de straling $E$ en de uitgestoten massa $\mathcal{M}$ van het maximum . . . . .	73
§ 10. Correlatie tussen de lengte $p_2$ van het op een maximum volgende interval en respectievelijk: de amplitude $a$ , de breedte $b$ , de straling $E$ , de uitgestoten massa $\mathcal{M}$ en de lengte $p_1$ van het aan het maximum voorafgaande interval . . . . .	77

### Hoofdstuk IV. Nadere uitwerking van de frequentiewet van de intervallen.

§ 1. Totale aantal der „echte" intervallen . . . . .	78
§ 2. Relatieve belangrijkheid van de $C$ - en $D$ -termen der $Q^*(p)$ -wet . . . . .	78
§ 3. Toepassing van het resultaat van de vorige paragraaf op de waargenomen $Q(p)$ -wet . . . . .	80
§ 4. Berekening van het aantal ontbrekende „echte" intervallen . . . . .	81
§ 5. Resultaten van het onderzoek met betrekking tot de lengte der intervallen . . . . .	82
§ 6. Voorwaarden voor splitsing van zonbevattende $s$ -intervallen . . . . .	84
§ 7. Voorschrift voor het splitsen van zonbevattende $s$ -intervallen . . . . .	85
§ 8. Enkele voorbeelden van splitsing volgens het voorschrift . . . . .	94
§ 9. Toepassing van het gegeven voorschrift op de zonbevattende $s$ -intervallen. Uitkomsten . . . . .	95
§ 10. Vergelijking van de uitkomsten van § 9 met de $F(p)$ -wet . . . . .	98
§ 11. De alterneringsregel nà de splitsing . . . . .	101
§ 12. Lijst van alle maxima (waargenomen en hypothetische) . . . . .	102

### Hoofdstuk V. Enkele beschouwingen over de $U$ Gem-klasse. Verband met de novae.

§ 1. Inleiding . . . . .	105
§ 2. De lichtkromme van $U$ Gem-sterren en van novae . . . . .	107
§ 3. Parallaxis, afstand en absolute helderheid. Spectra . . . . .	108

	Bladz.
§ 4. De plaats van <i>U Gem</i> -sterren in het Hertzsprung-Russell-diagram	111
§ 5. De absolute waarde van de totale, tijdens een maximum uitgezonden straling <i>E</i> en van de uitgestoten massa <i>M</i> . . . . .	112
§ 6. Vergelijking van de door ons verkregen resultaten voor <i>U Gem</i> met die, verkregen voor <i>SS Cyg</i> . . . . .	116
§ 7. Amplitude-Periode betrekking voor <i>U Gem</i> -sterren en voor nova-achtige sterren . . . . .	120
§ 8. Straling-Periode betrekking voor <i>U Gem</i> -sterren en voor nova-achtige sterren . . . . .	125
§ 9. Wat pleit voor de opvatting, dat <i>U Gem</i> -sterren tot één klasse behoren? Zijn de <i>U Gem</i> -sterren te beschouwen als „kortperio- dieke novae“? . . . . .	128
<b>Summary</b> . . . . .	131
<b>Lijst van gebruikte afkortingen</b> . . . . .	134



## INLEIDING.

### § 1. Ontdekking van de Ster *U Geminorum*.

Op de 15de December 1855 ontdekte de Engelse Astronoom John Russel Hind van „The Bishop's Observatory, Regents Park, London” in het sterrenbeeld Gemini een ster, die hij gedurende de 5 jaar, dat hij dat gedeelte van de hemel onderzocht had, niet waargenomen had; de kleur was blauwachtig en een van tweeën: hij had of een nieuwe planeet ontdekt, of een nieuwe veranderlijke ster; dit laatste bleek het geval te zijn.

De ster was op het moment van de ontdekking van de 9de grootte, maar reeds enkele dagen later ruim een grootteklasse zwakker en had na verloop van een paar weken de grootte 12<sup>m</sup> bereikt.

Men heeft deze ster de letter *U* gegeven.

In hoeverre het juist is, wat Hind schreef: „it was a star, shining with a very blue planetary light, at a spot where he had been sure, he had never seen a star of that brightness, during the five years that his attention had been directed to this quarter of the heavens”, is een open vraag gebleven; een feit is echter, dat na die ontdekking van *U Geminorum* met zeer onregelmatige tussenpozen een groot aantal helderheids-maxima waargenomen zijn.

Voor nadere bijzonderheden betreffende de periode 1855—1907 wordt verwezen naar het werk van Dr. J. v. d. Bilt: „The Variable Star *U Geminorum*” (Rech. Astr. d' Utrecht III, 1908).

### § 2. Het algemeen helderheidsverloop bij een maximum en de onregelmatigheid in het voorkomen van de maxima.

Voor wij iets nader mededelen over de geschiedenis en de onderzoekingen van de ster, zullen wij eerst het helderheidsverloop in grote trekken nagaan.

Het algemeen verloop bij een maximum is als volgt: tijdens het minimum is de helderheid  $14^m$ ; op een onbekend tijdstip neemt de helderheid plotseling sterk toe (in enkele uren van  $14^m$  tot  $11^m$ ), daarna langzamer, tot na 1.5 tot 4.5 dag het maximum (helderheid  $9^m$ ) bereikt wordt; vervolgens neemt in veel langzamer tempo de helderheid weer af tot  $14^m$ .

Bij een deel van de maxima verloopt het proces in 12 dagen, voor een deel in 19 dagen; als gevolg van de korte of lange duur van het proces ontstaat er een smalle of brede lichtkromme, vandaar de naam „smalle” en „brede” maxima.

Een moeilijkheid bij het waarnemen van de maxima is, dat de helderheidsstijging zeer plotseling optreedt, terwijl niet van te voren is te zeggen, wanneer zij te verwachten is. Vooral in de jaren 1855—1877, waarin de waarneming van de ster niet regelmatig plaats gehad heeft, zal er naar alle waarschijnlijkheid wel een aantal maxima geheel aan de waarneming ontsnapt zijn. Na 1877 en vooral na 1922 is de waarneming, voor zover de omstandigheden dit toelieten, zeer regelmatig geschied, zodat het na 1922 praktisch niet voorgekomen is, dat door omstandigheden, afhankelijk van den waarnemer, een maximum niet waargenomen is.

Een oorzaak, dat, geheel onafhankelijk van den waarnemer, zeer waarschijnlijk toch maxima aan de waarneming ontsnapt zijn, is gelegen in het feit, dat de ster gedurende 2 à 3 maanden per jaar een *onzichtbaarheidsperiode* doormaakt; de reden hiervoor is, dat zij niet zeer ver van de ecliptica staat, en zij in de zomermaanden door de te grote nabijheid van de zon niet waargenomen kan worden. Daardoor worden de intervallen tussen de maxima soms onwezenlijk groot, tot zelfs 440 dagen.

Gaan wij de lengte van de intervallen tussen 2 opeenvolgende maxima na, dan blijkt deze lengte te variëren van 62 tot 152 dagen, terwijl er daarenboven een onomstotelijk vaststaande intervallengte van 257 dagen bestaat.

### § 3. Geschiedenis. Programma van verder onderzoek.

Zoals reeds in § 1 is medegedeeld, zijn er na 1855 een groot aantal maxima waargenomen; het waarnemingsmateriaal over de jaren 1855—1907 is voor de eerste maal volledig bewerkt door Dr. J. v. d. Bilt (Rech. Astr. d' Utrecht, III, 1908).

Hoewel het materiaal, vooral in de jaren 1855—1877, veelal onvoldoende was, is v. d. Bilt toch tot de volgende resultaten gekomen:

- a. de maxima zijn te verdelen in *smalle* en *brede* maxima;
- b. er bestaat bij de maxima hoogstwaarschijnlijk een opeenvolging *smal-breed*;
- c. er kon, zowel voor de *smalle*, als voor de *brede* maxima, een gemiddelde lichtkromme bepaald worden.

Na het werk van v. d. Bilt is geen systematisch onderzoek over deze ster meer verricht; toch is het verdere onderzoek van groot belang: *U Gem* behoort tot de z.g. *SS Cygni*- (ook wel *U Gem*-) klasse, waarbij *U Gem*, na *SS Cygni*, één der best bekende en één der helderste sterren van deze klasse is. De theorie over deze sterren is nog zeer onzeker; de laatste tijd is sterk de analogie met *novae* naar voren gebracht, zodat dit juist een van de redenen is waarom detailstudie zeer gewenst is.

Dit proefschrift is als een voortzetting van het werk van v. d. Bilt te beschouwen, waarbij echter door de veel grotere nauwkeurigheid bij de moderne waarnemingen het werk aanzienlijk werd vergemakkelijkt en de resultaten vermoedelijk betrouwbaarder zijn.

De onderzoekingen lopen over de jaren 1907—1937.

Het programma van het onderzoek in dit werk omvat het volgende:

- a. de bewerking van de waarnemingen (Hoofdstuk I);
- b. het onderzoek naar de in werkelijkheid opgetreden maxima, speciaal met het oog op de jaarlijks terugkerende onzichtbaarheidsperiode; dit onderzoek is als volgt gedaan:
  1. opgesteld is de als meest waarschijnlijk te verwachten frequentiewet der intervallen tussen de maxima, waarbij dus ook gerekend moest worden met de eventueel *niet* waargenomen maxima die tijdens een onzichtbaarheidsperiode opgetreden zijn (Hoofdstuk II);
  2. opgesteld zijn de correlaties tussen de verschillende grootheden, die betrekking hebben op deze intervallen en de maxima (Hoofdstuk III);
  3. aan de hand van het onder 1) en 2) behandelde is nagegaan, in hoeverre een *juiste opeenvolging* van de werkelijk plaatsgehad hebbende maxima bepaald kon worden (Hoofdstuk IV);



c. vergelijking van de gevonden wetmatigheden met die, welke reeds voor sterren, behorende tot de genoemde *SS Cygni*-klasse, zijn voorgesteld. Bespreking van eventuele bijzonderheden van *U Gem.* Verband met novae. (Hoofdstuk V.)

#### § 4. Lijst van platen met de nummering.

Om een overzicht te hebben van de platen, die in het boek zijn opgenomen, geven wij hier de volledige lijst:

- Plaat I: lichtkromme van een maximum (no. 48).  
 „ II: lichtkromme over de jaren 1907—1936.  
 „ III: helderheids- en intensiteits-magnitude-diagram voor de *Pa*-schaal.  
 „ IV: frequentiewet der intervallen.  
 „ V: lichtkromme van een maximum (no. 48)  
     *a.* in magnitude.  
     *b.* in lichtsterkte.  
 „ VI: frequentiewet der breedte *b*.  
 „ VII: frequentiewet der amplitude *a*, uitgezonden straling *E* en uitgestoten massa  $\mathfrak{M}$ .  
 „ VIII: correlatie-diagrammen: amplitude *a*, breedte *b*, uitgezonden straling *E* en uitgestoten massa  $\mathfrak{M}$ .  
 „ IX: correlatie-diagram tussen lengte vóórgaand interval  $p_1$  en: amplitude *a*, breedte *b*, straling *E* en uitgestoten massa  $\mathfrak{M}$ .  
 Fig. X: frequentiewet der intervallen (vóór en nà de spitsing).  
 „ XI: het *Hertzsprung-Russell*-diagram.  
 Plaat XII: Amplitude-Periode- en Straling-Periode betrekking voor *U Gem*-sterren en twee nova-achtige sterren.

## HOOFDSTUK I.

### DE WAARNEMINGEN EN DE BEWERKING VAN DE WAARNEMINGEN.

#### § 1. De bronnen van de waarneming.

Het eerste werk voor het onderzoek naar de gedragingen van *U Geminorum* is geweest het verzamelen van het waarnemingsmateriaal; van de volgende personen en groepen van personen is het materiaal verwerkt:

Groep I: de leden van de „Section of Variable Stars” van de *B.A.A.*; deze waarnemers hebben hun waarnemingen van de jaren 1907—'37 toegezonden aan de *B.A.A.*, waar het materiaal chronologisch verzameld is; deze originele waarnemingen zijn ons ter beschikking gesteld; de leden van de *A.F.O.E.V.*; de publicaties hebben van 1922—'32 plaats gehad in *Bull. Lyon*, deel IV t/m XIII, daarna in *B.A.F.*, deel I t/m V.

Naozo Ichinohe (†) van „The Astronomical Observatory Mitikamure”, Tokio, Japan; de waarnemingen lopen over de jaren 1909—'11 en zijn ons in origineel verstrekt.

M. Esch, S. J., Valkenburg, Nederland; waarnemingen over de jaren 1907, 1918—'20; ook deze waarnemingen hebben wij rechtstreeks van den waarnemer ontvangen.

Groep II: A. A. Nijland, Hoogleraar aan de Universiteit te Utrecht, Nederland, († 1936); uitgebreide waarnemingen over de jaren 1907—'36.

J. v. d. Bilt, Observator en Lector aan de Utrechtse Sterrenwacht; zijn waarnemingen lopen over de jaren 1907—'33.

P. M. Ryves, Zaragossa, Spanje; de waarnemingen zijn uit de jaren 1907—'14 en 1923—'35.

De waarnemers van deze groep hebben ons hun oorspronkelijk materiaal ter beschikking gesteld.

Groep III: de leden van de A.A.V.S.O.; deze vereniging heeft een respectabele hoeveelheid waarnemingsmateriaal geleverd; de waarnemingen zijn gepubliceerd in Pop. Astr. 17—43 (tot Sept. '35), daarna in H.A. 104.

E. Hartwig, Bamberg; waarnemingen over de jaren 1917—'22, gepubliceerd in Bamb. Veröff. I, III, 459.

Waarom wij de waarnemers in 3 groepen ingedeeld hebben, zal nader blijken in § 6.

## § 2. Het aantal waarnemingen.

Groep I:	36 + 17 + 2 waarnemers met een totaal van	7016 + 979 + 187 = 8182 waarnemingen;
Groep II:	3 waarnemers met een	totaal van 4147 waarnemingen;
Groep III:	106 + 1 waarnemers met een	totaal van $\approx 5100$ waarnemingen;
		+
		Totaal $\approx 17500$ waarnemingen.

Verscheidene waarnemers hebben hun materiaal voor een gedeelte aan de A.A.V.S.O., voor het overige naar B.A.A. of A.F.O.E.V. gezonden.

## § 3. Algemene methode van waarneming en methoden van helderheidsschattingen met behulp van vergelijkingssterren.

De helderheid<sup>1)</sup> van *U Gem* is door alle waarnemers bepaald met behulp van *vergelijkingssterren*, d.w.z. de helderheid van *U Gem* is vergeleken met de helderheid van andere — in de buurt staande — goed bekende sterren. Alle hier bewerkte waarnemingen zijn *visueel* gedaan.

De methoden, volgens welke de helderheidsschattingen verricht zijn, kunnen tot drie, principieel geheel verschillende, methoden teruggebracht worden.

<sup>1)</sup> Onder *helderheid* zullen we verstaan *visuele helderheid*.

A. Methode van Argelander <sup>1)</sup>.

Deze methode is door Argelander voorgesteld; hierbij bepaalt men het verschil in helderheid — uitgedrukt in een aantal *eenheden* — tussen de te meten ster en *één* vergelijkingsster; deze *eenheid* heet een *step* of *stufé*, terwijl daaronder verstaan wordt het *kleinste* verschil in helderheid, dat nog waarneembaar is; *één* stufe is van de orde van 0.1 grootteklasse; in de eerste plaats is deze eenheid voor *iedereen* waarnemer een andere en in de tweede plaats kan deze eenheid voor *éénzelfden* waarnemer gedurende een lang tijdsverloop ook gewijzigd worden. Gedurende een zekere tijd is echter de stufe voor *éénzelfden* waarnemer wel als constant te beschouwen.

Argelander heeft echter ook voorgeschreven niet meer dan 4 stufen te gebruiken, daar anders de schattingen te onnauwkeurig worden; de moeilijkheid is echter in de buurt van de te onderzoeken ster een voldoende aantal vergelijkingssterren te vinden, die niet meer dan 4 stufen verschillen; daarom wordt er van dit voorschrift ook wel, zij het in het algemeen niet veel, afgeweken, waarbij dan aan dergelijke schattingen een minder gewicht moet toegekend worden; enkele waarnemers gebruiken wel een stufenverschil van meer dan 10 stufen, maar de waarde van een dergelijke waarneming is niet hoog aan te slaan.

Zoals reeds gezegd, wordt elke waarneming gedaan met behulp van *één* vergelijkingsster; de gebruikelijke notaties daarvoor zijn:

- a)  $v$  3  $b$ ;  $b + 3$ ;  $3 > b$ . d.w.z.  $v$  is 3 stufen helderder dan  $b$ ;  
 b)  $b$  3  $v$ ;  $b - 3$ ;  $3 < b$ . d.w.z.  $v$  is 3 stufen zwakker dan  $b$ .<sup>2)</sup>

De helderheid van de vergelijkingssterren moet natuurlijk gegeven zijn, hetzij visueel, hetzij fotometrisch. De grootte van *één* stufe moet bepaald worden uit een groot aantal waarnemingen; dit gebeurt als volgt: laat op hetzelfde tijdstip  $t_1$  een drietal helderheidsschattingen plaats hebben gevonden t.o.v. verschillende ver-

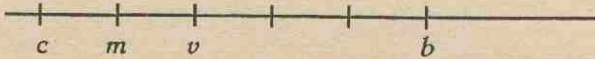
<sup>1)</sup> Schumacher, Astr. Jahrbuch, 1844.

<sup>2)</sup> Met de enkele letter „ $b$ ”, „ $v$ ” enz. wordt bedoeld de vergelijkingsster *zelf*; komen de letters „ $b$ ”, „ $v$ ” enz. voor in een formule, dan duiden ze de helderheid van de ster „ $b$ ”, „ $v$ ” enz. aan.

gelijkingssterren  $b$ ,  $c$  en  $m$ :  $v$  3  $b$ ,  $c$  2  $v$  en  $m$  1  $v$ . Dit betekent dus:

$$1. \begin{cases} b \text{ is zwakker dan } c \\ m \text{ " " " } c \\ b \text{ " " " } m \end{cases} \quad 2. \begin{cases} b - c = 5 \text{ stufen} \\ b - m = 4 \text{ " "} \\ m - c = 1 \text{ stufe} \end{cases}$$

Onderstaande figuur geeft dit aan waarbij de afstand tussen 2 verticale streepjes één stufe voorstelt.



Voor een groot aantal tijdstippen zijn soortgelijke waarnemingen gedaan, zodat we voor b.v.  $n$  vergelijkingssterren een groot aantal stufenbepalingen hebben tussen telkens 2 sterren.

Het verband tussen de helderheid en het stufenaantal van de vergelijkingssterren wordt nu gegeven door de interpolatieformule:

$$x - a y = p \quad (1)$$

waarbij:

- $x$  is de helderheid van de *zwakste* vergelijkingsster;
- $a$  is het aantal stufen tussen deze ster en de  $k$ -de vergelijkingsster ( $1 \leq k \leq n$ );
- $y$  is de gemiddelde grootte van één stufe;
- $p$  is de helderheid van de  $k$ -de vergelijkingsster, zoals deze opgegeven is.

Op deze manier krijgen we  $n$  vergelijkingen, waaruit met de methode van de kleinste kwadraten de gemiddelde waarden voor  $x$  en  $y$  op te lossen zijn. Deze berekening geeft ons dus:

1. de grootte van één stufe;
2. de helderheid van de vergelijkingssterren, zoals deze door den waarnemer gezien worden; deze helderheid verkrijgt men door in het linkerlid van (1) de waarden van  $x$  en  $y$  in te vullen; er is dus een correctie aangebracht op de opgegeven helderheid van de vergelijkingssterren. De berekening van de helderheid van de te onderzoeken ster volgt nu gemakkelijk uit de opgegeven waarneming.

### B. De interpolatie-methode.

Deze methode is voorgesteld door Nijland<sup>1)</sup>; er wordt nu gebruik gemaakt van twee vergelijkingssterren, waarvan de één helderder en de andere zwakker is dan de te onderzoeken ster  $v$ .

De notatie hiervoor is als volgt:  $b p v q c$ <sup>2)</sup> met als betekenis: de waarnemer schat het stufenverschil tussen de vergelijkingssterren  $b$  en  $c$  op  $(p + q)$  stufen, terwijl  $v$   $q$  stufen helderder dan  $c$  en  $p$  stufen zwakker dan  $b$  is. Afgaande op deze betekenis, moet men hier ook de grootte van één stufe berekenen volgens  $A$ , terwijl tevens weer een correctie aangebracht wordt op de helderheid van de vergelijkingssterren. De helderheid van  $v$  wordt dan berekend als volgt:

$$\begin{aligned} v &= b + py \\ v &= c - qy \end{aligned} \quad v = \frac{b + c}{2} + \frac{p - q}{2} y \quad (2)$$

### C. De verhouding-methode.

Deze methode is afkomstig van Pickering; hierbij wordt niet, zoals bij  $A$  en  $B$ , gewerkt met stufen; wel wordt weer gebruik gemaakt van 2 vergelijkingssterren, waarbij de één helderder, en de andere zwakker is dan de te onderzoeken ster  $v$ ; men bepaalt nu in welke verhouding het helderheidsverschil tussen de beide vergelijkingssterren door  $v$  verdeeld wordt.

De notatie wordt dus b.v.  $b p v q c$ ; het betekent:  $v$  is  $\frac{p}{p + q}$  maal het helderheidsverschil tussen  $b$  en  $c$  zwakker dan  $b$ . De helderheid van  $v$  wordt dan:

$$v = b + \frac{p}{p + q} (c - b) \quad (3)$$

Beschouwen we de methoden  $A$ ,  $B$  en  $C$  nog eens, dan blijkt: a. bij  $A$  en  $B$  wordt een correctie aangebracht op de fotometrisch bepaalde helderheid van de vergelijkingsster, m.a.w. er wordt bij

<sup>1)</sup> A. N. 154, 3695, 1908.

<sup>2)</sup> In deze notatie stellen de cursief gedrukte letters *helderheden* van sterren voor, de niet cursief gedrukte letters  $p$  en  $q$  zijn onbenoemde getallen: zie ook de noot

<sup>3)</sup> op bldz. 15.

deze methoden aangenomen, dat de fotometrisch en visueel bepaalde helderheid *niet* dezelfde behoeft te zijn; dit is ook begrijpelijk, immers, in de eerste plaats geeft *éénzelfde* kleur bij fotometrisch en visueel werk niet *dezelfde* helderheid en in de tweede plaats treedt er verschil op bij de helderheidsbepaling van *éénzelfde* kleur door *verschillende* waarnemers. Daarom hebben deze beide methoden een groot voordeel, nu voor *ieder* waarnemer de door hem waargenomen helderheden van de vergelijkingssterren bepaald kunnen worden. Daarentegen heeft C het nadeel, dat uitgegaan wordt van de onderstelling, dat de fotometrisch bepaalde helderheid van een ster *absoluut juist* is, dus ook geldt voor visueel werk; naar uit het voorgaande blijkt, is deze onderstelling niet juist; in principe is deze methode onbruikbaar voor nauwkeurige helderheidsschattingen.

b. Heeft men echter door middel van methode B, met behulp van een groot aantal stufenschattingen de vergelijkingssterren gecorrigeerd, dan kan bij de *berekening* met succes de formule van methode C toegepast worden, mits men voor de helderheid van de vergelijkingssterren *niet* de opgegeven fotometrische helderheid neemt, maar de gecorrigeerde helderheid. De berekening wordt nu eenvoudiger dan bij B, terwijl de uitkomst practisch op hetzelfde neerkomt.

Bekijken we hiertoe eens de formules (2) en (3):

$$(2): v = \frac{b+c}{2} + \frac{p-q}{2} y; \quad (3): v = b + \frac{p}{p+q} (c-b).$$

Nu is  $y = \frac{c-b}{p+q}$ , waarbij  $y$  nauwkeuriger wordt, naarmate het aantal stufenbepalingen toeneemt.

Gesubstitueerd in (2) geeft dit:

$$v = \frac{b+c}{2} + \frac{p-q}{2} \cdot \frac{b-c}{p+q} = b + \frac{p}{p+q} (c-b),$$

wat overeenkomt met (3).

Hoe meer het stufenaantal ( $p+q$ ) tussen twee bepaalde vergelijkingssterren een *constant* bedrag wordt, des te minder zal de

onder  $b$  bedoelde form. (3) afwijken van (2). In dat geval geeft een notatie volgens  $B$ :  $b\ 2\ v\ 4\ c$  praktisch hetzelfde resultaat als de notatie bij  $C$ :  $b\ 1\ v\ 2\ c$ , hoewel er een principieel verschil blijft bestaan.

c. De methode  $B$  heeft het voordeel boven  $A$ , dat het vergelijken met 2 vergelijkingssterren gemakkelijker en nauwkeuriger is dan met behulp van één vergelijkingsster. Daarentegen is het vinden van één vergelijkingsster, die in de buurt staat en een niet te veel van  $v$  afwijkende helderheid heeft, eenvoudiger dan het vinden van 2 vergelijkingssterren, die aan dezelfde voorwaarden voldoen.

Aan welke methode,  $A$  of  $B$ , men de voorkeur moet geven bij de waarnemingen, zal dus sterk afhangen van de omgeving van het te onderzoeken object.

#### § 4. De gebruikte vergelijkingssterren.

Het aantal opgegeven vergelijkingssterren bedraagt 50, maar de verschillende waarnemers hebben hiervan maar een gedeelte — 10 à 20 — gebruikt. Voor *éénzelfde* vergelijkingsster is de aanduiding dikwijls verschillend: sommige waarnemers geven de ster aan door een *letter* — ook hierin is nog variatie —, andere geven de ster aan door een *getal*.

In de tabel Ia zijn de vergelijkingssterren met hun helderheden opgegeven voor de waarnemingen van groep I.

De eerste 4 kolommen geven *horizontaal* dezelfde vergelijkingsster. Tussen de derde en vijfde kolom bestaat een eenvoudig verband: men heeft de helderheid van de ster afgerond tot op 0.1 grootteklasse en 10 maal deze uitkomst geeft het nummer van de ster; bij  $y-39-138-13.70$  is blijkbaar een vergissing in de nummering opgetreden;  $y$  en 138 stellen dezelfde ster voor, waaruit volgt, dat deze ster het nummer „137” zou moeten hebben.



TABEL Ia.  
Vergelijkingssterren met hun helderheden voor groep I.

<i>H</i>	<i>Hg</i>	<i>A</i>	<i>Kn</i>	$m_H$	$(m_{Pa})_I$	<i>H</i>	<i>Hg</i>	<i>A</i>	<i>Kn</i>	$m_H$	$(m_{Pa})_I$	<i>H</i>	<i>Hg</i>	<i>A</i>	<i>Kn</i>	$m_H$	$(m_{Pa})_I$
a	1	85		8.49	8.64					10.65	10.27					13.04	12.15
b	3	90	c	9.01	9.05	o	15			.86	.47					.13	.22
c	2	91		.14	.15	p	16	109	e	10.92	.52	x	33	133	k	.31	.36
d	4	93	b	.29	.26		17			11.16	.70		34			.36	.38
e	5	95		.51	.43	q	18	114	f	.43	.91		35			.39	.42
	6			.70	.58		19			.43	.91		36			.42	.44
	7			9.93	.76		20			.48	.95		37			.56	.55
f				10.06	.86		21			.53	10.99		38			.68	.64
g	8	101		.10	.89		22			.62	11.06	y	39	138	l	.70	.66
h		102		.19	.96	r	23	117		11.68	.10		40			.83	.76
k		102		.23	9.99	s	25	123	g	12.29	.57		41			13.87	.79
	10			.25	10.00	t	24	124	h	.42	.67		42			14.12	12.98
l	11	103		.28	.03	u	26	126		.56	.78		43			.19	13.03
m				.29	.04		27			.70	11.89		44			.28	.10
n	9	104	d	.37	.09		28			.88	12.03		45			.40	.19
	12			.44	.15		29			12.92	.06	z	46			.60	.43
	13	105		.50	.19	w	31	130		13.01	.13						

De betekenis der kolommen is:

Kolom <i>H</i>	geeft de nummering van H.C. 136. (1908).
" <i>Hg</i>	" " " " Hagen (Atlas. Stell. Var.)
" <i>A</i>	" " " " A.A.V.S.O.
" <i>Kn</i>	" " " " Knott (M.R.A.S. III, 94, voor Brook en Thomson van de B.A.A.)
" $m_H$	" " helderheid volgens H.C. 136.
" $(m_{Pa})_I$	" " resultaten van de herleiding van kolom $m_H$ op de schaal van Parkhurst (zie § 6).

Er zijn een vijftal waarnemers, die de notatie van de schaal van Knott gebruikt hebben; dit zijn Nijland, v. d. Bilt en Ryves (groep II), Brook en Thomson (groep I, B.A.A.; deze waarnemers zijn reeds bij tabel Ia vermeld).

Daar de waarnemingen van groep II op een bijzonder nauwkeurige wijze bewerkt zijn, zijn ook in de afzonderlijke tabel Ib alle gegevens daartoe verzameld.

De door Knott gebruikte vergelijkingssterren behoren alle tot H.C. 136, maar hebben een andere aanduiding.

TABEL Ib.

Vergelijkingssterren met hun helderheden voor groep II.

H	P	$m_{Pa}$	(R) Nijland (Z)						v. d. Bilt			Ryves		
			no	st	$m_{Pa}$	no	st	$m_{Pa}$	no	st	$m_{Pa}$	no	st	$m_{Pa}$
d	b	9.34	b	43.8	9.43	b	7.7	9.61	b	36.7	9.66	b	41.0	9.50
b	c	9.71	c	44.1	9.40	c	9.0	9.49	c	37.3	9.61	c	43.1	9.32
e												5	39.1	9.67
6												6	38.6	9.71
l			$\gamma$	34.9	10.25	$\gamma$	1.0	10.23	$\gamma$	29.8	10.31	m	32.6	10.24
n	d	10.28	d	35.1	10.23	d	1.0	10.23	d	30.2	10.27	d	32.6	10.24
13												13	29.2	10.54
p	e	10.52	e	30.4	10.66				e	26.6	10.61	e	26.1	10.81
q	f	11.13	f	24.6	11.20				f	22.7	10.97	f	22.0	11.17
												23	20.2	11.33
s	g	11.46	g	19.0	11.72				g	17.7	11.44	g	16.7	11.64
t	h	11.61	h	18.5	11.76				h	17.0	11.50	h	16.4	11.66
												28	12.9	11.97
x	k	12.42	p	11.5	12.40				p	8.0	12.35	k	9.9	12.24
y	l	12.75	q	6.1	12.90				q	1.0	13.00	l	6.0	12.58
	n	13.83	r	1.0	13.37							n	1.0	13.11

grootte van één stufe: Nijland:  $0^m.092$ ; v. d. Bilt:  $0^m.093$ ; Ryves:  $0^m.088$ .

De betekenis der kolommen is:

Kolom H geeft de nummering van H. C. 136.

"  $P_a$  " " " " Knott." ( $m_{Pa}$ ) " " helderheid volgens J. A. Parkhurst.

In elk drietal volgende kolommen zijn achtereenvolgens geplaatst: no. vergelijkingsster, stufenaantal <sup>1)</sup>, en helderheid volgens Parkhurst; de eerste 2 drietallen hebben betrekking op Nijland, gesplitst in (R) — grote kijker — en (Z) — zoeker —; het tweede en derde 3-tal betreft v. d. Bilt en Ryves.

In de tabel is onmiddellijk af te lezen, met welke sterren van H. C. 136 de vergelijkingssterren overeenkomen.

Horizontaal geven de kolommen dezelfde vergelijkingsster; Ryves heeft echter nog 2 andere vergelijkingssterren gebruikt, n.l. 23 en 28, die niet tot de gebruikte schalen behoren, zoals hij ons zelf medegedeeld heeft.

<sup>1)</sup> De zwakste vergelijkingsster heeft een stufenaantal van „1” gekregen; de andere vergelijkingssterren hebben een stufenaantal, gerekend vanaf de zwakste vergelijkingsster; het verschil in helderheid, uitgedrukt in stufen, tussen 2 vergelijkingssterren, wordt verkregen door de stufenaantallen van elkaar af te trekken.

### § 5. Wijze van mededeling der waarnemingen.

Bij groep I en II zijn de volledige waarnemingen opgegeven, zoals deze door de waarnemers gedaan zijn. Daarentegen zijn bij groep III de vergelijkingssterren in de gepubliceerde verhandelingen niet opgegeven, alleen de door de A.A.V.S.O. berekende helderheid; het bezwaar is, dat elke contrôle op het resultaat ontbreekt.

Bij groep I zien we de volgende notaties <sup>1)</sup> optreden:

1.  $b \ 2 \ v \ 3 \ c$  . . . . . het was niet altijd uit te maken, of de methode  $B$  of  $C$  gebruikt was;
2.  $\frac{1}{3} (39 - 42)$  . . . . . betekent:  $39 \ 1 \ v \ 1 \ 42$ , methode  $C$ ;
3.  $\left. \begin{array}{l} 24 - 2 \\ 1 > 11 \\ 2 < 13 \end{array} \right\}$  . . . . . betekent:  $\left. \begin{array}{l} 11 + 1 \\ 13 - 2 \end{array} \right\}$  methode  $A$ ;
4.  $v = 39$  . . . . . zonder meer duidelijk;
5.  $v < 39$  . . . . .  $v$  is onzichtbaar, maar zwakker dan  $39$ ;
6.  $v = \frac{1}{10} < d$  . . . . .  $v$  is 0.1 grootteklasse zwakker dan  $d$  (methode  $A$ ).

Uit de door de waarnemers zelf berekende helderheid in de gevallen 3. en 6. is gebleken, dat de waarnemers voor één stufe 0.1 grootteklasse genomen hebben; door de reductie op Parkhurst (zie § 6) is de maat voor één stufe ongeveer 0.08 grootteklasse geworden; deze wijze van publiceren komt echter niet veel voor, veel meer gebruikelijk is de publicatie volgens 1.

Bij groep II krijgen we:

- a.  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Nijland} \\ \text{v. d. Bilt} \end{array} \right. \begin{array}{l} 1. \gamma \ 2 \ U \ 1 \ e \\ 2. U = e \end{array}$  . . . . . methode  $B$ ;  
 . . . . . zonder meer duidelijk;
3.  $q \ 2 \ U$  . . . . . methode  $A$ ;
4.  $(p)$  . . . . . zwakker dan  $p$ .
- b. Ryves  $\begin{array}{l} 1. b \ 3; \ 5 \ 1; \ 6 \ m \\ 2. h \ 1 \ N \ \text{of} \ h \ 0 \ N \end{array}$  . . . . . methode  $A$ ;  
 . . . . .  $N$  minstens 1 stufe of zeker zwakker dan  $h$ .

Bij groep III krijgen we:

waarnemer	helderheid
Kleis	< 12.3 of 12.3
Bouton	14.0

<sup>1)</sup> De cursief gedrukte getallen stellen vergelijkingssterren voor.

Het  $<$  teken of het cursief gedrukte getal geeft aan, dat de ster zwakker is dan de opgegeven helderheid; de ster kon met de kijker niet waargenomen worden, maar was in ieder geval zwakker dan een ster, waarvan de helderheid gegeven is. In het 2de geval heeft de ster de opgegeven helderheid.

### § 6. Berekening van de helderheid van U Gem uit de waarnemingen.

Opm. Zoals reeds in de inleiding medegedeeld is, heeft v. d. Bilt de waarnemingen tot 1907 bewerkt; de helderheidsschattingen in deze verhandeling zijn herleid op de schaal van J. A. Parkhurst; daar ons onderzoek een voortzetting van het werk van v. d. Bilt is, is op advies van Prof. Nijland, terwille van de homogeniteit, ook de schaal van Parkhurst en niet de schaal van Harvard gebruikt. Het werk van Nijland zelf (Hemel en Dampkring, 14, 65, 1916) heeft echter aangetoond, dat beide schalen aanmerkelijk verschillen, en het werk van Mitchell (Photometric Magnitudes of Faint Stars, bldz. 303) heeft eveneens aangetoond, dat de schaal van Parkhurst niet betrouwbaar is. Een van de oorzaken is waarschijnlijk, dat de fotometrische schaal van Parkhurst gemaakt is met behulp van een kijker, waarvan de grens ongeveer bij  $13^m$  ligt; daarmee schijnt samen te hangen, dat de helderheid van sterren in de buurt van  $12^m$  en zwakker, te groot geschat is; bij de 13-de grootteklasse is het verschil reeds  $\frac{3}{4}$  grootteklasse. Om deze redenen hebben we aan de definitieve lichtkromme ook de schaal van Harvard toegevoegd, en zijn de Harvard-helderheden gebruikt, overal waar een juiste waarde der helderheidsverhouding een rol speelde, b.v. bij de energiebepalingen.

Wij zullen nu eerst duidelijk maken, waarom wij in § 1 van dit hoofdstuk de waarnemers hebben ingedeeld in 3 groepen. Bij deze groepen komen de volgende bijzonderheden, waardoor ze zich van elkaar onderscheiden, voor:

- Groep I : de vergelijkingssterren zijn opgegeven, maar de beschrijving van de schattingsmethode is veelal onvolkomen;
- Groep II: de vergelijkingssterren zijn opgegeven, en alle details der schattingsmethoden zijn bekend. Er zijn een groot aantal nauwkeurige, homogene waarnemingen gegeven;

Groep III: er zijn geen vergelijkingssterren opgegeven.

De verschillen tussen de werkmethode van de waarnemers voor de verschillende groepen hebben aanleiding gegeven, hun resultaten ook op verschillende wijze te bewerken.

De berekening van de helderheid van *U Gem* op de schaal van Parkhurst is voor de verschillende groepen van waarnemers als volgt geschied:

Groep I : voor de herleiding der helderheid van de vergelijkingssterren op Parkhurst is gebruik gemaakt van de formule, afgeleid door Nijland (Hemel en Dampkring 14):

$$H - P = 0.22 (H - 9.33)^1)$$

Deze helderheid, herleid op Parkhurst, is gegeven in kolom ( $m_{Pa}$ )<sub>I</sub> van tabel Ia. De helderheid van *U Gem* is daarna berekend met form. (3) van § 3 C, en voor zover nog nodig, met behulp van stufen.

Groep II : De berekening van het stufenaantal en de helderheid van de vergelijkingssterren — herleid op Parkhurst — is uitgevoerd volgens de methode van § 3 A; de resultaten zijn samengevat in tabel Ib.

Daarna is de helderheid van *U Gem* berekend met form. (2) van § 3 B, en zover nog nodig, door middel van stufen.

Groep III: De helderheid van *U Gem* is met de formule van Nijland voor herleiding van *H* op *P* rechtstreeks berekend.

### § 7. Behandeling van één maximum (no. 48).

Om een beeld te geven van de bepaling van de maxima van *U Gem*, zullen we één maximum (no. 48) uitwerken.

Daartoe zijn in tabel II de gegevens verzameld; de kolommen 1, 2, 3 en 4 zijn zonder meer duidelijk; een lijst van waarnemers met de gebruikte afkortingen is bij de tabel afgedrukt; bij de met \* aangegeven waarnemingen in kolom 4 is tabel Ib, bij de overige waarnemingen is tabel Ia of de formule van Nijland gebruikt.

<sup>1)</sup> *H* stelt voor de *Harvard*-helderheid, *P* de *Parkhurst*-helderheid; in het vervolg wordt de *Parkhurst*-helderheid aangeduid door *Pa*, daar de letter *P* voor andere doeleinden gebruikt zal worden.

TABEL II.  
Gegevens met betrekking tot het maximum no. 48.

Datum	J. D.	Waarnemer	Waarneming	$(m_{Pa}) I$			$(m_{Pa}) II$			
				a	b	c	a'	b'	c'	
1924 Dec. 30	242	Br.	$t 3 v 1 x$		12.18			12.35		
	4150.4	Pk.	$s 2 v 1 u$		11.87			12.04		
	.4	Pk.	$s - \frac{1}{2}$		11.62			11.79		
	.56	Ni.	$*f 3 v 2 h$	11.53			11.53			
	.60	Ni.	$*v = 0 - 1 h$	11.70			11.70			
	.65	Ni.	$*e 4 v 1 \frac{1}{2} f$	11.06			11.06			
	31	51.0	Ie.	8.90		8.96			9.38	
	.1	Ch.	$a 4 v 1 b$		8.96			9.38		
	.3	Ni.	$*c 1 v 10 y$	9.48			9.48			
	.4	Bl.	$*v = c$	9.61			9.61			
	.4	Br.	$c + 1; d + 2$		9.05			9.43		
1925 Jan. 1	52.1	Ch.	$a 3 v 2 b$		8.88			9.32		
	.2	Du.	8.80		8.89			9.33		
	.5	Ry.	$*c 2 \frac{1}{2} v 3 \frac{1}{2} b$	9.40			9.40			
	.6	Bn.	9.40		9.34			9.62		
	.8	Bru.	$a 3 v 3 b$		8.85			9.31		
	2	53.1	Ch.	$a 3 v 2 b$		8.88			9.32	
	.1	Bn.	9.60		9.50			9.75		
	.3	Ry.	$*c \frac{1}{2}$	9.36			9.36			
	.6	Wa.	$b 1 v 3 d$		9.10			9.46		
	.9	Pl.	$a 2 v 3 b$		8.80			9.28		
	3	54.0	Bn.	9.60		9.50			9.75	
	.2	Ch.	$a 2 v 3 b$		8.80			9.28		
	.4	Ry.	$*c 1$	9.41			9.41			
	.8	Bru.	$b 2 v 2 d$		9.15			9.49		
	.9	Bo.	$a 3 v 2 b$		8.80			9.28		
	4	55.1	Ge.	$a 4 v 1 b; 1 b; 4 d$		8.93			9.36	
	.1	Bn.	9.40		9.34			9.62		
	.2	Ch.	$a 4 v 1 b$		8.96			9.38		
	.3	Br.	$c 1 v 1 d$		9.20			9.52		
	.3	Ha.	$v = d$		9.26			9.56		
	.5	Pk.	$b 1 v 1 d$		9.15			9.49		
	.5	Ni.	$*c 1 \frac{1}{2} v 7 \frac{1}{2} \gamma$	9.54			9.54			
	5	56.1	Ie.	9.00		9.04			9.42	
	.1	Ch.	$v = c$		9.15			9.49		
	.3	Ni.	$*c 1 \frac{1}{2} v 7 \gamma$	9.52			9.52			
	.3	Br.	$d - 1; e + 1$		9.35			9.63		
	.4	Pk.	$b 3 v 2 d$		9.17			9.51		
.4	Ci.	9.20		9.19			9.52			
.5	Ry.	$*c 2 \frac{1}{2}$	9.54			9.54				
6	57.0	Bl.	$*v = c$	9.61			9.61			
.3	Ge.	$b 3 v = d$		9.31			9.60			
.3	Br.	$d - 2; e - 1$		9.50			9.75			
.4	Pe.	9.30		9.27			9.57			

Datum	J. D.	Waarnemer	Waarneming	$(m_{Pa}) I$			$(m_{Pa}) II$		
				a	b	c	a'	b'	c'
Jan. 6	57.4	Ha.	$c2v3d$		9.19				9.51
	.4	Pk.	$b1v3d$		9.10			9.46	
	.5	Ni.	$*c2v7\gamma$	9.59			9.59		
	.5	Ry.	$*c3$	9.58			9.58		
7	.6	Wa.	$b-3; v=d$		9.31			9.60	
	.9	Dy.	$d=v$		9.26			9.56	
	58.0	Pe.	9.10			9.12			9.48
	.1	Ie.	9.50			9.42			9.69
	.1	Ch.	$d1v1e$		9.34			9.62	
	.2	Ci.	9.00			9.04			9.42
	.4	Ry.	$*c5\frac{1}{2}; 25$	9.65			9.65		
	.8	Ge.	$b2v1d$		9.19			9.51	
	.9	Sh.	$e3v2g$		9.70			9.92	
	59.0	Bo.	$b1-2v1-2d$		9.16			9.50	
8	.1	Ch.	$d1v1e$		9.34			9.62	
	.1	Ie.	9.60			9.50			9.75
	.1	Bn.	9.90			9.73			9.95
	.4	Ry.	$*c5; 25$	9.64			9.64		
	.9	Bru.	$d=v$		9.26			9.56	
	60.0	Ie.	9.70			9.58			9.81
	.0	Ge.	$b1v2d$		9.12			9.48	
	.1	Pe.	9.50			9.42			9.69
	.3	Ci.	9.60			9.50			9.75
	.3	Ni.	$*c5v4\gamma$	9.75			9.75		
10	61.1	Pk.	$61v27$		9.64			9.86	
	.9	Br.	10.00			9.81			10.02
	.9	Dy.	$d2b2v$		9.35			9.63	
11	62.0	Cha.	9.90			9.73			9.95
	.3	Ha.	$61v17$		9.67			9.89	
	.3	Ni.	$*c4v4\gamma$	9.82			9.82		
	.4	Pk.	$64v17$		9.73			9.95	
12	.8	Bru.	$d3v$		9.56			9.80	
	.9	Sh.	$g3v1e$		9.55			9.79	
	63.8	Wa.	$p+6; l+1; n+2$		9.91			10.10	
	.8	Bru.	$d4v5l$		9.60			9.83	
	64.1	Ch.	$e3v4h$		9.67			9.89	
14	.8	Bru.	$l3v$		10.33			10.50	
	65.0	Pe.	10.50			10.19			10.37
	.1	Bn.	11.40			10.88			11.05
15	.8	Bru.	$p1v4q$		10.60			10.70	
	66.0	Pe.	11.20			10.73			10.90
	.0	Ie.	11.10			10.65			10.82
	.1	Ci.	11.50			10.96			11.13
	.1	Bi.	11.60			11.04			11.21
	.4	Pk.	$r+1; s1r1v; q4v1r$		11.14			11.31	
	.4	Li.	$r2v3s$		11.29			11.46	
	.7	Ha.	$v=s$		11.57			11.74	
	.9	Bru.	$r3v$		11.40			11.57	

Datum	J. D.	Waarnemer	Waarneming	$(m_{Pa})_I$			$(m_{Pa})_{II}$		
				a	b	c	a'	b'	c'
Jan. 15	66.9	Bl.	* f 4 v l h l g	11.37	11.77	11.97	11.37	11.94	12.14
	67.1	Bn.	12.80						
	.2	Ch.	t 1 v	11.65	11.82				
	.2	Ci.	12.40						

## Gebruikte afkortingen :

A.k.	Naam	Groep	Afk.	Naam	Groep	Afk.	Naam	Groep
Bi.	= Brocchi	III	Ci.	= Cilley	III	Ni.	= Nijland	II
Bo.	= Bloch	I	Du.	= Dunham	III	Pe.	= Peltier	III
Bl.	= v. d. Bilt	II	Dy.	= Duruy	I	Pk.	= Peek	I
Bn.	= Bouton	III	Ge.	= Gindre	I	Pl.	= Plakidis	I
Br.	= Brown	I	Ha.	= Hallows	I	Ry.	= Ryves	II
Bru.	= Brun	I	Ie.	= Iedema	III	Sh.	= Shachan	I
Ch.	= Chandra	I	Li.	= Lindley	I	Wa.	= Waterfield	I
Cha.	= Chandler	III						

In tabel  $(m_{Pa})_I$  zijn geplaatst de berekende helderheden van *U Gem*:

de waarnemingen van groep II in kolom a;

" " " " I " " b;

" " " " III " " c;

de wijze van berekenen is reeds genoemd in § 6.

Deze herleiding hebben wij genoemd: „Ie herleiding op Parkhurst”. Grafisch is dit uitgezet op het linkergedeelte van plaat I, waarbij (a) is aangegeven door +, (b) door ● en (c) door ○.

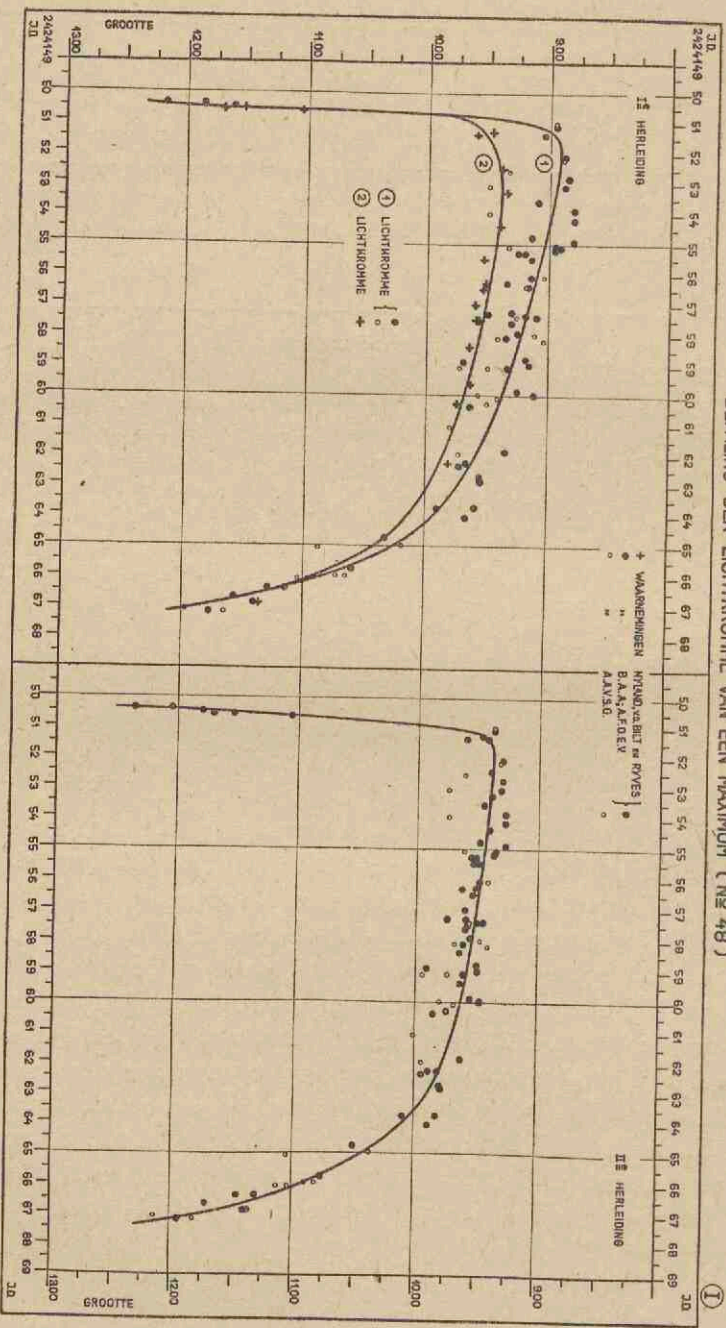
Het zo ontstane beeld gaf aanleiding door de punten „a” een kromme 2<sup>1)</sup>, door de punten „b” en „c” een kromme 1 te brengen.

Voor de kromme 2 ging dit heel gemakkelijk; voor 1 zijn we als volgt te werk gegaan: de punten werden in groepen verdeeld, waarna van elke groep het zwaartepunt bepaald werd; daarbij is aan de punten „b” het gewicht 1 gegeven, terwijl aan de punten „c” het gewicht  $\frac{1}{2}$  toegekend werd; aanleiding daartoe is geweest, dat de punten „c” — wat de helderheid betreft — oncontroleer-

<sup>1)</sup> De overeenkomstige nummers van de figuren op de platen zijn voorzien van een cirkeltje.



BEPALING DER LICHTKROMME VAN EEN MAXIMUM (N<sup>o</sup> 48)



baar waren, bij gebrek aan opgaven der vergelijkingssterren. Door de zo bepaalde punten is 1 gelegd.

Op deze manier kregen wij 2 lichtkrommen voor elk maximum. Daar de kromme 2 verkregen was door een rechtstreekse stufenbepaling op Parkhurst, werd deze kurve als de betrouwbaarste beschouwd; 1 is daarna herleid, door voor elke helderheid het gemiddelde verschil tussen 1 en 2 op te maken. De correctie blijkt uit tabel III.

TABEL III.  
Correctie 1 op 2.

$(m_{pa})_I$	Corr.	$(m_{pa})_I$	Corr.	$(m_{pa})_I$	Corr.
8.95	+ 0 <sup>m</sup> .42	9.35	+ 0 <sup>m</sup> .28	10.00	+ 0 <sup>m</sup> .20
9.00	+ .40	.40	+ .27	.10	+ .19
.05	+ .38	.45	+ .26	.20	+ .18
.10	+ .36	.50	+ .25	.30	+ .18
.15	+ .34	.60	+ .23	.40	+ .17
.20	+ .32	.70	+ .22	enz.	+ .17
.25	+ .30	.80	+ .21		
9.30	+ .29	9.90	+ .20		

Deze correctie geldt dus ook voor tabel Ia.

Met behulp van deze tabel is kolom  $(m_{pa})_{II}$  van tabel II samengesteld; kolom (a) is hetzelfde gebleven: (a'); op kolom (b) en (c) is de correctie toegepast: (b') en (c').

Wij hebben dit genoemd: „IIe herleiding op Parkhurst”.

Vervolgens is het 2e gedeelte van plaat I getekend: (a') en (b') zijn aangegeven door ●, (c') door ○. Door al deze punten is met behulp van zwaartepunten van afzonderlijke groepen de lichtkromme van het maximum gelegd.

Deze werkmethode is voor alle 75 maxima gevolgd; voor een aantal maxima kon door onvoldoende waarnemingen geen nauwkeurige lichtkromme bepaald worden; toch bleken deze voor het grootste gedeelte nog wel gebruikt te kunnen worden bij het verdere onderzoek.

Opm. Het is de moeite waard, ons af te vragen, waarom de waarnemingen, herleid met de formule van Nijland, een andere lichtkromme geven dan de waarnemingen, die door middel van stufen op Parkhurst herleid zijn.

De reden, dat wij 2 lichtkrommen 1 en 2 aangenomen hebben, is, dat de ligging van de waarnemingspunten tussen  $9.^m00$  en  $10.^m00$  — en vooral in de buurt van het maximum ( $9.^m00$ ) — een voor de hand liggende verdeling in 2 groepen geeft, welke 2 groepen de krommen 1 en 2 vormen; of deze verdeling zich op de stijgende en dalende tak van helderheden groter dan  $10.^m00$  voortzet, is niet na te gaan door het min of meer verticale verloop van deze stukken.

Een eerste mogelijkheid, om deze afwijking te verklaren, zou zijn, dat de herleidingsformule van Nijland een *te grote* Parkhurst-helderheid geeft; deze afwijking zou echter van  $9.^m00$  tot  $10.^m00$  geleidelijk moeten afnemen, wil men de waarneming kunnen verklaren.

Een bezwaar tegen deze onderstelling bestaat hierin, dat de Parkhurst-helderheden, berekend met de formule van Nijland, in de buurt van het maximum heel goed overeenstemmen met de Harvard-helderheden (zie tabel Ia); de formule van Nijland geeft juist grote afwijkingen in de buurt van  $12.^m00$  tot  $13.^m00$ , wat echter bij de krommen oncontroleerbaar is.

Een andere mogelijkheid is deze: de afwijking in de buurt van het maximum is wel heel groot; is wellicht de door Parkhurst opgegeven helderheid van één der vergelijkingssterren, die bij het maximum veel gebruikt worden, onbetrouwbaar? Bezien wij daartoe eens tabel Ia en Ib; onmiddellijk valt dan het grote verschil in helderheid op tussen de vergelijkingsster *b* bij  $H_1$  (helderheid  $9.^m01$ ) en dezelfde vergelijkingsster *c* bij  $P_a$  (helderheid  $9.^m71$ ); deze vergelijkingsster wordt juist in de buurt van het maximum en tot  $9.^m75$  veel gebruikt, zodat het zeer goed verklaarbaar is, dat de afwijking van 1 t.o.v. 2 voornamelijk door deze ster ontstaat; bovendien heeft deze helderheid  $9.^m71$  natuurlijk ook invloed op de gecorrigeerde helderheden van de andere vergelijkingssterren.

Bovendien is bij Harvard (tabel Ia) de vergelijkingsster *d* zwakker dan *b*, daarentegen is bij Parkhurst (tabel Ib) de vergelijkingsster *c* ( $= b_H$ ) zwakker dan *b* ( $= d_H$ ), dus juist andersom.

Indien bij nader onderzoek werkelijk mocht blijken, dat door een of andere oorzaak de door Parkhurst opgegeven helderheid van de ster *b* op een vergissing berust, zou de afwijking tussen 1 en 2, zo niet geheel, dan toch voor een groot deel verklaard zijn.

De genoemde vergelijkingsster *b* (bij  $H$ ) is een geelachtige ster, waardoor het voor komt, dat de ene waarnemer deze ster helderder dan *c*, terwijl een andere waarnemer deze ster zwakker dan *c* waarneemt.

### § 8. De lichtkromme van *U Gem* over de jaren 1907—1936.

Om de volledige lichtkromme over de jaren 1907—1936 op te maken, hebben wij gebruik gemaakt van:

- a. alle berekende (waargenomen) maxima (75 stuks);
- b. alle helderheidsschattingen in het minimum; hierbij moeten we niet uit het oog verliezen, dat deze schattingen voor een groot gedeelte — dit geldt speciaal voor de periode 1907 tot 1920 — gedaan zijn met kijkers, waarin de ster niet of nauwelijks waargenomen kon worden; deze laatste schattingen geven slechts aan, dat *U Gem* zeker zwakker was dan de opgegeven helderheid.

De resultaten zijn in een tekening verwerkt: plaat II (opgevouwen plaat achter in het boekwerk), waarop men als ordinaat de helderheid en als abscis de *Jul. Data* vindt. Naast de gebruikte schaal van Parkhurst is de schaal van Harvard afgedrukt, zodat zonder enige moeite zowel de Parkhurst-helderheid, als de bijbehorende Harvard-helderheid afgelezen kan worden.

In de tekening stelt voor:

een stip: een werkelijk waargenomen helderheid;

een  $v$  : *U Gem* was onzichtbaar, maar in ieder geval zwakker dan de opgegeven helderheid.

Bij het nader bekijken van de lichtkromme, merken we de volgende bijzonderheden op:

1. de lichtkromme vertoont open vakken met een periode van één jaar; in de maanden Juni—September staat de ster te dicht bij de zon, zodat waarneming uitgesloten is; nu is het vrijwel zeker, dat door die onzichtbaarheidsperiode een aantal maxima niet waargenomen zijn; daaruit volgt, dat de door ons ingevoerde nummering geen absoluut juiste opeenvolging der plaatsgehad hebbende uitbarstingen uitdrukt: hier en daar zullen nog extra nummers toegevoegd moeten worden; onze nummering heeft alleen tot doel, de waargenomen maxima te kunnen aanduiden. In hoofdstuk II zullen wij dieper op deze kwestie ingaan.

2. de helderheid in het minimum is ten naastenbij constant ( $P_a = 13^m$ ,  $H = 14^m$ ); om meer zekerheid te krijgen betreffende deze minimum waarde, heeft Nijland enige jaren voor zijn overlijden bij de sterrenwachten met sterke kijkers erop aangedrongen, het gedrag van *U Gem* — speciaal in het minimum — te observeren; in hoeverre dit al of niet tot een resultaat geleid heeft, is ons door de tijdomstandigheden niet bekend geworden.

3. reeds op het eerste gezicht bestaan er zeker 2 soorten van maxima, n.l. *smalle* en *brede*; de maxima 11, 46, 51 en 54 vertonen echter een grote breedteafwijking zowel t.o.v. de *smalle*, als t.o.v. de *brede* soort; in hoeverre dit tot een derde soort kan leiden, zullen we in hoofdstuk III nader bezien. Bovendien blijkt — op enkele uitzonderingen na — dat er een alternatie *smal-breed* bestaat, als we de onzichtbaarheidsperioden buiten beschouwing laten. De uitzonderingen op deze regel zijn: maxima 6—7; 50—51; 58—59; 62—63 en 71—72. In hoofdstuk III komen we hier nader op terug.

§ 9. **Helderheids-diagram Parkhurst-Harvard, intensiteits-magnitude-diagram voor Parkhurst en tabel IV, bevattende gegevens van de lichtkromme, nodig voor het verdere onderzoek.**

Tot slot van dit hoofdstuk hebben wij 2 diagrammen en een tabel samengesteld, waarin de gegevens, nodig voor het verdere onderzoek, verwerkt zijn.

a. het *helderheids*-diagram Parkhurst-Harvard: Plaat III, grafieken 1 en 2. De grafiek 1 geeft het verband tussen de helderheid van Parkhurst en die van Harvard, zoals dit reeds, maar dan alléén voor de vergelijkingssterren, opgegeven is in tabel Ia; 1 berust op de door Nijland gegeven formule (§ 6). Dit betreft dus de Ie herleiding op Parkhurst.

2 geeft het verband aan tussen de helderheid bij Parkhurst en Harvard, voor de IIe herleiding op Parkhurst (§ 7); de aangebrachte correctie kan uit het diagram afgelezen worden.

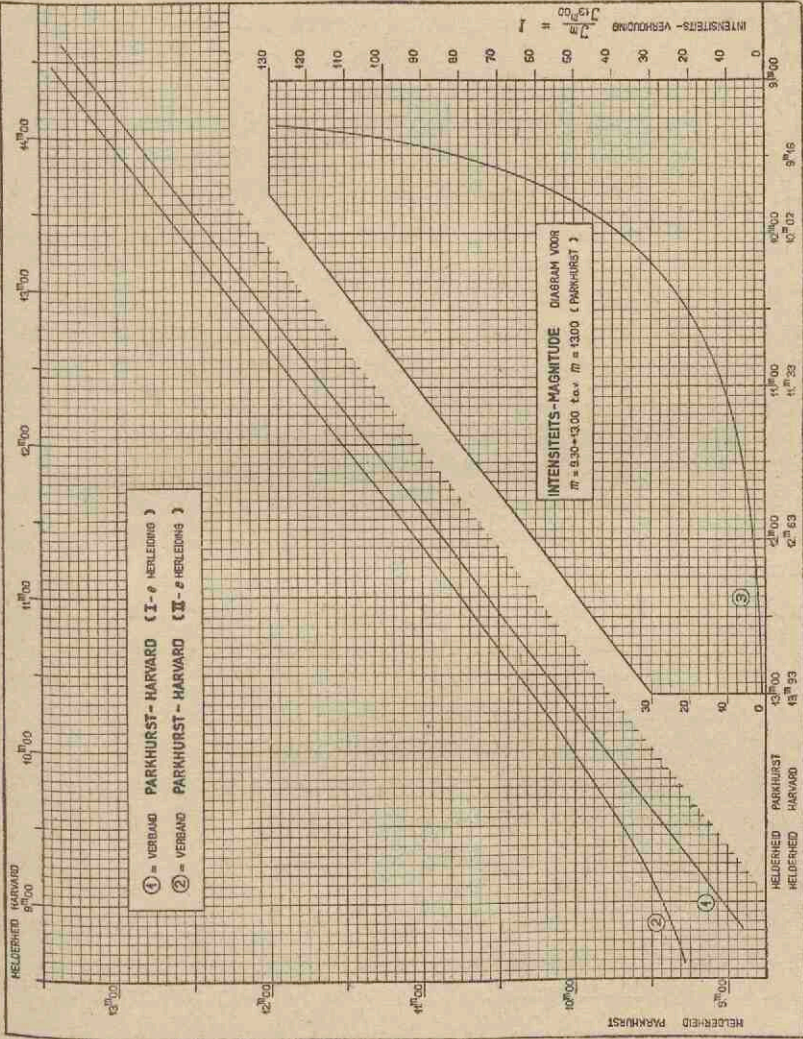
b. het *intensiteits-magnitude*-diagram voor Parkhurst: Plaat III, grafiek 3. Hierbij is opgemaakt de verhouding tussen de intensiteit<sup>1)</sup> bij de helderheid  $m$  en bij  $13^m.00$ . (Betrokken op de Parkhurst-schaal.) Deze intensiteits-verhouding is berekend met de formule:

$$I^2) = \frac{I_m}{I_{13^m.00}} = 10^{0,4 (13.93 - m_H)}$$

<sup>1)</sup> Onder *intensiteit* verstaan we de hoeveelheid uitgestraalde energie per sec.

<sup>2)</sup> De letter I stelt hier de intensiteit voor, waarbij als eenheid de intensiteit bij  $m = 13^m.00$  gekozen is.

HELDERHEDS- EN INTENSITEITS- MAGNITUDE - DIAGRAM



waarin  $\mathcal{I}_m$  en  $\mathcal{I}_{13^m.00}$  de intensiteit voorstellen bij de helderheid  $m$  en  $13^m.00$  (Parkhurst), 13.93 de  $H$ -helderheid voor  $Pa = 13^m.00$  en  $m_H$  de op Harvard herleide Parkhurst-helderheid  $m$ . Bij deze berekening is de verhouding opgemaakt t.o.v.  $Pa = 13^m.00$ , omdat dit min of meer de minimum helderheid van de ster is.

Opm. Bij het samenstellen van 3 zijn eerst met behulp van 2 de  $Pa$ -helderheden herleid tot  $H$ -helderheden, terwijl daarna de intensiteitsverhoudingen berekend zijn met de gegeven formule; als hoofdverdeling voor de abscis is de  $Pa$ -schaal gekozen, zodat *rechtstreeks* voor iedere  $Pa$ -helderheid de bijbehorende intensiteitsverhouding en omgekeerd, bij iedere intensiteitsverhouding de bijbehorende  $Pa$ -helderheid afgelezen kan worden; dit is van belang voor het verdere onderzoek (hoofdstuk III). In het vervolg zullen we ter onderscheiding de  $H$ -helderheid aangeven door  $m$  (vet gedrukt en de  $Pa$ -helderheid door  $m$  (cursief gedrukt).

c. Tabel IV bevat allerlei gegevens betreffende het verloop van de lichtkromme en de maxima (de gegevens hebben alléén betrekking op de *waargenomen* maxima).

Betekenis der kolommen, voor zover aanvulling van de aanduiding nodig is:

kolom 2: J.D., het tijdstip, waarop bij het begin van het maximum de helderheid  $11^m$  bereikt wordt;

„ 3: Datum, idem;

„ 5: lengte in dagen, gerekend van de helderheid  $11^m$  bij het begin van het maximum  $n$  tot  $11^m$  bij het begin van het daaropvolgende waargenomen maximum  $(n + 1)$ ;

„ 6:  $b = \textit{breed}$ ,  $s = \textit{smal}$ ;

„ 7: amplitude, gerekend van  $Pa = 13^m.00$  tot de maximale helderheid.

\* Betekent, dat tussen deze beide maxima een zon-onderbreking voorgekomen is (hoofdstuk II, § 2);

De vetgedrukte getallen van kolom 5 geven *zonloze* intervallen aan (hoofdstuk II, § 2).

TABEL IV.

Gegevens betreffende het verloop van de lichtkromme.

No. max.	J. D. (11. <sup>m</sup> 0)	Datum (11. <sup>m</sup> 0)	Aantal waarnemingen	Lengte der intervallen ( <i>p</i> )	Soort maximum	Amplitude der maxima ( <i>a</i> )	Breedte in dagen bij:			Straling ( <i>E</i> )	Uitgestoten massa ( $\Sigma$ )	
							11. <sup>m</sup> 50	11. <sup>m</sup> 00	10. <sup>m</sup> 50			
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	
	<b>241</b>											
1	7684.5	1907 Mei	18	16	85	b	3.35	13.4	12.7	11.3	4.7	4.2
2	*7840.0	Sept.	9	9	156	b	3.30	12.8	12.0	10.5	4.3	3.9
3	7980.3	1908 Febr.	8	7	140	s	3.50	6.0	5.1	4.1	1.8	1.5
4	*8253.3	Nov.	6	14	273	s	3.22	5.4	4.8	3.8	1.6	1.4
5	8373.9	1909 Mrt.	8	45	121	b	3.45	13.5	13.0	12.1	6.4	5.4
6	*8555.4	Sept.	5	16	181	b	3.49	13.6	13.0	11.7	6.3	5.2
7	8696.0	1910 Jan.	24	40	141	b	3.27	12.7	11.5	10.3	4.6	4.2
8	8794.9	Mei	2	12	99	s	3.50	5.4	4.6	3.8	1.7	1.4
9	*8940.5	Sept.	25	10	145	s	3.20	5.3	4.3	3.2	1.2	1.1
10	9035.0	1911 Jan.	29	32	95	b	3.44	12.6	11.6	10.7	5.9	5.0
11	9162.5	Mei	5	18	128	s	3.26	6.9	6.4	5.1	2.3	2.1
12	*9271.3	Aug.	22	20	109	b	3.60	14.4	13.4	12.0	7.0	5.5
13	9344.—	Nov.	3	7	73	s	—	—	≈ 4.—	—	—	—
14	9471.1	1912 Mrt.	9	45	127	b	3.50	13.4	12.6	11.3	6.0	4.9
15	*9627.—	Aug. ≈	15	7	≈ 157	?	—	—	—	—	—	—
16	9707.0	Oct.	31	7	80	s	3.28	—	≈ 4.8	—	—	—
17	9780.5	1913 Jan.	12	20	74	b	3.28	11.8	11.1	10.0	4.6	4.1
	<b>242</b>											
18	*0007.3	Aug.	27	9	227	s	3.25	—	5.0	4.0	1.7	1.5
19	0097.5	Nov.	25	30	90	b	3.54	12.9	12.2	10.9	5.5	4.4
20	0181.0	1914 Febr.	17	30	84	s	3.15	6.7	5.6	5.1	1.9	1.8
21	0264.6	Mei	11	43	83	b	3.49	12.9	12.0	10.6	5.0	4.1
22	*0385.6	Sept.	9	7	121	s	3.27	6.4	5.4	4.3	1.7	1.6
23	0471.7	Dec.	4	30	86	b	3.51	13.4	12.6	11.4	6.0	5.0
24	0562.5	1915 Mrt.	5	19	91	s	3.25	5.9	5.4	4.2	1.6	1.5
24a	0639.0	Mei	21	1	77	?	—	—	—	—	—	—
25	*0929.2	1916 Mrt.	6	24	290	b	3.45	12.6	11.5	10.2	5.5	4.6
26	*1117.—	Sept.	10	5	188	b	3.25	—	≈ 11.—	—	—	—
27	1238.—	1917 Jan.	10	11	123	s	≈ 3.40	—	≈ 7.—	6.1	2.9	2.5
28	1343.5	Apr.	24	47	106	b	3.40	12.8	≈ 11.7	10.5	5.1	4.4
29	*1480.—	Sept.	8	5	137	s	—	—	≈ 5.6	—	—	—
30	1555.5	Nov.	22	22	75	b	3.38	12.2	11.5	10.4	5.0	4.3
31	1641.5	1918 Febr.	16	19	86	s	3.20	4.4	3.9	3.1	1.3	1.2
32	1734.5	Mei	20	17	93	b	3.38	12.2	11.3	10.1	4.9	4.2
33	*1951.9	Dec.	23	32	217	b	3.43	14.5	13.4	12.1	6.1	5.2
34	2052.0	1919 Apr.	3	10	100	s	3.23	6.1	5.8	4.4	1.6	1.5
35	*2210.—	Sept.	8	4	158	s	—	—	≈ 5.—	—	—	—
36	2248.4	Nov.	21	44	74	b	3.40	12.6	11.6	10.3	4.9	4.2
37	2360.2	1920 Febr.	5	37	76	s	3.19	5.3	4.4	3.4	1.3	1.2
38	2445.6	Apr.	30	44	85	b	3.32	11.3	10.6	9.5	4.3	3.9
39	*2598.4	Sept.	30	24	153	b	3.28	12.7	11.9	10.7	4.6	4.1
40	2679.5	Dec.	20	4	81	s	≈ 3.20	—	≈ 4.5	—	—	—



No. max.	J. D. (11. <sup>m</sup> 0)	Datum (11. <sup>m</sup> 0)	Aantal waarnemingen	Lengte der intervallen (p)	Soort maximum	Amplitude der maxima (a)	Breedte in dagen bij:			Straling (E)	Uitgestoten massa (M)	
							11. <sup>m</sup> 50	11. <sup>m</sup> 00	10. <sup>m</sup> 50			
							(8)	(9)	(10)			
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	
41	2765.5	1921 Mrt.	16	68	86	b	3.30	12.6	11.7	10.4	4.5	4.0
42	*2985.5	Oct.	22	31	220	b	3.60	—	13.9	—	—	—
43	3070.2	1922 Jan.	15	31	85	s	3.32	5.2	4.4	3.3	1.3	1.1
44	3169.5	Apr.	24	55	99	b	3.38	12.6	11.6	10.3	4.9	4.2
45	*3341.7	Oct.	13	34	172	b	3.39	13.7	12.6	11.3	5.5	4.7
46	3464.5	1923 Febr.	13	30	123	s	3.47	8.1	7.4	6.3	3.0	2.5
47	*3820.2	1924 Febr.	4	86	356	b	3.50	15.3	14.3	12.9	7.1	5.8
48	*4150.6	Dec.	30	96	330	b	3.58	16.3	15.5	14.3	8.9	7.1
49	4262.9	1925 Apr.	21	45	112	s	3.31	5.7	4.8	3.7	1.5	1.3
50	*4421.0	Sept.	27	6	158	s	3.17	—	—	—	—	—
51	4491.0	Dec.	6	52	70	s	3.35	8.2	7.3	6.2	2.6	2.2
52	4600.3	1926 Mrt.	25	76	109	b	3.40	12.7	12.0	11.1	5.5	4.7
53	*4760.—	Sept.	1	24	160	b	3.63	—	13.—	—	—	—
54	4901.6	1927 Jan.	20	89	141	s	3.34	7.4	6.6	5.4	2.3	2.0
55	*5188.7	Nov.	3	19	287	s	3.35	5.9	5.2	4.4	1.8	1.6
56	5281.0	1928 Febr.	4	84	92	b	3.42	—	10.6	9.8	5.0	4.2
57	5368.4	Mei	1	30	87	s	3.23	6.0	5.2	4.0	1.6	1.4
58	*5504.3	Sept.	14	61	136	b	3.56	15.6	14.7	13.6	8.0	6.4
59	5761.0	1929 Mei	29	25	257	b	3.67	—	13.8	13.0	7.9	6.0
60	*5994.0	1930 Jan.	17	104	233	b	3.50	13.7	12.8	11.5	6.4	5.3
61	*6434.4	1931 Apr.	2	172	440	b	3.57	16.5	15.8	14.6	8.3	6.7
62	*6635.6	Oct.	20	52	201	b	3.54	14.6	13.8	12.5	7.0	5.6
63	6792.3	1932 Mrt.	25	123	157	b	3.48	12.9	12.1	10.1	6.1	5.1
64	*7070.5	Dec.	28	80	278	b	3.49	12.4	12.0	11.4	6.3	5.2
65	7145.1	1933 Mrt.	13	42	75	s	3.17	4.9	4.1	3.3	1.3	1.2
66	*7470.4	1934 Febr.	1	206	325	b	3.55	16.7	15.6	14.2	8.4	6.8
67	*7667.0	Aug.	17	10	197	b	3.55	—	14.0	—	—	—
68	7800.2	Dec.	28	58	133	s	3.41	6.2	5.3	4.3	2.0	1.7
69	7876.0	1935 Mrt.	14	129	76	b	3.47	13.7	13.0	11.8	6.5	5.4
70	7955.0	Juni	1	3	79	s	3.20	—	4.—	—	—	—
71	*8098.9	Oct.	22	20	144	s	3.65	10.1	9.8	9.0	6.2	4.7
72	8188.7	1936 Jan.	20	50	90	s	3.31	5.6	4.6	3.6	1.5	1.3
73	8301.0	Mei	12	67	112	b	5.46	13.4	13.0	11.9	6.3	5.3
74	*8513.6	Dec.	10	75	213	b	3.58	14.5	13.7	12.6	7.6	6.0

## HOOFDSTUK II.

### BEPALING VAN DE FREQUENTIEWET DER INTERVALLEN

#### § 1. Inleiding.

Volgens Hoofdstuk I vertoont de lichtkromme een groot aantal open vakken; eens per jaar in de maanden Juni—September is waarneming van de ster uitgesloten, doordat de ster dan te dicht bij de zon staat.

Door deze omstandigheid is het vrijwel zeker, dat er verschillende maxima aan de waarneming ontsnapt zijn: de vraag is nu, of het mogelijk is, uit de waargenomen intervallen tussen de maxima af te leiden, *hoe veel* er eventueel en zo ja, *welke* verdwenen zijn?

De *waargenomen* frequentiewet der intervallen is een *schijnbare* frequentiewet <sup>1)</sup>).

Kunnen wij nu uit de schijnbare frequentiewet de *ware* frequentiewet afleiden? Daartoe gaan wij uit van een aangenomen *ware* frequentiewet en leiden daaruit af, in verband met de eisen van het probleem, de schijnbare frequentiewet; is het verband tussen de *ware* en *schijnbare* frequentiewet gevonden, dan kunnen wij omgekeerd uit de waargenomen *schijnbare* frequentiewet de meest waarschijnlijk te verwachten *ware* frequentiewet opstellen.

#### § 2. Notaties.

Bij dit onderzoek gebruiken wij de volgende uitdrukkingen en notaties:

- a) een zon-onderbreking: het tijdsinterval, gedurende hetwelk waarneming van de ster uitgesloten is; het moment, waarop het

<sup>1)</sup> Onder de frequentiewet der intervallen verstaan wij de verdeling van het totaal aantal intervallen over de verschillende lengten der intervallen.

*midden* van de zon-onderbreking valt, wordt beschouwd als *het* ogenblik van de zon-onderbreking;

- b) een „echt” interval: de tijdsruimte tussen twee opeenvolgende maxima van de ster, onafhankelijk daarvan, of ze waargenomen zijn kunnen worden;
- c) een *s*-interval: de tijdsruimte tussen twee opeenvolgende *waargenomen* maxima;
- d) een *zonloos* interval: de tijdsruimte tussen twee opeenvolgende maxima, waarin geen zon-onderbreking voorgekomen is; een *zonloos s*-interval is ook tevens een echt *zonloos* interval;
- e) een *zonbevattend s*-interval: een tijdsruimte tussen twee opeenvolgende *waargenomen* maxima, waarin een zon-onderbreking voorgekomen is; een *zonbevattend s*-interval kan de som zijn van twee „echte” intervallen, wanneer n.l. een maximum door de nabijheid der zon niet waargenomen is; in het laatste geval zullen we het interval „onecht” noemen;
- f) de grens van een interval: een der uiteinden;
- $\Theta$  de totale waarnemingstijd in jaren;
- $T$  de duur van een jaar;
- $N$  het aantal jaren waarover de waarneming zich uitstrekt;
- $\Delta$  de gemiddelde tijd in jaren dat een zon-onderbreking duurt;
- $p, l$  de lengte van een interval tussen twee maxima, waarbij als begin van het interval genomen is het tijdstip, waarop bij een maximum in de *stijgende* tak de grootte  $11^m$  bereikt wordt en als eind het overeenkomstige tijdstip bij het volgende maximum; een interval van lengte  $p$  of  $l$  wordt aangeduid door *p*-interval of *l*-interval;
- $f(p) \delta p$ : het aantal intervallen van lengte tussen  $p$  en  $p + \delta p$  per jaar in *werkelijkheid*;
- $F(p) \delta p$ : het aantal intervallen van lengte tussen  $p$  en  $p + \delta p$  in de tijd  $\Theta$  in *werkelijkheid*;
- $P(p) \delta p$ : het aantal *waargenomen* *zonloze* intervallen van lengte tussen  $p$  en  $p + \delta p$  in de tijd  $\Theta$ ;

$Q(p) \delta p$  : het aantal waargenomen zonbevattende s-intervallen van lengte tussen  $p$  en  $p + \delta p$  in de tijd  $\Theta$ ;

$Q^*(p) \delta p$  : het theoretisch berekend aantal zonbevattende s-intervallen van lengte tussen  $p$  en  $p + \delta p$  in de tijd  $\Theta$ .

### § 3. Formules voor het aantal intervallen en voor $\Theta$ .

In de tijd  $\Theta$  komen intervallen van verschillende lengten  $p$  voor; de frequentiewet van het jaarlijks aantal van de intervallen met een lengte tussen  $p$  en  $p + \delta p$  bedraagt in werkelijkheid:

$$f(p) \delta p. \quad (1)$$

In de tijd  $\Theta$  zijn er dus:

$$N \cdot f(p) \delta p = F(p) \delta p \text{ intervallen.} \quad (2)$$

Het totaal aantal intervallen van alle mogelijke lengten bedraagt:

$$N \int_0^{\infty} f(p) dp, \quad (3)$$

terwijl de totale waarnemingstijd bedraagt:

$$\Theta = \int_0^{\infty} f(p) \cdot p \cdot dp \text{ jaar.} \quad (4)$$

### § 4. Voorwaarden.

Bij de afleiding is gebruik gemaakt van de volgende voorwaarden (het verloop van de lichtkromme waarborgt ons, dat deze althans bij grote benadering vervuld zijn):

1. er vallen nooit twee maxima op één zon-onderbreking;
2. er vallen nooit twee zon-onderbrekingen op één maximum;
3. in elk interval komt niet meer dan één zon-onderbreking voor;
4. er is geen correlatie tussen de lengten van de opeenvolgende intervallen. (Zie Hoofdstuk III § 10.)

### § 5. Beginsel waarop de afleiding van de frequentiewet berust.

De kans, dat een tijdsinterval  $t$ , willekeurig gelegen binnen de totale waarnemingsduur  $\Theta$ , getroffen wordt door het midden van

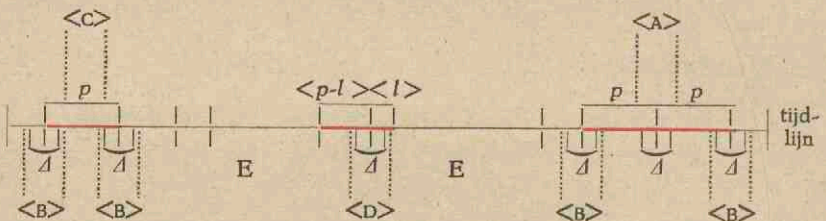
een bepaalde zon-onderbreking, is gelijk aan  $\frac{t}{\Theta}$ . Het is, alsof de verdeling der uitbarstingen over de tijdlijn vast gegeven was, en alsof wij nu de zon-onderbrekingen volgens het *toeval* daarover verspreidden, ons echter houdend aan de gemiddelde frequentie van één onderbreking per jaar, en aan de bovengenoemde voorwaarden.

Het uitwissen van een maximum gebeurt dan, als het midden van een zon-onderbreking valt op een tijdstip, gelegen tussen  $-\frac{\Delta}{2}$  en  $+\frac{\Delta}{2}$  t.o.v. de grens van een interval.

### § 6. Verdeling der intervallen in groepen.

Wij beschouwen nu een bepaald soort intervallen van lengte tussen  $p$  en  $p + \delta p$ , waarbij  $p$  bij het opstellen der voor het probleem geldende formules als een vast bedrag aangenomen wordt; op de tijdlijn, waarop dus alle intervallen aangegeven zijn, markeren wij bovengenoemde intervallen door een rode lijn en noemen dit *rode intervallen*.

In onderstaande schematische figuur, waarin de tijdlijn met de intervallen getekend is, geven de vertikale streepjes de tijdstippen aan, waarop de uitbarstingen de grootte  $11^m$  bereiken in de stijgende tak.



De zon-onderbrekingen  $\Delta$  vallen volgens het toeval ergens op deze lijn. Nu kunnen zich de volgende gevallen voordoen:

- |   |   |   |
|---|---|---|
| I. De zon-onderbreking wist de grens van een rood interval uit: | } | op een punt, waar rood aan rood grenst:<br>geval A      |
|   | } | op een punt, waar rood aan niet-rood grenst:<br>geval B |

II. De zon-onderbreking wist geen grens van een rood interval uit:	}	ze valt binnen een rood interval: geval C	}	verbindt 2 intervallen tot een rood s-interval: geval D
		ze valt buiten een rood interval:		verbindt geen 2 intervallen tot een rood: geval E

### § 7. Aantal intervallen der groepen A t/m E.

Het aantal van  $N$  zon-onderbrekingen wordt nu onderverdeeld in 5 groepen A t/m E; in elke groep is hun gemiddelde frequentie evenredig met het breukdeel van de tijdlijn, die ze beslaan; de frequentie in de gevallen A t/m E stellen we voor door [A], enz.

Dit aantal bedraagt in de onderscheiden gevallen:

$$[A] = N^2 \frac{\Delta}{\Theta} \frac{[f(p) \delta p]^2}{\int_0^{\infty} f(p) dp} \quad (7)$$

$$[B] = N^2 f(p) \delta p \frac{2 \Delta}{\Theta} N^2 \frac{[f(p) \delta p]^2}{\int_0^{\infty} f(p) dp} \frac{2 \Delta}{\Theta} \quad (8)$$

$$[C] = N^2 f(p) \delta p \frac{p - \Delta}{\Theta} \quad (9)$$

$$[D] = N^2 \frac{\Delta}{\Theta} \frac{\int_0^p f(l) (p-l) dl}{\int_0^{\infty} f(p) dp} \quad (10)$$

$$[E] = N \left[ 1 - N \cdot f(p) \delta p \frac{p + \Delta}{\Theta} - N \frac{\Delta}{\Theta} \frac{\int_0^p f(l) f(p-l) dl}{\int_0^\infty f(p) dp} + \right. \\ \left. + N \frac{[f(p) \delta p]^2}{\int_0^\infty f(p) dp} \frac{2 \Delta}{\Theta} \right] \quad (11)$$

### § 8. Afleiding van de formules (7) t/m (11).

Opm.: als in het vervolg *geen* grenzen bij een integraalteeken staan, zijn de grenzen 0 en  $\infty$ .

A. het aantal rode intervallen, waarvan het laatste uiteinde uitgewist wordt, bedraagt  $N \cdot f(p) \delta p \frac{\Delta}{\Theta}$ ; de kans, dat het daarop volgende interval ook

rood is, bedraagt:  $\frac{f(p) \delta p}{\int f(p) dp}$ ; totaal komen er dus onder de  $N$  zon-onder-

brekingen:  $N^2 \frac{\Delta}{\Theta} \frac{[f(p) \delta p]^2}{\int f(p) dp}$  gevallen van groep A voor.

B. van een rood interval kan in het algemeen elk der 2 uiteinden uitgewist worden; dat gebeurt wanneer een zon-onderbreking binnen een totaal gebied  $N \cdot f(p) \delta p \cdot 2 \Delta$  van de tijdlijn valt; de kans, voor één zon-onderbreking,

dat dit het geval zal zijn, bedraagt:  $N \cdot f(p) \delta p \frac{2 \Delta}{\Theta}$ ; van  $N$  zon-onderbrekingen

zijn er dus gemiddeld  $N^2 f(p) \delta p \frac{2 \Delta}{\Theta}$ , die het uiteinde van een interval uit-

wissen. Dit aantal is echter te groot; de rode intervallen, die paarsgewijze aan elkaar grenzen, hebben *elk* maar één vrij uiteinde; het aantal rode intervallen, waarop weer een rood interval volgt, is:  $N \cdot f(p) \delta p \frac{f(p) \delta p}{\int f(p) dp}$

Een dergelijke combinatie heeft maar 2 vrije uiteinden, ieder ter grootte van  $\Delta$ , en niet 4; er zijn er dus 2 te veel geteld; per zon-onderbreking is de kans, dat zoiets optreedt:  $N \cdot f(p) \delta p \frac{f(p) \delta p}{\int f(p) dp} \cdot \frac{2 \Delta}{\Theta}$ ; voor  $N$  zon-onder-

brekingen is het aantal dus:  $N^2 \frac{[f(p) \delta p]^2}{\int f(p) dp} \cdot \frac{2 \Delta}{\Theta}$ .

Totaal aantal voor B wordt dus:  $N^2 f(p) \delta p \frac{2 \Delta}{\Theta} - N^2 \frac{[f(p) \delta p]^2}{\int f(p) dp} \cdot \frac{2 \Delta}{\Theta}$ .

De gevallen, waarin 3 of meer rode intervallen op elkaar volgen, zijn zo zeldzaam, dat wij ze kunnen verwaarlozen.

C. dit komt slechts voor binnen een rood interval, en wel, indien de zon-onderbreking binnen het gedeelte  $p-\Delta$  van het vak van lengte  $p$  valt; de kans daarvoor, per zon-onderbreking, bedraagt  $N \cdot f(p) \delta p \frac{p-\Delta}{\Theta}$ ; voor  $N$  zon-onderbrekingen bedraagt het gemiddelde aantal dus:  $N^2 f(p) \delta p \frac{p-\Delta}{\Theta}$ .

D. dit geval treedt op, wanneer een  $l$ -interval ( $l < p$ ) door het uitwissen van een uiteinde met een  $(p-l)$ -interval samengevoegd wordt tot een  $p$ -interval. Er zijn  $N \cdot f(l) \delta l$  intervallen van lengte  $l$  in de tijd  $\Theta$ ; als de grens van een  $l$ -interval uitgewist moet worden, moet de zon-onderbreking vallen tussen  $-\frac{\Delta}{2}$  en  $+\frac{\Delta}{2}$  t.o.v. de grens, dus binnen een gebied van lengte  $N \cdot f(l) \delta l \cdot \Delta$ ; de kans daarop is:  $N \cdot f(l) \delta l \frac{\Delta}{\Theta}$ ; van de  $N$  zon-onderbrekingen vallen er dus binnen dit gebied:  $N^2 f(l) \delta l \frac{\Delta}{\Theta}$ . De kans, dat op een  $l$ -interval een  $(p-l)$ -interval volgt en geen interval van andere lengte, is:  $\frac{N \cdot f(p-l) \delta p}{N \int f(p) dp}$  of  $\frac{f(p-l) \delta p}{\int f(p) dp}$ ; bij een gegeven  $l$  is dus het gemiddeld aantal zon-onderbrekingen in geval D:

$$N^2 f(l) \delta l \frac{\Delta}{\Theta} \cdot \frac{f(p-l) \delta p}{\int f(p) dp} = N^2 \frac{\Delta}{\Theta} \frac{f(l) f(p-l) \delta l}{\int f(p) dp} \delta p.$$

Daar  $l$  loopt van 0 tot  $p$ , wordt het totale aantal:

$$N^2 \frac{\Delta}{\Theta} \frac{\int_0^p f(l) f(p-l) dl}{\int f(p) dp} \delta p.$$

E. dit aantal is het aantal zon-onderbrekingen, vermenigvuldigd met de kans, dat A, B, C en D niet optreden.

Het aantal wordt dus:  $N \left[ 1 - \frac{[A]}{N} - \frac{[B]}{N} - \frac{[C]}{N} - \frac{[D]}{N} \right]$ .

## § 9. Frequentiewetten voor de zonloze en zonbevattende s-intervallen.

De vraag, waar het nu om gaat, is deze: hoe verandert de ware frequentiewet tengevolge van de zon-onderbrekingen?

Bij de waargenomen intervallen hebben wij te maken met:

1. zonloze intervallen;
2. zonbevattende s-intervallen.

Wij moeten met behulp van de formules (7) t/m (11) nagaan,



hoe de werkelijke frequentiewet  $f(p)$  gewijzigd wordt in de frequentiewet van de zonloze intervallen en die der zonbevattende  $s$ -intervallen, tengevolge van de invloed der 5 soorten zon-onderbrekingen.

Bezien wij nader, wat een zon-onderbreking in elk der 5 gevallen met rode intervallen doet, dan blijkt:

- Geval *A*: doet twee zonloze rode intervallen verdwijnen en verandert ze in één zonbevattend, niet-rood  $s$ -interval (form. 7);  
 „ *B*: doet één zonloos rood interval verdwijnen en verandert het in één zonbevattend, niet-rood  $s$ -interval (form. 8).  
 „ *C*: verandert één zonloos rood interval in een zonbevattend rood  $s$ -interval (form. 9);  
 „ *D*: verandert twee niet-rode zonloze intervallen in één zonbevattend rood  $s$ -interval (form. 10);  
 „ *E*: laat de rode intervallen onveranderd, dus zonloos.

Het aantal zonloze rode intervallen van lengte  $p$  is hierdoor geworden:

$$P(p) = F(p) \left[ 1 - \frac{p + \Delta}{T} \right] \quad (12)$$

waarbij  $F(p) = N \cdot f(p)$  en  $\frac{\Theta}{N} = T = 1$  jaar.

Afleiding:

$$\begin{aligned} P(p) \delta p &= N \cdot f(p) \delta p - 2[A] - [B] - [C] = \\ &= N \cdot f(p) \delta p \left[ 1 - 2N \frac{\Delta}{\Theta} \frac{[f(p) \delta p]^2}{\int f(p) dp} - N \frac{2\Delta}{\Theta} + \right. \\ &\quad \left. + 2N \frac{\Delta}{\Theta} \frac{[f(p) \delta p]^2}{\int f(p) dp} - N \frac{p - \Delta}{\Theta} \right] = \\ &= N \cdot f(p) \delta p \left[ 1 - N \frac{p + \Delta}{\Theta} \right] \end{aligned}$$

Aangezien  $F(p) \delta p = N \cdot f(p) \delta p =$  totaal aantal rode intervallen in de tijd  $\Theta$  en  $\frac{\Theta}{N} = T = 1$  jaar is, komt er:

$$P(p) \delta p = F(p) \delta p \left[ 1 - \frac{p + \Delta}{T} \right] \quad \text{of}$$

$$P(p) = F(p) \left[ 1 - \frac{p + \Delta}{T} \right].$$

Het aantal zonbevattende rode  $s$ -intervallen van lengte  $p$ , dat wij waarnemen, is dus anderzijds:

$$Q^*(p) = \frac{1}{T} \cdot F(p) \cdot (p - \Delta) + \frac{\Delta}{T} \frac{\int_0^p F(l) F(p-l) dl}{\int F(p) dp} \quad (13)$$

Afleiding:

$$\begin{aligned} Q(p) \delta p &= [C] + [D] = \\ &= N^2 f(p) \delta p \frac{p - \Delta}{\Theta} + \frac{\Delta}{\Theta} N^2 \frac{\int_0^p f(l) f(p-l) dl}{\int f(p) dp} \delta p = \\ &= \frac{N}{\Theta} \left[ F(p) \delta p (p - \Delta) + \Delta \frac{\int_0^p F(l) F(p-l) dl}{\int F(p) dp} \delta p \right] \\ Q^*(p) &= \frac{1}{T} F(p) \cdot (p - \Delta) + \frac{\Delta}{T} \frac{\int_0^p F(l) F(p-l) dl}{\int F(p) dp} \end{aligned}$$

### § 10. Toepassing op de waarneming en uitkomsten.

Wij moeten nu onze theoretische beschouwingen gaan toepassen op de waarnemingen.

Daartoe moet het volgende gebeuren:

1. een statistiek maken van de zonloze intervallen:  $[P(p)]$ ;
2. met behulp van deze statistiek uit (12) de ware frequentiewet  $F(p)$  afleiden;
3. uit de gevonden  $F(p)$  met behulp van (13) afleiden, welke frequentiewet wij voor de zonbevattende  $s$ -intervallen zouden verwachten:  $[Q^*(p)]$ ;
4. de statistiek van de waargenomen zonbevattende  $s$ -intervallen  $Q(p)$  opmaken en controleren, of deze met onze voorspelling overeenkomt.

De in de formules gebruikte grootheden hebben nu de volgende waarden:

$$\begin{aligned} \Delta \text{ (gemiddeld)} &= 80 \text{ dagen} = \frac{8}{36} \text{ jaar (tabel XI, kolom 8);} \\ N &= 30; \\ \Theta &= N \int f(p) \cdot p \cdot dp = 30 \text{ jaar.} \end{aligned}$$

Bij het opgeven van de grootte van  $\Delta$ ,  $T$ ,  $p$  en  $l$  zullen wij als eenheid kiezen  $1/36$  jaar; voor onze frequentiewetten zullen wij steeds  $p$  of  $l$  met één van deze eenheden laten toenemen, dus met 10 dagen; een interval tussen 55 (inbegrepen) en 64 dagen wordt gerekend als een interval van 60 dagen of 6 eenheden.

1, 2. Wij maken vooreerst op de statistiek der waargenomen zonloze intervallen  $P(p)$  (tabel IV, kolom 5), en berekenen daaruit de ware frequentiewet der intervallen volgens formule (12):

$$F(p) = \frac{P(p)}{1 - \frac{p + \Delta}{T}} = \frac{P(p)}{1 - \frac{p + 8}{36}}; \text{ de uitkomsten zijn:}$$

$p$	:	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	...
$P(p)$ :		—	4	10	12	4	4	3	3	3	—	1	—	...
$F(p)$ :		—	7	18	23	8	8	7	7	7	—	3	—	...
$p$	:	...	...	...	...	25	26	27						
$P(p)$ :		...	...	...	...	—	1	—						
$F(p)$ :		...	...	...	...	—	7	—						

Uit de bij deze berekening gebruikte formule blijkt, dat als  $p$  nadert tot 28, het waargenomen aantal intervallen met een steeds groter wordende factor vermenigvuldigd wordt; de reeds zo grote onzekerheid in het aantal waargenomen intervallen van een lengte groter dan 17 wordt dus nog enorm veel groter in het berekende aantal echte intervallen.

Voor  $p = 26$  zouden wij 18 intervallen vinden. Wij moeten echter rekening houden met het feit, dat  $\int F(p) \cdot p \cdot dp = 30$  jaar moet zijn. Daarom is de volgende berekening gemaakt:

eerst is  $F(p)$  berekend voor lengten van 7 t/m 16; dit geeft:

$p$	:	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$F(p)$ :		7	18	23	8	8	7	7	7	—	3	—

$\int F(p) \cdot p \cdot dp$  wordt nu ongeveer  $24\frac{1}{2}$  jaar; er blijft  $5\frac{1}{2}$  jaar over voor intervallen van lengte 26, dit aantal bedraagt dus 7.  
 $\int F(p) dp$  wordt nu 95.

Opm.: Bij deze redenering is vooropgesteld, dat de laatste term uitermate onzeker is; de waarnemingstijd van 30 jaar is veel te

kort, om enige zekerheid te krijgen omtrent de frequentie van de zeer grote intervallen; de berekening leert eigenlijk niets anders, dan dat er ook een zeker aantal „grote” intervallen voorkomen <sup>1)</sup>; dit zijn natuurlijk niet allemaal intervallen van lengte 26, maar intervallen boven lengte 16.

Al onze beschouwingen betreffende deze „grote” intervallen berusten op het voorkomen van het éne „grote” interval tussen J.D. 242:5504.3 en J.D. 242:5761.0; maar de juistheid dezer waarneming is ontwijfelbaar; gezien de waarnemingen is het onmogelijk tussen deze beide maxima nog een maximum in te lassen. Als gevolg hiervan, is het dus duidelijk, dat onze statistische beschouwing leiden moet tot een vrij aanzienlijk aantal „grote” intervallen in de ware frequentiewet; het is immers zeer onwaarschijnlijk, dat een zó groot interval niet door de zon gestoord zal worden; dat er althans nog één ongestoord interval van die aard is overgebleven, bewijst, dat er oorspronkelijk veel meer geweest moeten zijn.

3. Uit de onder 2. gevonden ware frequentiewet  $F(p)$  berekenen wij nu met behulp van (13) de statistiek van  $Q^*(p)$ :

$$Q^*(p) = \underbrace{\frac{p-8}{36} F(p)}_{[C]} + \underbrace{\frac{8 \int_0^p F(l) F(p-l) dl}{95}}_{[D]}.$$

De uitkomsten zijn:

$p$ :	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$[C]$ :	—	—	0.64	0.44	0.67	0.70	0.94	1.17	0
$[D]$ :	—	—	—	—	—	—	—	0.11	0.59
$Q^*(p)$ :	—	—	<b>0.64</b>	<b>0.44</b>	<b>0.67</b>	<b>0.70</b>	<b>0.94</b>	<b>1.28</b>	<b>0.59</b>
$p$ :	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$[C]$ :	0.67	—	—	—	—	—	—	—	—
$[D]$ :	1.49	2.16	2.14	1.73	1.80	1.84	1.72	1.35	0.89
$Q^*(p)$ :	<b>2.16</b>	<b>2.16</b>	<b>2.14</b>	<b>1.73</b>	<b>1.80</b>	<b>1.84</b>	<b>1.72</b>	<b>1.35</b>	<b>0.89</b>

<sup>1)</sup> Onder „grote” intervallen zullen we verstaan intervallen met een lengte groter dan 16 eenheden.

$p$ :	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
[C]:	—	4	—	—	—	—	—	—	—	—
[D]:	0.80	0.45	0.34	0.21	0.10	0.10	—	0.02	0.23	0.59
$Q^*(p)$ :	<b>0.80</b>	<b>4.45</b>	<b>0.34</b>	<b>0.21</b>	<b>0.10</b>	<b>0.10</b>	—	<b>0.02</b>	<b>0.23</b>	<b>0.59</b>
$p$ :	35	36	37	38	39	40	41	42	43	
[C]:	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
[D]:	0.72	0.26	0.26	0.23	0.23	0.23	—	0.10	—	
$Q^*(p)$ :	<b>0.72</b>	<b>0.26</b>	<b>0.26</b>	<b>0.23</b>	<b>0.23</b>	<b>0.23</b>	—	<b>0.10</b>	—	
$p$ :	44	.	.	.	.	.	51	52	53	
[C]:	—	.	.	.	.	.	—	—	—	
[D]:	—	.	.	.	.	.	—	0.13	—	
$Q^*(p)$ :	—	.	.	.	.	.	—	<b>0.13</b>	—	

In verband met de berekening in deze paragraaf betreffende het aantal „grote” intervallen bij de  $F(p)$ -wet ( $p = 26$ ), zijn natuurlijk de getallen van  $Q^*(p)$ , berustend op deze intervallen, dus groter dan b.v.  $p = 20$ , zeer onzeker.

4. De waarneming levert de volgende statistiek voor  $Q(p)$ , (tabel IV, kolom 5).

$p$ :	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
$Q(p)$ :	—	1	1	—	3	2	5	1	1	1	2	1	2
$p$ :	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
$Q(p)$ :	2	—	—	—	1	1	2	—	—	—	2	—	—
$p$ :	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45			
$Q(p)$ :	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—			

### § 11. Het frequentie-diagram der intervallen.

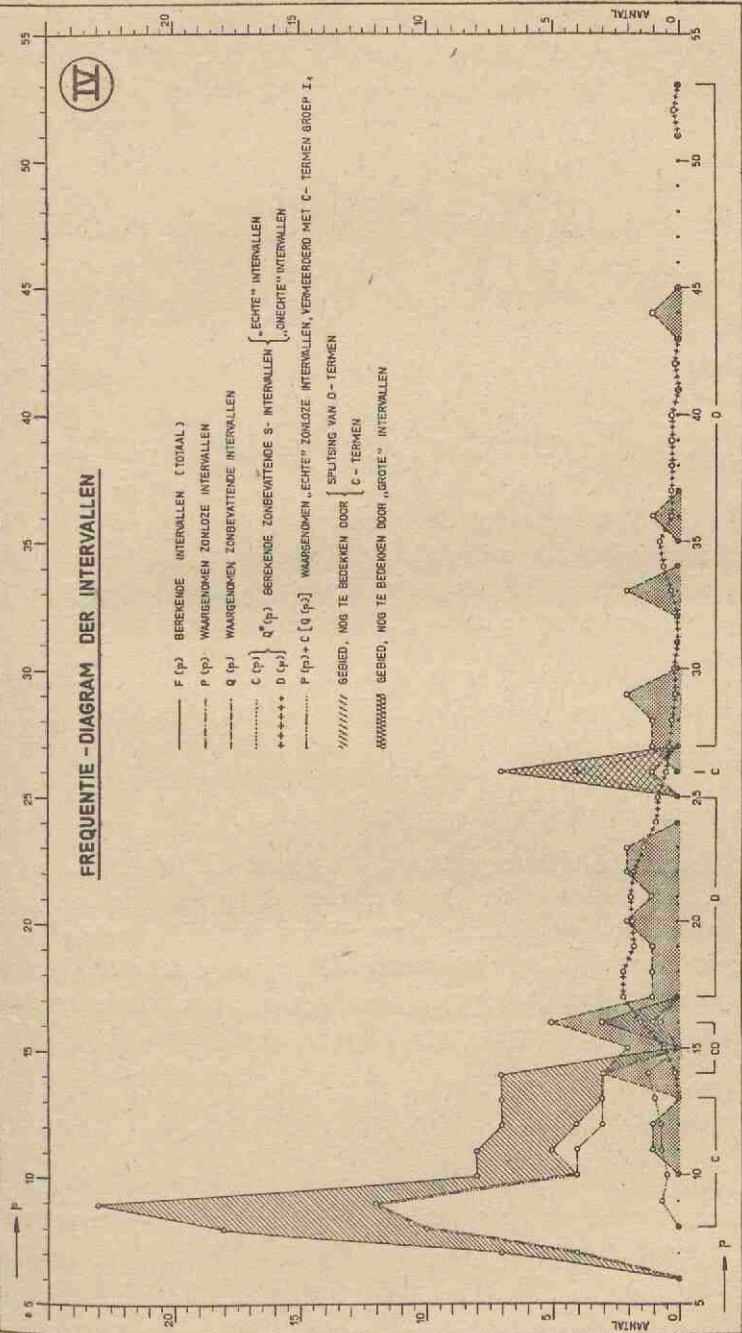
De uitkomsten van § 10 zijn in het „frequentie-diagram der intervallen” grafisch voorgesteld (plaat IV).

De  $F(p)$ -wet gaat door de zon-onderbrekingen over in 2 andere wetten: de  $P(p)$ - en de  $Q(p)$ -wet.

In het diagram valt het volgende op te merken:

1. de algemene vorm van de  $F(p)$  en  $P(p)$ -wet is dezelfde; de  $P(p)$ -wet heeft t.o.v. de  $F(p)$ -wet kleinere ordinaten; dit is vol-

**FREQUENTIE - DIAGRAM DER INTERVALLEN**



komen begrijpelijk, als wij bedenken, dat de ordinaten *aantallen* intervallen van bepaalde lengte voorstellen; als door een zon-onderbreking 2 intervallen samengevoegd worden tot één interval, geeft dit een vermindering van de daarmee overeenkomende ordinaten van  $F(p)$ .

2. maken wij de verhouding op van  $\frac{P(p)}{F(p)}$  voor alle intervallen, dan komt er:

$p$ :	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	. .	26
$P(p)$ :	4	10	12	4	4	3	3	3	0	1	. .	1
$F(p)$ :	7	18	23	8	8	7	7	7	0	3	. .	7
$\frac{P(p)}{F(p)}$ :	0.57	0.56	0.52	0.50	0.50	0.44	0.44	0.44	—	0.33	. .	0.14

Hieruit blijkt, dat bij de vorming van de  $P(p)$ -wet de *kleine* intervallen relatief bevoordeeld worden t.o.v. de *grotere* intervallen, hetgeen begrijpelijk is, aangezien de grotere intervallen meer kans zullen hebben door de zon gestoord te worden.

3. Het algemeen verloop van de theoretisch afgeleide  $Q^*(p)$ -wet, komt bevredigend overeen met de waargenomen  $Q(p)$ -wet, wat dus een aanwijzing is, dat de berekende  $F(p)$ -wet de werkelijkheid goed weergeeft. Voor een gedetailleerde overeenkomst is het aantal waarnemingen natuurlijk veel te gering.

4. Typisch is de lange staart, die zowel  $Q^*(p)$  als  $Q(p)$  vertonen; wij zullen hieronder verstaan de intervallen langer dan  $\frac{16}{36}$  jaar; deze „grote” intervallen zijn klaarblijkelijk voor een klein gedeelte „echt” (C-termen van de  $Q^*(p)$ -wet), voor een groot gedeelte ontstaan ze, doordat de zon twee opeenvolgende intervallen tot één groot ( $D$ ) samenvoegt.

Is er nu iets naders omtrent die staart te zeggen en kan dit mogelijk leiden tot een nadere bevestiging van de  $F(p)$ -wet?

Mede in verband met deze opgave zullen wij in het volgende hoofdstuk eerst de statistische correlaties tussen intervallen en maxima onderzoeken.

## FREQUENTIEWETTEN EN CORRELATIES

## § 1. Inleiding. Elementen, waarop de frequentiewetten en correlaties betrekking hebben.

Daar wij nog weinig of niets afweten van het onderling verband der elementen, die de lichtkromme bepalen, zullen wij in dit hoofdstuk beproeven, hiervan meer te weten te komen. Daartoe zullen wij in de eerste plaats de frequentiewetten voor die elementen opmaken en in de tweede plaats nagaan, welke correlaties er tussen deze elementen bestaan; dit onderzoek strekt zich slechts uit over die elementen, waarvoor de lichtkromme de gegevens verschaft.

Uit de correlaties zijn enkele conclusies te trekken, die misschien op een eenvoudig verband tussen de verschillende elementen wijzen. Vooropgesteld moet echter worden, dat het aantal waarnemingspunten, waarvoor de meeste correlaties opgesteld zijn, vrij gering is, zodat we wel voorzichtig moeten zijn een te grote betekenis aan de uitkomsten toe te kennen.

Een dergelijk onderzoek voor *SS Cygni* is verricht door Sterne (H. A. 90 — 6); dit werk is echter gegrond op uitstekend waarnemingsmateriaal, terwijl het aantal voor dit onderzoek in aanmerking komende maxima meer dan 260 bedroeg, zodat aan de uitkomsten een groter gewicht toegekend mag worden dan in ons geval. Daardoor zal vergelijking van onze uitkomsten met die van Sterne veelal moeilijk zijn. Daar de ster *U Geminorum*, naast *SS Cygni*, één der helderste en best bekende vertegenwoordigers van deze soort veranderlijken is, loont het toch de moeite de vergelijking zover mogelijk uit te werken.

Het onderzoek omvat de volgende elementen:



1. De amplitude  $a$  van een maximum: het verschil, gemeten in grootteklassen, tussen de *minimale* helderheid, als er geen uitbarsting plaats vindt, en de *maximale* helderheid bij een uitbarsting;
2. de breedte  $b$  van een maximum: het aantal dagen, dat verloopt tussen het bereiken van de helderheid  $11^m$  in de stijgende en de dalende tak van de lichtkromme bij éézelfde maximum;
3. de lengte  $p_1$  van het vóórgaande (voorafgaande) interval: de lengte van het interval (zie hoofdstuk II, § 2), *voorafgaand* aan het maximum;
4. de lengte  $p_2$  van het volgend interval: de lengte van het interval, *volgend* op het maximum;
5. de tijdens een uitbarsting uitgezonden straling  $E$ : zie § 2 van dit hoofdstuk;
6. de tijdens een uitbarsting uitgestoten massa  $M$ : zie § 3 van dit hoofdstuk.

## § 2. De totale hoeveelheid straling $E$ , tijdens een uitbarsting uitgezonden.

De uitstraling  $J$  van een ster met absolute helderheid  $M$  bedraagt:  $J = 10^{-0.4M}$ , waarin  $J$  de waarde 1 krijgt voor een ster met absolute helderheid „0”.

Voor  $M$  kunnen we schrijven:  $M = m - 5 \log r + 5$ , waarbij  $r$  de afstand van de ster in parsec voorstelt. Gesubstitueerd in de formule voor  $J$ , komt er:

$$J = C \cdot 10^{-0.4m} \quad (1)$$

waarbij:

$$C = 10^{+0.4(5 \log r - 5)}. \quad (2)$$

Als wij de formule (1) gebruiken om de straling te berekenen, nemen we aan, dat de temperatuur tijdens een uitbarsting vermoedelijk niet veel zal veranderen, zodat de uitgezonden visuele straling wel min of meer evenredig met de totale straling verandert (verg. hoofdstuk V, § 3).

Daar tijdens een uitbarsting de intensiteit eerst toe-, daarna afneemt, bedraagt de totale visuele straling  $E$ , uitgezonden tijdens een uitbarsting:

$$E = \int_{t_1}^{t_2} J dt, \quad (3)$$

waarbij  $t_1$  en  $t_2$  de tijdstippen van het begin en eind van de uitbarsting voorstellen.

We nemen aan, dat de intensiteit bij het minimum altijd overeenkomt met de intensiteit bij  $m = 13.00$  ( $m = 13.93$ ), daar de kleine afwijkingen daarvan onzeker zijn en in het geheel der integraal geen rol spelen.

We vervangen het oppervlak der figuur  $ABCD A$  door dat van den rechthoek  $EFGHE$  (plaat V, figuur 2); zijn hoogte maken we gelijk aan  $J_{\max}$ , welke intensiteit bereikt wordt op het tijdstip  $\tau$ ; we begrenzen hem verder door de ordinaten  $\tau_1$  en  $\tau_2$ , zo gekozen dat daarbij dezelfde intensiteit  $J^*$  bereikt wordt in de stijgende en in de dalende tak, en dat opp.  $ABCD A = \text{opp. } EFGHE$ . Dan kunnen we schrijven:

$$E = \int_{t_2}^{t_1} J dt = J_{\max} \cdot b(J^*).$$

Als wij de tijdstippen  $\tau_1$ ,  $\tau$  en  $\tau_2$  aangeven in figuur 1 van plaat V, behoort bij  $\tau_1$  (en  $\tau_2$ ) een bepaalde helderheid  $m(\tau_1)$ , die wij zullen voorstellen door  $m^*$ , en bij  $\tau$  behoort  $m_{\max}$ .

We kunnen nu dus schrijven:

$$E = J_{\max} \cdot b(J^*) = C \cdot 10^{-0.4 m_{\max}} \cdot b(m^*) \quad (4)$$

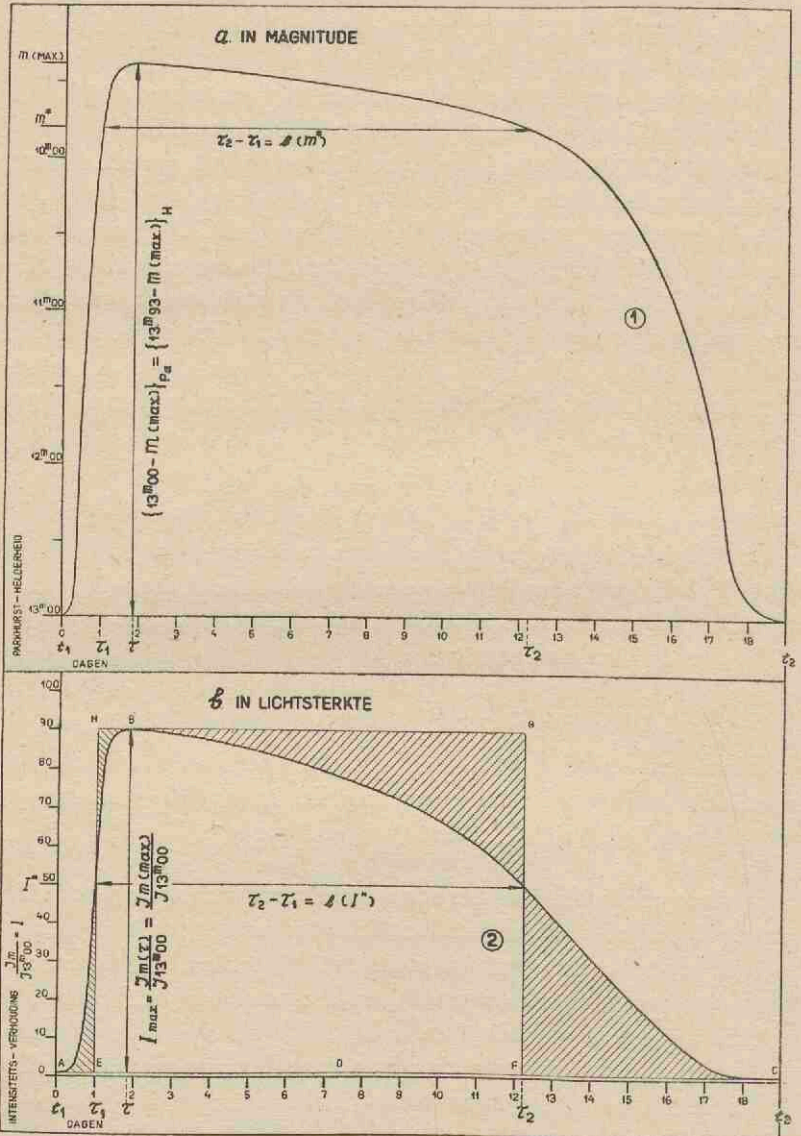
Gebruiken we de constante  $C$  uit (2), dan is de eenheid van intensiteit die, welke gelijk is aan de intensiteit van een ster met absolute helderheid „0”.

Bij onze methode van berekening hebben we een grafische integratie vervangen door een product. In het algemeen zou dit geen nut hebben, maar in ons geval is daar een bijzondere reden voor: een aantal lichtkrommen zijn niet voldoende nauwkeurig bekend om ze grafisch te integreren; daarom hebben we als volgt geredeneerd:

- laten we beproeven toch zoveel mogelijk maxima te gebruiken, ook die, waarvan maar weinig bekend is;
- laten we daartoe uit een aantal goed bekende maxima wetmatigheden voor deze integratie zien af te leiden, zodat we voor de overige maxima volstaan kunnen met onvolledige gegevens.

## LICHTKROMME VAN EEN MAXIMUM (NO 48)

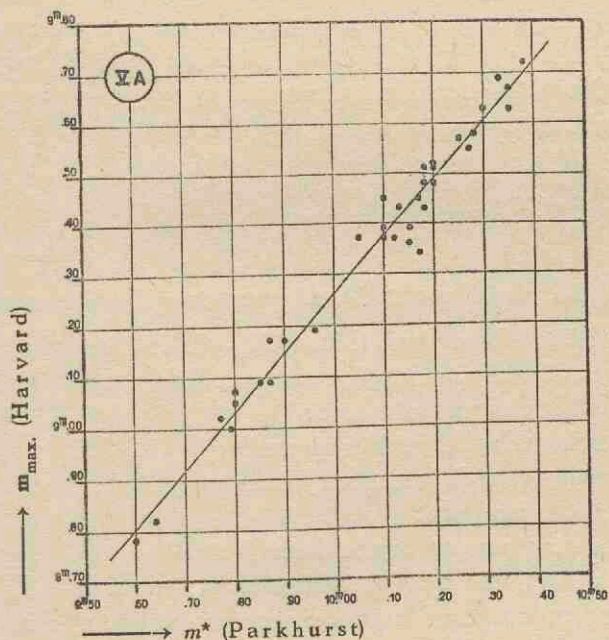
V



De hoogte van het maximum,  $m_{\max}$ , is vrijwel altijd goed waargenomen. De moeilijkheid is dus het vinden van een betrouwbare waarde van de breedte  $b(m^*)$ .

Wij merken vooreerst op, dat voor de bepaling van  $b(m^*) = \frac{\int I dt}{I_{\max}}$  de eenheid, waarin we de intensiteit meten, zonder belang is, zodat we ook  $b(m^*) = \frac{\int I dt}{I_{\max}}$  kunnen schrijven (verg. hoofdstuk I, § 9b).

In het geheel lenen zich 35 goed bekende maxima tot de preciese bepaling van  $b(m^*)$ . De werkwijze is geïllustreerd aan één der uitbarstingen (no. 48). In figuur 1 van plaat V vindt men de lichtkromme van deze uitbarsting in magnitude; met behulp van figuur 3, plaat III, is deze kromme omgerekend tot een lichtkromme in lichtsterkte  $I$  (fig. 2, plaat V), waaraan men door planimetreren  $b(I^*)$  bepaalt. Hieruit volgen dan  $I^*$  en  $m^*$ . De getallenparen  $(m_{\max}, m^*)$  zijn grafisch uitgezet in figuur V A. Uit deze grafiek is onmiddellijk de conclusie te trekken, dat er een vrijwel lineair verband bestaat tussen de bij een maximum behorende waarden van  $m_{\max}$  en  $m^*$ .



Het verband tussen  $m_{\max}$  en  $m^*$  voor een maximum hebben we nu ook laten gelden voor die maxima, waarvoor onvoldoende gegevens aanwezig waren. Zodoende kan men bij maxima, waarvan  $m_{\max}$  bekend is, ook de bijbehorende waarde van  $m^*$  leren kennen (dit kan in figuur V A afgelezen worden). Voor 27 maxima, waarbij de integratie onmogelijk was, kon aldus uit de lichtkromme in magnitude de waarde  $b(m^*)$  afgelezen worden, zodat  $E$  te berekenen was.

De berekening van  $E$  is dus als volgt geschied:

- A. Voor de 35 bovengenoemde maxima kon form. (4) toegepast worden.
- B. Voor 27 der overige maxima is:
1.  $m_{\max}$  bepaald uit de lichtkromme in magnitude en daarna  $m_{\max}$  uit 2 van plaat III;
  2. de bij  $m_{\max}$  behorende waarde van  $m^*$  afgelezen uit V A;
  3. uit de lichtkromme in magnitude,  $b(m^*)$  bepaald;
  4. formule (4) toegepast, zodat  $E$  hiermede berekend is.

We hebben de waarde van  $E$  voor de onder A en B genoemde maxima berekend, zonder de grootte van  $C$  te kennen; daar echter  $C$  geen invloed heeft op de correlaties, hebben we voorlopig  $\log C = +3.5$  genomen, zodat we waarden voor  $E$  kregen, die niet te groot en niet te klein uitvielen.

De berekende waarden van  $E$  vindt men in tabel IV, kolom 11.

In hoofdstuk V zullen wij trachten, iets meer van de werkelijke waarde van  $E$  te weten te komen.

### § 3. De hoeveelheid massa $\mathcal{M}$ , uitgestoten tijdens een maximum.

In Bull. Abast. Astrophys. Obs. 1937 - 1, 75 heeft Sh. G. Gordeladse een beschouwing gegeven over het uitstoten van massa tijdens de uitbarstingen van novae.

Deze beschouwing komt hierop neer:

de verandering van de intensiteit  $J$  van novae tijdens een uitbarsting kan een gevolg zijn van:

1. verandering van de temperatuur  $T$ ;
  2. verandering van de oppervlakte  $\Omega$  van de ster
- $$\left. \vphantom{\begin{matrix} 1. \\ 2. \end{matrix}} \right\} J = f(T, \Omega).$$

Het absorptiespectrum vertoont echter tot het maximum geen

enkele verandering, zodat er dus geen sprake kan zijn van een temperatuurstijging.

Er blijft dus over het geval, dat  $\Omega$  moet toenemen, waarbij een hoeveelheid massa naar buiten gedrongen wordt; deze massa-uitstoting kan op 2 manieren gebeuren:

- a. de massa-uitstoting gebeurt *plotseling*; de zich uitbreidende materie behoudt nu verder een min of meer constante massa;
- b. de massa wordt *voortdurend* uitgestoten, met constante snelheid, tijdens de gehele duur der uitbarsting.

Voor het onderzoek van geval a. zijn vergeleken de functies  $J_1 = \varphi_1(t)$  en  $J_2 = \varphi_2(t)$ , waarbij  $\varphi_1(t)$  het *theoretisch* bepaalde verloop van de intensiteit als functie van de tijd is, terwijl  $\varphi_2(t)$  het *experimenteel* bepaalde verloop van de intensiteit als functie van de tijd is; de overeenstemming tussen beide functies is goed bij de stijging van de intensiteit tot aan het maximum, maar daarna vertoont de theoretisch bepaalde functie een veel snellere daling dan de waarneming; dit verschijnsel treedt niet slechts op bij een enkel maximum, maar bij *alle* maxima. Een sprekend voorbeeld van dit verschil levert *N Geminorum* 1912 op: theoretisch moet de daling na het maximum 4.<sup>m</sup>5 bedragen in 40 uur; in werkelijkheid is de daling 1.<sup>m</sup>8 in de tijd van 6 dagen. Op grond van deze afwijking is geval a. door Gordeladse verworpen.

Het geval b. blijft dus over: wordt aangenomen, dat de massa *voortdurend* verandert met het groter worden der oppervlakte, dus dat het uitstoten van massa een continu naar buiten stromen van materie is, dan is theoretisch de daling van de intensiteit veel langzamer, wat met de werkelijkheid overeenkomt. Het absorptiespectrum vertoont na het maximum een verschuiving van lijnen naar het violet, die wijst op een uitstroming van gasdeeltjes met een snelheid van  $\approx 1000$  km/sec.

Voor dit laatste geval heeft Gordeladse voor novae de formule afgeleid, waardoor de waarde van  $\mathfrak{M}$  bepaald wordt:

$$\mathfrak{M} = A \int_{t_2}^{t_1} \psi(t) dt, \quad (1)$$

waarbij:

$$A = \frac{4\pi}{\sqrt{2c'}} \left[ \frac{R_{\odot}}{\beta^{3/2}} \right]^{3/2} \cdot v, \quad (2)$$

$$\psi(t) = \left[ \frac{J_{*}}{J_{\odot}} \right]^{3/4}, \quad (3)$$

en  $t_1$ ,  $t_2$  de tijdstippen van het begin, resp. eind van de uitbarsting voorstellen.

De betekenis van de grootheden in (2) is:

$c' = \frac{\delta k}{m_H T^{5/2}}$ ;  $\delta$  is een constante, bepaald door Chandrasekhar (M.N. 92, 186,

1936), gelijk aan  $3,43 \cdot 10^{21}$ ;  $k$  is de constante van Boltzmann;  $m_H$  de massa van een  $H$ -atoom en  $T$  de temperatuur aan de oppervlakte van de ster;

$R_{\odot}$  is de straal van de zon;

$\beta$  is de verhouding van de stralingsenergie per oppervlakte-eenheid van de ster en die van de zon:

$$\beta = \frac{T_{*}^4}{T_{\odot}^4};$$

$v$  is de snelheid, waarmee het naar buiten stromen van deeltjes plaats heeft.

In (3) betekent  $\frac{J_{*}}{J_{\odot}}$ : de verhouding van de intensiteit van de ster en die van de zon.

Enkele eigenschappen, die aanwezig zijn zowel bij novae als bij sterren van het *U Gem*-type (*SS Cygni*, *U Gem*) geven aanleiding, deze sterren te beschouwen als „nova-achtige” sterren (Bull. Abast. Astrophys. Obs. 1938 - 3, 100); deze eigenschappen zijn:

1. een snelle stijging naar het maximum, gevolgd door een t.o.v. de stijging langzame daling naar het minimum;
2. het spectrum vertoont bij het maximum, en daarna, een verplaatsing van lijnen naar het violet, hetgeen er op wijst, dat er een uitstroming van gasdeeltjes plaats heeft met een snelheid van  $\approx 1000$  km/sec.

Op grond van het bovenstaande heeft Gordeladse voor de best bekende ster van het *U Gem*-type — *SS Cygni* — de hoeveelheid massa berekend, die tijdens een uitbarsting uitgestoten wordt. Van *SS Cygni* stond uitstekend waarnemingsmateriaal ter beschikking, de opeenvolging der maxima is betrekkelijk snel zonder een onzichtbaarheidsperiode, zodat een groot aantal maxima berekend kon worden (260); het waarnemingsmateriaal is volledig gepubliceerd in H.A. 90—3, terwijl de berekening van Gordeladse gepubliceerd is in Bull. Abast. Astrophys. Obs. 1938 - 3, 100.

Hoewel *U Gem*, door de jaarlijks terugkerende onzichtbaarheidsperiode, geen aanspraak kan maken op een reeks van ononderbroken waarnemingen en maxima, hebben we toch voor elk maximum, waarvoor een voldoende aantal gegevens aanwezig was, de hoeveelheid uitgestoten massa berekend op dezelfde wijze als voor *SS Cygni* is gedaan.

De daarbij gebruikte formule is afgeleid uit (1):

$$\mathfrak{M} = A \int_{t_1}^{t_2} \psi(t) dt = A \int_{t_1}^{t_2} \left[ \frac{J_*}{J_\odot} \right]^{3/4} dt;$$

op analoge wijze, als in § 2 voor *E* gedaan is, krijgen we dan als eindresultaat [waarbij we bedenken moeten, dat  $\frac{J_*}{J_\odot} = 10^{0.4(M_\odot - M_*)}$  en  $m^{**}$  dezelfde betekenis heeft als  $m^*$  voor *E*, (§ 2)]:

$$\mathfrak{M} = C' \cdot 10^{-0.3 m_{\max}} \cdot b(m^{**}), \quad (4)$$

$$\text{met:} \quad C' = A \cdot 10^{0.3(M_\odot - 5 \log r + 5)}. \quad (5)$$

Bij de berekening van de massa moeten we wel bedenken, dat de waarde van  $m^{**}$  voor  $\mathfrak{M}$  in beginsel *niet* dezelfde behoeft te zijn als de waarde van  $m^*$  voor *E*; immers, we kunnen voor  $\mathfrak{M}$  schrijven:  $\mathfrak{M} \sim E^{3/4}$ , zodat we de oppervlakte moeten berekenen van een soortgelijke figuur als 2 van plaat V, waarbij echter de ordinaten  $10^{-0.3 m}$ , in plaats van  $10^{-0.4 m}$ , worden.

Voor een aantal goed bekende maxima is nu gebleken, dat de waarde van  $m^{**}$  vrijwel gelijk was aan de bij de berekening van *E* gebruikte waarde van  $m^*$ , zodat de berekening van  $\mathfrak{M}$  met dezelfde waarden van  $m^{**}$  gedaan is als die van  $m^*$ .

De constante  $C'$  is zo gekozen, dat  $\log C' = +2.5$  is. De voor  $\mathfrak{M}$  berekende waarden vindt men in tabel IV, kolom 12.

De berekening van  $\mathfrak{M}$  verloopt slechts een weinig anders dan die voor *E* (exponent 0.3 in plaats van 0.4), zodat we mogen verwachten, dat de statistische verdeling, correlaties enz., slechts weinig van die van *E* zullen verschillen.



De absolute waarde van  $\mathfrak{M}$  zullen we nader bepalen in hoofdstuk V, waarbij dan ook de uitkomsten van Gordeladse met de onze vergeleken zullen worden; voorlopig kunnen we volstaan met de waarden van  $\mathfrak{M}$ , op een constantē na.

Opm. Daar de onderzoeken betreffende het „nova-achtige” karakter van de  $U$  Gem-klasse nog in een beginstadium verkeren, dienen we wel voorzichtig te zijn met te veel gewicht aan de waarden van  $\mathfrak{M}$  toe te kennen.

#### § 4. Aantal en soort der te bepalen frequenties en correlaties.

- a. frequentiewetten : 1. de lengte der  
van periode  $p$  hfdst. II + plaat IV  
2. de breedte  $b$  § 5 + „ VI  
3. de amplitude  $a$  }  
4. de straling  $E$  } § 6 + „ VII  
5. de uitgestoten  
massa  $\mathfrak{M}$  }

- b. correlaties tussen : 1. de breedte van 2 opeenvolgende  
maxima § 7

2.  $(a, b)$  }  
3.  $(a, E)$  } § 8 + plaat VIII  
4.  $(b, E)$  }  
5.  $(a, \mathfrak{M})$  }  
6.  $(b, \mathfrak{M})$  }

7.  $(p_1, a)$  }  
8.  $(p_1, b)$  } § 9 + „ IX  
9.  $(p_1, E)$  }  
10.  $(p_1, \mathfrak{M})$  }

11.  $(p_2, a)$  }  
12.  $(p_2, b)$  } § 10  
13.  $(p_2, E)$  }  
14.  $(p_2, \mathfrak{M})$  }  
15.  $(p_2, p_1)$  }

§ 5. Frequentiewet van de breedte *b* der maxima.

Deze frequentiewet heeft betrekking op de breedten, behorende bij de helderheden:  $11.^m50$ ,  $11.^m00$  en  $10.^m50$ ; in onderstaande tabel, waarvan de gegevens ontleend zijn aan tabel IV, kolom 8 t/m 10 (hoofdstuk I), vindt men de aantallen aangegeven.

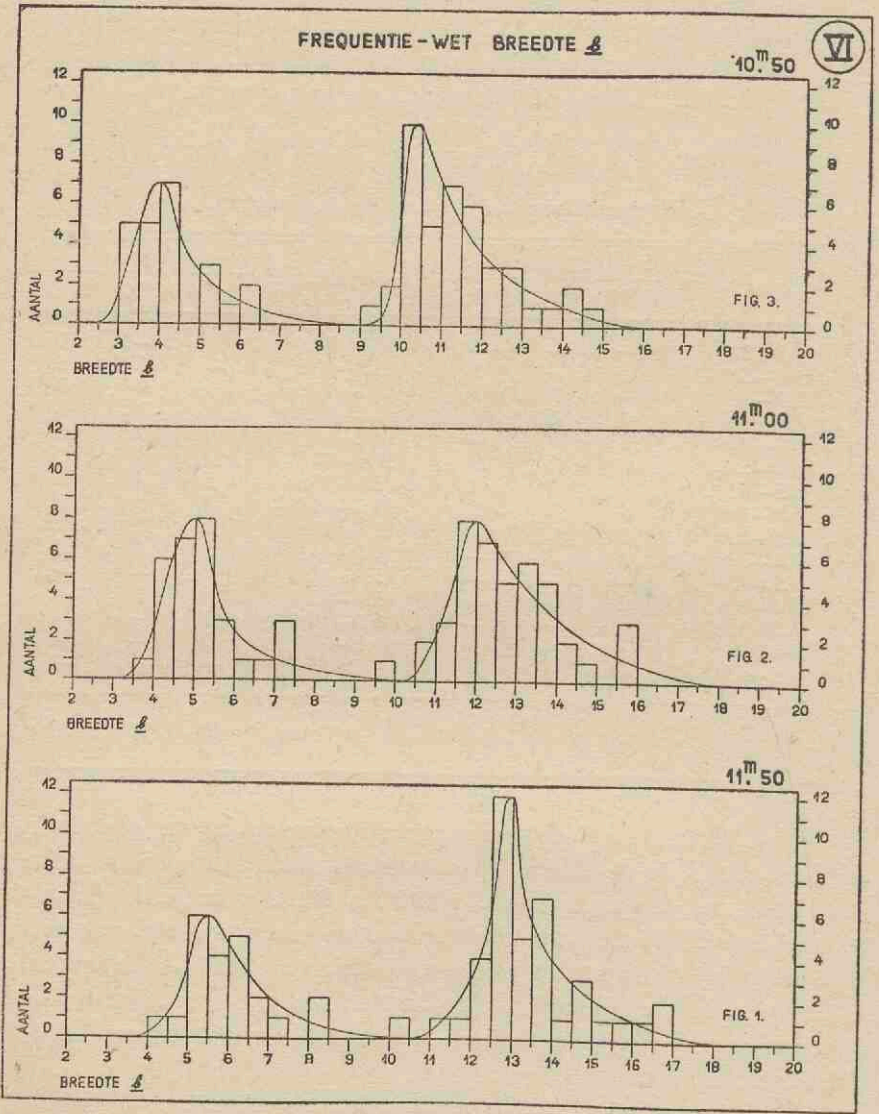
TABEL V.  
Frequentiewet van de breedte der maxima.

Breedte in dagen	Aantal			Breedte in dagen	Aantal		
	$11.^m50$	$11.^m00$	$10.^m50$		$11.^m50$	$11.^m00$	$10.^m50$
< 3.0	—	—	—	10.0—10.4	1	—	10
3.0—3.4	—	—	5	10.5—10.9	—	2	5
3.5—3.9	—	1	5	11.0—11.4	1	3	7
4.0—4.4	1	6	7	11.5—11.9	1	8	6
4.5—4.9	1	7	—	12.0—12.4	4	7	3
5.0—5.4	6	8	3	12.5—12.9	12	5	3
5.5—5.9	4	3	1	13.0—13.4	5	6	1
6.0—6.4	5	1	2	13.5—13.9	7	5	1
6.5—6.9	2	1	—	14.0—14.4	1	2	2
7.0—7.4	1	3	—	14.5—14.9	3	1	1
7.5—7.9	—	—	—	15.0—15.4	1	—	—
8.0—8.4	2	—	—	15.5—15.9	1	3	—
8.5—8.9	—	—	—	16.0—16.4	1	—	—
9.0—9.4	—	—	1	16.5—16.9	2	—	—
9.5—9.9	—	1	2	> 17.0	—	—	—
				Totaal	62	73	65

Plaat VI toont ons de frequentie-diagrammen bij de genoemde helderheden; uit de figuren blijkt overduidelijk, dat er slechts sprake is van 2 typen van maxima, n.l. *smalle* en *brede* maxima. In hoofdstuk I, § 8<sup>s</sup> is de mogelijkheid van het aanwezig zijn van een *derde type* — tussen het *smalle* en *brede* type in — besproken, maar uit de diagrammen is het bestaan van dit type niet aan te tonen; het zeer geringe aantal — 4 stuks — is daarbij een voorname factor.

Het grootste aantal *smalle* maxima komt voor bij:

een breedte van  $\approx 4^d$  bij de helderheid  $10.^m50$ ,  
 " " "  $\approx 5^d$  " " "  $11.^m00$ ,  
 " " "  $\approx 5.^d5$  " " "  $11.^m50$ .



Het grootste aantal *brede* maxima komt voor bij:

een breedte van  $\approx 10^{.d5}$  bij de helderheid  $10^{.m50}$ ,

" " "  $\approx 12^d$  " " "  $11^{.m00}$ ,

" " "  $\approx 13^d$  " " "  $11^{.m50}$ .

Berekenen wij de *gemiddelde* breedte van alle *smalle* en van alle *brede* maxima bij de drie genoemde helderheden, dan komt er:

helderheid  $10^{.m50}$  *smal*:  $b = 4^{.d5}$ ; *breed*:  $b = 11^{.d2}$ .

"  $11^{.m00}$  "  $b = 5^{.d4}$ ; "  $b = 12^{.d7}$ .

"  $11^{.m50}$  "  $b = 5^{.d7}$ ; "  $b = 13^{.d4}$ .

Deze waarden stemmen goed overeen met de waarden, waarbij het grootste aantal maxima voorkomt, zowel voor de *smalle*, als voor de *brede* maxima.

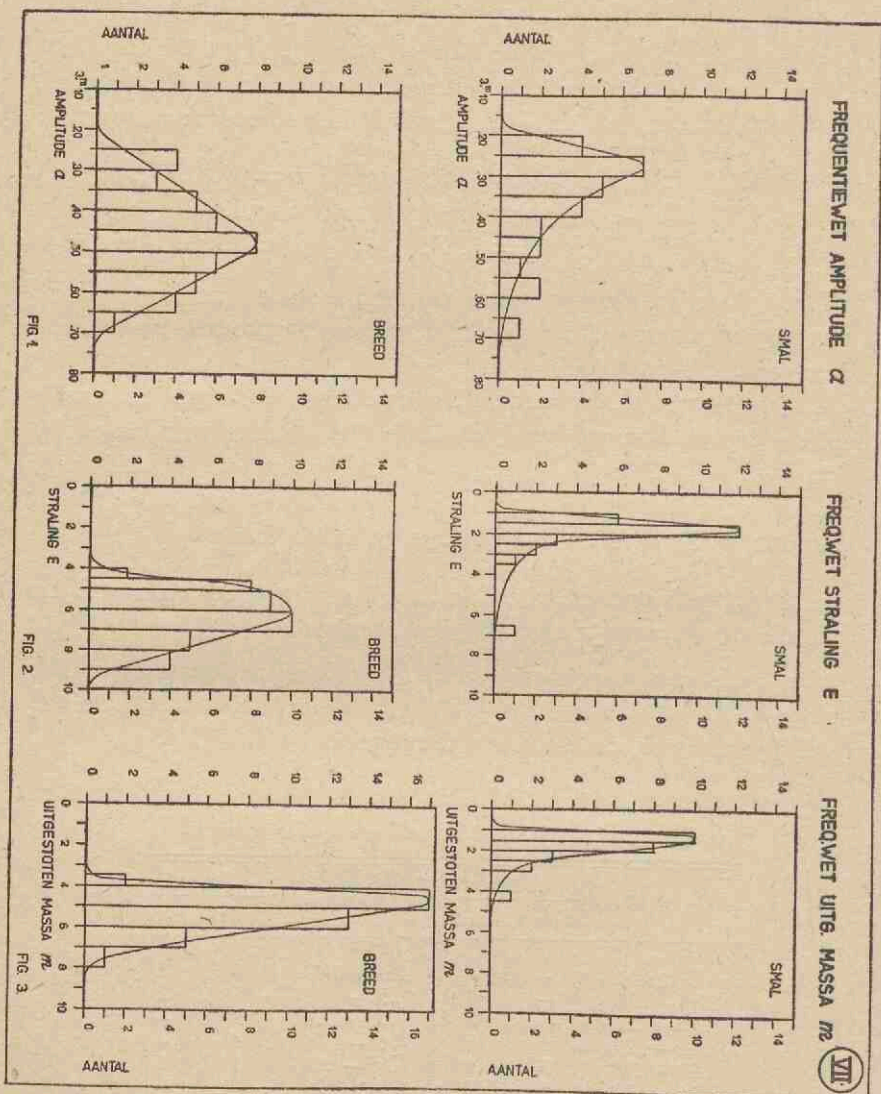
Uit de figuren blijkt verder, dat de scheiding tussen de *smalle* en de *brede* maxima voor de drie helderheden ligt resp. bij  $b = 7-8^d$ ,  $8-9^d$  en  $9-10^d$ ; in § 8 zullen we echter aantonen, dat de scheiding moet liggen bij  $b \approx 9^{d.5}$ ,  $\approx 10^d$  en  $\approx 10^{d.5}$ , wat ook in de getekende krommen tot uiting komt.

### § 6. Frequentiewetten voor de amplitude $a$ , de straling $E$ en de uitgestoten massa $\mathfrak{M}$ der maxima.

De gegevens voor deze wetten zijn ontleend aan tabel IV, kolom 7, 11 en 12; in tabel VI (voor  $a$ ) en tabel VII (voor  $E$  en  $\mathfrak{M}$ ) vindt men de aantallen aangegeven.

TABEL VI.  
Frequentiewet van de amplitude  $a$  der maxima.

Amplitude $a$	Aantal:		Amplitude $a$	Aantal:	
	<i>breed</i>	<i>smal</i>		<i>breed</i>	<i>smal</i>
< 3.14	—	—	3.45—3.49	8	1
3.15—3.19	—	4	.50— .54	6	2
.20— .24	—	7	.55— .59	5	—
.25— .29	4	5	.60— .64	4	—
.30— .34	3	4	.65— .69	1	1
.35— .39	5	2	> 3.70	—	—
.40— .44	6	2			
Totaal				42	28



TABEL VII.

Frequentiewet van de straling  $E$  en de uitgestoten massa  $\mathfrak{M}$ .

Waarde van $E$ en $\mathfrak{M}$	Aantal voor:				Waarde van $E$ en $\mathfrak{M}$	Aantal voor:			
	$E$		$\mathfrak{M}$			$E$		$\mathfrak{M}$	
	<i>smal</i>	<i>breed</i>	<i>smal</i>	<i>breed</i>		<i>smal</i>	<i>breed</i>	<i>smal</i>	<i>breed</i>
< 1.0	—	—	—	—	4.0—4.4	—	2	} 1	17
1.0—1.4	5	—	10	—	4.5—4.9	—	8		—
1.5—1.9	12	—	8	—	5.0—5.9	1	9	—	13
2.0—2.4	3	—	3	—	6.0—6.9	—	10	—	5
2.5—2.9	2	—	2	—	7.0—7.9	—	5	—	1
3.0—3.4	1	—	—	—	8.0—8.9	—	4	—	—
3.5—3.9	—	—	—	2	> 9.0	—	—	—	—
Totaal						24	38	24	38

Plaat VII geeft de frequentiediagrammen aan.

Bepalen we uit de diagrammen die waarden van  $a$ ,  $E$  en  $\mathfrak{M}$ , waarbij het grootste aantal voorkomt en berekenen we tevens de *gemiddelde* waarden  $\bar{a}$ ,  $\bar{E}$  en  $\bar{\mathfrak{M}}$  — in beide gevallen zowel voor de *smalle*, als voor de *brede* maxima — dan krijgen we het volgende resultaat:

- A. *Smalle* maxima: grootste aantal bij  $a = \approx 3.^m27$ ;  $\bar{a} = 3.^m30$ .  
 " " "  $E = \approx 1.7$ ;  $\bar{E} = 2.0$ .  
 " " "  $\mathfrak{M} = \approx 1.5$ ;  $\bar{\mathfrak{M}} = 1.7$ .
- B. *Brede* maxima: " " "  $a = \approx 3.^m47$ ;  $\bar{a} = 3.^m45$ .  
 " " "  $E = \approx 6.0$ ;  $\bar{E} = 6.0$ .  
 " " "  $\mathfrak{M} = \approx 5.0$ ;  $\bar{\mathfrak{M}} = 5.0$ .

De waarden voor  $E$  en die voor  $\mathfrak{M}$  vertonen bij de *smalle* maxima een vrij grote afwijking; daarentegen stemmen de waarden van  $a$ , die van  $E$  en die van  $\mathfrak{M}$  bij de *brede* maxima heel goed met elkaar overeen.

### § 7. Correlatie tussen de breedten van twee opeenvolgende maxima.

Zoals reeds in de inleiding, § 3, medegedeeld is, is het waar-

nemingsmateriaal van *U Gem* over de jaren 1855—1907 bewerkt door J. v. d. Bilt <sup>1)</sup>).

Op grond van enkele groepen goed waargenomen maxima, en in overeenstemming met de destijds algemeen geldende opvatting, is er in die verhandeling op gewezen, dat het zeer waarschijnlijk is, dat bij de opeenvolgende maxima, het *brede* en het *smalle* type geregeld zouden alterneren; als gevolg hiervan heeft v. d. Bilt de waargenomen maxima aangevuld met een voldoende aantal *hypothetische* maxima, waarbij de alternering *smal-breed* hersteld is geworden. Door de grote hiaten in het waarnemingsmateriaal was echter nooit te controleren, of er misschien ook enkele afwijkingen van deze regel bestonden. Bij de splitsing werden zelfs intervallen van 55 dagen gebruikt, hoewel dergelijke kleine intervallen nooit voorgekomen waren.

Een ander belangrijk punt is het bestaan van „grote” intervallen (zie hoofdstuk II, § 10<sup>1.2</sup> opm.). In de jaren 1855—1907 is aan dit onderwerp geen aandacht besteed, om de eenvoudige reden, dat in de genoemde periode *geen* enkel „groot” interval waargenomen was.

Zo is het begrijpelijk, dat de invoering van hypothetische maxima door den bewerker niet meer in alle gevallen als verantwoord beschouwd kan worden. Soms heeft hij, om aan de alterneringsregel te voldoen, een s-interval gesplitst in twee andere; elders heeft hij een zeer lang s-interval in drie intervallen verdeeld. Het zou zeer goed kunnen zijn, dat hier een werkelijk „groot” interval voorgekomen is, al of niet uitzondering makend op de alterneringsregel.

Ook in de jaren 1907—1937 vertonen de meeste groepen opeenvolgende maxima duidelijk de alternering *smal—breed*; het gaat hierbij natuurlijk alleen om de „echte” intervallen. Gezien het waarnemingsmateriaal is het vrijwel uitgesloten, dat er nog aan de waarneming ontsnapte maxima zouden zijn voorgekomen, die *binnen* een „echt” interval zijn gevallen.

Als wij de *brede* maxima door een „+”, de *smalle* door een „-” voorstellen, krijgen we het volgende resultaat:

<sup>1)</sup> Rech. Astr. d'Utrecht, III, 1908.

+	+	-	-	+	+	+	-	-	+	-	+	?	-	+	-	+	-	+		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
-	+	-	?	+	+	+	-	+	-	+	+	-	-	+	-	+	+	-	+	
22	23	24	24 <sup>a</sup>	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
+	-	+	+	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	-	+	-	+	+	+	+
42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	
+	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-	+	+								
62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74								

De vetgedrukte cijfers duiden de maxima aan, die een afwijking van de alterneringsregel vertonen; de dubbele verticale streep betekent, dat er een *zonbevattend* s-interval tussen het maximum vóór en het maximum ná de streep voorgekomen is.

Uit deze voorstelling is gemakkelijk af te lezen, dat verreweg de meeste groepen aan de eis van alternering voldoen; er blijken echter een paar uitzonderingen te bestaan. Het betreft de maxima: (6—7), (58—59), (62—63), van welke paren de twee componenten tot het *brede* type behoren; (50—51), (71—72), die twee aan twee van het *smalle* type zijn. De intervallen tussen de genoemde maxima bedragen resp.: 141, 257, 157 dagen voor de paren *brede* maxima, 70 en 90 dagen voor de paren *smalle* maxima.

Op grond van deze feiten moeten wij besluiten, dat er uitzonderingen op de alterneringsregel bestaan. In § 9 komen wij hierop nader terug.

De vraag zou kunnen gesteld worden: is het wel helemaal zeker, dat de intervallen tussen de genoemde maxima „echt” zijn? Naar uit de lichtkromme (plaat II) blijkt, is deze zekerheid aanwezig voor: (58—59), (62—63) en (50—51); zelfs al zouden er tussen 50 en 51 geen voldoende waarnemingen bestaan, is het uitermate onwaarschijnlijk, dat een interval van 70 dagen te splitsen zou zijn in twee andere intervallen. Voor (6—7) en (71—72) ligt de kwestie iets anders:

1. (6—7):

Volgens Nijland is de onderbreking van de alterneringsregel niet aanwezig bij de maxima (6—7). In A.N. 185, 3339, 1910 argumenteert N dit als volgt:



7 Sept. 1909 (J.D. 2418587) is er een *breed* maximum geweest. 27 Jan. 1910 (J.D. 2418699) is er een *breed* maximum geweest. Tussen deze beide maxima is *geen* maximum waargenomen; van 29 October tot 6 November ontbreekt echter elke waarneming, zodat er voldoende plaats is voor een *smal* maximum; het aan dit maximum voorafgaande interval zou dan 52 dagen hebben moeten bedragen, wat volgens N. heel goed mogelijk is. N. ging van het standpunt uit, dat er een afwisseling *breed-smal* moest bestaan. In A.N. 201, 4803, 1915 en A.N. 224, 5370, 1925 blijft N. bij de mening, dat er nog nooit een afwijking voorgekomen is.

In J.B.A.A. 41, 282 deelt de Roy mede, dat een *eerste* afwijking van de alterneringsregel geconstateerd is, n.l. voor de maxima (50—51); deze afwijking is opgetreden, nadat de publicatie van N. in A.N. 5370 reeds geschied was.

Naar aanleiding van deze mededeling, meent Ryves, dat de Roy de afwijking in 1909 niet opgemerkt heeft; de Roy bestrijdt dit, waarbij hij v.n. steunt op de autoriteit van N. (J.B.A.A. 43, 169).

Hoe staan wij thans tegenover dit questieuze punt, nu wij over uitvoeriger waarnemingsmateriaal beschikken?

In de eerste plaats is de periode van *niet*-waarneming kleiner geworden, n.l. van 29 Oct. tot 4 Nov., waardoor het zeer onwaarschijnlijk is, dat er in een zo klein aantal dagen een *niet*-waargenomen maximum opgetreden is.

In de tweede plaats doet het genoemde interval van 52 dagen zeer onwaarschijnlijk aan; alle intervallen tussen 1907 en '37 hebben een lengte, groter dan 70 dagen, terwijl er in de periode 1855—1907 één interval van 62 dagen voorgekomen is, en de andere intervallen alle ten minste 69 dagen hebben bedragen.

In de derde plaats zijn er na 1925 een drietal *ontwifelbare* afwijkingen van de alterneringsregel voorgekomen; is het dan niet mogelijk, dat er reeds vroeger een afwijking opgetreden is? Het is zeer de vraag, of Nijland, als hij vóór 1925 geweten had, dat er afwijkingen van de alterneringsregel zouden voorkomen, ook dit geval niet als een mogelijke afwijking geaccepteerd zou hebben.

Op grond van deze drie genoemde overwegingen hebben wij bij onze bewerking aangenomen, dat het interval tussen (6) en (7) een „echt" interval geweest is.

2. (71—72):

Naar de lichtkromme te oordelen, behoort no. 71 tot de *brede maxima*; houden we echter rekening met het verband tussen amplitude en breedte van de maxima, dan zou het een *smal maximum* moeten zijn. Over dit voorlopig twijfelachtige geval zullen we in § 8 nadere mededelingen doen.

### § 8. Correlatie tussen de amplitude $a$ , de breedte $b$ , de straling $E$ en de uitgestoten massa $\mathcal{M}$ der maxima.

Opm. Bij de correlaties zullen we gebruik maken van een correlatie-coëfficiënt  $r$ , die als volgt berekend wordt (G. U. Yule, „An introduction to the Theory of Statistics" 1924): de correlatie-coëfficiënt  $r$  tussen 2 grootheden  $x$  en  $y$ , waarvan door waarneming een aantal „punten"  $(x, y)$  gegeven zijn, wordt bepaald met de formule:

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot \sum (y - \bar{y})^2}}$$

het  $\sum$  teken moet uitgestrekt worden over *alle* waarnemings-„punten";  $\bar{x}$  en  $\bar{y}$  zijn het gemiddelde van alle  $x$ -, resp.  $y$ -waarden.

Voor  $r$  vinden wij:  $-1 \leq r \leq +1$ , waarbij de middelbare fout (mf.) berekend wordt met de formule: mf. =  $\frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$  ( $n$  is het aantal waarnemings-„punten"); deze formule geldt eigenlijk niet voor kleine aantallen, maar geeft ook dan toch wel een voldoende aanwijzing betreffende de aard van de correlatie.

Voor  $r = \begin{Bmatrix} +1 \\ -1 \end{Bmatrix}$  is er een streng lineair verband tussen  $x$  en  $y$ , waarbij b.v.  $y$  een  $\begin{Bmatrix} \text{stijgende} \\ \text{dalende} \end{Bmatrix}$  functie van  $x$  is; voor  $r = 0$  is er *geen* correlatie. In het algemeen geldt:

is  $r \geq 2$  mf., dan is de correlatie vermoedelijk reëel,  
 is  $r \geq 3$  mf., „ „ „ „ vrijwel zeker.

De gegevens voor deze correlaties  $(a, b)$ ;  $(a, E)$ ;  $(b, E)$ ;  $(a, \mathcal{M})$  en  $(b, \mathcal{M})$  zijn ontleend aan tabel IV, kolom 7, 9, 11 en 12; de correlatie-diagrammen zijn getekend op plaat VIII.

De figuren 1, 3 en 5 zijn, t.o.v. de breedte, te verdelen in twee

scherp van elkaar gescheiden groepen: één groep voor de *smalle* maxima en één groep voor de *brede* maxima. De figuren 2 en 4 bestaan ook uit twee groepen: groep *A* omvat juist alle *smalle* maxima, groep *B* daarentegen alle *brede* maxima. Ook dit laatste wijst dus op het bestaan van slechts 2 typen van maxima.

Onderstaande tabel VIII bevat de berekende waarden voor de correlatie-coëfficiënten; tevens is in deze tabel de waardering van de correlaties opgenomen.

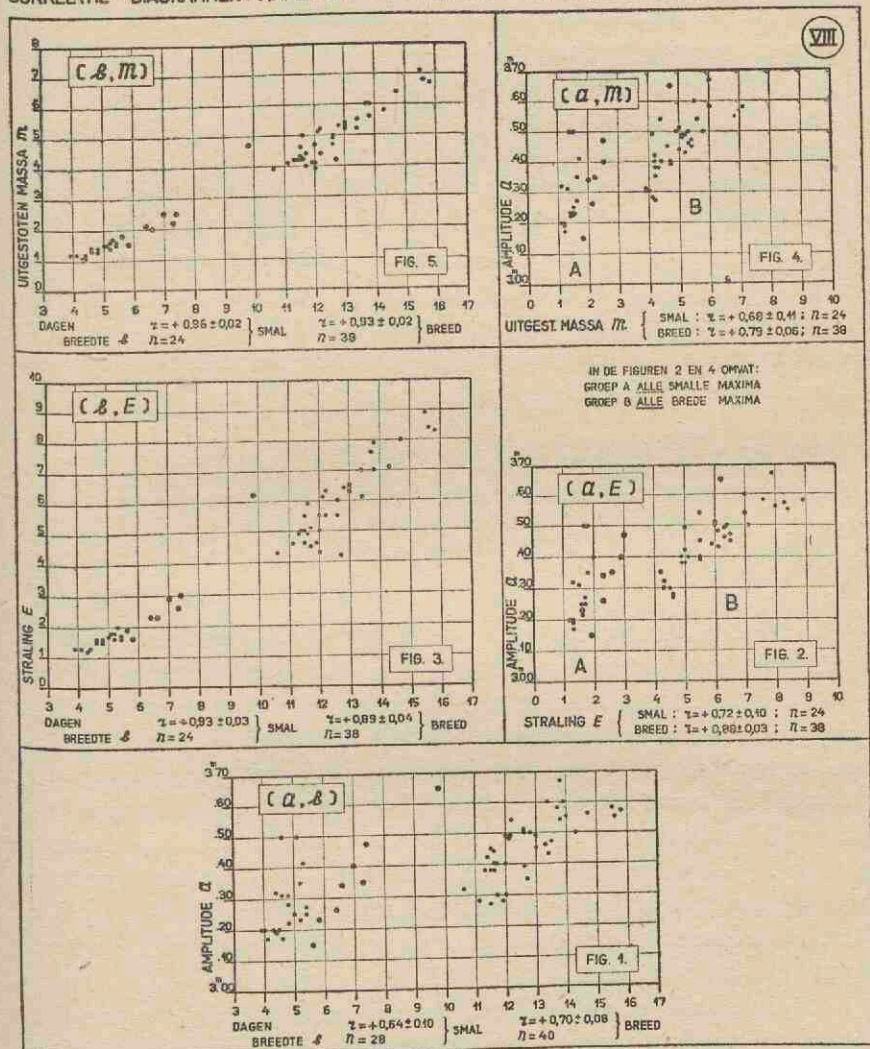
TABEL VIII.

Correlatie-coëfficiënt (a, b), (a, E), (b, E), (a,  $\mathcal{M}$ ) en (b,  $\mathcal{M}$ ).

Correlatie	Smalle maxima			Brede maxima			No. figuur plaat VIII
	Correlatie- coëfficiënt $r$	Aantal punten	Aard der correlatie	Correlatie- coëfficiënt $r$	Aantal punten	Aard der correlatie	
(a, b)	$+0.64 \pm 0.09$	28	vrijwel zeker	$+0.70 \pm 0.08$	40	vrijwel zeker	figuur 1
(a, E)	$+0.72 \pm 0.10$	24	" "	$+0.88 \pm 0.04$	38	heel goed	" 2
(b, E)	$+0.93 \pm 0.03$	24	heel goed	$+0.89 \pm 0.04$	38	" "	" 3
(a, $\mathcal{M}$ )	$+0.68 \pm 0.11$	24	vrijwel zeker	$+0.79 \pm 0.06$	38	goed	" 4
(b, $\mathcal{M}$ )	$+0.96 \pm 0.02$	24	heel goed	$+0.93 \pm 0.03$	38	heel goed	" 5

Bezien wij eerst de tabel en de figuren voor de *smalle* maxima, dan blijkt, dat de correlatie (a, b) vrijwel zeker is, hoewel dit bij het beschouwen der figuur niet direct in het oog springt. Voor een gedeelte is de oorzaak gelegen in het feit, dat er 2 maxima voorkomen met een t.o.v. de breedte afwijkende amplitude  $3.5^m$ , waarvan de invloed ten nadele van de figuur vrij groot is, daarentegen bij de berekening, door het vrij groot aantal punten, gering is. In figuur 1 zouden we geneigd zijn, de *smalle* maxima te splitsen in 2 groepen  $\alpha$  en  $\beta$  (de punten van groep  $\beta$  zijn aangegeven door een iets dikkere stip dan de overige punten; dit geldt ook voor de andere figuren). Tot de groep  $\beta$  behoren o.a. de maxima no. 11, 46, 51 en 54, die reeds genoemd zijn in hoofdstuk I, § 8<sup>3</sup>; bepalen we  $r$  voor de groep  $\alpha$  en  $\beta$  afzonderlijk, dan worden de waarden:

$r_{(a,b)}^{\alpha} = +0.37 \pm 0.19$  en  $r_{(a,b)}^{\beta} = +0.96 \pm 0.03$ , waaruit blijkt, dat voor de punten van groep  $\alpha$  sprake is van een zeer zwakke correlatie,

CORRELATIE-DIAGRAMMEN: AMPLITUDE  $\alpha$ ; BREEDTE  $\beta$ ; STRALING  $E$  EN UITGEST. MASSA  $m$ 

terwijl voor de punten van groep  $\beta$  een vrijwel *lineair* verband bestaat.

Bij de correlaties  $(b, E)$  en  $(b, \mathfrak{M})$  gaan de groepen  $a$  en  $\beta$  vloeiend in elkaar over; daarbij is niet uit te maken, of er één of twee groepen bestaan. Bij de correlatie  $(a, E)$  is een dergelijke groepindeeling nog wel tot stand te brengen, maar veel moeilijker wordt het bij de correlatie  $(a, \mathfrak{M})$ , waar op het eerste gezicht absoluut geen sprake is van twee groepen.

Al met al zouden we kunnen zeggen, dat de mogelijkheid van een derde type niet volstrekt uitgesloten is, maar om enige zekerheid te krijgen, zou het nodig zijn, dat het aantal waarnemingsjaren veel groter werd, waardoor er wellicht meer dergelijke afwijkingen zouden optreden; ons aantal van 7 stuks is daarvoor veel te klein. Wellicht geeft dan ook de frequentiewet van de breedte der maxima aanleiding, een derde type vast te stellen.

De tabel en de figuren voor de *brede* maxima laten ons zien, dat er werkelijk sprake is van een correlatie tussen de genoemde grootheden: voor  $(a, E)$ ,  $(b, E)$   $(a, \mathfrak{M})$  en  $(b, \mathfrak{M})$  zelfs een vrijwel *lineaire* correlatie.

De figuren doen zien, dat de verdeling in *smalle* en *brede* maxima juist is; er is geen sprake van een *continue* overgang van de *smalle* naar de *brede* maxima. Voor wij hierover meer kunnen zeggen, moeten we eerst onze aandacht bepalen bij een punt in de figuur, dat wel erg eenzaam ligt, n.l. het punt, waarvoor  $a = 3.^m65$ ,  $b = 9.^d8$ ,  $E = 6.2$  en  $\mathfrak{M} = 4.8$  is; het bij dit punt behorende maximum is no. 71, welk maximum bij de lichtkromme (plaat II) — waar v.n. de breedte opvalt — op het eerste gezicht tot de *brede* maxima gerekend moest worden; maar uit onze correlatiefiguren blijkt duidelijk, dat no. 71 tot de *smalle* maxima gerekend moet worden.

Bij de *smalle* maxima neemt dus in het algemeen de breedte met de amplitude toe, waarbij als grootste waarden gevonden wordt:  $\approx 9.^d8$ , resp.  $\approx 3.^m65$ ; bij een breedte van  $\approx 10.^d0$  daalt de amplitude *plotseling* tot  $\approx 3.^m30$ , waarna weer bij toenemende breedte een regelmatige stijging van de amplitude volgt; bij een breedte groter dan  $10^d$  zijn we gekomen in het gebied van de

*brede maxima*. Hetzelfde verschijnsel doet zich ook voor bij de correlaties  $(b, E)$  en  $(b, \mathfrak{M})$ , waar ook een plotselinge daling van  $E$  en  $\mathfrak{M}$  bij een breedte van  $9.48$  geconstateerd moet worden, alhoewel niet in zo sterke mate.

Wij moeten ook nog wijzen op de uitstekende correlatie  $(b, E)$  en  $(b, \mathfrak{M})$ , zowel voor de *smalle*, als voor de *brede maxima*; dit wijst erop, dat de lichtkrommen een schaar met 1 parameter vormen, althans alle *smalle* onderling en alle *brede* onderling.

Volgens § 3 van dit hoofdstuk mochten wij verwachten, dat de correlaties voor  $E$  en  $\mathfrak{M}$  slechts weinig van elkaar zouden verschillen; uit de tabel en de figuren blijkt, dat dit inderdaad zo is.

§ 9. **Correlatie tussen de lengte  $p_1$  van het aan een maximum voorafgaande interval en respectievelijk: de amplitude  $a$ , de breedte  $b$ , de straling  $E$  en de uitgestoten massa  $\mathfrak{M}$  van het maximum.**

De gegevens voor de correlaties  $(p_1, a)$ ;  $(p_1, b)$ ;  $(p_1, E)$ ;  $(p_1, \mathfrak{M})$  zijn ontleend aan tabel IV, kolom 5, 7, 9, 11 en 12; plaat IX bevat de correlatie-diagrammen.

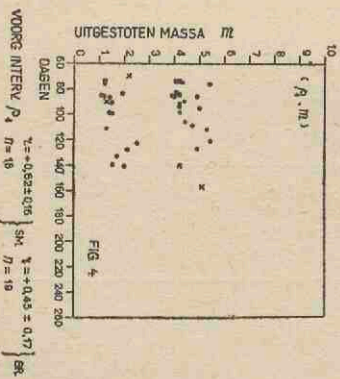
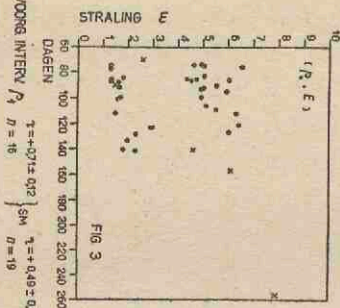
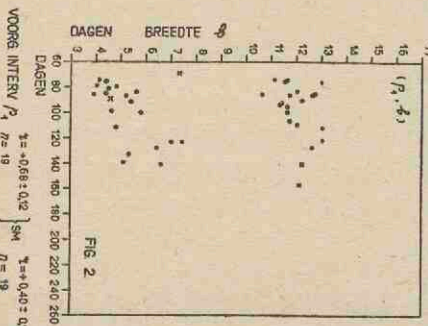
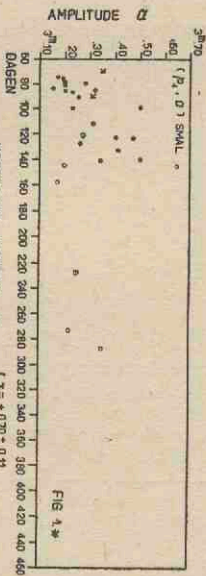
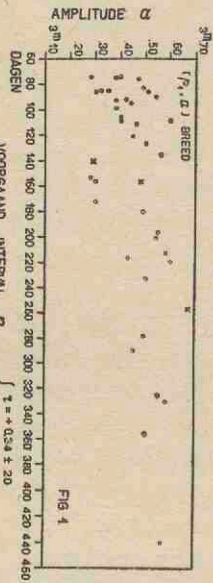
De correlatie  $(p_1, b)$  valt uiteen in twee scherp van elkaar gescheiden groepen, hetgeen overeenkomt met het bestaan van een groep van *smalle* en een groep van *brede maxima*; ook de figuren 3 en 4 doen zien, dat er sprake is van 2 groepen: de ene groep bevat juist alle *smalle*, de andere groep alle *brede maxima*.

TABEL IX.

Correlatie-coëfficiënt  $(p_1, a)$ ,  $(p_1, b)$ ,  $(p_1, E)$  en  $(p_1, \mathfrak{M})$ .

Correlatie	Smalle maxima: $\{b, s\}$			Brede maxima: $\{s, b\}$			No. figuur plaat IX
	Correlatie-coëfficiënt $r$	Aantal „punten“	Aard der correlatie	Correlatie-coëfficiënt $r$	Aantal „punten“	Aard der correlatie	
$(p_1, a)$ {	$+0.70 \pm 0.11$	19	vrijwel zeker	$+0.34 \pm 0.20$	19	heel zwak	fig. 1*
$(p_1, b)$	$+0.68 \pm 0.12$	19	„ „	$+0.40 \pm 0.19$	19	zwak	„ 2
$(p_1, E)$	$+0.71 \pm 0.12$	16	„ „	$+0.49 \pm 0.17$	19	„	„ 3
$(p_1, \mathfrak{M})$	$+0.62 \pm 0.16$	16	„ „	$+0.45 \pm 0.18$	19	„	„ 4

CORRELATE-DIAGRAM TUSSEN LENGTE VOORGAAND INTERVAL  $P_1$  EN AMPLITUDE  $Q$ , BREEDTE  $B$ , STRALING  $E$ , UITGEST MASSA  $M$ . (II)



Voor de correlatie ( $p_1, a$ ) was het noodzakelijk, 2 diagrammen samen te stellen, daar de amplituden voor de beide soorten van maxima door elkaar liepen.

De correlaties hebben betrekking op zonloze „echte” intervallen, zodat voor  $p_1$  slechts de vetgedrukte getallen uit kolom 5 gebruikt zijn. De correlatie-coëfficiënt voor de verschillende correlaties is aangegeven in tabel IX.

Uit deze tabel blijkt, dat de correlaties bij de *smalle* maxima *vrijwel zeker*, daarentegen bij de *brede* maxima *erg zwak* zijn, hetgeen ook in de diagrammen tot uiting komt.

Voordat wij tot bespreking der diagrammen overgaan, zullen wij eerst een paar notaties invoeren.

De maxima zullen aangeduid worden door de letters  $b$  of  $s$ , naarmate ze *breed* of *smal* zijn. Een paar opeenvolgende maxima, en tegelijk het tussen hen gelegen interval, wordt aangegeven door de notaties:

$\{b, b\}; \{b, s\}; \{s, b\}; \{s, s\}$  <sup>1)</sup> . . . . zonbevattende s-intervallen.  
 $\{b, b\}; \{b, s\}; \{s, b\}; \{s, s\}$  . . . . „echte” intervallen.

Opgemerkt zij, dat voorlopig de „echte” intervallen voor ons identiek zijn met de zonloze intervallen; pas een nader onderzoek kan uitwijzen, welke zonbevattende s-intervallen als „echte” intervallen beschouwd mogen worden.

De diagrammen bevatten „punten”, die op verschillende wijze aangegeven zijn; de betekenis hiervan is:

de punten, aangeduid met een ●, geven $\{s, b\}$ - of $\{b, s\}$ -maxima aan, de punten, aangeduid door een ×, geven $\{b, b\}$ - of $\{s, s\}$ -maxima aan.	} de voorafgaande intervallen zijn hier alle <i>zonloos</i> .
de punten, aangeduid door een ⊙, geven $\{s, b\}$ - of $\{b, s\}$ -maxima aan, de punten, aangeduid door een ○, geven $\{b, b\}$ - of $\{s, s\}$ -maxima aan.	

Daar de punten, aangeduid door een ⊙ of een ○, voor het

<sup>1)</sup> Het teken  $\{ \}$  is hier gekozen ter onderscheiding van het teken  $( )$ , dat voor correlaties geldt.



verdere onderzoek noodzakelijk zijn, zijn ze op de diagrammen 1 en  $1_*$  aangegeven, hoewel de berekening der correlaties alleen betrekking heeft op de punten, aangegeven met een  $\bullet$ . Voor de figuren 2, 3 en 4 is het niet nodig, de punten  $\ominus$  en  $\circ$  te tekenen, daar min of meer dezelfde figuur ontstaat als bij 1 en  $1_*$ ; dit is een gevolg van de in § 8 behandelde correlaties.

Uit de diagrammen zijn nu enkele algemene conclusies te trekken, hoewel het aantal waarnemingspunten vrij gering is, en de besluiten dus een voorlopig karakter dragen.

Vooreerst bekijken we de intervallen, waarvan we zeker weten, dat ze „echt” zijn, en die ons de basis moeten leveren voor alle verdere besluiten.

1.  $\{s, b\}$ -intervallen: naarmate het interval langer is, nemen toe amplitude, breedte, straling en uitgestoten massa van het *brede* maximum, dat het interval besluit; de correlatie is echter zwak;
2.  $\{b, s\}$ -intervallen: daarvoor geldt hetzelfde, maar de correlatie is veel duidelijker;
3.  $\{b, b\}$ -intervallen: dit zijn de intervallen, voorafgaande aan de in § 7 genoemde maxima no. 7, 59 en 63, die zich aan de alterneringsregel onttrekken; deze intervallen zijn scherp gescheiden van de onder 1) genoemde; bij de alternerende paren was de lengte van het vóórgaande interval ten hoogste 160 dagen; bij de paren, die zich aan de alterneringsregel onttrekken, ziet men duidelijk — hoewel er slechts 3 dezer paren waargenomen zijn —, dat de  $a$ ,  $b$ ,  $E$  en  $\mathfrak{M}$  van het laatste maximum een positieve correlatie vertonen met de lengte van het interval. Deze lengte bedraagt echter 140 tot 260 dagen. Dit laatste is dus een zeer interessante eigenschap:  $\{b, b\}$ -paren zijn gescheiden door een „groot” interval. (Zie voor de betekenis van „groot”, hoofdstuk II, § 10<sup>1.2</sup> opm.);
4.  $\{s, s\}$ -intervallen: deze zijn slechts ten getale van twee aanwezig. Daarvan schijnt no. 72 ( $p_1 = 90^d$ ) zich aan te sluiten bij de zwerm der gewone alternerende maxima; no. 51 ( $p_1 = 70^d$ ) valt daar helemaal buiten. Het aantal dezer paren is nog te klein, om hieruit het trekken van een conclusie mogelijk te maken.

Bekijken we nu de zonbevattende intervallen; ook op deze groep

zouden de vorige regels stellig van toepassing zijn, indien we de daartoe behorende „onechte” intervallen konden splitsen in de samenstellende „echte” intervallen. Daar de plaats van de punten in het diagram mede bepaald wordt door de waarde van  $p_1$ , en we voorlopig niet weten, of deze waarden in overeenstemming zijn met de werkelijkheid, verwonderen we ons niet over de grillige schikking der punten  $\odot$  of  $\circ$  in het diagram.

§ 10. **Correlatie tussen de lengte  $p_2$  van het op een maximum volgende interval en respectievelijk: de amplitude  $a$ , de breedte  $b$ , de straling  $E$ , de uitgestoten massa  $\mathcal{M}$  en de lengt  $p_1$  van het aan het maximum voorafgaande interval.**

De gegevens voor deze correlaties zijn ontleend aan tabel IV, kolom 5, 7, 9, 11 en 12, terwijl de correlaties alleen betrekking hebben op *vaststaande* gegevens; voor  $p_1$  en  $p_2$  zijn dus, voor zover nodig, de zonloze, „echte” intervallen genomen.

Er is weer onderscheid gemaakt tussen de *smalle* en de *brede* maxima, behalve voor  $(p_1, p_2)$ , waarvoor dit niet mogelijk was.

Tabel X geeft de berekende correlatie-coëfficiënten.

TABEL X.

Correlatie-coëfficiënt  $(p_2, a)$ ,  $(p_2, b)$ ,  $(p_2, E)$ ,  $(p_2, \mathcal{M})$ ,  $(p_2, p_1)$ .

Correlatie	Smalle maxima			Brede maxima		
	Correlatie-coëfficiënt $r$	Aantal „punten”	Aard der correlatie	Correlatie-coëfficiënt $r$	Aantal „punten”	Aard der correlatie
$(p_2, a)$	$+0.15 \pm 0.23$	18	geen correlatie	$-0.06 \pm 0.12$	19	geen correlatie
$(p_2, b)$	$+0.13 \pm 0.23$	18	„ „	$+0.26 \pm 0.21$	19	„ „
$(p_2, E)$	$+0.00 \pm 0.24$	15	„ „	$+0.13 \pm 0.24$	17	„ „
$(p_2, \mathcal{M})$	$-0.02 \pm 0.24$	15	„ „	$+0.17 \pm 0.23$	17	„ „
$(p_2, p_1)$			$+0.00 \pm 0.20$		20	„ „

Uit tabel X blijkt, dat er *geen* correlatie bestaat tussen  $p_2$  en de andere grootheden. De laatste correlatie  $(p_2, p_1)$  geeft aan, dat de voorwaarde 4), genoemd in hoofdstuk II, § 4, juist is.

## HOOFDSTUK IV.

### NADERE UITWERKING VAN DE FREQUENTIEWET VAN DE INTERVALLLEN.

#### § 1. Totale aantal der „echte” intervallen.

Nu wij de statistische eigenschappen van intervallen en maxima hebben onderzocht, zullen wij terugkeren tot het probleem der frequentiewet van de intervallen, dat reeds in hoofdstuk II behandeld is, en dat wij nu nog iets verder kunnen uitwerken.

Wij zullen beproeven, het totale aantal der „echte” intervallen te schrijven als de som van het totale aantal zonloze en het totale aantal zonbevattende  $s$ -intervallen.

Hiertoe bedenken we, dat de tijdlijn geheel verdeeld is in  $s$ -intervallen, die hetzij tot de soort  $P$ , hetzij tot de soort  $Q$  behoren. De eerste zijn ten getale van  $[P]$ , zij komen alle met zonloze „echte” intervallen overeen. De tweede bestaan uit  $C$ -intervallen, waarvan geen uiteinden uitgewist zijn (dit zijn dus „echte” zonbevattende intervallen), en uit  $D$ -intervallen, die alle uit een samenvoeging van „echte” intervallen ontstaan zijn, en eigenlijk in een totaal aantal  $[D']$  intervallen gesplitst moeten worden. Het totaal aantal intervallen wordt aldus:

$$[F] = [P] + [C] + [D'] = [P] + [C] + [2D].$$

#### § 2. Relatieve belangrijkheid van de $C$ - en de $D$ -termen der $Q^*(p)$ -wet.

Laten wij vooreerst aan de berekende  $Q^*(p)$ -wet, waarvan wij de opbouw geheel doorzien, eens nagaan, welke de relatieve belangrijkheid is, die voor de  $C$ - en  $D$ -termen het waarschijnlijkst is.

Formule (13), hoofdstuk II luidt:

$$Q^*(p) = F(p) \frac{p - \Delta}{T} + \frac{\Delta}{T} \frac{1}{\int F(p) dp} \int_0^p F(l) F(p - l) dl$$

In de statistische tabel of het frequentiediagram (hoofdstuk II en plaat IV) kunnen we de aantallen  $C$ - en  $D$ -termen aflezen.

We kunnen de  $Q^*(p)$ -intervallen in 4 groepen verdelen, als volgt:

	[C]	[D]
Groep I: (8 t/m 16 tijdseenh.)	$\left\{ \begin{array}{l} I_1 : (8 \text{ t/m } 13 \text{ eenh.}) \\ I_2 : (14 \text{ t/m } 16 \text{ ,,}) \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 3.39 \quad - \\ 1.84 \quad 2.19 \end{array}$
Groep II: (nà 16 tijdseenh.)	$\left\{ \begin{array}{l} II_1 : (17 \text{ t/m } 26 \text{ ,,}) \\ II_2 : (\text{ nà } 26 \text{ ,,}) \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 4.- \quad 14.88 \\ - \quad 3.75 + \\ \hline 9.23 \quad 20.82 \end{array}$

Groep I bevat alle  $Q^*(p)$ -termen, uitgezonderd de staarttermen der  $Q^*(p)$ -wet (hoofdstuk II, § 11<sup>4</sup>).

Groep II bevat alle staarttermen der  $Q^*(p)$ -wet.

In groep  $I_1$  komen slechts  $C$ -termen voor, in groep  $I_2$  zowel  $C$ - als  $D$ -termen; de indeling van groep II in 2 ondergroepen  $II_1$  en  $II_2$  is geschied in verband met de correlatie tussen de lengte van het aan een maximum voorafgaande interval  $p_1$  en de amplitude  $a$ , de breedte  $b$ , de straling  $E$  en de uitgestoten massa  $\mathcal{M}$  van het bedoelde maximum (hoofdstuk III, § 9).

Allereerst merken we op, dat de som van de  $C$ - en  $D$ -termen ongeveer 30 bedraagt, wat overeenkomt met het aantal van 30 zombevattende  $s$ -intervallen.

Ook blijkt, dat de relatieve belangrijkheid van de  $C$ - en  $D$ -termen, bij het langer worden der intervallen, verschuift naar de kant van de  $D$ -termen; van groep  $I_1$  tot groep  $II_2$  wordt  $\frac{D}{C}$  achtereenvolgens: 0; 1.2; 3.7;  $\infty$ ; dit bewijst, dat het aantal „echte” „grote” intervallen relatief klein is t.o.v. het aantal „echte” intervallen (zie speciaal groep II).

Dat groep  $I_1$  slechts  $C$ -termen bevat, is verklaarbaar uit het feit, dat door het samenvoegen van 2 „echte” intervallen met een

minimum-lengte van 7 tijdseenheden, het ontstane interval een minimum-lengte van 14 tijdseenheden heeft, en dus buiten de grenzen van deze groep valt.

Bij groep  $I_2$  is het aantal  $C$ - en  $D$ -termen practisch even groot, bij groep  $II_1$  is het aantal  $D$ -termen ongeveer 4 maal zo groot als het aantal  $C$ -termen.

De groep  $II_2$  bestaat blijkbaar slechts uit  $D$ -termen; dit betekent niet, dat er geen „echte” „grote” intervallen zijn met een lengte van meer dan 26 tijdseenheden; het is immers heel goed mogelijk, dat een  $D$ -term van b.v. 40 tijdseenheden samengevoegd is uit een interval van 32 en een van 8 tijdseenheden; de  $F(p)$ -wet geeft wel met grote waarschijnlijkheid aan, dat er een aantal „grote” intervallen moet bestaan, maar geeft geen voldoende aanwijzing, inzake de lengte van deze intervallen (zie hoofdstuk II, § 10<sup>1,2</sup> opm.).

### § 3. Toepassing van het resultaat van de vorige paragraaf op de waargenomen $Q(p)$ -wet.

De statistische tabel van de waargenomen  $Q(p)$ -wet (hoofdstuk II, § 10), geeft ons de volgende aantallen intervallen, verdeeld in overeenkomstige groepen als bij de  $Q^*(p)$ -wet:

$$\text{groep I} \left\{ \begin{array}{l} \text{groep } I_1: 2 \\ \text{„ } I_2: 10 \end{array} \right. \quad \text{groep II} \left\{ \begin{array}{l} \text{groep } II_1: 10 \\ \text{„ } II_2: 8 \end{array} \right.$$

Vooraf is echter niet te zeggen, welke  $C$ - en welke  $D$ -termen zijn. Nemen we nu dezelfde relatieve belangrijkheid voor de  $C$ - en  $D$ -termen, die in § 2 als de waarschijnlijkste gevonden is, dan wordt de indeling als volgt:

		[C]	[D]
Groep I:	{	$I_1$ ( 8 t/m 13 eenh.):	2 —
(8 t/m 16 tijdseenh.)	}	$I_2$ (14 t/m 16 „ ):	5 5
Groep II:	{	$II_1$ (17 t/m 26 „ ):	2 8
( nà 16 tijdseenh.)	}	$II_2$ ( nà 26 „ ):	— 8

Opmerking. We moeten in deze en de volgende paragrafen niet vergeten, dat de berekende aantallen, steunende op de  $F(p)$ - en de  $Q(p)$ -wet, niet absoluut zeker, maar de meest waarschijnlijk te verwachten aantallen zijn. Bij onze besluiten moeten we daar wel degelijk rekening mee houden.

#### § 4. Berekening van het aantal ontbrekende „echte” intervallen.

In hoofdstuk II § 10 is gevonden voor  $[F] = 95$  intervallen;

„  $[P] = 45$  „

de formule van § 1 van dit hoofdstuk geeft dus, na substitutie van deze waarden:

$$95 = 45 + [C] + [2D], \text{ of}$$

$$[C] + [2D] = 50.$$

De 30 zonbevattende intervallen zijn dus waarschijnlijk te splitsen in 50 „echte” intervallen.

We kunnen met zekerheid zeggen, dat de twee termen van groep  $I_1$  (§ 3) ook werkelijk  $C$ -termen zijn, d.w.z. „echte” zonbevattende intervallen; het ene interval heeft een lengte van 109 dagen; splitsing in 2 intervallen is onmogelijk, daar de intervallen  $\geq 62$  dagen <sup>1)</sup> moeten zijn, maar bovendien behoort het maximum, volgend op dit interval, zeker tot de in hoofdstuk III, § 9 genoemde  $\{s, b\}$ -groep (maximum op plaat XI aangegeven door  $\odot$ ). Het andere interval heeft een lengte van 121 dagen; dit interval is ook heel moeilijk te splitsen en bovendien past het op dit interval volgend maximum (*smal*) geheel in de bij de *smalle* maxima behorende correlatie, genoemd in hoofdstuk III, § 9 (maximum op plaat IX aangegeven door  $\odot$ ).

Er blijven dus nog 48 intervallen over, die voor een gedeelte moeten bestaan uit „echte” intervallen, groter dan 14 tijdseenheden, dus  $C$ -termen; het dan nog ontbrekende aantal moet gevonden worden door splitsing van  $D$ -termen.

In het frequentiediagram (plaat IV) zijn de twee bovengenoemde  $C$ -intervallen (groep  $I_1$ ) bij de  $P(p)$ -wet opgeteld; voor het overige moet het *enkelvoudig* gearceerde gebied bedekt worden door  $C$ -intervallen en intervallen, ontstaan door splitsing van  $D$ -termen, terwijl het *dubbel* gearceerde gebied bedekt moet worden met „echte” „grote” intervallen, met de bepaling, dat deze intervallen niet alle de lengte van 26 tijdseenheden behoeven te hebben (zie hoofdstuk II, § 10<sup>1.2</sup> opm.).

Uit de tabel voor  $Q(p)$  of uit het frequentiediagram kunnen

<sup>1)</sup> Zie § 5, [2], hoofdstuk IV.

we dadelijk aflezen, hoeveel er van iedere lengte waarschijnlijk ontbreken.

De uitkomst daarvan is:

$p$	:	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	. . .	„grote” interv.
aant.	:	3	8	11	4	3	3	4	4	—	2		6
ontbrekende													totaal 48 intervallen.

Anderzijds: het aantal intervallen, dat voor splitsing in aanmerking komt, bedraagt 28 (de 2  $C$ -intervallen van groep  $I_1$  zijn reeds afgetrokken), verdeeld over de intervallen als volgt:

$p$	:	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
aant.	:	3	2	5	1	1	1	2	1	2	2	—	—	—	1	1
$p$	:	29	30	. . . . .	33	. . . . .	36	. . . . .	44							
aant.	:	2	—			2			1							1

Het na de splitsing ontstane aantal intervallen bedraagt dus ten hoogste  $2 \times 28 = 56$ ; dit aantal kan echter ook minder zijn en wordt voor elk nog te vinden  $C$ -interval, één minder; daar het zeer waarschijnlijk is, dat er nog een aantal  $C$ -intervallen gevonden wordt — volgens § 3 zou dit aantal ongeveer 7 bedragen — zouden er op deze manier ongeveer 49 „echte” intervallen komen; er is dus een zeer bevredigende overeenstemming tussen dit aantal en het te verwachten aantal van de  $F(p)$ -wet.

We hebben volgens de lichtkromme 75 maxima gevonden; elke  $D$ -term voegt bij splitsing één maximum aan dit aantal toe, terwijl een  $C$ -term geen maximum toevoegt; er zouden  $28 - 7 = 21$   $D$ -termen overblijven, dus het totaal aantal maxima zou dan stijgen tot  $75 + 21 = 96$  maxima; de  $F(p)$ -wet geeft een aantal van 95 maxima, inderdaad dus een uitstekende overeenstemming.

Door middel van de lichtkromme en de conclusies uit hoofdstuk III zullen we nu moeten nagaan of de splitsing, zoals boven aangegeven is, uitvoerbaar is.

### § 5. Resultaten van het onderzoek met betrekking tot de lengte der intervallen.

Voordat wij overgaan tot het opstellen van een schema, door

middel waarvan we de splitsing moeten uitvoeren, zullen we de tot dusver bereikte resultaten, voor zover van belang voor de splitsing, nagaan.

Deze resultaten zijn:

- [1]. voor ieder zonbevattend  $s$ -interval is de lengte  $\Delta$  van de zononderbreking nauwkeurig bekend (tabel XI, kolom 8);
- [2]. het kleinste tot nu toe waargenomen „echt” interval bedraagt 62 dagen; we nemen aan, dat kleinere intervallen niet voorkomen;
- [3]. voor de opeenvolgende maxima, gescheiden door een „echt” interval, geldt in het algemeen de *alterneringsregel* (hoofdstuk III, § 7). Er zijn echter enkele afwijkingen van deze regel voorgekomen;
- [4]. er bestaat een „zekere” correlatie tussen de amplitude  $a$ , de breedte  $b$ , de uitgezonden straling  $E$  en de uitgestoten massa  $\mathfrak{M}$  bij een maximum (hoofdstuk III, § 8 en plaat VIII);
- [5]. a. de  $\{s, b\}^1$ -intervallen hebben een lengte van ten hoogste 160 dagen; de  $\{b, s\}$ -intervallen kunnen een iets grotere lengte ( $\approx 200$  dagen) bereiken (hoofdstuk III, § 9 en plaat IX);
  - b. de correlaties tussen de lengte van het vóórgaande  $\{s, b\}$ - of  $\{b, s\}$ -interval en resp. de amplitude  $a$ , de breedte  $b$ , de uitgezonden straling  $E$  en de uitgestoten massa  $\mathfrak{M}$  zijn bij een *smal* maximum „vrijwel zeker”, bij een *breed* maximum „zwak” (hoofdstuk III, § 9 en plaat IX);
- [6]. a. de  $\{b, b\}$ -intervallen hebben een lengte van 140 tot 260 dagen (hoofdstuk III, § 9 en plaat IX);
  - b. er bestaat een positieve correlatie tussen de lengte van het vóórgaande  $\{b, b\}$ -interval en resp. de amplitude  $a$ , de breedte  $b$ , de uitgezonden straling  $E$  en de uitgestoten massa  $\mathfrak{M}$  van het tweede maximum van het interval (hoofdstuk III, § 9 en plaat IX);
- [7]. een soortgelijk resultaat als volgens [6] voor de  $\{b, b\}$ -maxima gevonden is, bestaat voor de  $\{s, s\}$ -maxima niet (hoofdstuk III, § 9 en plaat IX).

Als we de resultaten naar hun gewicht beoordelen, ontstaat de volgende indeling:

<sup>1)</sup> Zie voor betekenis der notatie: hoofdstuk III, § 9.



[1] is een *stellig* resultaat;

[2], [3] en [4] zijn *waarschijnlijke* resultaten;

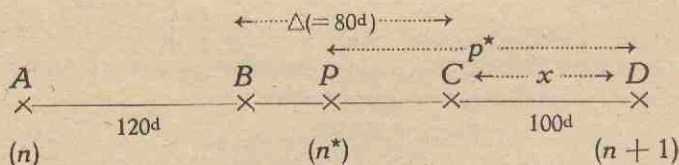
[5], [6] en [7] zijn slechts *aanwijzingen* (de oorzaak hiervan is dat de correlaties opgemaakt zijn voor een gering aantal punten).

### § 6. Voorwaarden voor de splitsing van zonbevattende s-intervallen.

Voordat we bepalen of een zonbevattend s-interval gesplitst moet worden door inschakeling van een hypothetisch maximum, hebben we eerst een aantal voorwaarden opgesteld.

a. Bij elke splitsing moet voldaan zijn aan regel [8]: de lengte van de „echte” intervallen, die ontstaan na de splitsing, is afhankelijk van het aantal dagen, waarover de waarnemingen zich in het zonbevattend s-interval nog uitstrekken. Onderstel b.v. dat de lengte  $AD$  van het zonbevattend s-interval tussen maximum  $n$  en maximum  $(n + 1)$  300 dagen is; om de gedachte te bepalen, nemen we aan, dat deze 300 dagen verdeeld zijn in: 120 dagen ( $AB$ ) nà het  $n$ -de maximum, de zon-onderbreking  $\Delta = 80$  dagen ( $BC$ ) en 100 waarnemingsdagen ( $CD$ ) vóór het  $(n + 1)$ -de maximum. Als er nu een maximum  $n^*$  uitgewist is, moet de lengte van het interval nà dit maximum, dus de lengte van het aan het maximum  $(n + 1)$  voorafgaande interval, tussen 100 en 180 dagen en de lengte van het interval, voorafgaand aan het ingeschakelde maximum, tussen 120 en 200 dagen liggen.

Onderstaande figuur geeft dit aan:



Algemeen: noemen we de lengte van het zonbevattend s-interval  $AD = p$ , de lengte van de zon-onderbreking  $BC = \Delta$ , de afstand  $CD = x$  en de afstand  $PD = p^*$ , dan moet de lengte  $p^*$  van het aan het maximum  $(n + 1)$  voorafgaande interval voldoen aan de ongelijkheid:

$$x < p^* < x + \Delta.$$

Opm.: Bij regel [8] is stilzwijgend aangenomen, dat in de tijdvakken waarover nog waargenomen is, geen plaats meer is voor een *niet* waargenomen maximum. Op enkele uitzonderingen na is aan deze voorwaarde voldaan; met deze uitzonderingen moet rekening gehouden worden bij de splitsing.

Op grond van regel [8] is tabel XI samengesteld; de eerste 9 kolommen bevatten voor elk zonbevattend *s*-interval de gegevens van de figuur, behorende bij [8].

- b. Bij het al of niet splitsen van intervallen is de *hoofdvoorwaarde* de *alterneringsregel* ([3] van § 5); daaraan moet voldaan worden; dit kan, zolang de voorwaarden [2] en [5] van § 5 en [8] zich daartegen niet verzetten.
- c. Bij het niet kunnen voldoen aan de alterneringsregel, hebben we in het geval van de  $\{b, b\}$ -intervallen nog de voorwaarde [6] van § 5; deze regel hebben we afgeleid uit het onderzoek van drie zonloze „echte” intervallen; we zullen aannemen dat [6] algemeen geldt, dus ook voor de zonbevattende „echte” intervallen. Omgekeerd echter is het bestaan van de eigenschappen, bedoeld in deze regel, *geen* waarborg voor de „echtheid” van het bedoelde interval; plaat IX geeft daarvan de volgende illustratie; er zijn een aantal  $\{b, b\}$ -maxima, die geheel passen bij de groep van drie maxima, waarvoor [6] opgesteld is; we mogen nu niet zonder nader onderzoek aannemen, dat de intervallen, die aan deze maxima voorafgaan, „echt” zijn.

### § 7. Voorschrift voor het splitsen van zonbevattende *s*-intervallen.

In deze paragraaf zullen we een voorschrift in den vorm van een dichotomische tabel opstellen, door middel waarvan de splitsing uitgevoerd moet worden. Hierbij moeten we wel bedenken, dat deze methode van splitsing slechts een *poging* is, de ontbrekende maxima op te sporen; de grondslag, waarop de methode berust, steunt eigenlijk op te weinig waarnemingsmateriaal, dan dat we kunnen beweren, dat de gebruikte regels streng geldig zijn. We moeten daarom een algemeen voorbehoud maken: *a.* de criteria, waarop het voorschrift berust, zijn niet altijd even scherp (correlaties); *b.* we zijn niet volmaakt zeker, dat ze algemeen gelden.

Daar tegenover staat, dat we, gezien de overeenstemming tussen de uitkomsten van dit voorschrift en die van de voorspelde  $F(p)$ -wet (§ 10), toch wel enig vertrouwen in dit voorschrift mogen stellen.

Opm. De tussen  $\square$  geplaatste cijfers en letters duiden op de gelijkgenummerde voorwaarden van § 6.

**Voorschrift voor het splitsen van zombevattende s-intervallen.**

1. Bepaal het type en de amplitude van het tweede maximum (tabel IV kolom 6/7) en de lengte van het s-interval (tabel XI, kolom 2). Zoek de plaats van het tweede maximum in het diagram 1 of 1\* van plaat IX, naar gelang het een *breed* of *smal* maxima is . . . . . 2
2. A. Het tweede maximum is een  $\{s, b\}$ - of  $\{b, s\}$ -maximum en past in de zwerf der  $\{s, b\}$ - of  $\{b, s\}$ -maxima ([2], [3] en [5 a, b]) . . . . .  
 We nemen aan dat het interval „echt” is en het tweede maximum een  $\{s, b\}$  of  $\{b, s\}$ -maximum geweest is
- B. Het tweede maximum is een  $\{b, b\}$ - of  $\{s, s\}$ -maximum. Indien enigszins mogelijk moet het interval gesplitst worden door inschakeling van een *s*-, resp. *b*-maximum ([3]). Bepaal de *kleinste* en de *grootste* waarde ( $x + \Delta$ , zie figuur § 6), die bij splitsing het aan het tweede maximum voorafgaande interval kan hebben (tabel XI, kolom 8/9). . . . . 3
- C. Het tweede maximum is een  $\{s, b\}$ - of  $\{b, s\}$ -maximum en past *niet* in de zwerf der  $\{s, b\}$ - of  $\{b, s\}$ -maxima. Aan [3] is wèl voldaan, aan [5a]

1) Zie voor betekenis van deze notatie: hoofdstuk III, § 9.

niet, dus moet toch beproefd worden de intervallen te splitsen. Bepaal de *kleinste* en de *grootste* waarde ( $x$  en  $x + \Delta$ ), die bij splitsing het aan het tweede maximum voorafgaande interval kan hebben (tabel XI, kolom 8/9) . . . . 13

N.B. De soort van het tweede maximum kan worden afgelezen uit tabel XI, kolom 10

[8] en [2] . . . . .

Splitsing verboden; het interval wordt als „echt” beschouwd en het tweede maximum is een  $\{b, b\}$ - of  $\{s, s\}$ -maximum geweest

Beschouw het tweede maximum als een  $\{s, b\}$ -, resp.  $\{b, s\}$ -maximum en bepaal nu van dit maximum de bij de amplitude behorende voorgaande interval-lengte  $p^*$  uit figuur 1 of 1\*, plaat IX ( $\{5 a, b\}$ ). 4

- [8]. Splitsing onmogelijk op deze manier . . . . . 5
- Bepaal  $p - p^*$  . . . . . 9
- [8]. Splitsing onmogelijk op deze manier . . . . . 5

Beschouw een splitsing van het  $\{b, b\}$ - of  $\{s, s\}$ -

- 4.  $a. p^* < x$
- $\beta. x < p^* < x + \Delta$
- $\gamma. x + \Delta < p^*$

5.

$$\beta. x + \Delta > 60^d$$

interval door inschakeling van een  $b$ -, resp.  $s$ -maximum, zodat het tweede maximum een  $\{b, b\}$ - of  $\{s, s\}$ -maximum wordt

6.  $a. \{b, b\}$ -maximum  
Bepaal van dit maximum de bij de amplitude behorende voorgaande intervallengte  $p^{**1)}$  uit fig. 1, plaat IX ( $\{6a, b\}$ )

$\beta. \{s, s\}$ -maximum [7]

7.  $a. p^{**} < x$  [8]

$\beta. x < p^{**} < x + \Delta$   
 $\gamma. p^{**} < x + \Delta$   
Bepaal  $p - p^{**}$  [8]

8.  $a. p - p^{**} < 60^d$   
 $\beta. 60^d < p - p^{**} < 140^d$  [2] }  
[6a]

Niet uit te maken of er al of niet gesplitst moet worden

Splitsing verboden; het interval is „echt” en het tweede maximum is een  $\{b, b\}$ -maximum<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>  $p^{**}$  heeft dezelfde betekenis als  $p^*$ , n.l. de lengte van het vóórgaande interval; de onderscheiding in  $p^{**}$  en  $p^*$  is echter gekozen, om verwarring in dit gedeelte te voorkomen;  $p^{**}$  geldt voor de  $\{b, b\}$ -maxima,  $p^*$  voor de  $\{s, b\}$ - of  $\{b, s\}$ -maxima.

<sup>2)</sup> Bij de op deze wijze verkregen maxima, waarvan het vóórgaande interval niet gesplitst kon worden, kan het voorkomen, dat niet voldaan wordt aan de voor dit soort maxima geldende voorwaarden; hier vertoont zich dus een onvolkomenheid van het voorschrift; dit behoeft ons echter niet te verwonderen: immers, de voorwaarden, met behulp waarvan dit voorschrift opgesteld is, zijn geen „zekere” voorwaarden, zodat afwijkingen mogelijk zijn.

$\gamma. 140^d < p - p^{**} < 260^d$  [6a, b]

. . . . . We nemen aan, dat gesplitst moet worden door inschakeling van een  $b$ -maximum; het tweede maximum is een  $\{b, b\}$ -maximum, evenals het ingeschakelde maximum

$\delta. p - p^{**} > 260^d$  [6a]

. . . . .  $7a$

9.  $\alpha. p - p^* < 60^d$

$\beta. p - p^* > 60^d$

. . . . . 5

[2]. Splitsing onmogelijk op deze manier

. . . . . 10

10.  $\alpha.$  Het ingeschakelde

maximum is een  $\{b, s\}$ -max.

$\beta.$  Het ingeschakelde

maximum is een  $\{s, b\}$ -max.

. . . . . 11

11.  $\alpha. 60^d < p - p^* < 200^d$  [5a, b]

. . . . . We nemen aan dat het interval te splitsen is door inschakeling van een  $s$ -maximum; het tweede maximum is een  $\{s, b\}$ -maximum geweest

. . . . . 12

[5a]. Splitsing onmogelijk op deze manier . . . . . 5

We nemen aan dat het interval door inschakeling van een  $b$ -maximum te splitsen is; het tweede maximum is een  $\{b, s\}$ -maximum geweest

12.  $a \cdot 60^d < p - p^* < 160^d$  [5a, b]

[5a]. Splitsing onmogelijk op deze manier . . . . . 5  
[8] en [2]

$\beta \cdot p - p^* > 160^d$   
13.  $a \cdot x + \Delta < 60^d$

Splitsing verboden; het interval wordt als „echt” beschouwd en het tweede maximum is een  $\{s, b\}$ - of  $\{b, s\}$ -maximum<sup>1)</sup>

$\beta \cdot x + \Delta > 60^d$  . . . . . 14

Beschouw een splitsing, waarbij een  $b$ -maximum ingeschakeld wordt; het tweede maximum is nu dus een  $\{b, b\}$ - of  $\{b, s\}$ -maximum. Bepaal van dit maximum de bij de amplitude behorende voorgaande intervallengte  $p^*$  uit figuur 1' ([6a, b]) of 1\* ([5a, b]) van plaat IX . . . . . 15

14.

<sup>1)</sup> Zie bldz. 89, noot <sup>2)</sup>.



15.  $\alpha. p^* < x$   
 $\beta. x < p^* < x + \Delta$   
 $\gamma. x + \Delta < p^*$

16.

17.  $\alpha. \{s, b\}$ -maximum

$\beta. \{s, s\}$ -maximum

18.  $\alpha. p^* < x$

$\beta. x < p^* < x + \Delta$   
 $\gamma. p^* > x + \Delta$

19.  $\alpha. p - p^* < 60^d$   
 $\beta. p - p^* > 60^d$

20.  $\alpha. p - p^* > 60^d$   
 $\beta. p - p^* > 60^d$

<sup>1)</sup> Zie bldz. 89, noot <sup>2)</sup>.

- [8]. Splitsing onmogelijk op deze manier . . . . . 16  
 Bepaal  $p - p^*$  . . . . . 20  
 [8]. Splitsing onmogelijk op deze manier . . . . . 16

Beschouw een splitsing, waarbij een  $s$ -maximum ingeschakeld wordt; het tweede maximum is nu een  $\{s, b\}$ - of  $\{s, s\}$ -maximum . . . . . 17

Bepaal van dit maximum de bij de amplitude behorende voorgaande intervallengte  $p^*$  uit figuur 1 van plaat IX ([5a, b]) . . . . . 18

[7] . . . . . 6 $\beta$

[8] . . . . .

Splitsing verboden; het interval is „echt” en het tweede maximum is een  $\{s, b\}$ -maximum <sup>1)</sup>

- Bepaal  $p - p^*$  . . . . . 19  
 [8] . . . . . 18 $\alpha$

[2] . . . . . 18 $\alpha$

[7]. Het ingevoerde maximum is een  $\{s, s\}$ -maximum . . . . . 6 $\beta$

- [2]. Splitsing op deze manier onmogelijk . . . . . 16  
 . . . . . 21

21.  $\alpha$ . Het ingeschakelde maximum is een  $\{s, b\}$ -maximum . . . . . 22
- $\beta$ . Het ingeschakelde maximum is een  $\{b, b\}$ -maximum . . . . . 23
22.  $\alpha$ .  $60^d < p - p^* < 160^d$  [5a, b] . . . . .
- We nemen aan dat het interval door inschakeling van een  $b$ -maximum te splitsen is; het tweede maximum is een  $\{b, b\}$ -maximum
- $\beta$ .  $p - p^* > 160^d$  [5a]. Splitsing onmogelijk op deze manier. . . 16
23.  $\alpha$ .  $60^d < p - p^* < 140^d$  [6a]. Splitsing onmogelijk op deze manier. . . 16
- $\beta$ .  $140^d < p - p^* < 260^d$  [6a, b] . . . . .
- Het interval is te splitsen door inschakeling van een  $b$ -maximum; het tweede maximum is een  $\{b, s\}$ -maximum geweest<sup>1)</sup>
- $\gamma$ .  $p - p^* > 260^d$  [6a]. Splitsing onmogelijk op deze manier. . . 16

<sup>1)</sup> Zie bidz. 89, noot <sup>2)</sup>.

Als bij deze methode een interval ongesplitst blijft, krijgt het tweede maximum de vetgedrukte notatie.

Bij een *gesplitst* interval kunnen we dan bepalen:

- het type van het tweede maximum van het interval;
- het type van het ingeschakelde maximum  $n^*$ ;
- met behulp van plaat IX het getal, dat *ongeveer* aangeeft de grootte van: de amplitude  $a$ , de breedte  $b$ , de straling  $E$  en de uitgestoten massa  $\mathfrak{M}$  van het maximum  $n^*$ .

De gevonden waarden van  $a$ ,  $b$ ,  $E$ , en  $\mathfrak{M}$  kunnen we ook nog toetsen aan de correlaties van § 8, hoofdstuk III, waarvan plaat VIII de diagrammen bevat.

### § 8. Enkele voorbeelden van splitsing volgens het voorschrift.

In deze paragraaf zullen we een 4-tal voorbeelden geven van splitsing van intervallen volgens het voorschrift.

Vb. 1. Het  $\{b, b\}$ -interval (1—2).

No. 2 is een *breed* maximum met een amplitude van  $3.^m30$ ; lengte  $s$ -interval is  $156^d \rightarrow 2B$ ; no. 2 is een  $\{b, b\}$ -maximum;  $x = 2^d$ ,  $x + \Delta = 105^d \rightarrow 3\beta$ ; no. 2 wordt beschouwd als een  $\{s, b\}$ -maximum met een  $p^*$  van  $\approx 80^d \rightarrow 4\beta$ ;  $p - p^* = \approx 80^d \rightarrow 9\beta \rightarrow 10a$ ; het ingeschakelde maximum is een  $\{b, s\}$ -maximum  $\rightarrow 11a$ ; het interval is te splitsen door inschakeling van een  $s$ -maximum; no. 2 is nu een  $\{s, b\}$ -maximum met een vóórgaand interval van  $\approx 80^d$  geweest; de amplitude bedraagt  $\approx 3.^m20$ ; de breedte  $\approx 4.^d5$ , de straling  $E \approx 1.4$  en de uitgestoten massa  $\mathfrak{M} \approx 1.2$ .

Vb. 2. Het  $\{s, b\}$ -interval (65—66).

No. 66 is een *breed* maximum met een amplitude van  $3.^m55$ ; de lengte van het  $s$ -interval is  $325^d \rightarrow 2C$ ; no. 66 is een  $\{s, b\}$ -maximum,  $x = 164^d$ ,  $x + \Delta = 250^d \rightarrow 13\beta \rightarrow 14$ ; beschouw een splitsing, waarbij een  $b$ -maximum ingeschakeld wordt; no. 66 zou dan een  $\{b, b\}$ -maximum zijn;  $p^{**} = \approx 220^d \rightarrow 15\beta$ ;  $p - p^{**} = \approx 100^d \rightarrow 20\beta \rightarrow 21a$ ; ingeschakeld maximum zou een  $\{s, b\}$ -maximum zijn  $\rightarrow 22a$ ; het interval wordt gesplitst door een  $b$ -maximum in te schakelen; no. 66 is een  $\{b, b\}$ -maximum met een vóórgaande intervallengte van  $\approx 220^d$ ; no. 65\* is een  $\{s, b\}$ -maximum met een vóórgaande intervallengte van  $\approx 100^d$ ; de

amplitude is  $\approx 3.^m40$ , de breedte  $\approx 12^d$ , de straling  $E \approx 5.0$  en de uitgestoten massa  $M \approx 4.4$ .

Vb. 3. Het  $\{b, b\}$ -interval (66—67).

No. 67 is een *breed* maximum met een amplitude van  $3.^m55$ ; de lengte van het  $s$ -interval is  $197^d \rightarrow 2 B$ : no. 67 is een  $\{b, b\}$ -maximum,  $x = 0^d$ ,  $x + \Delta = 78^d \rightarrow 3 \beta$ : no. 67 wordt beschouwd als  $\{s, b\}$ -maximum met een  $p^*$  van  $90^d$  of  $120^d \rightarrow 4 \gamma \rightarrow 5$ : maximum 67 wordt beschouwd als een  $\{b, b\}$ -maximum door inschakeling van een  $b$ -maximum  $\rightarrow 6 a$ :  $p^{**} \approx 220^d \rightarrow 7 \gamma$ : het interval is „echt”; no. 67 is een  $\{b, b\}$ -maximum, terwijl het ook past bij de 3  $\{b, b\}$ -maxima.

Vb. 4. Het  $\{s, b\}$ -interval (57—58).

No. 58 is een *breed* maximum met een amplitude van  $3.^m56$ ; de lengte van het  $s$ -interval is  $136^d \rightarrow 2 A$ : no. 58 is een  $\{s, b\}$ -maximum, en past in de zwerm der  $\{s, b\}$ -maxima; het interval is „echt” en no. 58 is een  $\{s, b\}$ -maximum.

### § 9. Toepassing van het gegeven voorschrift op de zombevattende $s$ -intervallen. Uitkomsten.

De in § 7 behandelde systematische methode hebben we toegepast op de 30 zombevattende  $s$ -intervallen; het resultaat is verwerkt in het 2de gedeelte van tabel XI, kolom 10 t/m 20.

De tabel zelf geeft de betekenis van de kolommen aan; enkele opmerkingen volgen hier:

1. de notaties voor de maxima en de intervallen (kolom 10, 12, 14 en 16) zijn dezelfde als die in hoofdstuk III, § 9;
2. kolom 10 bevat het type van de intervallen vóór de splitsing;
3. kolom 11 geeft het soort der intervallen na de splitsing („echt” of „onecht”);
4. een \* in kolom 19 betekent, dat naar een voorgaand geval van splitsing verwezen wordt;
5. kolom 20:
  - (a.) bij (14—15) was het type van no. 15 onbekend; de splitsing, zoals aangegeven is en waarbij no. 15 tot het *brede* type gerekend is geworden, daar no. 16 een *smal* maximum was, bleek de waarschijnlijkste te zijn, daar zo ook aan de alterneringsregel voldaan werd;



TABEL XI.

Gegevens voor het splitsen van intervallen.

Zon- bevattend s-interval	Lengte interval (p) (in dagen)	Tijdstippen (J. D.)				Lengte in dagen van		
		A	B	C	D	A→B	B→C $\Delta$	C→D $x$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
1 —2	156	241 7684	241 7735	241 7838	241 7840	51	103	2
3 —4	273	7980	8082	8176	8253	102	94	77
5 —6	181	8374	8455	8537	8555	81	82	18
8 —9	145	8795	8806	8902	8940	11	96	38
11 —12	109	9162	9190	9251	9271	28	61	20
14 —15	157	9471	9549	9628	9628	78	79	0
17 —18	227	9780	9949	0005	0007	169	56	2
21 —22	121	0264	0264	0370	0385	0	106	15
24a—25	290	0639	0639	0732	0929	0	93	197 (130)
25 —26	188	0929	1010	1092	1117	81	82	25
28 —29	137	1343	1379	1460	1480	36	81	20
32 —33	217	1734	1745	1849	1951	11	104	102
34 —35	158	2052	2098	2185	2210	46	87	25
38 —39	153	2445	2477	2554	2598	32	77	44
41 —42	220	2765	2852	2927	2985	87	75	58
44 —45	172	3169	3209	3292	3341	40	83	49
46 —47	356	3464	3579	3652	3820	115	73	168
47 —48	330	3820	3936	4023	4150	116	87	127
49 —50	158	4263	4301	4392	4421	38	91	29
52 —53	160	4600	4670	4756	4760	70	86	4
54 —55	287	4901	5043	5118	5188	142	75	70
57 —58	136	5368	5395	5477	5504	27	82	27
59 —60	233	5761	5774	5849	5994	13	75	145
60 —61	440	5994	6140	6208	6434	146	68	226
61 —62	201	6434	6505	6573	6635	71	68	62
63 —64	278	6792	6864	6932	7070	72	68	138 (105)
65 —66	325	7145	7220	7306	7470	75	86	164
66 —67	197	7470	7589	7667	7667	119	78	0
70 —71	144	7955	7955	8038	8099	0	83	61
73 —74	212	8301	8320	8403	8513	19	83	110

Uitkomsten der splitsing.

Type interval (ongesplitst)	„echt” of „onecht” interval	No. en type van maximum $n$	Lengte inter- val A→P (in dagen)	No. en type van maximum $n^*$	Lengte inter- val P→D (in dagen)	No. en type van maximum ( $n+1$ )	Aantal toe- gevoegde		Toegepaste nummers van het voorschrift	Opmerkingen
							inter- vallen	maxi- ma		
(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)
b, b	„onecht”	1  s, b	80	1*  b, s	80	2  s, b	1	1	1, 2B, 3β, 4β, 9β, 10α, 11α	
s, s	„echt”						—	—	1, 2B, 3β, 4β, 9β, 10β, 12β	
b, b	„onecht”	5  s, b	90	5*  b, s	90	6  s, b	1	1	1, 2B, 3β, 4β(4γ), 9β, 10α, 11α	
s, s	„onecht”	8  b, s	65	8*  s, b	80	9  b, s	1	1	1, 2B, 3β, 4β, 9β, 10β, 12α	
s, b	„echt”						—	—	1, 2A	
?	„onecht”	14  s, b	85	14*  b, s	70	15  s, b	1	1	(1-2)*	(a)
b, s	„echt”						—	—	1, 2C, 13α	
b, s	„echt”						—	—	1, 2A	
?	„onecht”	24a  s, b	160	24a*  b, s	130	25  s, b	1	1	(1-2)*	(b)
b, b	„onecht”	25  s, b	110	25*  b, s	80	26  s, b	1	1	(1-2)*	
b, s	„echt”						—	—	1, 2A	
b, b	„onecht”	32  s, b	110	32  b, s	110	33  s, b	1	1	(1-2)*	
s, s	„onecht”	34  b, s	80	34*  s, b	80	35  b, s	1	1	(8-9)*	
b, b	„onecht”	38  s, b	80	38*  b, s	70	39  s, b	1	1	(1-2)*	
b, b	„onecht”	41  s, b	120	41*  b, s	100	42  s, b	1	1	(1-2)*	
b, b	„onecht”	44  s, b	90	44*  b, s	85	45  s, b	1	1	(1-2)*	
s, b	„onecht”	46  b, s	150	46*  s, b	200	47  b, b	1	1	1, 2C, 13β, 14, 15β, 20β, 21α, 22α	
b, b	„onecht”	47  b, b	190	47*  b, s	140	48  s, b	1	1	(1-2)*	
s, s	„onecht”	49  b, s	80	49*  s, b	80	50  b, s	1	1	(8-9)*	
b, b	„onecht”	52  s, b	70	52*  b, s	90	53  s, b	1	1	(1-2)*	
s, s	„onecht”	54  b, s	160	54*  s, b	130	55  b, s	1	1	(8-9)*	
s, b	„echt”						—	—	1, 2A	
b, b	„echt”						—	—	1, 2B, 3β, 4α, 5, 6α, 7β, 8α	
b, b	„onecht”	60  b, b	210	60*  b, b	230	61  b, b	1	1	1, 2B, 3β, 4α, 5, 6α, 7β, 8γ	
b, b	„onecht”	61  b, b	80	61*  b, s	120	62  s, b	1	1	(1-2)*	
b, b	„onecht”	63  b, b	170	63*  b, s	110	64  s, b	1	1	(1-2)*	(c)
s, b	„onecht”	65  b, s	100	65*  s, b	220	66  b, b	1	1	(46-47)*	
b, b	„echt”						—	—	1, 2B, 3β, 4γ, 5, 6α, 7γ	
s, s	„echt”						—	—	1, 2B, 3β, 4γ 5, 6β	
b, b	„onecht”	73  s, b	70	73*  b, s	140	74  s, b	1	1	(1-2)*	

- (b.) van no. 24a was eveneens het type onbekend; om aan de alterneringsregel te kunnen voldoen, hebben we aangenomen dat no. 24a van het *brede* type was; op grond van het voorschrift kon de splitsing van het zo ontstane  $\{b, b\}$ -interval niet uitgevoerd worden, terwijl toch maximum no. 25 geheel buiten het verband met de andere maxima lag. Uit de correlatiegrafiek ziet men echter, dat splitsing wel mogelijk zou zijn, indien men vóór no. 25 een interval van  $\approx 130^d$  kon aannemen. Het is nu gebleken uit de lichtkromme, dat er buiten de onzichtbaarheidsperiode nog een onderbreking in de waarnemingen bestond, juist in het gebied van  $130^d$  vóór no. 25, waarbij een niet waargenomen maximum opgetreden kon zijn; op grond van dit feit was splitsing heel goed mogelijk;
- (c.) het  $\{b, b\}$ -interval (63—64) kon door toepassing van het voorschrift niet gesplitst worden; toch was het s-interval veel te groot; evenals bij het vorige geval, bleek, dat er buiten de onzichtbaarheidsperiode nog een vrij grote onderbreking in de waarnemingen bestond bij  $110^d$  vóór het tweede maximum; door aan te nemen, dat op deze plaats een niet waargenomen maximum opgetreden is, was een splitsing heel goed mogelijk.

Voor de splitsing van de onder (5) genoemde intervallen pleitte trouwens, dat aldus aan de alterneringsregel werd voldaan, hoewel er misschien overigens wel enige twijfel overgebleven is.

## § 10. Vergelijking van de uitkomsten van § 9 met de $F(p)$ -wet.

Wij dienen nu de uitkomsten van de vorige paragraaf te vergelijken met de voorspellingen, die in § 4 van dit hoofdstuk gedaan zijn, en die samenhangen met de  $F(p)$ -wet.

1. We lezen uit tabel XI, kolom 17 en 18 af, dat, als gevolg van de splitsing, het aantal intervallen en maxima is toegenomen met 21 stuks (waarbij we dus ook de gevallen (a), (b) en (c) rekenen); verder tellen we 7 zonbevattende intervallen, waarvan we thans weten, dat het „echte”, dus  $C$ -intervallen zijn. De twee  $C$ -intervallen van groep  $I_1$  (§ 4) zijn in deze 7 stuks *niet* begrepen. Vergelijken we deze aantallen met de overeenkomstige van § 4, dan blijkt er een zeer goede overeenstemming tussen het verkregen en het te verwachten aantal te bestaan.

2. Het aantal „echte” intervallen wordt op deze manier 96, terwijl de  $F(p)$ -wet een te verwachten aantal van 95 geeft (hoofdstuk II, § 10<sup>1.2</sup>).
3. Het aantal „grote” intervallen (boven 160 dagen) bedraagt volgens tabel XI 10, waarbij één „groot” interval gevoegd moet worden, n.l. het interval 58—59. De  $F(p)$ -wet geeft een aantal van 7 stuks, maar we moeten bedenken, dat dit aantal zeer onzeker is (zie hoofdstuk II, § 10<sup>1.2</sup>). Het aantal van 7 stuks was berekend voor een intervallengte van 260 dagen; bij onze splitsing hebben de ontstane „grote” intervallen, op één na, een lengte van minder dan 260 dagen, zodat we ons niet verwonderen dat het aantal groter wordt. De overeenstemming tussen deze beide waarden is dus heel behoorlijk.
4. We zullen nu ook nog samenstellen de frequentiewet der intervallen na de splitsing:  $F^*(p)$ -wet. Hierbij moeten we echter wel bedenken, dat de lengte der intervallen maar „ongeveer” bepaald is, zodat we niet een op b.v. 10 dagen nauwkeurige verdeling van de lengte der intervallen kunnen verlangen, zoals bij de opstelling der  $F(p)$ -wet wel het geval was. Zelfs, als we een ogenblik aannemen, dat de opeenvolging der maxima, tengevolge van de splitsing, overeenkomt met de *werkelijke* opeenvolging, dán nog kan de frequentiewet  $F^*(p)$  afwijken van de theoretische  $F(p)$ -wet, omdat de preciese plaats der maxima onvoldoende bekend is. De termen van de  $F^*(p)$ -wet ontstaan door de som te nemen van de overeenkomstige termen van de  $P(p)$ -wet (de frequentiewet der *waargenomen* zonloze, dus „echte” intervallen, hoofdstuk II, § 10<sup>1.2</sup>), en die van de frequentiewet  $S(p)$  der „echte” intervallen, ontstaan door het al of niet splitsen van zonbevattende s-intervallen (tabel XI, kolom 2, 13 en 15). Er ontstaat dan de volgende  $F^*(p)$ -statistiek:

$p$	:	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$P(p)$	:	—	4	10	12	4	4	3	3	3	—	1
$S(p)$	:	—	5	10	6	3	4	3	2	5	1	2+
$F^*(p)$	:	—	9	20	18	7	8	6	5	8	1	3
$F(p)$	:	—	7	18	23	8	8	7	7	7	—	3



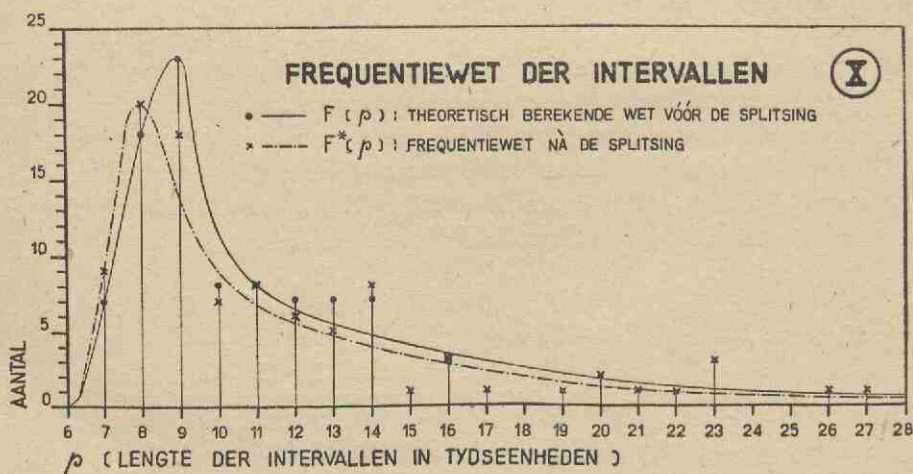
$p$	:	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
$P(p)$	:	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—
$S(p)$	:	1	—	1	2	1	1	3	—	—	—	1	—
$F^*(p)$	:	1	—	1	2	1	1	3	—	—	1	1	—
$F(p)$	:	<div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center; gap: 10px;"> <span style="font-size: 2em;">}</span> <span style="font-size: 2em;"> </span> <span style="font-size: 2em;">{</span> </div>											
		7											

Bij deze statistiek is ook nog gevoegd de statistiek der theoretisch berekende  $F(p)$ -wet (hoofdstuk II, § 10<sup>1.2</sup>).

De beide wetten stemmen over het algemeen goed met elkaar overeen, en zeker heel goed, als we rekening houden met hetgeen bij het begin van punt 4 medegedeeld is. Verdelen we n.l. de intervallen naar hun lengte in 4 groepen, dan worden de aantallen voor de  $F^*(p)$ -, resp.  $F(p)$ -wet:

$70^d \rightarrow 90^d$	:	aantal intervallen	47,	resp.	48
$100^d \rightarrow 120^d$	:	„	„	21,	„ 23
$130^d \rightarrow 160^d$	:	„	„	17,	„ 17
$> 160^d$	:	„	„	11,	„ 7.

De overeenstemming bij de eerste 3 groepen is buitengewoon goed; voor de laatste groep zie men punt 3 van deze paragraaf. Grafisch zijn de beide wetten uitgezet in figuur X.





zich na 1936 voortgezet heeft, is nog niet bekend; het aantal jaren is daarvoor ook veel te gering.

§ 12. Lijst van alle maxima (waargenomen en hypothetische).

Tot slot van dit hoofdstuk is een lijst van alle waargenomen en hypothetische maxima samengesteld: tabel XII. Deze tabel bevat voor elk maximum de verschillende gegevens voor dat maximum. De nummering van de kolommen sluit aan bij die van tabel IV (hoofdstuk I, § 9).

Enkele opmerkingen volgen hier:

1. de maxima, aangegeven met een \*, zijn hypothetische maxima;
2. alle *cursief* gedrukte gegevens behoren bij de hypothetische maxima; de *cursief* gedrukte getallen geven waarschijnlijk „ongeveer” de waarde aan;
3. de vetgedrukte getallen in kolom (5) stellen de werkelijke lengte van zonbevattende „echte” intervallen voor;
4. de getallen, voorzien van een + (kolom 7, 9, 11 en 12), zijn de in tabel IV ontbrekende elementen van die maxima; de waarschijnlijke waarde van deze elementen is „ongeveer” bepaald met behulp van de correlaties van hoofdstuk III, § 8;
5. de letters in kolom (6), geplaatst tussen [], duiden maxima aan, die een onderbreking van de alterneringsregel vertonen, waarbij bovendien de vetgedrukte letters aangeven, dat de afwijking reeds bekend was (hoofdstuk III, § 7).

TABEL XII. Lijst van alle maxima (waargenomen en hypothetische).

No. max.	J. D. (11. <sup>m</sup> 0)	Datum (11. <sup>m</sup> 0)	Lengte (p) der intervallen (in dagen)	Soort max.	Amplitude der max. (a)	Breedte (b) in dagen bij 11. <sup>m</sup> 0	Straling (E)	Litgestoten massa (M)
(1)	(2)	(3)	(5)	(6)	(7)	(9)	(11)	(12)
	241							
1	7684.5	1907 Mei 18	85	b	3.35	12.7	4.7	4.2
1*	7765	Juli 8	80	s	.20	4.5	1.4	1.2
2	7840.0	Sept. 9	80	b	.30	12.0	4.3	3.9
3	7980.3	1908 Febr. 8	140	s	.50	5.1	1.8	1.5
4	8253.3	Nov. 6	273	[s]	.22	4.8	1.6	1.4
5	8373.9	1909 Maart 8	121	b	.45	13.0	6.4	5.4
5*	8464	Juni 6	90	s	.25	4.8	1.6	1.4
6	8555.4	Sept. 5	90	b	.49	13.0	6.3	5.2
7	8696.0	1910 Jan. 24	141	[b]	.27	11.5	4.6	4.2
8	8794.9	Mei 2	99	s	.50	4.6	1.7	1.4
8*	8860	Juli 7	65	b	.25	10.5	4.0	3.5
9	8940.5	Sept. 25	80	s	.20	4.3	1.2	1.1
10	9035.0	1911 Jan. 29	95	b	.44	11.6	5.9	5.0
11	9162.5	Mei 5	128	s	.26	6.4	2.3	2.1
12	9271.3	Aug. 22	109	b	.60	13.4	7.0	5.5
13	9344.—	Nov. 3	73	s	.20 <sup>+</sup>	4.—	1.2 <sup>+</sup>	1.1 <sup>+</sup>
14	9471.1	1912 Maart 9	127	b	.50	12.6	6.0	4.9
14*	9556	Juni 2	85	s	.20	4.4	1.3	1.1
15	9627.—	Aug. 15	70	b	.25 <sup>+</sup>	10.5 <sup>+</sup>	4.0 <sup>+</sup>	3.5 <sup>+</sup>
16	9707.0	Oct. 31	80	s	.28	4.8	1.5 <sup>+</sup>	1.3 <sup>+</sup>
17	9780.5	1913 Jan. 12	74	b	.28	11.1	4.6	4.1
	242							
18	0007.3	Aug. 27	227	s	.25	5.0	1.7	1.5
19	0097.5	Nov. 25	90	b	.54	12.2	5.5	4.4
20	0181.0	1914 Febr. 17	84	s	.15	5.6	1.9	1.8
21	0264.6	Mei 11	83	b	.49	12.0	5.0	4.1
22	0385.6	Sept. 9	121	s	.27	5.4	1.7	1.6
23	0471.7	Dec. 4	86	b	.51	12.6	6.0	5.0
24	0562.5	1915 Maart 5	91	s	.25	5.4	1.6	1.5
24a	0693.0	Mei 21	77	b	.30 <sup>+</sup>	11.0 <sup>+</sup>	4.6 <sup>+</sup>	3.8 <sup>+</sup>
24a*	0799	Oct. 28	160	s	.60	9.0	4.0	3.2
25	0929.2	1916 Maart 6	130	b	.45	11.5	5.5	4.6
25*	1039	Juni 24	110	s	.20	5.5	1.8	1.6
26	1117.—	Sept. 10	80	b	.25 <sup>+</sup>	11.—	4.0 <sup>+</sup>	3.5 <sup>+</sup>
27	1238.—	1917 Jan. 10	123	s	.40	7.—	2.9	2.5
28	1343.5	April 24	106	b	.40	11.7	5.1	4.4
29	1480.—	Sept. 8	137	s	.30 <sup>+</sup>	5.6	2.0 <sup>+</sup>	1.7 <sup>+</sup>
30	1555.5	Nov. 22	75	b	.38	11.5	5.0	4.3
31	1641.5	1918 Febr. 16	86	s	.20	3.9	1.3	1.2
32	1734.5	Mei 20	93	b	.38	11.3	4.9	4.2
32*	1845	Sept. 8	110	s	.30	5.5	2.0	1.7
33	1951.9	Dec. 23	110	b	.43	13.4	6.1	5.2
34	2052.0	1919 April 3	100	s	.23	5.8	1.6	1.5
34*	2130	Juni 20	80	b	.30	11.0	4.5	3.8
35	2210.—	Sept. 8	80	s	.30 <sup>+</sup>	5.—	1.6 <sup>+</sup>	1.8 <sup>+</sup>
36	2248.4	Nov. 21	74	b	.40	11.6	4.9	4.2
37	2360.2	1920 Febr. 5	76	s	.19	4.4	1.3	1.2
38	2445.6	April 30	85	b	.32	10.6	4.3	3.9

TABEL XII (vervolg).

No. max.	J. D. (11. <sup>m</sup> 0)	Datum (11. <sup>m</sup> 0)	Lengte (p) der intervallen (in dagen)	Soort max.	Amplitude der max. (a)	Breedte (b) in dagen bij 11. <sup>m</sup> 0	Straling (E)	Uitgestoten massa (M)
(1)	(2)	(3)	(5)	(6)	(7)	(9)	(11)	(12)
38*	2526	1920 Juli 20	80	s	3.20	4.5	1.4	1.2
39	2598.4	Sept. 30	70	b	.28	11.9	4.6	4.1
40	2679.5	Dec. 20	81	s	.20	4.5	1.3 <sup>+</sup>	1.1 <sup>+</sup>
41	2765.5	1921 Maart 16	86	b	.30	11.7	4.5	4.0
41*	2885	Juli 14	120	s	.30	6.5	2.3	2.0
42	2985.5	Oct. 22	100	b	.60	13.9	8.0 <sup>+</sup>	6.3 <sup>+</sup>
43	3070.2	1922 Jan. 15	85	s	.32	4.4	1.3	1.1
44	3169.5	April 24	99	b	.38	11.6	4.9	4.2
44*	3260	Juli 24	90	s	.25	4.8	1.6	1.4
45	3341.7	Oct. 13	85	b	.39	12.6	5.5	4.7
46	3464.5	1923 Febr. 13	123	s	.47	7.4	3.0	2.5
46*	3615	Juli 14	150	b	.60	15.0	8.0	6.7
47	3820.2	1924 Febr. 4	200	[b]	.50	14.3	7.1	5.8
47*	4010	Aug. 12	190	s	.70	10.0	6.4	5.0
48	4150.6	Dec. 30	140	b	.58	15.5	8.9	7.1
49	4262.9	1925 April 21	112	s	.31	4.8	1.5	1.3
49*	4343	Juli 11	80	b	.30	11.0	4.5	3.8
50	4421.0	Sept. 27	80	s	.17	4.0 <sup>+</sup>	1.1 <sup>+</sup>	1.0 <sup>+</sup>
51	4491.0	Dec. 6	70	[s]	.35	7.3	2.6	2.2
52	4600.3	1926 Maart 25	109	b	.40	12.0	5.5	4.7
52*	4670	Juli 27	70	s	.15	3.7	1.2	1.0
53	4760.—	Sept. 1	90	b	.63 <sup>+</sup>	13.—	8.3 <sup>+</sup>	6.5 <sup>+</sup>
54	4901.6	1927 Jan. 20	141	s	.34	6.6	2.3	2.0
54*	5060	Juni 28	160	b	.65	15.5	8.5	6.7
55	5188.7	Nov. 3	130	s	.35	5.2	1.8	1.6
56	5281.0	1928 Febr. 4	92	b	.42	11.4	5.0	4.2
57	5368.4	Mei 1	87	s	.23	5.2	1.6	1.4
58	5504.3	Sept. 14	136	b	.56	14.7	8.0	6.4
59	5761.0	1929 Mei 29	257	[b]	.67	13.8	7.9	6.0
60	5994.0	1930 Jan. 17	233	[b]	.50	12.8	6.4	5.3
60*	6204	Aug. 15	210	[b]	.55	14.0	7.0	6.0
61	6434.4	1931 April 2	230	[b]	.57	15.8	8.3	6.7
61*	6514	Juni 21	80	s	.20	4.5	1.4	1.2
62	6635.6	Oct. 20	120	b	.54	13.8	7.0	5.6
63	6792.3	1932 Maart 25	157	[b]	.48	12.1	6.1	5.1
63*	6962	Sept. 11	170	s	.50	8.0	3.0	2.5
64	7070.5	Dec. 28	110	b	.49	12.0	6.3	5.2
65	7145.1	1933 Maart 13	75	s	.17	4.1	1.3	1.2
65*	7245	Juni 21	100	b	.40	12.0	5.0	4.4
66	7470.4	1934 Febr. 1	220	[b]	.55	15.6	8.4	6.8
67	7667.0	Aug. 17	197	[b]	.55	14.0 <sup>+</sup>	7.3 <sup>+</sup>	6.0 <sup>+</sup>
68	7800.2	Dec. 28	133	s	.41	5.3	2.0	1.7
69	7876.0	1935 Maart 14	76	b	.47	13.0	6.5	5.4
70	7955.0	Juni 1	79	s	.20	4.—	1.3 <sup>+</sup>	1.1 <sup>+</sup>
71	8098.9	Oct. 22	144	[s]	.65	9.8	6.2	4.7
72	8188.7	1936 Jan. 20	90	[s]	.31	4.6	1.5	1.3
73	8301.0	Mei 12	112	b	.46	13.0	6.3	5.3
73*	8371	Juli 21	70	s	.15	3.7	1.2	1.0
74	8513.6	Dec. 10	140	b	.58	13.7	7.6	6.0

## HOOFDSTUK V.

### Enkele beschouwingen over de *U Gem*-klasse. Verband met de novae.

#### § 1. Inleiding.

De in de eerste vier hoofdstukken beschouwde ster *U Gem* behoort tot de *U Gem*-klasse, zo genoemd, omdat *U Gem* de oudste, goed bekende ster van deze klasse is. Van de ook tot deze klasse van sterren behorende ster *SS Cygni*, ontdekt in 1896, is echter veel uitvoeriger en nauwkeuriger waarnemingsmateriaal aanwezig; *SS Cyg* is de best bekende ster van deze klasse, die om deze reden ook wel de *SS Cygni*-klasse genoemd wordt. Een derde vertegenwoordiger, hoewel minder goed onderzocht dan *U Gem* en *SS Cyg*, is *SS Aurigae*. Er zijn nog een aantal andere sterren, die ook tot deze klasse gerekend worden, maar veel minder goed bekend zijn; het zijn *AC And*, *RX And*, *Z Cam*, *X Leo*, *BI Ori*, *RU Peg*, *UV Persei*, *TZ Persei*, *SU UMa* en *TW Virg*.

Al deze sterren zijn daardoor gekenmerkt, dat ze in normale toestand betrekkelijk zwak zijn, maar af en toe plotseling gedurende slechts korte tijd een helderheidstoename van verscheidene grootteklassen vertonen. Als gevolg hiervan is de waarneming betrekkelijk moeilijk; en juist de volledige en nauwkeurige waarneming is van groot belang, daar het met behulp daarvan mogelijk is te beproeven, een verband tussen de sterren onderling te leggen. Helaas zijn slechts van *SS Cyg*, *U Gem* en *SS Aur* de voornaamste gegevens bekend, zoals de lichtkromme over een groot aantal jaren, het spectrum, de parallaxis (alléén van *SS Cyg* en *U Gem*); van de overige heeft men meestal wel een gemiddelde periode en de gemiddelde amplitude van een uitbarsting kunnen bepalen, maar van de parallaxis en het spectrum is niets bekend. Daardoor was het heel moeilijk, wetmatigheden voor deze klasse af te leiden.

Goed beschouwd wist men eigenlijk geen raad met deze, zich zo zonderling gedragende sterren, totdat men ze in verband bracht met een tweetal „nova-achtige” sterren, *T Pyxidis* en *RS Ophiuchi* (ook wel genoemd *Nova Ophiuchi 1933*).

Enerzijds gelijken deze twee sterren, zoals de naam reeds aangeeft, op novae; het helderheidsverloop bij een uitbarsting en het spectrum komen vrijwel overeen met die bij novae. Het verschil is gelegen in de veel kortere periode en de kleinere amplitude bij een uitbarsting: novae hebben een periode van de orde van wellicht duizenden jaren, *T Pyxidis* en *RS Ophiuchi* van resp. 15 en 35 jaar; de amplitude bij novae is  $\approx 11^m$ , bij de twee beschouwde sterren  $\approx 7^m$ .

Anderzijds is het helderheidsverloop bij een uitbarsting van deze 2 sterren analoog aan dat bij de *U Gem*-sterren, maar deze laatste hebben een nog veel kleinere periode en een nog kleinere amplitude (periode 20 tot 250<sup>d</sup>, amplitude 3 tot 5<sup>m</sup>).

De volgende stap was nu natuurlijk, het helderheidsverloop van goed bekende novae te vergelijken met dat van goed bekende *U Gem*-sterren; hierbij bleek, dat het helderheidsverloop bij beide soorten met elkaar overeenstemde. Zo vertonen sommige uitbarstingen van *SS Cyg* grote overeenkomst met die van de klassieke novae 1901 *Persei* en 1918 *Aquilae*, andere uitbarstingen van *SS Cyg* met die van *Nova Pictoris 1925*.

Als een onmiddellijk gevolg van het voorgaande is het zeer waarschijnlijk geworden dat de novae en de *U Gem*-sterren tot één klasse behoren, terwijl *T Pyx* en *RS Oph* als het ware de brug tussen deze beide soorten vormen. De *U Gem*-sterren zouden dus genoemd kunnen worden: *kortperiodieke novae*.

De moeilijkheid is echter, om te bewijzen, dat er hier meer is dan een oppervlakkige analogie, en dat de fysische oorzaken der eigenaardige lichtwisseling voor beide soorten sterren dezelfde zijn. Dan zouden dus ook de novae niet éénmaal, maar periodiek moeten oplichten, met een periode, die vele malen groter is dan die van de *U Gem*-sterren. Hetgeen tot nu toe op dit gebied bereikt is, mag stellig geen overtuigend bewijs genoemd worden, maar is toch als een belangrijke aanwijzing te beschouwen.

In de volgende paragrafen stellen we ons voor enkele algemene gegevens over de *U Gem*-sterren te verzamelen en, zo mogelijk,

deze gegevens te vergelijken met de overeenkomstige gegevens van novae; tot slot zullen we dan nog nagaan, of het waarschijnlijk is dat de *U Gem*-sterren te beschouwen zijn als „kortperiodieke novae”.

## § 2. De lichtkromme van *U Gem*-sterren en van novae.

De uitbarstingen van de sterren van de *U Gem*-klasse vertonen alle min of meer hetzelfde karakter: de helderheid neemt snel toe tot het maximum bereikt is, waarna een veel langzamere helderheidsdaling optreedt; is het minimum bereikt, dan blijft de helderheid over het algemeen vrijwel constant. De duur van het minimum bedraagt meestal 20 tot 150 dagen (bij *U Gem* tot 250<sup>d</sup>), terwijl de duur van de uitbarsting kort is t.o.v. de lengte van het minimum.

Van de voornaamste sterren van de *U Gem*-klasse is het volgende bekend.

*U Geminorum*: de periode bedraagt 60 tot 257<sup>d</sup>, gemiddelde periode 115<sup>d</sup>; helderheid in het maximum  $\approx 9.^m3$ , in het minimum  $\approx 14.^m0$ ; de maxima zijn te verdelen in *smalle* en *brede* maxima (breedte resp.  $\approx 12^d$  en  $\approx 19^d$ ), waarbij de mogelijkheid van een tussentype niet uitgesloten is (hoofdstuk III, § 8). Er bestaat in het algemeen een afwisseling *smal-breed*, waarvan enkele afwijkingen geconstateerd zijn.

*SS Cygni*: periode 20 tot 100<sup>d</sup>, gemiddelde periode 50<sup>d</sup>; helderheid in het maximum  $\approx 8.^m5$ , in het minimum  $\approx 12.^m0$ ; de maxima zijn te verdelen in *smalle* en *brede* maxima (breedte resp.  $\approx 10^d$  en  $\approx 16^d$ ). Van een afwisseling *smal-breed* is moeilijk meer te spreken, daar er 60 afwijkingen voorkomen op een aantal van 260 maxima (1896—1933).

*SS Aurigae*: periode 30 tot 140<sup>d</sup>; helderheid in het maximum  $\approx 10.^m5$ , in het minimum  $\approx 14.^m5$ . *Smalle* en *brede* maxima, waarbij geen regelmatige afwisseling *smal-breed* bestaat.

Nijland<sup>1)</sup> heeft de lichtkromme samengesteld voor 101 maxima; hierbij waren 39 *brede*, 55 *smalle*

<sup>1)</sup> A. N. 227, 5446, 1926; 233, 5586, 1928.



en 7 *abnormale maxima*; deze *abnormale maxima* vormden een tussentype tussen de *brede* en *smalle maxima*.

Een tweetal „nova-achtige” sterren kunnen ook tot de *U Gem*-klasse gerekend worden: *RS Ophiuchi* en *T Pyxidis*.

Van deze sterren is het volgende bekend.

*RS Ophiuchi*: twee uitbarstingen, in 1898 en 1933, zijn waargenomen; het maximum in 1933 is bewerkt door Loreta<sup>1)</sup>; helderheid in het maximum bedroeg  $\approx 4.^m3$ , in het minimum  $\approx 12.^m0$ , terwijl de duur van de uitbarsting gerekend kan worden op  $\approx 3\frac{1}{2}$  maand.

*T Pyxidis*: uitbarstingen zijn voorgekomen in 1890, 1902 en 1920; de uitbarsting in 1902 is voor een gedeelte beschreven<sup>2)</sup>; de helderheid in het maximum was  $\approx 7.^m5$ , in het minimum  $\approx 14.^m5$ . De duur van deze uitbarsting bedroeg ongeveer 300 dagen.

Bij deze sterren is de helderheidsstijging heel snel, terwijl de daling langzaam verloopt; dit is geheel in overeenstemming met het helderheidsverloop van de sterren der *U Gem*-klasse.

Bij een uitbarsting van novae treedt in grote trekken hetzelfde helderheidsverloop op, dus een snelle stijging, gevolgd door een langzame daling. De gemiddelde amplitude bij een uitbarsting kunnen we stellen op  $11^m3$ ).

### § 3. Parallaxis, afstand en absolute helderheid. Spectra.

Voor een tweetal sterren van deze klasse, *SS Cyg* en *U Gem*, hebben Parenago en Kukarkin<sup>4)</sup> de parallaxis bepaald uit de eigenbeweging van deze sterren. Voor *SS Cyg* is gevonden:  $p = 0.^"0376$ , en voor *U Gem*:  $p = 0.^"0162$ . De afstand  $r$  voor de beide sterren wordt nu resp. 26.3 en 62.5 parsec. Met de formule  $M = m - 5 \log r + 5$ , waarin  $M$  de absolute-,  $m$  de visuele helderheid en  $r$  de afstand in parsec van de ster voorstelt, kunnen

<sup>1)</sup> Mem. della Soc. Astr. Italiana, VIII, 235, 1933.

<sup>2)</sup> H. C. Nr. 179, 1913.

<sup>3)</sup> Vergelijk: Ludendorff, Handbuch der Astrophysik VI, 251, 1928. Gaposchkin, Variable Stars, hoofdstuk X, 1938.

<sup>4)</sup> Ver. von Fr. der Phys. und Astr. in Nishni-Norgorod, Veränd. Sterne, IV-8, 249, 1934.

we  $M$  berekenen. Deze waarden worden voor  $SS\ Cyg$ :  $M_{\max} = +6.^m4$ ,  $M_{\min} = +10.^m0$ , voor  $U\ Gem$ :  $M_{\max} = +5.^m2$ ,  $M_{\min} = +10.^m0$ .

De bewerkers hebben bij deze berekening aangenomen, dat de sterren van deze klasse een radiële snelheid hebben, die overeenkomt met de radiële snelheid van  $O$ -sterren en planetaire nevels; de grootte van deze snelheid is dan  $\approx 30$  km/sec.

Van Maanen<sup>1)</sup> heeft de parallaxis langs trigonometrische weg bepaald; de uitkomsten daarvan zijn:  $SS\ Cyg$ ,  $p = -0.^s012$ ;  $U\ Gem$ ,  $p = +0.^s010$ . Voor  $U\ Gem$  stemmen de waarden van Kukarkin en van v. Maanen vrij goed overeen, maar voor  $SS\ Cyg$  is er een heel grote afwijking.

Voor de andere sterren van de  $U\ Gem$ -klasse is helaas de parallaxis niet bekend.

Van de spectra van enkele sterren van de  $U\ Gem$ -klasse is het volgende bekend.

$U\ Gem$ : a. in het maximum:

1. De Draper Catalogue vermeldt een continu spectrum.
2. Miss Cannon<sup>2)</sup> vermeldt een continu spectrum zonder lijnen, vermoedelijk van het type  $On$  of  $Bn$ ; in H. A. 56, 210, 1912 wordt een spectrum van een  $F$ -ster tijdens het maximum van Jan. 1891 opgegeven.
3. C. T. Elvey en H. W. Babcock<sup>3)</sup> hebben gevonden dat de sterren van de  $U\ Gem$ -klasse, en speciaal  $U\ Gem$  zelf, een continu spectrum zonder spectraallijnen vertonen, waarvan de energieverdeling overeenkomt met die van een late  $B$ - of  $A$ -ster.
4. De kleur is wit of blauwachtig wit<sup>4)</sup>.
5. De kleurindex bedraagt  $+0.^m3$ <sup>5)</sup>. Hiernaar te oordelen zou de straling, bij een uitbarsting uitgezonden, met een temperatuur van ongeveer  $9000^\circ$  overeenkomen.

<sup>1)</sup> Ap. J. 87, 424, 1938.

<sup>2)</sup> H. A. 93, 127, 266, 1919.

<sup>3)</sup> Publ. Americ. Astr. Soc. 10, 51, 1940.

<sup>4)</sup> Ludendorff, Handbuch der Astrophysik, VI, 85, 1928.

<sup>5)</sup> Gerasimovic en Payne, H. B. Nr. 889, blz. 6, 1932.

*b.* in het minimum:

1. Miss Cannon <sup>1)</sup> vermeld een spectrum van de klasse *F* met de calciumionlijnen *H* en *K*.
2. C. T. Elvey en H. W. Babcock (t.a.p.) delen mede: als *U Gem* zwakker wordt, verschijnen de Balmer-lijnen, terwijl soms daarenboven nog een brede band bij  $He^+ \lambda 4686$  ontstaat. Bij het minimum zelf is het spectrum roder geworden; 6 à 10 Balmer-lijnen zijn als heldere lijnen zichtbaar. Soms tekent zich het continue Balmergebied af bij  $\lambda 3656$ : ook de *He*- en  $Ca^+$ -lijnen zijn als heldere lijnen waar te nemen. De band bij  $\lambda 4686$  is dan verdwenen.
3. De kleurindex bedraagt  $+0.^m6$  (Gerasimovic en Payne, t.a.p.).

*SS Cyg*: *a.* in het maximum:

1. Het spectrum is continu met zwakke donkere *H*- en *He*-banden, ongeveer 20 Å breed <sup>2)</sup>.
2. De kleurindex is gemiddeld  $+0.^m0$  (Gerasimovic en Payne, t.a.p.).

*b.* in het minimum:

1. Sterke brede banden van *H* en *He*, ongeveer 20 Å breed, mogelijk nog enkele zwakke absorptielijnen; het spectrum van deze ster lijkt op dat van novae <sup>3)</sup>.
2. De kleurindex bedraagt  $+0.^m3$  (Gerasimovic en Payne, t.a.p.).

*SS Aur*: in het maximum:

1. Het spectrum is meestal continu met smalle donkere lijnen van *H* en *He* <sup>3)</sup>.
2. De kleur is wit <sup>3)</sup>.

Volgens Gerasimovic en Payne is het verschil in kleurindex tussen maximum en minimum bij fotografisch en fotovisueel werk niet het gevolg van een sterke temperatuurverandering.

Zij argumenteren dit als volgt voor *SS Cygni*:

Zou het verschil in helderheid bij het maximum en het minimum een gevolg zijn van een sterke temperatuurdaling, dan zou, daar men aanneemt dat de temperatuur in het minimum  $\approx 10\,000^\circ$  be-

<sup>1)</sup> H. A. 56, 210, 1912. <sup>2)</sup> Pop. astr. 30, 103, 1922. <sup>3)</sup> Mt. Wils. Rep. 1922, 234.

draagt, de temperatuur in het maximum  $\approx 50\,000^\circ$  moeten be-  
dragen, om een helderheidsafname van  $3.^m5$  te verkrijgen. In de  
eerste plaats zou dan het verschil in kleurindex bij het maximum  
en het minimum te groot worden, maar in de tweede plaats is  
bij een dergelijke hoge temperatuur van  $50\,000^\circ$  in het maximum  
een spectrum met waterstofbanden niet mogelijk. *G.* en *P.* nemen  
daarom aan, dat het zeer waarschijnlijk is, dat een uitbarsting niet  
gepaard gaat met een sterke temperatuurverandering, evenmin als  
dit het geval bij novae is. Ook van dit standpunt zouden de *U*  
*Gem*-sterren te beschouwen zijn als „nova-achtige” sterren.

#### § 4. De plaats van *U Gem*-sterren in het Hertzsprung—Russell diagram.

In deze paragraaf zullen we beproeven vast te stellen, welke  
plaats de *U Gem*-sterren innemen in het Hertzsprung—Russell-  
(H. R.-) diagram. Als we deze plaats willen bepalen, moeten we  
de absolute helderheid *M* en de spectraalklasse kennen. Nu zijn  
voor een tweetal sterren van deze klasse, *SS Cyg* en *U Gem*,  
de parallaxis en het spectrum bepaald; de parallaxis van *SS Cyg*  
is zeer onzeker, voor *U Gem* eveneens onzeker, maar niet in die  
mate als voor *SS Cyg* (vgl. § 3). De aanduiding van het spectrum  
is van dien aard, dat niet met zekerheid de juiste spectraalklasse  
te bepalen is. Ondanks deze bezwaren zullen we toch een poging  
doen, de plaats in het H. R.-diagram ten naastenbij aan te geven.  
*U Gem*: a. in het maximum: spectraalkl. *A* of *B*; *M* = +  $5.^m2$ ;  
b. „ „ minimum: „ *F* ; *M* = +  $10.^m0$ .

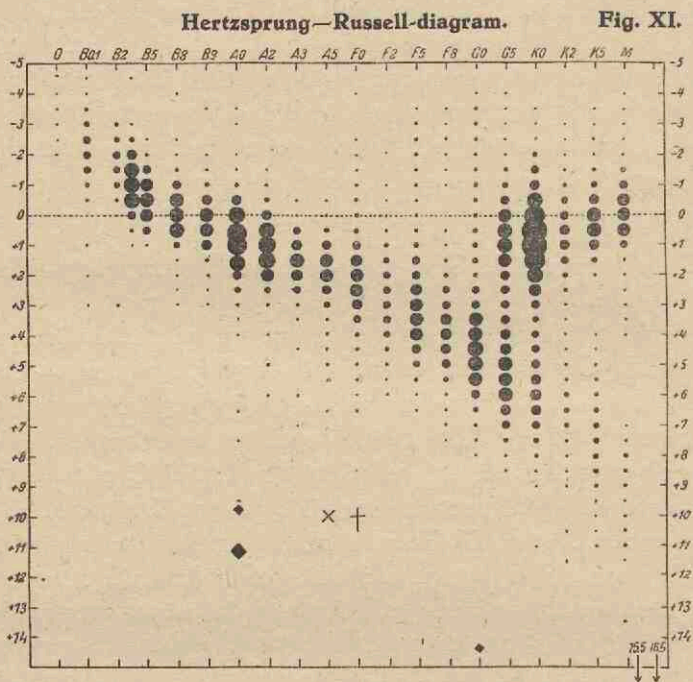
Opm. Volgens § 3, *b*<sup>2</sup>, verschijnen bij het zwakker worden der  
ster de Balmer-lijnen, terwijl soms nog een brede band bij  $\text{He}^+ \lambda 4684$   
ontstaat; dit zou wijzen op een spectrum van de klasse *O*<sub>6</sub> — *O*<sub>9</sub>.  
*SS Cyg*: a. in het maximum: vermoedelijk kl. *O* of *B*; *M* = +  $6.^m5$ ;  
b. „ „ minimum: „ „ *A* „ *F*; *M* = +  $10.^m0$ .

In figuur XI hebben we de plaats in het H. R.-diagram aange-  
geven: *SS Cyg* door  $\times$ , *U Gem* door  $+$ .

G. P. Kuiper<sup>1)</sup> heeft van een aantal witte dwergen de absolute  
helderheid en de spectraalklasse bepaald; daarbij zijn 5 sterren  
met een *M* van  $11.^m0$  —  $11.^m4$  en klasse *Ao*, één ster met *M* =  $9.^m8$   
en klasse *Ao* en één ster met *M* =  $14.^m3$  en klasse *Go*. Deze  
sterren zijn ook aangegeven in het H. R.-diagram ( $\blacklozen$ ).

<sup>1)</sup> Publ. of the Astr. Soc. of the Pacific, 53, 249, 1941.

In het minimum liggen de beide *U Gem*-sterren dus tussen de hoofdreeks en de reeks van witte dwergen; *SS Cyg* en *U Gem* zouden dan in het minimum *sub-dwergen* zijn.



(K. Lundmark, *Handbuch der Astroph.* VII, 496, 1936, naar gegevens van R. E. Wilson, *Ap. J.* 41, 169, 1931).

Nu heeft D. B. McLaughlin<sup>1)</sup> het na uitvoerige discussie als waarschijnlijk bevonden, dat de novae in het minimum ook sub-dwergen zijn. Hierdoor neemt de analogie tussen *U Gem*-sterren en novae een concreter vorm aan, juist omdat hier *inwendige* verschijnselen op een grote gelijkenis tussen beide groepen van sterren schijnen te wijzen.

§ 5. De absolute waarde van de totale, tijdens een maximum uitgezonden straling  $E$  en van de uitgestoten massa  $\mathfrak{M}$ .

a. De absolute waarde van  $E$  voor *U Gem*, *SS Cyg* en de novae.

<sup>1)</sup> Pop. Astr. 49, 292, 1941.

In hoofdstuk III, § 2, hebben we, in verband met de correlaties, voor *U Gem* een waarde van de straling  $E$  berekend, echter niet de absolute waarde. Bij de berekening in de genoemde paragraaf is gebruik gemaakt van de aldaar aangegeven formule (4):

$$E = C \cdot 10^{-0.4 m_{\max}} \cdot b (m^*),$$

waarbij  $C$  voorlopig de waarde  $10^{3.5}$  had, terwijl  $b (m^*)$  uitgedrukt was in dagen. Als gemiddelde waarde voor  $E$  werd voor de *smalle maxima* gevonden 2.0 en voor de *brede maxima* 6.0 (zie hoofdstuk III, § 6).

Om de *absolute* waarde van  $E$  te kunnen bepalen, moeten we de werkelijke waarde van  $C$  berekenen en  $b$  uitdrukken in *seconden*.

De waarde van  $C$  volgt uit formule (2) van § 2, hoofdstuk III:

$$C = 10^{0.4 (5 \log r - 5)},$$

terwijl bij deze waarde van  $C$  een stralingsintensiteit behoort, gelijk aan die van een ster met absolute helderheid „0” (hoofdstuk III, § 2). Volgens § 3 van dit hoofdstuk kunnen we aannemen:  $r = 62.5$  parsec. De waarde van  $C$  wordt nu:  $C = 10^{1.6}$ .

Rekening houdende met hetgeen reeds aan het begin van deze paragraaf medegedeeld is, wordt de gemiddelde waarde van  $E$  voor *U Gem*:

$$\text{smalle maxima: } E_s = \frac{10^{1.6}}{10^{3.5}} \times 2.0 \times 24 \times 3600 J_0 \approx 2.2 \times 10^3 J_0;$$

$$\text{brede „ : } E_b = \frac{10^{1.6}}{10^{3.5}} \times 6.0 \times 24 \times 3600 J_0 \approx 6.5 \times 10^3 J_0,$$

waarbij  $J_0$  de hoeveelheid straling is, die per sec. uitgezonden wordt door een ster met absolute helderheid „0”.

Het is echter geschikter  $J_0$  uit te drukken in de eenheid gelijk aan de straling van de zon per sec. ( $I_{\odot}$ ). Bekend is, dat de absolute bolometrische helderheid van de zon + 4.<sup>m</sup>85 is, d.w.z. de nieuwe eenheid is  $10^{-0.4} \times 4.85$  maal zo groot als de oude eenheid.

Bij deze berekeningen kon de reductie van visuele op bolometrische helderheden vervallen, daar de reductiefactor toevallig bijna dezelfde is voor  $5700^{\circ}$  en voor  $9000^{\circ}$ .

$E$  wordt nu:

$$E_s \approx 2.2 \times 10^3 \times 10^{0.4} \times 4.85 I_{\odot} \approx 2.2 \times 10^5 I_{\odot} \text{ en}$$

$$E_b \approx 6.5 \times 10^3 \times 10^{0.4} \times 4.85 I_{\odot} \approx 6.5 \times 10^5 I_{\odot}.$$

Dat deze uitkomst de juiste orde van grootte heeft, blijkt als volgt: in het maximum is  $M_{U\ Gem} = +5.^m2$ ;  $M_{\odot} = +4.^m85$ . De uitstraling van *U Gem* in het maximum is dus van dezelfde orde als de normale uitstraling van de zon. De gemiddelde waarde van  $b(m^*)$  bedraagt voor de *smalle maxima*  $\approx 3.^d5$ , voor de *brede maxima*  $\approx 8.^d5$ . Hieruit volgt, dat  $E_s$  en  $E_b$  resp. van de orde zijn:

$$3.5 \times 24 \times 3600 I_{\odot} = 3.10^5 I_{\odot} \text{ en } 8.5 \times 24 \times 3600 I_{\odot} = 7.10^5 I_{\odot}.$$

Voor *SS Cygni* vinden we een  $E$  van ongeveer  $2.10^5 I_{\odot}$ , een waarde, die klaarblijkelijk van dezelfde orde van grootte moest zijn als bij *U Gem*: de getallen waarbij van de berekening is uitgegaan, vertonen voor de twee beschouwde sterren slechts geringe verschillen ( $m_{\max} = 8.^m3$  i.p.v.  $9.^m3$ ,  $r = 26.5$  i.p.v.  $62.5$  parsec en  $b \approx 8.^d5$  i.p.v.  $\approx 7.^d1$ ); bovendien is de exponent 0.4 en is het slechts de logaritmische van  $r$ , die een rol speelt.

Per uitbarsting straalt dus *U Gem* gemiddeld evenveel uit als de zon in 5 dagen, en *SS Cygni* gemiddeld evenveel als de zon in 2 dagen.

Voor een nova, b.v. *Nova Aquilae 1918* ( $m_{\max} = -1^m$ ,  $r = 33.3$  parsec,  $b(m^*) \approx 180^d$ ) berekenen we voor  $E$  de waarde:

$$E = 10^{+0.4(5 \log 33.3 - 5)} \cdot 10^{-0.4 \times -1} \cdot 180 \times 24 \times 3600 \cdot 10^{0.4 \times 4.85} I_{\odot} = \approx 4.10^{10} I_{\odot}.$$

Als we aannemen, dat er gemiddeld per jaar 7 uitbarstingen bij *SS Cyg* en 3 uitbarstingen bij *U Gem* optreden, straalt *SS Cyg* in  $\approx 3000$  jaar, *U Gem* in  $\approx 5000$  jaar bij de uitbarstingen evenveel energie uit als een nova tijdens één uitbarsting.

b. De absolute waarde van  $\mathfrak{M}$  voor *U Gem*, *SS Cyg* en de novae.

Evenals voor de straling  $E$  hebben we in hoofdstuk III, § 3, voor *U Gem* een waarde voor de uitgestoten massa  $\mathfrak{M}$  berekend, maar niet de absolute waarde. Daarbij was gebruik gemaakt van de aldaar aangegeven formule (4):

$$\mathfrak{M} = C' \cdot 10^{-0.3 m_{\max}} \cdot b(m^{**}),$$

waarbij  $C'$  voorlopig de waarde  $10^{2.5}$  had en  $b(m^{**})$  in dagen uitgedrukt was. Als gemiddelde waarde voor  $\mathfrak{M}$  was voor de *smalle maxima* gevonden 1.7 en voor de *brede maxima* 5.0 (zie hoofdstuk III, § 6).

Om de absolute waarde van  $\mathfrak{M}$  te kunnen berekenen, moet de werkelijke waarde van  $C'$  bepaald worden en moet  $b$  uitgedrukt worden in seconden.

De waarde van  $C'$  volgt uit formule (5) van § 3, hoofdstuk III:

$$C' = A \cdot 10^{0.3 (M_{\odot} + 5 \log r - 5)},$$

waarbij:

$$A = \frac{4\pi}{\sqrt{2} c'} \left( \frac{R_{\odot}}{\beta^{1/2}} \right)^{3/2} \cdot v.$$

De grootheden, voorkomende in  $A$ , zijn volledig gedefinieerd in hoofdstuk III, § 3.

De berekening verloopt nu als volgt:

$$c' = \frac{\delta k}{m_H T^{3/2}} \quad \left. \begin{array}{l} \delta = 3.43 \times 10^{21} \\ k = 1.372 \times 10^{-16} \text{ erg/sec.} \\ m_H = 1.6 \times 10^{-24} \text{ gram} \\ T = 0.9 \times 10^4 \text{ graad} \end{array} \right\} c' = 4.72 \times 10^{11}.$$

$$R_{\odot} = 700\,000 \text{ km} = 7 \cdot 10^{10} \text{ cm.}$$

$$\beta = \left( \frac{3}{2} \right)^4$$

$$v = 1000 \text{ km/sec} = 10^8 \text{ cm/sec.}$$

$$\text{Uit deze gegevens volgt: } A = 7.09 \times 10^{18}.$$

Verder is:

$$M_{\odot} = + 4.^m85$$

$$r = 62.5 \text{ parsec (zie § 3).}$$

$$\text{De waarde voor } C' \text{ wordt nu: } C' = 3.24 \times 10^{21}.$$

Ook weer rekening houdende met hetgeen aan het begin van b) mede gedeeld is, vinden we voor de gemiddelde absolute waarde van  $\mathfrak{M}$ :

$$\text{smalle maxima: } \mathfrak{M}_s = 3.24 \times \frac{10^{21}}{10^{2.5}} \times 1.7 \times 24 \times 3600 \approx 1.5 \times 10^{24} \text{ gr.};$$

$$\text{brede „ : } \mathfrak{M}_b = 3.24 \times \frac{10^{21}}{10^{2.5}} \times 5.0 \times 24 \times 3600 \approx 4.4 \times 10^{24} \text{ gr.}$$

De orde van grootte kunnen we ook weer als volgt controleren:

We bedenken, dat de uitstraling van *U Gem* in het maximum van dezelfde orde van grootte is als de uitstraling der zon, zodat de orde van grootte der uitgestoten massa's bedraagt:

$$\mathfrak{M}_s = 7.09 \times 10^{18} \times 24 \times 3600 \times 3.5 = 2.1 \times 10^{24} \text{ gram}$$

$$\mathfrak{M}_b = 7.09 \times 10^{18} \times 24 \times 3600 \times 8.5 = 5.2 \times 10^{24} \text{ gram.}$$



Deze berekende waarde voor  $\mathcal{M}$  stemt overeen met de door Gordeladse berekende waarde voor  $\mathcal{M}$  bij *SS Cyg*:  $2.10^{24}$  gram <sup>1)</sup>.

Gordeladse heeft ook voor enkele novae de waarde van  $\mathcal{M}$  berekend <sup>2)</sup>. Als gemiddelde waarde voor  $\mathcal{M}$  vindt hij:  $\mathcal{M} = 10^{29}$  gram.

Als we aannemen, dat er gemiddeld per jaar 7 uitbarstingen bij *SS Cyg* en 3 uitbarstingen bij *U Gem* optreden, verliest *SS Cyg* in  $\approx 7000$  jaar, en *U Gem* in  $\approx 10000$  jaar evenveel massa als een novae bij één uitbarsting.

### § 6. Vergelijking van de door ons verkregen resultaten voor *U Gem* met die verkregen voor *SS Cyg*.

In de inleiding van dit hoofdstuk is medegedeeld, dat de *U Gem*-sterren tot één klasse behoren; alle sterren van deze klasse hebben in grote trekken bepaalde eigenschappen gemeen, maar het is toch wel noodzakelijk, de vergelijking nauwkeuriger uit te werken. Dit laatste is nu mogelijk voor 2 sterren n.l. voor *SS Cyg* en voor *U Gem*. Naar eerstgenoemde ster is een uitgebreid onderzoek ingesteld door Sterne <sup>3)</sup>, terwijl in hoofdstuk I t/m IV van dit proefschrift een soortgelijk onderzoek verricht is voor *U Gem*.

De resultaten van het onderzoek van *SS Cyg* zijn zeker betrouwbaarder dan die van *U Gem*. Immers:

1. het waarnemingsmateriaal is veel groter, dus de lichtkromme is veel nauwkeuriger bekend;
2. er bestaat geen onzichtbaarheidsperiode, de lichtkromme heeft geen onderbrekingen; de opeenvolging der waargenomen uitbarstingen komt overeen met de werkelijkheid;
3. de gemiddelde periode is ongeveer de helft van die van *U Gem*, het aantal maxima is dus veel groter (260);
4. de helderheid is het minimum is  $\approx 12^m$ , dus 2 grootteklassen hoger dan die van *U Gem*, waardoor de waarnemingen in het minimum nauwkeuriger zijn en het helderheidsverloop bij een uitbarsting, ook aan het begin, gemakkelijker te volgen is.

Allereerst willen we het algemeen verloop van de lichtkrommen vergelijken. In het algemeen treedt er bij een uitbarsting een snelle

<sup>1)</sup> Bull. Abast. Astroph. Obs. 1938—3, 102.

<sup>2)</sup> Bull. Abast. Astroph. Obs. 1937—1, 67.

<sup>3)</sup> H.A. 90—6, 1934.

stijging naar het maximum op, gevolgd door een langzame daling naar het minimum; dit geldt voor beide sterren. Bij *SS Cyg* zijn de maxima, naar de grotere of geringere steilheid van de lichtkromme in de stijgende tak, te verdelen in 4 soorten, die men aangeeft met de letters *A*, *B*, *C* en *D*. Ook bij *U Gem* vindt men bij de onderscheidene uitbarstingen wel verschillen van steilheid in de stijgende tak, maar het is onmogelijk gebleken, daarvoor een groeipindeling in te voeren; de oorzaak hiervan is, dat over het algemeen, als gevolg van de geringe helderheid in het minimum, het helderheidsverloop tussen  $14^m$  en  $11^m$  in de stijgende tak van een uitbarsting moeilijker waargenomen kan worden en daarom ook voor een groot aantal maxima niet bekend is; voor *SS Cyg* bestaat deze moeilijkheid niet (zie punt 4). Het is dan ook onmogelijk bij *U Gem* een dergelijke indeling te maken als bij *SS Cyg*. Evenmin kunnen we hopen de associaties en correlaties, die daarmee samenhangen, bij *U Gem* terug te vinden.

Een tweede punt van vergelijking betreft de indeling van de lichtkrommen der maxima in 2 soorten; bij beide sterren treedt n.l. het verschijnsel van *smalle* en *brede* maxima duidelijk op. Een illustratie daarvan vindt men voor *SS Cyg* in fig. 2, bldz. 204 van de genoemde verhandeling van Sterne; ook uit de berekening van de tijdens een uitbarsting uitgestoten massa  $\mathfrak{M}$  door Gorderladse <sup>1)</sup> blijkt deze indeling heel duidelijk (fig. 1, bladz. 98). Bij *U Gem* geven de platen V, VI, VII, VIII en IX de indeling in *smalle* en *brede* maxima aan. Bij *U Gem* geldt, op enkele uitzonderingen na (5 op de 75), de alterneringsregel, d.w.z. er is een regelmatige afwisseling van *brede* en *smalle* maxima; bij *SS Cyg* zijn de afwijkingen van deze alterneringsregel zo talrijk (60 op de 260), dat er moeilijk gesproken kan worden van een regelmatige afwisseling.

Een derde belangrijk punt van vergelijking is de kwestie der *correlaties*. In hoofdstuk III zijn voor *U Gem* een aantal correlaties tussen de verschillende elementen van de lichtkromme bepaald en de resultaten daarvan zullen we nu ook vergelijken met de correlatie-resultaten bij *SS Cyg*. Duidelijkheidshalve zijn de corre-

<sup>1)</sup> Bull. Abast. Astroph. Obs. 1938—3, 102.

laties, zowel voor *U Gem*, als voor *SS Cyg*, naast elkaar vermeld in tabel XIII.

TABEL XIII.  
Overeenkomstige correlaties voor *U Gem* en *SS Cyg*.

correlatie tussen de:	<i>U Geminorium</i>			<i>SS Cygni</i>	
	correlatie-coëfficiënt $r$	aantal „punten“	tabel	correlatie-coëfficiënt $r$	aantal „punten“
1. amplitude en breedte van een maximum: $(a, b)$	$\left\{ \begin{array}{l} \textit{smal} \ r = +0.64 \pm 0.09 \\ \textit{breed} \ r = +0.70 \pm 0.08 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} n = 28 \\ n = 40 \end{array} \right\}$	VIII „	$\left. \begin{array}{l} r = +0.391 \pm 0.052 \\ - \end{array} \right\}$	$n = 264$
2. amplitude en straling van een maximum: $(a, E)$	$\left\{ \begin{array}{l} \textit{smal} \ r = +0.72 \pm 0.10 \\ \textit{breed} \ r = +0.88 \pm 0.04 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} n = 24 \\ n = 38 \end{array} \right\}$	„ „	$\left. \begin{array}{l} - \\ - \end{array} \right\}$	
3. breedte en straling van een maximum: $(b, E)$	$\left\{ \begin{array}{l} \textit{smal} \ r = +0.93 \pm 0.03 \\ \textit{breed} \ r = +0.89 \pm 0.04 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} n = 24 \\ n = 38 \end{array} \right\}$	„ „	$\left. \begin{array}{l} - \\ - \end{array} \right\}$	
4. lengte vóórgeand interval en amplitude van een maximum: $(p_1, a)$	$\left\{ \begin{array}{l} \textit{smal} \ r = +0.70 \pm 0.11 \\ \textit{breed} \ r = +0.34 \pm 0.20 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} n = 19 \\ n = 19 \end{array} \right\}$	IX „	$\left. \begin{array}{l} r = +0.415 \pm 0.051 \\ - \end{array} \right\}$	$n = 264$
5. lengte vóórgeand interval en breedte van een maximum: $(p_1, b)$	$\left\{ \begin{array}{l} \textit{smal} \ r = +0.68 \pm 0.12 \\ \textit{breed} \ r = +0.40 \pm 0.19 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} n = 19 \\ n = 19 \end{array} \right\}$	„ „	$\left. \begin{array}{l} r = +0.038 \pm 0.061 \\ - \end{array} \right\}$	$n = 266$
6. lengte vóórgeand interval en straling van een maximum: $(p_1, E)$	$\left\{ \begin{array}{l} \textit{smal} \ r = +0.71 \pm 0.12 \\ \textit{breed} \ r = +0.49 \pm 0.17 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} n = 16 \\ n = 16 \end{array} \right\}$	„ „	$\left. \begin{array}{l} - \\ - \end{array} \right\}$	
7. lengte volgend interval en amplitude van een maximum: $(p_2, a)$	$\left\{ \begin{array}{l} \textit{smal} \ r = +0.15 \pm 0.23 \\ \textit{breed} \ r = -0.06 \pm 0.22 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} n = 18 \\ n = 19 \end{array} \right\}$	X „	$\left. \begin{array}{l} r = +0.485 \pm 0.047 \\ - \end{array} \right\}$	$n = 264$
8. lengte volgend interval en breedte van een maximum: $(p_2, b)$	$\left\{ \begin{array}{l} \textit{smal} \ r = +0.13 \pm 0.23 \\ \textit{breed} \ r = +0.26 \pm 0.21 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} n = 18 \\ n = 19 \end{array} \right\}$	„ „	$\left. \begin{array}{l} r = +0.486 \pm 0.047 \\ - \end{array} \right\}$	$n = 267$
9. lengte volgend interval en straling van een maximum: $(p_2, E)$	$\left\{ \begin{array}{l} \textit{smal} \ r = +0.00 \pm 0.24 \\ \textit{breed} \ r = +0.13 \pm 0.24 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} n = 15 \\ n = 17 \end{array} \right\}$	„ „	$\left. \begin{array}{l} - \\ - \end{array} \right\}$	
10. lengte vóórgeand interval en lengte volgend interval: $(p_1, p_2)$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} r = +0.00 \pm 0.23$	$n = 20$	„	$r = +0.280 \pm 0.056$	$n = 266$

Aan de hand van deze tabel merken we het volgende op:

- a. Doordat Sterne geen onderscheid gemaakt heeft tussen *smalle* en *brede* maxima, zijn de correlaties niet altijd direct vergelijkbaar. Zo vinden we, dat zowel voor *U Gem*, als voor

*SS Cyg*, de correlatie (1) tussen de amplitude en de breedte van een maximum „reëel” is, hoewel de maxima bij eerstgenoemde ster een groter onderlinge gelijkvormigheid vertonen. Voor de correlaties (7) en (8) is er een duidelijke tegenpraak: bij *SS Cyg* is de correlatie „reëel”, bij *U Gem* is er geen sprake van een correlatie, noch voor de *smalle*, noch voor de *brede* maxima. Bij de correlaties (4) en (5) doet het genoemde bezwaar zich wel gelden, want de correlatie (4) voor *SS Cyg* stemt overeen met die voor *U Gem* voor wat de *smalle* maxima aangaat: beide zijn „reëel”; maar voor de *brede* maxima is deze correlatie voor *U Gem* zeer zwak. Bij (5) is er bij *SS Cyg* geen sprake van een correlatie, daarentegen is bij *U Gem* de correlatie voor de *smalle* maxima „reëel”, voor de *brede* maxima zwak. Bij *U Gem* bestaat er dus wel degelijk onderscheid tussen de *smalle* en *brede* maxima, bij *SS Cyg* is deze conclusie uit de verhandeling van Sterne niet te trekken. Dit laatste is wel jammer, daar juist *SS Cyg* zich o.i. heel goed voor een gescheiden onderzoek van *smalle* en *brede* maxima leent.

- b. Het doet vreemd aan, dat de correlaties (7), (8) en (10) bij *SS Cyg* alle „reëel” zijn, terwijl bij *U Gem* deze correlaties zeker „niet-reëel” zijn; het komt er dus op neer, dat de amplitude, breedte en lengte van het vóórgaande interval van een maximum bij *SS Cyg* wel een stelselmatig verband vertonen met de lengte van het op dit maximum volgend interval, terwijl daarvan bij *U Gem* geen sprake is.
- c. Bij het onderzoek van *SS Cyg* heeft Sterne niet de straling betrokken, zodat we de daarop betrekking hebbende wetmatigheden niet kunnen vergelijken met de overeenkomstige bij *U Gem*. Wel heeft Kruytbosch<sup>1)</sup> een negatieve correlatie<sup>2)</sup> gevonden tussen de uitgestraalde energie tijdens een uitbarsting en de uitgestraalde energie tijdens de daarop volgende uitbarsting; deze vondst stemde overeen met de resultaten van

<sup>1)</sup> B.A.N. 4, 145, 1928.

<sup>2)</sup> Met een positieve of negatieve correlatie wordt bedoeld, dat de correlatie in beide gevallen „reëel”, maar de correlatie-coëfficiënt positief of negatief is.

het onderzoek van Sterne, n.l. dat vermoedelijk: 1. een *smal* maximum zou volgen op een *breed* maximum; 2. een maximum met kleine amplitude zou volgen op een maximum met grote amplitude; 3. een *breed* maximum ook een grote amplitude zou hebben. Als we bij *U Gem* onderscheid maken tussen de *smalle* en *brede* maxima, is deze negatieve correlatie eveneens aanwezig: dit volgt uit de correlaties (1), (2) en (3); bovendien is er bij *U Gem* een vrijwel regelmatige afwisseling *smal-breed*, veel mooier dan bij *SS Cyg* het geval is.

Kruytbosch heeft ook een positieve correlatie gevonden tussen de uitgestraalde energie tijdens een uitbarsting en de lengte van het daarop volgende minimum; dit komt overeen met de correlaties (7) en (8) bij *SS Cyg*. Bij *U Gem* is van een dergelijke positieve correlatie geen sprake (zie correlatie (9)).

Resumerende, komen we tot de slotsom, dat *SS Cyg* en *U Gem*, naast een aantal overeenkomstige eigenschappen, toch ook belangrijke verschillen vertonen; daarvan is het meest opvallende, dat er bij de eerst genoemde ster een duidelijke correlatie bestaat tussen de eigenschappen van een maximum en de lengte van het daarop volgende interval, terwijl er bij *U Gem* veeleer verband is met het vóórgaand interval.

### § 7. Amplitude-Periode betrekking voor *U Gem*-sterren en voor nova-achtige sterren.

De sterren van het *U Gem*-type vertonen verscheidene eigenschappen, die ook optreden bij novae:

1. de straling vertoont een plotselinge stijging naar het maximum, gevolgd door een langzame daling naar het minimum, en een lange stilstand in dat minimum (§ 2 van dit hoofdstuk);
2. de spectra zijn in het maximum continu, in het minimum vertonen ze brede lijnen (§ 3 van dit hoofdstuk);
3. de kleurindex in het minimum is slechts weinig groter dan die in het maximum; de lichtuitbarsting is dus niet het gevolg van hogere temperatuur, maar van plotselinge uitzetting der ster § 3;
4. er zijn aanwijzingen, dat de *U Gem*-sterren in het minimum tot de sub-dwergen behoren; in de laatste tijd is het nu waarschijnlijk ge-

worden, dat de novae in hun minimum eveneens sub-dwergen zijn <sup>1)</sup> (§ 4).

Zoals reeds in de inleiding van dit hoofdstuk medegedeeld is, zou er dus aanleiding zijn, *U Gem*-sterren en novae tot één klasse te rekenen, maar dan zouden de novae in werkelijkheid *periodieke* veranderlijken moeten zijn, echter met een heel grote periode.

Nu is echter ook de gemiddelde amplitude van de *U Gem*-sterren veel kleiner dan die van novae, en de vraag doet zich voor: bestaat er misschien een verband tussen de gemiddelde amplitude en de gemiddelde periode, dat zowel op de *U Gem*-sterren als op de novae van toepassing is?

Parenago en Kukarkin hebben zich met deze kwestie beziggehouden <sup>2)</sup>. De moeilijkheid was echter, dat voor geen enkele klassieke nova de periode bekend was; wel was de gemiddelde periode nauwkeurig bekend voor 2 „nova-achtige” sterren, *T Pyxidis* en *RS Ophiuchi* (zie § 2 van dit hoofdstuk). Voor elk van een 7-tal *U Gem*-sterren en de 2 genoemde nova-achtige sterren is opge maakt de gemiddelde amplitude  $\bar{A}$  van een uitbarsting en de gemiddelde periode  $\bar{P}$ . Tabel XIV vermeldt deze gegevens.

TABEL XIV.

Amplitude-Periode betrekking voor *U Gem*-sterren en 2 nova-achtige sterren.

Ster	$\bar{P}$	$\log \bar{P}$	$\bar{A}$	$n$
AC And	2. <sup>d</sup> 11	0.32	1. <sup>m</sup> 2	15
RX And	14. 4	1.16	2. 5	19
X Leo	19. 0	1.28	2. 5	21
Z Cam	22. 3	1.35	2. 8	27
SS Aur	31. 6	1.50	3. 4	19
SS Cyg	33. 8	1.53	2. 9	60
" "	45. 6	1.66	3. 3	60
" "	56. 4	1.75	3. 4	60
SS Aur	66. 0	1.82	3. 9	24
SS Cyg	71. 0	1.85	3. 6	57
U Gem	104.	2.02	4. 5	23
T Pyx	5500.	3.74	6. 8	2
RS Oph	12800.	4.11	7. 8	1

<sup>1)</sup> D. B. McLaughlin, Pop. Astr. 49, 292, 1941.

<sup>2)</sup> Ver. von Fr. der Phys. und Astr. in Nishni-Novgorod, Veränd. Sterne, IV-8, 251, 1934.

Grafisch zijn de getallen van deze tabel uitgezet op plaat XII, figuur 1. Het resultaat is een vrijwel lineair verband, waarvoor de formule luidt:

$$\bar{A} = 0.62 + 1.667 \log \bar{P}$$

of in een andere vorm:

$$\bar{J} = k \cdot \bar{P}^{2/3},$$

waarbij  $\bar{J}$  de gemiddelde stralingsintensiteit in het maximum is en  $k$  ongeveer de waarde  $\frac{9}{6}$  heeft.

Parenago en Kukarkin tekenen hierbij aan: stelt men de amplitude-periode betrekking op voor alle individuele uitbarstingen van elk der *U Gem*-sterren, dan vertonen de punten ( $\bar{A}$ ,  $\log \bar{P}$ ) een vrij grote spreiding om het gemiddelde. Inderdaad blijkt dit ook bij *U Gem* het geval te zijn (plaat XII, fig. 2). In deze figuur, op veel groter schaal ontworpen dan fig. 1, is de lijn van Kukarkin ook getekend; nu valt onmiddellijk op, dat *U Gem* geheel buiten de algemene lijn komt te liggen. Als we een rechte lijn door de getekende punten van figuur 2 brengen, wordt de betrekking:

$$A = 0.79 + 1.87 \log P.$$

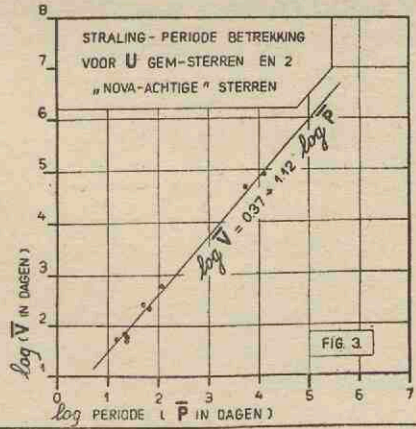
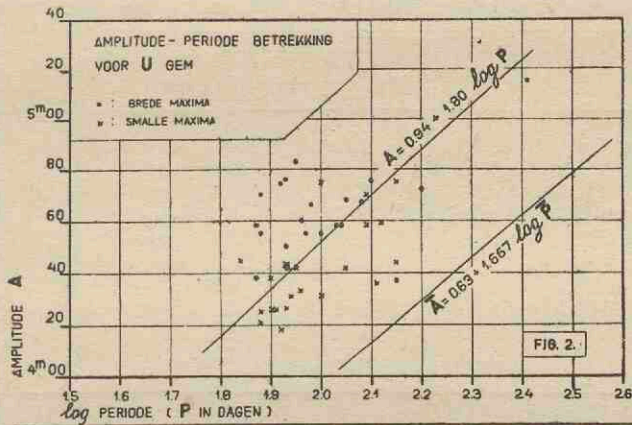
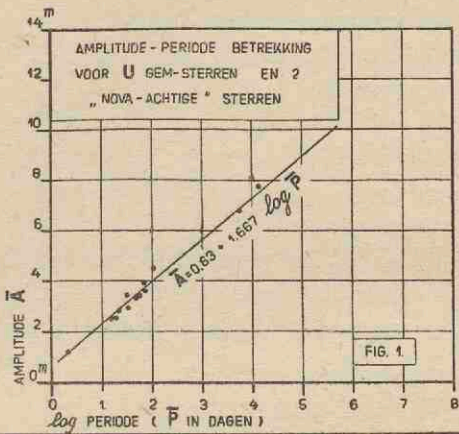
De richting komt dus vrijwel overeen met de algemene betrekking tussen  $\bar{A}$  en  $\log \bar{P}$ , maar er treedt een verschuiving op. Deze afwijking zou echter op de schaal van figuur 1 niet veel groter zijn dan die der meeste andere punten.

TABEL XV.

Amplitude-Periode betrekking voor novae.

Novae	A	$\log P$ ( $P$ in dagen)	Berekende periode $P$ (in jaren)
1. N Corona 1866 . .	11. <sup>m</sup> 6	6.58	$1.0 \times 10^4$
2. N Persei 1901 . .	13. 8	7.91	$2.2 \times 10^5$
3. N Geminorum 1912 . .	8. 3	4.60	$1.1 \times 10^2$
4. N Aquilae 1918 . .	11. 8	6.71	$1.4 \times 10^4$
5. N Ophiuchi 1919 . .	6. 6	3.58	$1.0 \times 10$
6. N Cygni 1920 . .	13. 0	7.42	$7.2 \times 10^4$
7. N Herculis 1934 . .	14. 3	8.20	$4.4 \times 10^5$
8. N Pictoris 1925 . .	11. 7	6.64	$1.2 \times 10^4$

Tot welke gevolgen deze betrekking leidt voor novae, blijkt uit



Amplitude-Periode- en Straling-Periode betrekking voor U Gem-sterren en twee nova-achtige sterren.



tabel XV, waarin voor enkele goed bekende novae de periode berekend is met behulp van de algemene betrekking en van de bekende waarde der amplitude  $A$ .

Als deze novae aan de betrekking zouden voldoen, is er maar één nova, *N Ophiuchi 1919*, waarvoor de periode controleerbaar moet zijn. Voor de overige is een controle van een eventuele periode absoluut uitgesloten.

Parenago en Kukarkin geven in de genoemde verhandeling ook een lijst van novae met een betrekkelijk kleine amplitude, zodat de bij deze amplitude behorende periode, berekend met hun betrekking, ook klein zou moeten zijn.

TABEL XVI.

Amplitude-Periode betrekking voor novae met kleine amplitude.

Novae	$A$	$\log P$ ( $P$ in dagen)	$P$ (berekend)	$P_{A+2}$ (berekend)
1. T CrB 1866	8. <sup>m</sup> 3	4.60	110 jaar	
2. N Sgr 1899	7. 1	3.88	19 "	
3. RS Car 1895	4. 3	2.20	160 dagen	6.9 jaar
4. N Lyr 1919	5. 0	2.62	1.1 jaar	18 "
5. N Nor 1920	3. 5	1.72	53 dagen	2.3 "
6. N Oph 1848	7. 3	4.00	27 jaar	
7. GR Sgr 1924	5. 2	2.68	1.3 "	24 "
8. HS " 1901	5. 0	2.62	1.1 "	18 "
9. N " 1919	7. 0	3.82	18 "	
10. N Ser 1903	5. 3	2.80	1.7 "	28 "

Parenago en Kukarkin delen echter mede, dat de opgegeven amplituden vermoedelijk alle aan de kleine kant zijn, daar de sterren pas als novae herkend zijn, nadat het maximum van de uitbarsting opgetreden was. Het is dus heel goed mogelijk, dat de amplituden enkele grootteklassen groter zijn. In de laatste kolom van tabel XVI is door ons dan ook voor no. 3, 4, 5, 7, 8 en 10 de periode berekend, die bij een amplitude behoort, die 2 grootteklassen groter is. De grootte van deze periode zou te controleren zijn op oude platen van deze sterren, als misschien een aantal onopgemerkte maxima gevonden konden worden. Het verdient dus aanbeveling, een onderzoek in te stellen naar de gedragingen van deze novae.

Opm. Om misverstand te voorkomen, moeten we er op wijzen, dat *N Ophiuchi 1919* (tabel XV—5) niet dezelfde ster is als

*N Ophiuchi* 1848 (tabel XVI—6); dit blijkt onmiddellijk uit de plaatsbepaling:

$$N\ Oph.\ 1848\ \text{no.}\ 2: \left[ \begin{array}{l} \alpha = 16^{\text{h}}53^{\text{m}}54^{\text{s}} \\ \delta = -12^{\circ}44.'4 \end{array} \right];$$

$$N\ Oph.,\ 1919\ \text{no.}\ 4: \left[ \begin{array}{l} \alpha = 18^{\text{h}}\ 9^{\text{m}}27^{\text{s}} \\ \delta = +11^{\circ}35.'1 \end{array} \right].$$

Hetzelfde geldt voor *N Sgr* 1899 en *N Sgr* 1919: (tabel XVI, 2 en 9):

$$N\ Sgr\ 1899\ \text{no.}\ 3: \left[ \begin{array}{l} \alpha = 18^{\text{h}}13^{\text{m}}48^{\text{s}} \\ \delta = -25^{\circ}13.'5 \end{array} \right];$$

$$N\ Sgr\ 1919\ \text{no.}\ 5: \left[ \begin{array}{l} \alpha = 18^{\text{h}}24^{\text{m}}6.^{\text{s}}2 \\ \delta = -29^{\circ}28.'9 \end{array} \right].$$

### § 8. Straling-Periode betrekking voor *U Gem*-sterren en voor nova-achtige sterren.

Het ligt voor de hand te beproeven of er ook een betrekking bestaat tussen de gemiddelde hoeveelheid uitgezonden straling bij een uitbarsting en de gemiddelde periode. Om echter de straling  $E$  te berekenen, zouden we gebruik moeten maken van de formule:  $E = C \cdot 10^{-0.4 m_{\text{max}}} \cdot b(m^*)$ , waarbij  $C$  afhankelijk is van de afstand  $r$  van de ster (zie hoofdstuk III, § 2). Daar echter slechts voor *SS Cyg* en *U Gem* de parallaxis bekend is, kunnen we de  $E$  van de andere sterren niet berekenen. Daarom zullen we liever een betrekking moeten zoeken tussen grootheden, die direct uit de waarnemingen af te leiden zijn.

Laat  $\bar{E}$  de totale hoeveelheid straling zijn, die gemiddeld bij een uitbarsting uitgezonden wordt,  $\mathcal{E}$  de gemiddelde hoeveelheid straling, die *per dag* in het minimum uitgestraald wordt, en die we de „normale straling” kunnen noemen. Dan kunnen we door middel van de lichtkromme voor iedere ster der *U Gem*-klasse de gemiddelde waarde  $\bar{V} = \frac{\bar{E}}{\mathcal{E}}$  dagen bepalen, zonder de parallaxis te kennen. We bepalen dus het gemiddeld aantal dagen, dat de ster „normaal” moet stralen, om evenveel straling uit te zenden als tijdens één uitbarsting uitgezonden wordt.

We kunnen schrijven:

$$\bar{V} = \frac{\bar{E}}{\bar{E}} = \frac{C \cdot 10^{-0.4 \bar{m}_{\max}} \cdot \bar{b}(m^*)}{C \cdot 10^{-0.4 \bar{m}_{\min}}} = 10^{-0.4 (\bar{m}_{\max} - \bar{m}_{\min})} \cdot \bar{b}(m^*),$$

waarin  $b(m^*)$  dezelfde betekenis heeft als aangegeven is in hoofdstuk III, § 2.

Het resultaat van deze berekening, waarbij ook de beide nova-achtige sterren betrokken zijn, is vermeld in tabel XVII.

TABEL XVII.

Straling-Periode betrekking voor U Gem-sterren en twee nova-achtige sterren.

Ster	$\bar{A}$	$\bar{P}$	$\bar{b}(m^*)$	$\log \bar{V}$	$\log \bar{P}$	$\bar{V}$	$\bar{\phi} = \frac{\bar{V} - \bar{b}}{\bar{P}}$
1. X Leo	3. <sup>m</sup> 1	24 <sup>d</sup>	2. <sup>d</sup> 8	1.69	1.38	49 <sup>d</sup>	1.8
2. RX And	2. 8	14	4.2	1.74	1.16	55	3.3
3. Z Cam	2. 6	23	5.8	1.80	1.36	63	2.2
4. SU UMa	3. 8	22	1.9	1.84	1.34	69	3.0
5. SS Aur	4. 2	64	4.5	2.33	1.82	214	3.2
6. SS Cyg	3. 7	50	8.5	2.41	1.70	258	4.8
7. U Gem	4. 8	115	7.1	2.77	2.06	590	5.0
8. T Pyx	6. 8	5500	90	4.67	3.74	47000	8.2
9. RS Oph	7. 8	12800	60	4.90	4.11	80000	6.2

Grafisch is uitgezet  $\log \bar{V}$  tegen  $\log \bar{P}$  (plaat XII, fig. 3). <sup>1)</sup> Onmiddellijk blijkt, dat er een vrijwel lineair verband bestaat tussen  $\log \bar{V}$  en  $\log \bar{P}$  voor alle U Gem-sterren en de beide nova-achtige sterren.

De straling-periode betrekking luidt nu:

$$\log \bar{V} = 0.37 \ 1.12 \log \bar{P} + \text{of}$$

$$\bar{V} = 2.3 \times \bar{P}^{1.12}.$$

Passen we deze betrekking toe op de novae, waarbij we  $\bar{A} = 12^m$ ,  $\bar{b}(m^*) = 180^d$  nemen, dan wordt  $\bar{V} = 1.1 \times 10^7$  dagen. Uit onze betrekking volgt dan  $\bar{P} \approx 2600$  jaar. Volgens de amplitude-periode betrekking (§ 7) zou de periode van novae met een amplitude van  $12^m$ ,  $\approx 10\ 000$  jaar moeten bedragen; wat de orde van grootte betreft, stemmen deze waarden wel met elkaar overeen.

<sup>1)</sup> Zie blz. 123.

Van het stralingsproces kunnen we ons de volgende voorstelling maken; de ster produceert voortdurend energie; elke dag wordt van deze productie een „normaal” gedeelte uitgestraald, terwijl het „teveel” geproduceerde als „voorraad” opgeslagen wordt; bij een uitbarsting wordt deze voorraad als „extra-energie” vrijgegeven ten bedrage van  $(\bar{V}-\bar{b})\bar{\mathcal{E}}$ , waarin  $\bar{b}$  de gemiddelde duur, in dagen, van de uitbarsting is. De waarde van  $\bar{b}$  is ongeveer het dubbele van de waarde van  $\bar{b}(m^*)$  uit tabel XVII.

Voor iedere ster van tabel XVII zullen we nu opmaken de verhouding tussen de bij een uitbarsting uitgestraalde hoeveelheid extra-energie en de tijdens de periode normaal uitgestraalde hoeveelheid energie.

$$\text{We moeten dus bepalen: } \bar{\Phi} = \frac{(\bar{V}-\bar{b})\bar{\mathcal{E}}}{\bar{P}\bar{\mathcal{E}}} \text{ of } \bar{\Phi} = \frac{\bar{V}-\bar{b}}{\bar{P}}.$$

De laatste kolom van tabel XVII bevat de waarden van  $\bar{\Phi}$ . De gemiddelde waarde van  $\bar{\Phi}$  is 4.2, dit wil dus zeggen: van de geproduceerde energie wordt gemiddeld 20% „normaal” en 80% als „extra-energie” in de vorm van uitbarstingen uitgestraald;  $\frac{4}{5}$  deel van de geproduceerde energie wordt dus als voorraad opgeslagen.

Over het algemeen wordt bij toenemende periode de waarde van  $\bar{\Phi}$  ook groter, d.w.z. het percentage  $\frac{\bar{\Phi}}{\bar{\Phi}+1} \times 100$ , opgeslagen om later te worden uitgestraald als extra-energie, neemt langzaam toe: bij *X Leo* is het 64%, bij *T Pyx* en *RS Oph* is het 89 en 86%.

Dit volgt trouwens uit de betrekking:  $\log \bar{V} = 0.37 + 1.12 \log \bar{P}$ . Daaruit leidt men af:

$$\log \bar{P} = -\log 2.1 + 0.89 \log \bar{V}.$$

Dus wordt:

$$\log \bar{\Phi} = \log \frac{\bar{V}-\bar{b}}{\bar{P}} \approx \log \frac{\bar{V}}{\bar{P}} = \log 2.1 + 0.11 \log \bar{V}.$$

Voor novae is  $\bar{V}$  van de orde  $10^{4.4} \cdot 180^d$ . Dus  $\log \bar{\Phi} = 1.09$  en  $\bar{\Phi} = 12$ ; het percentage bedraagt dus 92%.

De door ons afgeleide betrekking onderscheidt zich principiëel van die van Parenago en Kukarkin, doordat niet alleen amplitude en periode, maar ook de duur van de uitbarstingen er een rol bij spelen.

Uit het gelijktijdig bestaan van de amplitude-periode- en straling-periode betrekking moet dus nog een wetmatigheid af te leiden zijn met betrekking tot de breedte  $\bar{b}(m^*)$ . Inderdaad, uit onze betrekking volgt:

$$\log \bar{V} = 0.37 + 1.12 \log \bar{P} = \log 10^{0.4} \bar{A} + \log \bar{b}(m^*) \text{ of} \\ 0.37 + 1.12 \log \bar{P} = 0.4 \bar{A} + \log \bar{b}(m^*).$$

Uit die van  $P$ . en  $K$ . volgt:

$$0.4 \bar{A} = 0.25 + 0.66 \log \bar{P}.$$

Deze beide verenigend:

$$0.37 + 1.12 \log \bar{P} = 0.25 + 0.66 \log \bar{P} + \log \bar{b}(m^*)$$

of

$$\log \bar{b}(m^*) = 0.12 + 0.46 \log \bar{P},$$

hetgeen de *gang* der getallen in tabel XVII vrij goed weergeeft.

Het is zeer waarschijnlijk, dat dergelijke betrekkingen ook af te leiden zouden zijn voor het verband tussen de uitgestoten massa en de gemiddelde periode.

§ 9. **Wat pleit voor de opvatting, dat U Gem-sterren tot één klasse behoren? Zijn de U Gem-sterren te beschouwen als „kortperiodieke novae“?**

In deze laatste paragraaf willen we nog eens samenvatten de resultaten, die pleiten voor de opvatting, dat:

1. de U Gem-sterren tot één klasse behoren;
2. de U Gem-sterren „kortperiodieke novae“ zouden zijn.

De opvatting, dat de U Gem-sterren tot één klasse van sterren zouden behoren, berust voornamelijk op de volgende resultaten:

- a. de lichtkromme: het algemene helderheidsverloop is voor alle *U Gem*-sterren hetzelfde (§ 2);
- b. het spectrum: althans voor een drietal sterren van deze groep is dit bekend en onderling gelijk bevonden (§ 3);
- c. de kleurindex: voor enkele dezer sterren gemeten en bijna gelijk bevonden; hij is in het minimum slechts weinig groter dan in het maximum (§ 3);
- d. de plaats in het H. R.-diagram: vermoedelijk zijn de *U Gem*-sterren in het minimum sub-dwergen (§ 4);
- e. de amplitude-periode betrekking van Parenago en Kukarkin: voor *U Gem*-sterren is deze betrekking zeker „reëel” (§ 7);
- f. de straling-periode betrekking: voor *U Gem*-sterren is ook deze betrekking zeer zeker „reëel” (§ 8).

Breiden we de *U Gem*-klasse uit met de nova-achtige sterren, dan behoren deze sterren, van al de beschouwde standpunten uit, ook tot de *U Gem*-klasse; zij hebben alleen een veel grotere amplitude en periode; volgens de wetmatigheden *a*, *b*, *c* en *d* kunnen we ook de novae tot de *U Gem*-klasse rekenen, maar of de resultaten *e* en *f* eveneens voor novae gelden, is, gezien de enorm grote periode; die dan zou moeten bestaan, niet na te gaan, hoewel de mogelijkheid wel bestaat. Alleen de novae, genoemd in tabel XVI, kunnen, als gevolg van hun kleine amplitude en daardoor vermoedelijk kleine periode, bij het onderzoek betrokken worden.

Samenvattend kunnen we zeggen:

„Waarschijnlijk vormen de *U Gem*-sterren en de novae één klasse, met als schakel de nova-achtige sterren. De *U Gem*-sterren kunnen dan beschouwd worden als „kortperiodieke novae”.”

Om met zekerheid te kunnen uitmaken, of de *U Gem*-sterren en de novae tot één klasse behoren, moet er veel meer en veel nauwkeuriger waarnemingsmateriaal verzameld worden van alle sterren van de *U Gem*-klasse en van de novae, dan tot nu toe gedaan is.

Vooraf is van belang, niet alleen op uitwendige analogiën af te gaan, maar de spectraalverschijnselen te onderzoeken om na te

gaan, of éézelfde proces in beide gevallen de lichtwisseling verklaart.

Er zijn nog een groot aantal *U Gem* sterren, waarvan nog maar heel weinig bekend is; een onderzoek naar de spectra en de parallaxis van deze sterren is noodzakelijk.

Wat de novae betreft, zijn de volgende desiderata te noemen:

- a. de oude waarnemingen van novae en speciaal van novae met kleine amplitude dienen onderzocht te worden; wellicht kan dan tot de periodiciteit van deze novae besloten worden, waarna vervolgens onderzocht zou moeten worden of deze periode in grote trekken aan de amplitude-periode betrekking voldoet. Zoals reeds medegedeeld is, lenen zich hiervoor alleen de novae, genoemd in tabel XVI;
- b. voor de novae, genoemd in tabel XVI, is in grote trekken de periode berekend met behulp van de amplitude-periode betrekking; in de tijdvakken, waarin dan een uitbarsting zou moeten optreden, is nauwkeurige observatie zeer gewenst; op deze wijze zou een bevestiging of ontkenning van het verband tussen de *U Gem*-sterren en de novae kunnen volgen.

Aan deze onderzoekingen zijn natuurlijk aanzienlijke moeilijkheden verbonden, maar de kwestie is van zeer groot belang en van principiële betekenis.





Starting from the, as yet unknown, frequency-distribution of the intervals  $F(p)$ , we derive the frequency-distribution of the  $+$ intervals  $P(p)$  theoretically in chapter II; reversely, the most probable  $F(p)$ -law is then constructed from the observed  $P(p)$ -law (table IV, column 5; § 9 and 10). From the theoretical  $F(p)$ -law obtained in this way the frequency-distribution to be expected for the  $*$ intervals  $Q^*(p)$  has been deduced; in its chief features it agrees with the frequency-distribution of the observed  $*$ intervals  $Q(p)$  (table IV, column 5). Plate IV shows the frequency diagrams.

Partly with a view to obtaining a possible confirmation of the deduced  $F(p)$ -law, the correlations between the elements which determine the light curve, have been investigated in chapter III, in the same way in which Sterne has investigated *SS Cyg*. The radiation  $E$ , emitted during a maximum, and the ejected mass  $\mathfrak{M}$  (§ 2 and 3) have been included in these correlations. The correlations found are mentioned in § 4; table IV furnishes the data for these correlations (see also plate V — IX).

In chapter IV we have tried to find the individual  $*$ intervals during which, owing to the vicinity of the sun, a maximum has remained unobserved; properly speaking such an interval should be divided into two „true” intervals. Based on a number of conditions, obtained from the result of chapter III, general rules have been laid down in the form of a dichotomous table, from which it can be deduced whether a  $*$ interval should be divided or not. As the conditions on which these rules are based are not all rigorous, exceptions may occur. Table XI mentions the result of the division applied to all the  $*$ intervals.

The meaning of the columns is as follows:

(1): the  $*$ interval between maximum  $n$  and  $(n + 1)$ ; (2): the length of the  $*$ interval; (3)—(6) mention successively the moments of: maximum  $n$ , last observation before the interruption by the sun, first observation after it, maximum  $(n + 1)$ ; (10): an interval of the type  $|b, b|$  means an  $*$ interval with a wide maximum on either side, etc; (12) and (16): the number and the type of the observed maxima, at the beginning and at the end of the  $*$ interval; (14): the number and the type of the hypothetically inserted maximum; (13) and (15): the length of the interval preceding and following the inserted maximum  $n^*$ ; (17) and (18): the number of added „true” intervals, respectively maxima; (19): the numbers of the rules which have been applied; (20): remarks.

On a closer inspection of the result of this division, it appears

that the theoretical  $F(p)$ -law agrees very well with the  $F^*(p)$ -law found after the division (fig. X). Table XII mentions all maxima (observed and hypothetical) in the order found after the division.

The meaning of the columns is as follows:

(1): the number of the maxima (the numbers with asterisk denote inserted maxima); (2) and (3): the moments at which in the rising branch the brightness  $11^m$  was reached; (5): the length (expressed in days) of the intervals; (6): the type of the maximum; (7): the amplitude of the maximum; (9): the width of the maximum at  $11^m$ ; (11): the total radiation  $E$  emitted during the maximum; (12): the amount of mass  $M$  ejected during a maximum. (Numbers printed in italics are only approximate.)

In the last chapter we have, first, examined in how far we can speak of a *U Gem*-class, while, secondly, we have investigated whether there is a real relation between the stars of the *U Gem*-class and the novae. The following available data point in this direction:

1. the light curve (§ 2);
2. the spectra (§ 3);
3. the position in the Hertzsprung-Russell-diagram (both the *U Gem*-stars and the novae are probably subdwarfs) (§ 4 and fig. XI);
4. the amplitude-period relation of Parenago and Kukarkin:

$$\bar{A} = 0.63 + 1.667 \log \bar{P} \quad (\S 7 \text{ and plate XII});$$

5. the radiation-period relation:

$$\log \bar{V} = 0.37 + 1.12 \log \bar{P} \quad (\S 8 \text{ and plate XII});$$

From the relations 4) and 5) (the latter being deduced here for the first time) it follows that the novae occur, properly speaking, periodically with a mean period of about 2000—10 000 years.

Finally, a few desiderata have been mentioned:

- a. a detailed investigation of the spectra and the parallax of the *U Gem*-stars;
- b. an investigation concerning novae with small amplitude, of which some outbursts probably have remained unobserved; also close observations of those novae, of which in the near future, according to the amplitude-period and radiation-period relations, an outburst is to be expected. In this way it might be ascertained whether *U Gem*-stars can indeed be considered as short period novae.

## Lijst van gebruikte afkortingen.

## A. Verenigingen :

A.A.V.S.O.	= American Association of Variable Star Observers.
A.F.O.E.V.	= Association Française d'Observateurs d'Étoiles Variables.
B.A.A.	= British Astronomical Association.

## B. Tijdschriften :

A. N.	= Astronomische Nachrichten.
Ap. J.	= The Astrophysical Journal.
B. A. F.	= Bulletin de l'Association Française d'Observateurs d'Étoiles Variables.
Bamb. Veröff.	= Veröffentlichungen von der Reimis-Sternwarte in Bamberg.
B. A. N.	= Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands.
Bull. Abast. Astroph. Obs.	= Bulletin of the Abastumani Astrophysical Observatory.
Bull. Lyon	= Bulletin de l'Observatoire de Lyon.
H. A.	= Annals of the Astronomical Observatory of Harvard College.
H. B.	= Bulletin of the Harvard College Observatory.
H. C.	= Circular " " " " " "
J. B. A. A.	= Journal of the British Astronomical Association.
M. N.	= Monthly Notice of the Royal Astronomical Society.
M. R. A. S.	= Memoirs of the Royal Astronomical Society.
Mt. Wils. Rep.	= Annual Report of the Director of the Mount Wilson Observatory.
Pop. Astr.	= Popular Astronomy.
Rech. Astr. d'Utrecht	= Recherches Astronomiques de l'Observatoire d'Utrecht.





## STELLINGEN.

### I.

Bij het bepalen van de helderheid van veranderlijke sterren met behulp van vergelijkingssterren dient gebruik gemaakt te worden van een zo klein mogelijk aantal vergelijkingssterren.

### II.

Voor een juiste berekening van de helderheid van veranderlijke sterren uit waarnemingen, gedaan met behulp van vergelijkingssterren, is het noodzakelijk, dat de gebruikte methode van helderheidsschatting vermeld wordt.

### III.

Bij een juiste kansberekening blijkt, in tegenstelling met wat Brown vindt, dat de waarneming een tekort aan spiraallevels, waarvan de vlakken kleine hoeken met de gezichtslijn maken, oplevert; hiervoor is een aannemelijke verklaring te geven.

(Brown, M.N. 98, 215.)

### IV.

De bewering van Unsöld, dat de verhouding van de selectieve absorptiecoëfficiënt tot de verstrooiingscoëfficiënt in alle delen van het profiel van een Fraunhoferlijn dezelfde waarde heeft, is niet juist.

(A. Unsöld, Physik der Sternatmosphären, Berlin 1938, S 244 und 256.)

### V.

Gordeladse's berekening van de uitgestoten massa voor *U Gem*-sterren is onnauwkeurig.

(Bull. Abast. Astroph. Obs. 1938-3, 92.)

## VI.

In de theorie van de vorming van een tussenkern, zoals deze is ontwikkeld door Bethe met behulp van de complexe absorptie-potentiaal, moet op andere wijze rekening worden gehouden met de reële kernpotentiaal; een aantrekkende potentiaal zal dan ook een verhoging van de plakkaans ten gevolge hebben.

(H. A. Bethe, Phys. Rev. 57, 1125, 1940.)

## VII.

Het is in het belang van het Natuurkunde-onderwijs aan de scholen voor V.H.- en M.O., dat een gedeelte van de lesuren besteed wordt aan practisch werken door de leerlingen; een tussen-vorm tussen de methode van „gelijk front” en de „individuele” methode biedt voordelen boven de beide genoemde methoden.

