



Disquisitio physica inauguralis de synaphia et prosaphia

<https://hdl.handle.net/1874/9810>

DISQUISITIO PHYSICA INAUGURALIS

DE

SYNAPHIA ET PROSAPHIA

QUAM,

QUOD DEUS BENE VERTAT,

EX AUCTORITATE RECTORIS MAGNIFICI

HERMANNI BOUMAN,

THEOL. DOCT. ET PROF. ORD.,

NEC NON

AMPLISSIMI SENATUS ACADEMICI CONSENSU

ET

NOBILISSIMAE FACULTATIS MATHESEOS ET PHILOSOPHIAE
NATURALIS DECRETO,

PRO GRADU DOCTORATUS,

SUMMISQUE IN

MATHESI ET PHILOSOPHIA NATURALI

HONORIBUS AC PRIVILEGIIS

IN ACADEMIA RHENO-TRAJECTINA

RITE AC LEGITIME CONSEQUENDIS

PUBLICO AC SOLEMNI EXAMINI SUBMITTIT

CHRISTOPH. HENRIC. DIDERIC. BUYS BALLOT

E pago Kloetingen (Zelandus).

AD DIEM XXIX M. JUNII, ANNI MDCCCXLIV, HORA I.

Trajecti ad Rhenum,

APUD VAN DORP & HERINGA.

MDCCCXLIV.

utrum temperatura magis elevata caloris efficacia major an minor sit pro eadem graduum differentia, utrum diversa an eadem pro tubis diversi diametri. Ut accurata observationum serie hanc litem componere conarer me allicuerunt et excitarunt, cum proprium studium, cum praecipue optima experimentorum instituendorum opportunitas, ad quae nos semper invitat Cl. VAN REES, quorumque etiam mihi, solita sua benevolentia facultatem concedit. At vero inexperto non tam bene cedit res, ut dubia de hac quaestione jam removerim; vim omnino caloris in retardationem perspexi satis accurate numeris espressam, sed legem secundum quam a pressione, longitudine et sectione tuborum pendeat quantitatis perfluentis cum quantitate theoretica differentia, detegere et bene stabilire nondum potui, quod minus problematis difficultati adscriendum, quam quidem inde repetendum existimo, me non ab initio bene perpendisse qua ratione optime experimenta instituerentur.

Minus injucundum mihi hanc ob rem fuit, quod non nisi duae priores dissertationis partes ante ferias typis exprimi potuerint, quia nunc occasio mihi suppeditabatur, ut, quae minus adhuc constare viderentur, diligentius perscrutarer et non nisi bene stabilita in posterum cum publico comminucarem, etiamsi inde factum sit, ut pauca tantummodo experimenta a me ipso instituta hocce opusculo contineantur.

At vero alia mihi restant pia officia: spatio Academico fere decurso retrospicere juvat ad ea quae praeterlapso tempore mihi contigerunt fausta et felicia, ad pueritiam, ad juventutem!

Dulce profecto est bona, quibus fructi simus recordari, dul-

cissimum gratum animum iis testari, a quibus tam multum accepimus. Praecipua Vobis debo, Parentes Carissimi! procura, quam mei habuistis, pro exemplo et adhortationibus quibus me semper ad disciplinarum studium, ad virtutem excitabatis. Puerorum ludos amare me memini, et parvi facere primi Praeceptoris G. WOUTERLOOD lectiones, et curam summam quam ille vir haud pauca callens in meam utilitatem adhibebat, pro qua autem illi hac opportunitate sinceram offero gratulationem. Te autem, Carissime Pater! me a ludis avocasse; ne nimis his indulgerem, monuisse; ut utile quid peragerem et studiis operam darem, excitasse; ordinem in omnibus servandum esse, ostendisse; ipsum mihi studiorum ducem fuisse, summa cum animi delectatione recordor. Tu me a teneris dilexisti, puero prospexit, juvenem ad sacram Minervae aedem adduxisti, Tibi et Matri Optimae, pio semper animo colendae, quid pro meritis erga me digni referam, non habeo. Sacrum Vobis sit hoc qualemque opusculum! Accipite illud tanquam grati animi testimonium, quum factis magis quam verbis delectamini!

Ad Academicas lectiones demisso, optima mihi Latinorum Graecorumque auctorum interpretationem audiendi offerbatur oportunitas. In primis Cl. HEUSDII benevolentia et humanitas ita me cepit, ut, cum lectionum publicarum, tum privatae Platonis dialogorum explicationis recordatio, semper mihi sit suavissima. Vespertarum illarum horarum, quibus summi Viri sapientiam admirari liceret, memoriam nulla ex animo delebit oblivio. Neque tamen literarum alliciae me

retinuerunt, neque ab iis ad Philosophiae Naturalis studium deflexisse et ad hoc animum applicuisse, poenitet.

Post triennium igitur Physicarum disciplinarum studio traditus, Praeceptoribus usus sum optimis, quibus hoc maxime curae est, ut aditum ad naturae arcana faciliorem, jucundiorem, utiliorem reddant. Tibi Cl. SCHROEDER! gratias ago quam maximas pro omnibus, quae Tibi accepta referre animus jubet. In scholis tuis publicis et in privata selectorum Philosophiae Theoreticae capitum expositione opportunitatem discipulis praebuisti ut doctiores et meliores evaderent. Tu nobis severa moralis doctrinae praecepta explicans simul adhortabar, ut ea sequeremur, tu nos omnes Tui reverentia implevisti: hoc Tibi opto, quod Te unice spectasse persuasum mihi est, ut conatibus tuis uberrimos fructus concedat D. O. M. Neque vos silentio praeterire licet aut de vestris in me meritis tacere possum, Cl. VAN REES! et Cl. MULDER! quis vestrum magis saluti meae prospexerit non affirmaverim, uterque omnem molestiam, omne pretiosissimi temporis damnum leve existimabas, si mihi utile vel etiam si mihi jucundum fore crederes. Praecipue tibi Cl. VAN REES! Promotor aestumatissime! multum debo pro auxilio mihi praestito, pro labore indefesso per sexennium fere in meum commodum adhibito. Vobis debo quid unquam ex me fiet, laudes autem vestras efferre et vestra vetat modestia et digniorum decet: Mihi hoc unum concedatur ut gratus semper erga vos reperiari.

Ad vos me convertens amicos commilitones! pro amicitia qua me amplexi estis gratias habeo quas maximas. Dulce mihi

semper erit in memoriam revocare horas, per quas consiliis
stultitiam, utile dulci]miscenti, in naturae phaenomena in-
quirenti, sive de aliis generis rebus disserenti, ingenii facul-
tates exercere, genio indulgere mihi licuit. Vivite felices!
et cujus ego, mutuae amicitiae memores.

DISSERTATIONIS CONSPECTUS.

	Pag.
INTROITUS	4
PARS I De Synaphia.	10

C a p u t I.

DE ACTIONE TUBORUM CAPILLARUM.

§ 1. De Theoria tuborum Capillarium	11
§ 2. Quaenam in experimentis instituendis observanda sunt?	18
§ 3 Methodus quae consirxit in metiendo Synaphiam per adscensionem ad plana inclinata	21
§ 4. Methodus metiendi Synaphiam per pressionem, quam liquidum in tubis sustinere possit, antequam effluat	23
§ 5. Quid theoria et observationes docent de vi temperaturae in Synaphiam	25
§ 6. De numero a^2 pro liquidis diversae naturae diversa et de lege, secundum quam pro solutionibus diversae densitatis definien- dus sit	27

C a p u t II.

DE LAMINIS ADHAESIONIS.

§ 1. Quid docet theoria? . . ,	34
§ 2. Quaenam in experimentis instituendis observanda sunt?	41
§ 3. De ratione, qua in variationem Synaphiae cum temperatura inquisiverim	47

C a p u t III.

DE MAGNITUDINE GUTTARUM.

§ 1. Unde pendet magnitudo guttarum?	59
§ 2. Methodus observationis	65
§ 3. Vis Synaphiae : comparatio inter guttarum et altitudinis capillaris mensuras	69
PARS II. De Prosapia.	77

C a p u t IV.

DE ALTITUDINE AD QUAM LIQUIDA ADSCENDUNT IN TUBIS NON MADEFACTIS :

DE DEPRESSIONE HYDRARGYRI IN TUBO BAROMETRICO.

§ 1. Quid theoria hac de re indicat?	78
§ 2. Historia disquisitionum de depressione hydrargyri	79
§ 3. Observationum de depressione instituendarum Methodus	84

C a p u t V.

DE FORMA GUTTARUM.

§ 1. Quid docet theoria?	89
§ 2. Quid observationes de forma guttarum universe docuerunt?	93
§ 3. De ratione , qua observationes de forma guttarum institendae videatur	98

D E

SYNAPHIA ET PROSAPHIA.

INTROITUS.

De Synaphia et Prosaphia acturus, universe de viribus molecularibus aliquid proferam. Intimo scilicet vinculo illa vis cum ceteris hujus generis cohaeret, et bene perspecta novam lucem in occultas virium molecularium actiones emittere potest. Etiamsi non magni valoris sint respectu usus practici disquisitiones de dictis viribus, tamen propter ea nobis magnopere cordi esse debent, quia de intima particularum mutua actione aliquid detegunt, quia leges attractionis et repulsionis ad minimas distantias aggrediuntur atque indagant, quia illud illustrant, quod occultissimis tegitur tenebris. Maximi pretii in Physica dicenda est harum legum cognitio, imprimis vero iis, qui atomisticam theoriam amplectuntur. Illi enim, quo magis talium atomorum natura illucescat, eo magis spem fo-

vent, fore ut aliquando ex illa diversissimi generis phaenomena explicationem nanciscantur, ut non temere se et pro lubitu, quae Dynamicorum objurgatio est, de forma, magnitudine, distantia, viribus, aggregatione illarum molecularum loquutos fuisse demonstrent. At vero uniuscujusque naturae scientiam promovere cupientis, quam tandem theoriam amplectatur, quae tandem praevaleat, maximopere interesse debet studium, veram naturam corporum spectans. Quisque omnino sua lingua, secundum suam theoriam phaenomena interpretatur, unicuique quantitates inventae singulis corporibus propriae magni pretii erunt: bae a theoria non pendent, sed e natura rerum sunt petitae. Sic eodem modo, si hypothesis de undulationibus aetheris lucem efficientibus rejicienda appareret, tamen undarum longitudo, lucis celeritas, diversorum crystallorum secundum diversas directiones actio diversa, et innumerata alia facta bene stabilita, mutationem non paterentur, sed in hujus theoriae ruinis exstructa, eodem modo locum suum tenerent, etiamsi aliis nominibus dicerentur. Mibi igitur in posterum atomisticae theoriae lingua utenti et hanc amplectenti, paucis probare liceat revera virium molecularium, molecularumque ipsarum cognitionem jure a me maximi in Physica pretii esse dictam Ommem partem Physicae investigantibus, sive Opticam nobis perscrutandam elegerimus, sive Electricitatis aut Caloris actiones explicandas nobis proposuerimus, semper permulta obviam veniunt phaenomena ex intima corporum structura repetenda. Primae corporum proprietates, elasticitas, tenacitas, compressibilitas, aliae hac nituntur: Chemia etiam, imprimis in hujus generis phaenomenis cum Physica de limitibus litigans, ex hac cognitione explicationem quaerit. Exemplis afferendis rem paullo fusius exponamus. In Acustica celeritas, qua sonus in variis corporibus progreditur, a densitate pendet et ab elasticitate, unice viribus molecularibus circumscriptis: differentia etiam soni, quam *timbre* vocamus, quamque revera in diversa undarum forma ex re-

centissimis observationibus ponere jure possumus, e diversa aggregationis ratione in corporibus sonoris pro parte saltem est repetenda. Lucis ope minimam alio modo ne suspectam quidem heterogeneitatem detegimus. Diversa refrangibilitas, interferentium undarum fimbriae coloratae, polarisationis phænomena, indices nobis sunt intimae structurae corporum: imperfectae theoriae est adscribendum, quod eorum significacionem nondum satis intelligamus. Major minorve absorptio lucis et diversorum colorum absorptio inaequalis, si theoriae a von WREDE expositae credere licet, distantias si non absolutas, tamen relatives indicat, quae moleculas corporum constituentes separant. In Calore etiam explicandum manet quomodo fiat, ut corpora ad majorem temperaturae gradum volumine increscant, tum quare in corporibus adiathermanis propagatio lenta observetur ejusdem agentis, quod per diathermana corpora cum celeritate lucis progrediatur. Multa in hujus theoria phænomena obtinent similia atque in Lucis, ac forsitan suspicari licet, non alio modo illa se invicem differre, nisi simili quam in sono *timbre* dicimus, undulationis modificatione. Tandem in Electricitate et quae cum ea cognata habetur Physicae parte, in Magnetismo, pluria originem et explicationem petunt ex atomorum natura et dispositione. Varia cum celeritate et quidem magnopere diversa electricitas conductores percurrit, varia est intensitas electricitatis excitatae, ut multi statuunt, contactu corporum heterogeneorum, varia vis electromotrix. Quare nonnulla corpora magnetica sunt, alia non sunt, quare temperaturae differentia in diversis particulis circuitus cuiusdam metallici sufficit ad suscitandos currentes thermo-electricos inde dictos, imprimis si locus ubi coniuncta sunt metalla calori exponitur? Si hypothesibus hoc loco indulgere liceret ex intimo vinculo, quod inter Electricitatis, Magnetismi, Lucis et Caloris phænomena est, quo efficitur, ut alterum horum agentium alterum excitet et certa quadam cum intensitate excitet, ut ex recentissimis observa-

tionibus notum est, cum aliqua probabilitate concludere au-
derem ad communem aut similem causam, in varia atomorum
dispositione, distantia, motu, viribus sitam. Aliquos jam in
lucis et soni phaenomenis explicandis progressus fecimus sed
nondum ceterarum virium supra enumeratarum actiones inter-
pretari possumus. Nondum enim, ut lucis et soni, sic etiam
illarum linguam docti sumus, eamque discere per difficile pro-
fecto erit. Non solum in harum virium vel fluidorum actioni-
bus communi *imponderabilium* nomine saepius designatorum,
plures se nobis obtrudunt quaestiones, e molecularum natura
bene cognita, responsum petentes; etiam in aliis scientiae par-
tibus multae obviam veniunt. Sic Physiologia plantarum rogat,
quare succi in plantas intrent et in illis adscendant, cellu-
las permeent et ubique illam materiem deponant, quae ibi
deponi debeat; sic in corpore animali miramur, ab hoc organo
hanc substantiam secerni, ab illo illam ex eodem liquore, sanguine.
Omnia quae dixi phaenomena pertinent ad intricatoria,
non idonea sunt illa, ut causas agentes eorum ope detegamus;
pertinent ad dynamicam molecularem, ut ita dicam,
et etiamsi disciplinae nostrae non magno lucro esse non
posset harum diversarum proprietatum et actionum juxta-
positio, tamen ob difficultatem non multam lucem edunt. Sed
phaenomena capillaritatis, quae staticae moleculari adscribenda
sunt, bene cognita multam spem excitant fove ut ceterarum
proprietatum corporum, phaenomenorumque lucis, electricitatis,
caloris, vinculum aliquando melius cognoscamus et quomodo
alia ab aliis pendeant, perspiciamus.

Ideo Synaphiam et Prosaphiam describere in animo habeo,
propterea mihi curae fuit haec Physicae pars. Cum Chemiae
autem phaenomenis, quae partim etiam ad staticam revocanda
sunt, quam intime cohaerent, quum communem causam habeant.
Duo haec imprimis communia habent Synaphia et Prosaphia
cum Chemia, quod utraque sit scientia mutuae actionis inter
corpora ad minimas distantias, quae mea sententia mirifice

confirmatur enunciatione a BERTHOLLET jam dudum prolata, tum etiam, quod et Synaphia praeter observatores aptissimos etiam interpretatores acutissimos nacta sit, et Chemia cultores habuerit non solum in proprietates et actiones corporum inquirentes, sed etiam primarum molecularium naturam indagantes et inde diversam affinitatem explicare conantes. Non facile quis affirmabit formam atomorum nullam habere efficaciam in modificantem affinitatem: acutissimam hanc hypothesem a LA PLACE primum propositam nimis iniqua sors feruisse videtur. Multa enim habet, quo se commendet et praecipuum argumentum, quod contra eam afferre liceat, hoc est, nos numquam adhuc atomorum ipsorum formam observasse, ideoque tali hypothesi statuenda, iterum dynamicorum objurgiis exponi, temere atomisticos has illasve proprietates atomis suis tribuere. Sed si concedendum est de forma atomorum chemicos nihil nos adhuc accurate docuisse, tamen jam aliquid de illorum mutua distantia exposuerunt, volumen illis specificum magna cum probabilitate adjudicaverunt, condensationem, quam in compositis corporibus patiuntur, computaverunt et uti satis notum est, jam aliquos fructus Physicis obtulerunt, quos aliquando uberrimos ex diligenti harum rerum studio redundatuos fore, nullus dubito.

Quum non hypothesibus hic locus sit non ulterius sententiam exposui, aut pluribus firmioribusque argumentis illam hoc loco probare conatus fui; tetigisse illas mihi sufficiat, quia unice consilium fuit indicandi, quam ob rem tanti pretii ducerem cognitionem Synaphiae et Prosaphiae, et quae mihi illarum virium cum ceteris Physicae partibus relatio videretur.

Nunc mihi impositum est, ut leges Synaphiae quantum hucusque cognitae sint, exponam, observandi methodos explicem et dijudicare coner, errorum causis monstratis, quantitates, quae in hac scientiae parte occurrunt, quocumque potero melius definiam. Praeterea quomodo a variis rerum circum-

stantiis phaenomena Synaphiae pendeant, et qua ratione inter se cohaereant, explicare, et mea ipsius qualiacumque experimenta afferre, consilium est.

Ad exemplum doctissimi FRANKENHEIM nominibus Synaphiae et Prosaphiae usus sum pro causis efficientibus, restrictiori sensu illas assumens, quam cohaesionem et adhaesionem. Quo sensu autem ille has acceperit facile ex ejus ipsius definitione illucescit 1).

« Alle Cohaerenzphaenomene zerfallen daher in zwei Klassen, je nachdem man die Cohaerenz eines flüssigen Körpers zu einem festen beobachtet, oder nur die Cohaerenz des Flüssigen zu der gleichartigen Schicht, welche den festen Körper bedeckt hat. Wir wollen um die Worte Cohaerenz und Adhaesion nicht zu sehr zu häufen, für die erste Klasse den Ausdruck *Prosaphie*, für die zweite Klasse, welche sich auf die Anziehung zwischen den Theilen einer homogenen Flüssigkeit bezieht, *Synaphie* gebrauchen. »

FRANKENHEIM in opere suo, ex quo hanc definitionem attulit, tam accurate historiam hujus physicae scientiae partis conscripsit, auctorum diligentiam, experimentorum valorem tam acriter dijudicavit, ut hoc omittere posse crediderim. Quum necesse esset phaenomena exponere, hac in re saepius ejus expositionem afferre debebam, ceteroquin tamen illud tantum tractavi, quo aut post editum opus ab aliis scientia aucta est, aut cui minorem curam adhibuit. POISSON in opere *Nouvelle théorie de l'action capillaire*, ut ante eum LA PLACE. *Sur l'action capillaire*, aanalyticam phaenomenorum ex legibus attractionis molecularis deductionem publicavit. Quum

1) FRANKENHEIM. Die Cohäsions lehre. Breslau 1835. p. 61. Nova haec nomina inducendi veniam poscit, et facile accipiet, quia antiqua nomina cohaesio et adhaesio saepe diversissima significatione accepta erant, ut verbi causa videre est apud GEHLER, Physikalisches Wörterbuch, in voce *Adhaesio*.

hae leges plane incognitae essent et hucusque incognitae sint, mirari omnino debemus illorum ingenii lumen, quod tamen ex illis aliquod veri eruerint et variorum phaenomenorum vinculum detexerint 1), hac hypothesi utentes, vires illas agere non nisi ad distantias insensibiles at tamen finitas.

Functio igitur distantiae ejusmodi est attractio et repulsio molecularis, ut crescente distantia quam celerrime carum effectus diminuantur et insensibiles fiant. Formulae sub forma integralium definitorum propositae, proprie non attractionem aut repulsionem exprimunt, sed harum virium differentiam. Vis tota igitur A secundum hos viros qua duae particulae fluidorum m et m' ad se invicem accedere conantur, expressione generali indicatur

$$A = f mm' \left(\frac{1}{r^2} + \varphi(r) \right) = 0$$

in qua r est distantia molecularum, f factor aliquis constans et $\varphi(r)$ functio distantiae, qua vires moleculares exprimuntur, quam generali forma exhibui, quia non eodem modo ab utroque proponitur. Hujus formulae terminus ultimus ad insen-

1) Ne mihi opprobrio vertatur, me nullam mentionem fecisse labores quem ante hos duum viros in se suscepserunt CLAIRAUT et YOING: prioris opus non legi et alterius etiamsi ingeniosissimum sit et fortasse successoribus aliquatenus viam monstraverit, tamen quoad analyticam discussionem, non cum eorum operibus comparari potest. Aliud quid de opere dicendum videtur quod edidit GAUSS, Principia motus fluidorum. POISSON ipse hoc opus magnopere laudat et peculiari quadam elegantia se commendare ait. Sed physica h[ab]i[ca]t[ur] hypothesi eadem, qua LA PLACE usus est, et hac in re secundum POISSON, illustris ille geometra peccat. Quum tamen non experimenta afferat ne que cum observationibus theoriam comparet, hujus operis mentionem non amplius faciam: praeterea ejus analysis adhuc difficilior est, quam qua POISSON usus est, et diversa methodus, diversa etiam literarum significatio intricatiorem potius, quam dilucidiores rem faceret, si ex utroque opere mutua vice aliquid asserrem.

sibiles distantias agens phaenomena capillaritatis vulgo dictae efficit, non nisi parum hac in re a secundo termino adiutus 1) cui in magna distantia ubi ipse evanescit, planetarum et universe corporum coelestium regimen committit. Quod vires eadem hypothesi usi sunt LA PLACE et POISSON, quoad materiem, diversa. Contra LA PLACE enim demonstravit POISSON, phaenomena molecularia non unice pendere ab his viribus modificatis curvatura superficie, sed etiam conditione singulari fluidorum prope suos limites 2): densitatem scilicet non eandem esse per totum liquidum sed diminui ad superficiem et augeri in propinquitate tubi. Mais LA PLACE a omis dans ces calculs, sic inquit POISSON 3), une circonference physique, dont la considération était essentielle: Je veux parler de la variation rapide de densité, que le liquide éprouve près de sa surface libre et près de la paroi du tube.— Or on démontrera, dans le premier chapitre de cet ouvrage, que si l'on négligeait cette variation rapide de densité dans l'épaisseur de la couche superficielle, la surface capillaire demeurerait plane et horizontale et il n'y aurait ni élévation, ni abaissement du liquide.

Analytica horum phaenomenorum discussio ad difficillimas Physicae mathematicae partes pertinet, et nequaquam ego is sum, qui illam aliquatenus amplificem: itaque formulis algebraicis quantum potui abstinui. Praeterea tam arcte inter se

1) LA PLACE Mécanique Céleste L X. Suppl. 1. 18.

Etiam si POISSON, non diserte se hanc hypothesin amplecti dicit, ipsi tamen hoc tribui, quia in aliis partibus contra hypothesin a LA PLACE propositam litigans, hoc intactum referat Préambule p. 3.

2) POISSON, op. 1. Préambule, p. 8.

3) Densitatem revera diminui prope superficiem demonstratur in Encyclopaedia Britannica, Voce COHESION, p. 133, maxime autem huic rei adversatur Link. Pogg. Ann. XXVIII, 130. XXIX, 404. POISSON primus fuit, qui ea conditione uteretur ad explicanda phaenomena capillaritatis op. 1. Chap. I.

cohaeret totum opus a LA PLACE editum, cum etiam quod conscripsit POISSON, ut nisi totum exhiberem, aliquid afferre non possem. Quum tamen de forma guttarum, quas sessiles vocat SEGNER, inquirerem, tamquam ingeniosae et acutissimae analyseos specimen, methodum, qua usus est Vir celeberrimus ad magnas quaestionis difficultates vincendas exposui. Ceterum, non talis labor desideratur, quia quis huic analysi operam dare cupiens aut adeat opera ipsa praestantissima supra laudata aut commentarios legat, quibus multi illa intellectu faciliora reddiderunt et sic cum pluribus communicarunt. BIOT, BRANDES, PESSUTI, KRIES, LINK in hoc genere optime meriti sunt.

PARS I.

DE SYNAPHIA.

Synaphiam dico vim, quam proximae liquidi particulae homogeneae ad distantias insensibiles in se invicem exercent. Sufficit illa, hypothesi de variatione densitatis celeri ad distantiam insensibilem a superficie accepta, ad explicanda phaenomena capillaria, quae sequentibus capitibus tractabo. Quosnam in variis rerum circumstantiis effectus habeat, quibusnam methodis illius intensitas pro varia liquidorum natura et vario temperaturae gradu diversa determinetur, illorum argumentum erit numero trium, quia tria potissimum ab ea sola pendent, adscensio in tubis capillaribus et inter plana madefacta, actio laminarum adhaesionis, magnitudo guttarum cadentium.

C a p u t I.

DE ACTIONE TUBORUM CAPILLARIUM.

Actione tuborum capillarium , quos capillares a capillis dicere solemus , nonnulla liquida supra planum horizontale , in quo ceteroquin in aequilibrio manerent , elevantur , alia infra deprimuntur . Scilicet si tubo bis rectangulariter recurvato ab una parte capillari , ab altera parte satis ampio diametro gaudenti infunduntur liquida , non , ut ex lege hydrostatica sequeretur , in utroque crure ad eandem altitudinem erit liquidis superficies sed nonnulla in tubo capillari majorem , quam in ampio tubo altitudinem attingent , nonnulla minorem . Varia est haec actio pro variis liquidis et pro tubis diversa materie confectis , et a priori theoria indicare non valet , quanam altitudine liquidum aliquod in certo quodam tubo elevabitur aut deprimetur . Experimentis , quae soli hac in re duces esse debent , docti sumus aquam , alcoholem , aetherem , olea in tubis vitreis puris adscendere , hydrargyrum vero deprimi , si vero pinguedine aliqua interior tuborum superficies maculata est , descendere aquam , hydrargyrum (si conjunctio chemica locum habet) in tubis metallicis adscendere . Haec est universa phaeno-

meni descriptio , quae uniuersa in oculos cadit. Observandum est superficiem liquidi, quod adscenderit, vel depresso sit, non amplius planam manere, sed curvam esse , semper autem in tubis cylindricis esse superficiem rotationis p[re]a symmetria, convexam extus si deprimitur , intus si elevatur 1) «car si l'on imagine la colonne liquide intérieure décomposée en cylindres annulaires concentriques, celui qui touche la paroi éprouvera seul directement l'action capillaire et entraînera tous les autres en vertu de l'attraction du liquide sur lui même ; on conçoit d'après cela que la surface de niveau devra être concave ou convexe 2). Jam SEGNER altitudinem ipsam ex radio curvaturae hujus superficie deducere conatus est, et YOUNG jam efficit, utriusque radii curvaturae maximi et minimi rationem esse habendam. Ille tamen ab hac hypothesi procedit, ut liquidorum superficies sit membrana, cuius tensione elevatio efficiatur. «It is well known , ita ait , and it results immediately from the composition of forces , that where a line is equably distended, the force that it exerts, in a direction perpendicular to its own , is directly as its curvature : and the same is true of a surface of simple curvature - but, where the curvature is double , each curvature has its appropriate effect , and the joint force must be as the sum of the curvatures in any two perpendicular directions 3). »

Simplicem admodum et elegantem demonstrationem LAMÉ exhibit 4), pressionem in massam alicujus liquidi , quae sit A , si superficies plana est, mutari in $A + M$ vel $A - M$, si superficies est convexa vel concava ; M autem esse actionem menisci P in A' m' P' in figura 1 et 2. Ex geometricis deductionibus videmus esse

1) POISSON. Nouv. Théorie de l'action Capillaire p.

2) LAMÉ. Cours de Physique à l'école Polytechnique , p. 99,

3) YOUNG. Essay on the Cohesion of Fluids. Phil. Transact, 1805 p. 72.

4) LAMÉ II. p. 100.

$$M = B \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} \right)$$

in qua formula λ et λ' sunt radii maxima et minima curvaturae aut quilibet radii curvaturae in planis inter se rectangularibus 1). Habemus ergo $M = 0$ si superficies plana est.

Loquuti sumus de varia actione, quam tubi diversa materie confecti habeant in idem liquidum. Universe hoc revera obtinet, sed tum non *Synaphia* sola phaenomenon efficit sed adjuta a *Prosaphia*, atque igitur non pertinet quaestio ad hanc partem. At vero demonstravit *POISSON*, a *Prosaphia* nullo modo pendere altitudinem ad quam liquidum elevetur, si hoc liquido madefit tubus; tum stratum tenue liquidi se per totam parietem tubi extendit et liquidum considerare possumus, quasi inclusum sit pariete snae ipsius naturae. 2) Si igitur obtinet madefactio perfecta, non nisi *Synaphia* agit, unumquodque liquidum suam et semper eandem altitudinem attingit in tubis diversis, si modo ejusdem sint diametri et igitur numerus constans B , quem supra adhibuius, quemque *POISSON* vocat $\frac{1}{2} H$, pro unoquoque liquido aliud sed constantem habet valorem a *POISSON* $g \rho a$, dictum, quem ex sequente

1) Si enim L et L' sunt radii curvaturae in sectionibus principalibus curvaturae, alias radius λ , in sectione normali per idem punctum transeunte et angulum α cum sectione principali eius radius curvaturae L' est, faciente, tum λ ut Euler demonstravit, datur aquatione,

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{L} \sin^2 \alpha + \frac{1}{L'} \cos^2 \alpha$$

eodem modo radius λ' in sectione priori perpendiculariter insistente, pro qua igitur $\alpha = 90^\circ + \alpha$ factum est, cognitus est ex formula

$$\frac{1}{\lambda'} = \frac{1}{L} \cos^2 \alpha + \frac{1}{L'} \sin^2 \alpha$$

2) *POISSON* Op. I p. 104.

formula invenimus. Si singimus filum liquidum ita incurvatum fig. (3), ut altera extremitas sit sita in medio tubo capillari, altera extra hunc tubum in superficie plana liquidi hunc tubum circumdantis, pressio ad utramque extremitatem in eodem plano horizontali xy , eadem sit, necesse est pro aequilibrio.

Primo autem pressio atmosphaerae ad utramque partem eadem est, sed pressio hydrostatica sectionem ab premit pressione, $p = g \rho z$, ubi g gravitas terrestris, ρ densitas liquidi, z altitudo liquidi in tubo capillari supra planum xy , accedit pressio, quam actio menisci exercet, quamque invenimus

$$-\frac{1}{2} H \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} \right)$$

Summa harum pressionum aequalis debet esse pressioni ad alteram extremitatem sectionem cd prementi; ergo habemus, quum haec nulla sit.

$$g \rho z - \frac{1}{2} H \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} \right) = 0$$

Jam pro casu, quem tractandum nobis sumsimus, poisson $H = g \rho a^2$ ponens, ex formula deducit, calculo integrali adhibito,

$$h = \frac{a^2}{\alpha} = \frac{\pi}{3} + \frac{\alpha^3}{3a^2} (\lg 4 - 1)$$

ubi h est altitudo imae superficie supra planum horizontale, in quo ceteroquin aequilibrium obtineret, si tubus capillaris non adisset, et α hujus radius. — In tubis capillaribus pro quibus α parvus est respectu a^2 , reliquis terminis neglectis habemus

$$h = \frac{a^2}{\alpha}$$

i. e. altitudinem in inversa ratione radii. Non nisi accuratiora experimenta influentiam neglectorum terminorum indicant. Sic POISSON 1) duo experimenta refert a GAY-LUSSAC instituta. In tubo, cuius radius $\alpha = 0,6472$, h inveniebatur 23,1634, ex quo experimento sequitur pro aqua

$\alpha^2 = 15,1299$, millimetris quadratis expressum: aliud experimentum cum tubo radii $\alpha = 9,9519$ instituebatur debebat esse $h = 15,5829$. invenit GAY-LUSSAC $h = 15,5860$.

Simili analysi altitudo, ad quam aqua adscendet inter duos tubos cylindricos concentricos cum radiis α et α' , inventur proxime,

$$h = \frac{a^2}{\alpha' - \alpha}$$

et si ponimus $\alpha' = \alpha + \Delta\alpha$

$$h = \frac{\alpha^2}{\alpha + \Delta\alpha - \alpha} = \frac{\alpha^2}{\Delta\alpha}$$

quod si in hac aequatione ponimus $\alpha = \infty$, quo tubi cylindrici fiunt plana parallela, patet, altitudinem, ad quam liquidum inter plana parallela madefacta adscendit, esse in ratione inversa distantiae et quidem eandem atque eam, quae observatur inter tubos concentricos quorum radii differentiam habent aequalē huic distantiae, eandem etiam, quam liquidum attingit in tubo, cuius radius distantiae horum planorum aequalis est.

Si plana non sunt parallela, sed si se secant intersectione verticali, in unoquoque plani punto duorum planorum angulum in aequales partes dividentis adscendet ad altitudinem, quae

1) POISSON Op. l. p. 112.

est in ratione inversa distantiae x hujus puncti a linea intersecante ut facile demonstratu est e figura 4. Sint $ABCD$ et $DBCE$ duo plana, quorum intersectio est BC , quorum angulus 2φ : sit porro $GBCH$ planum intermedium fictivum, tum in aliquo punto P ad distantiam $BP = x$ ab intersectione, altitudo erit

$$h = \frac{a^2}{MN}$$

ubi MN est longitudine lineae alicuius plano intermedio perpendiculariter inductae ad punctum P : est autem ex figura

$$MN = 2x \sin \varphi$$

$$\text{ideoqne } h = \frac{a^2}{2x \sin \varphi} \text{ q. e. d.}$$

Sectio superficie cum piano fictivo ima puncta continente erit hyperbola.

Hucusque de planis et de tubis cum circulari sectione sermo fuit. Universe in tubis formam prismatum referentibus secundum experimenta a GELLERT instituta adscendunt liquida ad altitudinem, quae est in ratione inversa linearum proportionalium, si prismatum bases sunt similes, ad eandem, si bases sunt aequales. Priori effatui assentendum, alterum infitiandum est; eo enim majorem altitudinem attinget, quo minorem prismatum directrix aream includat respectu circumferentiae, ergo minimam, ubi directrix erit circulus. 1)

Si tubis conicis utimur, aut planis, quorum intersectio est horizontalis, angulus autem parvus, magis magisque ad verticem et ad intersectionem procedet gutta, nisi attritus et aliae causae hoc prohibeant, si saltem inclinatio non nimis magna est; pro unaquaque inclinatione alio loco in aequilibrio erit.

1) Cfr. LA PLACE Méc. Céleste V. IV, Supplement à l'action Capillaire L. X p. 21.

LA PLACE haec phaenomena maximi momenti dicit et apertissima ad examinandam theoriam. Experimenta refert, quae HAUKSBEY cum planis inclinatis, quibus ope cochleae quamlibet inclinationem dare poterat, instituit et formulam pro iis computavit; quum tamen hujusmodi experimenta non satis accurata esse possint, non ea hic communicabo. 1)

Hae sunt leges adscensionis liquidorum ad superficies solidorum. Si tubus aliquis tam parvum diametrum habet, ut ad majorem altitudinem quam ejus longitudine est attollere valeat liquidum, tamen non supra marginem superiorem tubi effunditur liquidum vi capillaritatis, ne pressione quidem aliunde allata, nisi haec superet pressionem columnae, quam ille tubus sustinere potest. Sed superficies concavitatem amittet et convexa evadet. Si A est tubus capillaris cum tubo B conjunctus, tum nulla capillaritatis ratione habita, liquidum in aequilibrio esset in O et o, nunc vero adscendit in A et inde necesse descendit in B, ut aequilibrium obtineat si superficies in B est ad punctum O', in tubo A ad punctum o'': pressionem igitur sustinet hydrostaticam tubus A = o'' = p: superficies autem in o' erit concava et manebit, si tantum liquidi effunditur, ut et in tubo A et in tubo B altitudo augeatur quantitate o'v = O'V, si vero plus effunditur in tubo B concavitas in v diminuetur; plana erit, si in tubo B liquidum pervenerit ad V'; convexa evadet et convexitas augebitur semper addenda liquidi quantitate, non vero ex tubo A effundetur, antequam in tubo B transierit punctum V'', cuius altitudo supra v et V' erit p = o'' = V' V'' 2). Si exteriorem tubi radium vocamus α , altitudo columnae prementis, antequam aequilibrium turbatur est

$$1 = \frac{a}{\alpha} + \frac{2}{3}$$

1) LA PLACE Méc. Céleste L, X, Sur l'action Capillaire p. 55 § 44.

2) Diserte expressum quod attuli invenitur GEHLER's Physikalisch Wörterbuch in voce Capillarität p. 45.

et si extremitas inferior tubi alicujus libera est, tubo autem continetur liquidum, tum ad altitudinem in tubo adesse poterit antequam ab ima parte gutta cadet, definitam formula

$$1 = \frac{a^2 - 2}{\alpha} \cdot \frac{2}{3}$$

ubi iterum α significat exteriorem tubi radium. Animad-
vertendum est hanc formulam tantum pro iis tubis valere, pro
quibus $\frac{a}{\alpha}$ tam parva fractio est, ut ejus quadratum sine
damno neglegi possit. 1)

§ 2. Quae in experimentis instituendis observanda sint.

Observationes instituere accuratas de hac vi satis difficile est. Prima cura in eo posita esse debet, ut superficies tuborum internae perpuriae sint, nullis maculis, nulla pinguedine intaminatae. Talis macula enim uni alterive loco adhaerens impedire posset, quominus liquidum supra illum locum adscenderet, etiamsi infra dimidiam altitudinem ad quam ceteroquin adscendisset situs esset. Non pro omnibus liquidis hoc impedimentum idem est. Alcohol, aether et olea multo minorem molestiam inde accipiunt, quam aqua. Illa enim pinguedinem, si quae est, solvunt et fere nullam moram expertiuntur, haec motu adscendentem frustratur; inde explandum, quare variorum experimentatorum observationes de illis satis bene conveniant, de hac aliquantum interdum differant. Minima enim talis materiae quantitas, quae aqua non madeficit, sufficit. Ubi non est madefactio, ibi non datur adscensio. Sunt praeterea aliae erroris causae. Si enim tubus quidam capillaris liquido alicui inmittitur, initio quidem satis cito adscendit, sive deprimitur liquidum, pro sua et tubi natura, sed longum est, antequam omni sua altitudine

1) POISSON, op. l. p. 119.

elevatum aut depresso sit : movetur motu retardato. Tubum omnino profundius immergere possumus, aut liquidum adspirare aut alio tandem modo liquidum ad vel supra altitudinem capillarem adducere, nullum nobis inde temporis lucrum fiet, motu enim retrogrado cadit fere ad pristinam altitudinem, quam sponte sua jam attigerat. Num hoc phaenomenon a FRANKENHEIM 1) bene explicatum sit dubito, latere videtur causa. Tardiva haec adscensio ideo difficultatem affert, quia in errorem duci possumus de tempore, quo maximam liquidum elevationem attigerit: postea enim altitudine columnam fluidi plerumque diminui, et non diu eadem gaudere, FRANKENHEIM observavit, in primis si cum solutionibus salium in aqua et si cum aqua in tubis non omni macula liberis experimenta institueret 2). Scilicet evaporatione heterogeneitas quaedam in superficie liquidi oriri poterat, quod altitudini nocere debebat. In reinen Röhren, ita alio loco inquit, bewegte sich das Wasser recht leicht: aber ein sehr kleiner Rückstand aus einem früheren Versuche reicht hin in dem Wasser jene retrograde Bewegung zu veranlassen, welche der Hauptfeind der Capillarbeobachtungen ist. 3) Hoc autem cum aqua et quibuscumque corporibus homogeneis obtinere non poterat, si et tubi et liquida chemice et physice pura erant; quaerenda igitur mihi causa esse videtur in mutatione, qua interna tubi superficies eo loco afficitur ab evaporante liquido. Si tantummodo nobis reputamus quam leves actiones sufficient ad modificandas nonnullas superficieis proprietates, hoc improbabile videri non potest.

Columna liquida continua esse debet, nullis aëris bullis intercepta. Hae, ut FRANKENHEIM monuit 4) lubenter oriuntur

1) FRANKENHEIM, op. l. p. 68.

2) FRANKENHEIM, op. l. p. 69.

3) FRANKENHEIM, op. l. p. 79.

4) FRANKENHEIM, op. l. p. 69.

in tubis non prorsus pura gaudentibus superficie et in locis, ubi antea jam exstiterant, iterum nasci amant. Quum in longioribus et angustioribus tubis facilius oriuntur, difficilier ex iis removeantur, consilium a FRANKENHEIM datum haud spernendum videtur, ut brevibus utamur et paulo amplioribus: ne autem praeter modum amplos adhibeamus, vetat lex allata, secundum quam in tubis cum minori diametro majorem altitudinem liquida assequantur, ita ut error observationum majorem valorem relativum in amplioribus nanciscatur. Sunt igitur tubi eligendi ejus amplitudinis, ut maximum observationibus pondus preebeat.

Casum affert FRANKENHEIM, in quo bullae aëreæ non nocent altitudini: wenn diese Stellen (wo das innere der Röhre nicht ganz rein ist) ganz innerhalb der flüssige Säule fallen, so sind sie ohne nachtheiligen Einflufs. Hoc effatum facile in errorem ducere potest, addenda est conditio, ut continua sit liquidi columnna. Nam si ibi bulla aërea separatam putamus columnam, tum non solum, ut ex ejus verbis efficeremus, adscensio liquidi maxime tardiva esset, sed multo major esset, quam tum Synaphiae intensitate conveniat. Quia enim pondere limitatur altitudo, et aëris levior sit quam liquidum, altitudo major erit, si alternatis liquidi et aëris stratis, quam si continua, ut exigitur, liquidi columnna tubus impletur. Summa altitudinum intermittentium columnarum aequalis erit altitudini, qua ceteroquin gavisa fuisset columnæ liquida, tubo perfecte cylindrico posito et levioribus correctionibus pro elasticitate aëris omissis. Tubus plus minusve sordidus mea quidem sententia plerumque rejici non purgari debet, quia bene purgari saepius non potest. Non enim facilius acida et alcalia e tubis angustis auferuntur, quam omne aliquid liquidum, quo semel madefacti ifuerunt cfr. infra, ubi LINKII verba attuli. Hic si quo alio loco Horatianum valet:

Quo semel est imbuta recens servabit odorem testa diu.
Si tamen purgare volumus, tum sunt adhibenda eadem liquida,

quorum usum capite secundo de purgandis laminis adhaesiorum auctore DUTROCHET attuli multo autem difficilius purgari illos, quam has, per se patet.

His errorum causis igitur evitatis, observatori unice restat altitudinem metiri et diametra tubi aut si planis usi sumus, distantiam planorum, si sunt parallelas; si non sunt parallela sectionis, quae aequales cum utroque plano angulos constituit, latitudinem in eo punto; tum vero annotare naturam liquidi, densitatem, temperaturam, adire Clar. POISSON et formularum ibi receptarum ope computare, quinam valor quantitatis a^2 suo liquido proprius sit. Difficultatibus igitur monstratis, observandi methodos, cum experimentatorum, tum theoreticorum, quippe quos FRANKENHEIM collegit, catalogo misso, explicabo eas, quae post editum opus Frankenheimianum cum publico communicatae sunt.

§ 3. Methodus, quae consistit in metiendo Synaphiam per adscensionem ad plana inclinata.

Quum experimenta de actione capillari nec satis bona nec numero sufficienti instituta esse sentiret LINK, et methodum, quam plerique sequiti essent, scilicet adhibendorum tuborum capillarium fallacem judicaret, aliud instrumentum fabricandum curavit. 1) Instrumentum Linkianum hoc modo constructum est. Duo brachia a et b aere confecta secum invicem conjuncta sunt ope cardinis c , quo efficitur, ut quemlibet angulum, minorem aut majorem includere possint, et eodem modo cum altero horum

1) LINK Pogg. Ann. XXIX. 409. Es ist so schwer das einmal angewandte Flüssige aus den engen Röhren zu entfernen, dass Versuchen mit den selben Haarröhrchen sehr verdächtig werden. Und will man verschiedene Haarröhrchen anwenden so erfordert die Erforschung der Durchmesser, um die Versuche auf denselben Durchmesser zurück zu führen so viel Genauigkeit und Zeit, dass man wohl kaum im Stande ist, viele Versuche nach einander zu machen.

brachiorum *b* tertium *d* cardine *h* junctum est. His duobus brachiis *a* et *b* cochlearum ope adaptari possunt laminae magnitudine aequales metallo quodam vel etiam vitro confectae superficie plana. Harum igitur superficierum prouti brachiorum inclinationem experimentator pro lubitu augere vel diminuere potest. Margo secundae laminae politus est, ita ut in omnibus punctis in contactu sit cum prima lamina; apparatus hoc modo instructus jam ad metiendam vim capillarem idoneus est. Si enim intersectio superficierum planarum perpendiculariter fluido imponitur, ita ut margine inferiori plana paullulum sub fluidi superficie immersa sint, ex altitudine, qua fluidum ad intersectionem adscendet hanc vim computare poterimus. In unaquaque sectione jam saepius definita cuius distantia ad intersectionem innotescit ex formula (fig. 4.)

$$MB = NB = \frac{x}{\cos \varphi}$$

altitudinem metiendum est, quia enim angulum, quem plana inter se faciunt cognoscimus, hanc ex lege supra data computare poterimus, et confirmationis causa videre, num cum illa variae altitudines convenient. Altitudinem autem vario modo metimur pro laminis diaphanis et adiaphanis: si vitro utimur, scala intersectioni et brachiis applicanda est, ita ut statim videre liceat ad quamnam divisionem adscenderit fluidum, sed si metallicis cum laminis experimentum instituitur altitudo in intersectione ipsa observari nequit: hanc ob rem LINK initio proposuit, ut paullulum a se invicem removeremus laminas et tum altitudinem metiremur, sed postea bene vedit melius esse, adiaphanas laminas non sub angulo quodam sed sibi parallelas fluido immergendas esse. Praeterea, ne cuicunque impetui cederent laminae, et ita distantia mutaretur, alias lamellas parvas interposuit intra duas laminas et ad eum locum cochlearum ope magna cum vi laminas ad se invicem appropinquare coegit, ita ut distantia lami-

narum, aequalis esset interpositarum lamellarum crassitie. Quod autem prae natura Incem non transmittente jubeant laminae metallica, idem, ut experimenta facilius inter se compararentur rogabant laminae vitreae, et ita LINK omnia experimenta instituit cum laminis parallelis, quarum usum praferendum censeo prae tuborum capillarium, quia prior experimentandi modus experimentorum valoris indicia affert, quod non item alter, tum etiam quod laminae parallelae multo facilius superficie purgari possint, quam tubi. Si nempe non purae sunt laminae, non linea horizontalis pro laminis parallelis vel non hyperbola pro inclinatis erit limes ad quem aqua ad laminas attrahitur sed discontinua curva quaedam earum vice fungetur, quod igitur si obtinet experimentum ipsum se rejiciendum esse indicat. Tubi contra capillares non bene purgati clandestine minorem in aquam exercent actionem sed non se hoc facere proclaimant. FRANKENHEIM nimis acre de hac methodo judicium fert, 1) quod unice de observationibus valet, nihil enim habet methodus, quo se non magnopere commendet.

§ 4. Methodus metiendi Synaphiam per pressionem, quam liquidum in tubis sustinere possit, antequam effluat.

Methodus, secundum quam OERSTED Synaphiae intensitatem determinare voluit, imprimis quod attinet ad corpora adiaphana et ad hydrargyrum, nititur lege antea memorata ex theoria capillaritatis deducta et hanc ob rem § 1 in fine paullo fusius tractata, quod liquidum tum demum ex tubo capillari effluere incipiat, si pressio aequalis facta est pressioni columnae alicujus, quam tubus illius diametri ferre valet. Satis simplex est instrumentum et multo mi-

1) Weder die absoluten Werthe noch die relativen, welche er für verschiedene Flüssigkeiten und Platten gefunden hat, sprechen jedoch für die Zweckmässigkeit der Methode indem jene von GAIJ-LUSSAC's und meinen Versuchen, diese unter einander bedeutend abweichen, pag. 70.

nori temporis damno constant experimenta. Tres tubi verticali positione communicant per tubum horizontalem; (fig. 7) tubus *dd* aliquantum longitudinis habet et summa parte clauditur embolo, qui intus moveri potest et sursum elevatus pressionem in duobus reliquis tubis diminuit, depresso auget. Hoc tubo instrumentum non necesse indiget, quum alio modo etiam lento gradu pressionem mutare possimus. Tubus *aa'* denique ad summum annulum portat, politum et planum, ut ejus superficiei adaptemus operculum cujuslibet materie, per quod foramen cylindricum cogniti diametri transit, quod igitur tubi capillaris vice fungatur. Pressione autem v. c. cochlearum et adipe vel hydargyro operculum et annulum tantopere sibi invicem appropinquare debent, ut nullo modo aliquid liquidi inter illa effluat. Hae sunt partes praecipuae instrumenti, quod prouti OERSTED illud proposuit depingendum curavi 1).

Sectio annuli *LL'* proponitur figurâ 7 b : est *m n* foramen capillare : *p* in fig. 7 c est cylinder partim e plumbo confectus, qui annulo *LL'* imponitur, ne hic actione hydrargyri v. c. in altum tollatur, *f* est fenestra per quam superficiem hydrargyri conspicere possumus.

Si experimentum cum aliquo liquido instituere cupimus, hoc ipso liquido apparatus implemus, ut in tubo *cc* eandem altitudinem habeat, atque in tubo *aa*; tum continuo et lente augenda est pressio, ut liquidum adscendat in tubo *cc* et annotandum est punctum, ad quod pervenerit, quum liquidum per tubum capillarem effluere inciperet. Tum nihil restat, nisi ut adjumentis, quae praebet instrumentum descriptum, aut ope kathetometri metiamur quantum altitudine differant punctum notatum et margo superior operculi. Porro metendum diametrum tubi, quod profecto microscopii usu melius fit, quam interponendo filo metallico, et ejus longitudinem.

1) OERSTED Eine Neue Vorrichtung zur Messung der Capillarität Pogg. Ann. LIII, 614.

Nonnullis numeris haec methodus se commendare videtur, quia non tubus per magnam longitudinem purus esse debet, non nisi ad puram operculi partem attendamus necesse erit, temporis lucrum facimus et omnes substantias experimento subjicere possumus. Unum hoc deest, quominus methodum optimam esse pronunciemus, eamque prae ceteris laudemus, quod nondum experimenta secundum eam instituta aut saltem communicata sint, quae congruentia inter se, et cum aliorum determinationibus convenientia, effatum theoreticum confirmant et stabant. Noch hat der Verfasser nicht Gelegenheit gehabt recht zahlreiche Versuche nach dieser Methode anzustellen, doch hat er eine hinlänglich grosse Anzahl mit Wasser und Quecksilber ausgeführt und dabei Oeffnungen von ziemlich verschiedenem Durchmesser so wie Deckplatten von verschiedenen Stoffen, namentlich Metalle und Glas angewandt. 1)

Hae sunt methodi, quae ex altitudine ipsa, quam liquida in tubis capillaribus vel inter plana madefacta attingunt, Synaphiam efficiunt, observationes de illa diligenter collegit FRANKENHEIM, quas ibi videre licet 2).

§ 4 Quid theoria et observationes docent de influentia temperaturae in Synaphiam?

Jam a priori calorem influentiam habere debere in Synaphiam suspicamur, et experimenta hoc confirmavere. LA PLACE tamen non tam magnam efficaciam illi adscribat, ut se illam negligere posse crederet. Je n'ai eu égard dans ma Théorie, ni à la pression de l'atmosphère, ni à la force répulsive de la chaleur. La considération de ces forces est inutile; parce qu' étant les mêmes sur toute la surface du liquide, elles sont indépendantes de sa courbure. La chaleur n'influe donc sur les phénomènes capillaires, qu'en diminuant la

1) OERSTED Pogg. Ann. LIII. p. 616.

2) FRANKENHEIM; Op. I. 77 sqq.

densité des liquides 1). Young in hoc effatum dubia sua movit, revera Cohesionem calore modificari statuens. POISSON hanc animadversionem justam esse agnoscit et hac de re ne dubitari quidem posse concedit. Ideo pro actione mutua molecularum, differentiam inter attractionem substantiae et repulsionem quantitatum caloris, quae ipsi propriae sint, esse accipiendam, quo circa functionem illam actionem experimentem, signum mutare i. e. ab attractiva in repulsivam mutari posse, diserte affirmat 2), et tamen ille vir ubicunque in opere aut nullam caloris rationem habuit, aut tantummodo pro densitate correctionem illis adhibuit. Sed attendamus ad experimenta numero paucissima, quae tunc temporis accurate instituta erant; quum enim illa, quae instituit GAIJ - LUSSAC inservirent ad varias partes theoriae examinandas et fere numquam plura ejusdem generis sumeret, non ex illis facile influentia caloris illucescebat, praesertim, quum non infra 8°. 5 et non supra 17° 5 instituta sint, ideoque differentia temperaturae in variis experimentis non tanta esset, ut magnopere Synaphiam afficeret. Videbantur igitur cum theoria convenire, ut LAPLACE totidem verbis dixit ideoque nulla causa aderat, cur interius in hanc rem inquirerent. At vero postea plura experimenta de influentia caloris instituta sunt, aut innotuere, ut jam necesse videatur numerum a^2 proponere tamquam functionem temperaturae, non solum simplici densitatis ratione, sed multo ci-tius decrescentem. FRANKENHEIM nonnulla hac de re experimenta instituit, non tamen nisi paucissima publici juris fecit 3). Ex duabus Synaphiae determinationibus, quae tamen pluribus experimentis iteratis nituntur, invenit altitudinem aquae bene exprimi formula sequenti.

$$D = 15,3\text{mm} - 0,0028 \cdot t = a^2$$

1) LA PLACE Méc. Celeste L. IV. Supplément à la théorie de l'action Capillaire 75.

2) POISSON, Op. I. Préambule p. 4.

3) FRANKENHEIM, Op. I. p. 85.

Ex quinque observationibus alcoholis, sic se habentibus

	20°	26°	35°	55°	69°
Observatum	6.06	6.02	5.94	5.74	5.66
Computatum	7.07	6.02	5.95	5.77	5.65
Effeci	$a^2 = 6.24 - 0.0085 t$				

Inter se satis bene convenientia hae observationes, sed aliquantum recedunt a valoribus, quos HAUY et TREMERIUS invenierunt, nisi fortasse pro $\varrho = 0.857$ legendum sit $\varrho = 0.875$. Tribus reliquis observationibus de alcohole majoris densitatis, quae tamen non est annotata

	19°	50°	6.25
	6.67	6.47	6.43
	6.67	6.48	6.41

adaptari potest formula, quae minimos errores indicat

$$a^2 = 6.78 - 0.006 t$$

Minus haec formula ab illa, quae pro aqua data est, quam secunda recedit, quod convenit cum majori densitate: scilicet plus aquae tertiae mistioni inerat. Sed satis notum est non tam regulariter cum majori quantitate procentica aquae in solutionibus sive salinis, sive acidorum, sive etiam aliarum substantiarum, tales proprietates augeri, ut huic rei considerare possimus. In sequenti capite plura de influentia temperaturae afferri poterunt, quia plurima de illius efficacia experimenta cum laminis adhaesionis sumta sunt.

§ 5 De numero a^2 pro liquidis diversae naturae diversa et de lege, secundum quam pro solutionibus diversae densitatis definiendus sit.

Supra diximus pro unoquoque liquido a^2 experimentis de industria institutis esse definiendum. Magni momenti esset si legem aliquam detegere possemus, quae a priori illum nobis expeditaret, sed non facile nobis bene cedet haec res, quum

¹⁾ FRANKENHEIM, I. I. p. 78.

nihil habeamus prae incognita attractionis functione, quod nos ad propositum bene conducat. Per multas observationes acidorum, salium, basium collegit FRANKENHEIM 1) omnes eodem modo computatas, quo comparatio facilior fiat, altitudinem etiam addidit, ad quam illa liquida in tubo diametri unius millimetri adscendunt, et tamen neque ille vinculum aliquod vidit, neque ego illud detegere potui. Observationes numero sunt multiplicandae et ad reliquas illorum liquidorum proprietates physicas bene attendendum, si forte nobis relatio quaedam in oculos cadat hoc usque incognita. Suspicatus est FRANKENHEIM esse talem relationem inter Synaphiam et vim refringentem: nonnullas ideo substantias tabula conjunxit.

Substantia.	$n^2 - 1$	a^2	$a^2(n^2-1)$	Medius valor	Diff.
Aqua	0.784	15.30	12.08	12.39	+ 31
Ac. Sulphuricum	1.084	10.61	11.16	12.39	+ 123
Ac. Nitricum	0.988	12.83	12.74	12.39	- 35
Ac. Hydrochloricum	0.893	13.86	13.06	12.39	- 67
Carbonas Potassae	0.937	13.77	12.83	12.39	- 44
Solutio Chlorureti Natrii	0.804	14.72	11.88	12.39	+ 51
Oleum Terebinthinae	1.185	10.19	12.08	12.39	- 31
Oleum Caryophyllorum	1.247	10.33	12.89	12.39	- 50
Oleum Amygdalarum	1.196	10.70	12.80	12.39	- 41
Oleum Lavendulae	1.175	10.30	12.37	12.39	+ 2
Alcohol	0.882	9.61	8.47		
Aether	0.883	9.13	8.09		
Carburetum Sulphuris	1.706	12.77	15.90		

Aliqua probabilitate hanc hypothesin se commendare denegari nequit, sed tamen satis magnae sunt differentiae et

1) FRANKENHEIM, Op. I. p. 77.

pro alcohole, aethere et carbureto sulpluris minime satisfaciunt. Videamus potius de solutionibus ejusdem substantiae sed diversae densitatis; formulam excogitavit FRANKENHEIM 1), quae numerum a^2 pro diversa densitate ρ definiat.

$$M \rho = A (\rho - 1)$$

in qua A est numerus pro unaquaque substantia soluta constans

$$\frac{M}{\rho} = a^2 \frac{\sqrt{2}}{10331}$$

ut postea videbimus, quo circa hanc formulam solitis nostris characteribus ita proponamus

$$a = B (\rho - 1)$$

Haec formula, ut eam vidi, suspecta videbatur et ad experimenta nullo modo applicari potest, quo circa illam missam facio, mendo typographicico nescio quo illam depravatam putans. Meliora nobis in hoc genere suppeditavit Doct. H. KOPP, qui plures proprietates cum physicas tum chemicas formulis suis empiricis, sed tamen theoretico fundamento superstructis, conjunxit et ex illis, antequam experimenta hac de re aliquid ostenderant, derivavit, et etiam altitudinem capillarem ex quantitate relativa substantiae solutae pro solutionibus variae densitatis computavit. Methodus hic reddit: si duorum corporum utrumque proprietate quadam gaudeat, sed quoad intensitatem diversa, tum si illa miscentur nobis fingere possumus utrumque suam proprietatem retinere et mistioni suam proprietatem cum sua propria intensitate tribuere velle. Inde contentio oritur virium duorum horum corporum, et id quod majori quantitate in mistione adest etiam majorem in modificandam proprietatis intensitatem habebit

1) FRANKENHEIM, Op. I. 88.

2) KOPP, Ueber die Modification der mittlern Eigenschaft oder über die Eigenschaften von Mischungen in Rücksicht auf ihre Bestandtheile, Frankfurt. a/M. 1841.

vim. Sint A et B massae utriusque corporis; a et b densitates α et β proprietatis intensitates, tum media hypothetica intensitas, quae proprietati mistionis adscribenda erit, invenietur 3) secundum KOPP,

aut ex formula

$$e = \frac{\frac{A}{a} + \frac{B}{b}}{\frac{A}{a} + \frac{B}{b}} \quad [I]$$

$$\text{aut ex formula } e = \frac{\frac{A}{\alpha} + \frac{B}{\beta}}{A + B} \quad [II]$$

In nonnullas enim proprietates volumen, in alias massam substantiarum majorem influentiam habere credit. Formula II. in nostro casu adhibenda est et optime satisfacit, ut videre licet

Substantiae.	Temp.	P.Spec. ϱ	Qu %. aquaee B.	a^2 Obs.	a^2 ex form. II	Diff.
Ac Nitricum.	16	1.500	2.3	5.70	5.70	0.00
	16	3.432	31.7	7.50	7.68	+ 0.88
	16	1.372	35.2	8.80	8.92	+ 0.12
	8.5	1.369	35.5	9.24	8.94	- 0.30
	8.5	1.275	53.7	10.73	10.55	- 0.18
	19°	1.271	54.0	10.65	10.64	- 0.01
	13°	1.223	61.7	11.30	11.34	+ 0.04
	2.5	1.147	63.9	12.48	12.45	- 0.03
	19°	1.117	79.2	12.71	12.92	+ 0.21
	80. ^s	1.089	87.1	13.47	13.38	- 0.00
Ac Sulphuricum	14. ^s	1.849	13.5	6.85	6.85	0.00
	17. ^s	1.782	13.5	8.30	7.92	+ 0.38
	"	1.609	29.0	9.40	9.17	- 0.23

3) KOPP, I. l. p. 1—6.

Substantiae.	Temp.	P.Spec. Q.	Quo ^o _o aquaee B.	a ² Obs.	a ² ex form. II.	Diff.
Ac Sulphuri- cum.	17. _s	1.522	37.6	10.00	9.77	-0.23
	"	1.382	50.7	11.50	10.90	-0.60
	"	1.195	73.0	12.74	12.68	-0.60
	"	1.127	81.7	13.41	13.38	-0.03
Ac Hydrochlo- ricum.	17. ⁰ _s	1.153	26.8	12.40	12.40	0.00
	"	1.113	25.8	12.90	13.03	+0.13
	"	1.057	62.5	13.90	12.92	+0.02
Potassa.	19 ⁰	1.405	65.7	6.50		
	19 ⁰	1.334	14.5	10.60		
	"	1.274	30.0	12.10		
Chloruretum Calcii.	13 ⁰ .5	1.241	38.0	12.20		
	19 ⁰	1.159	62.0	12.40		
	17. ⁰ _s	1.336		12.90		
Alcohol.	"	1.178		13.52		
	"	1.119		14.20		
	17. ⁰	0.810	6.7	5.83		
	11. ⁰	0.820	10.7	5.95		
	20. ⁰	0.857	25.3	5.95		
	11. ⁰	0.860	25.7	5.99		
	"	0.873	32.3	6.09		
	17. ⁰	0.895	41.3	6.20		
	11. ⁰	0.907	47.0	6.19		
	17.	0.931	57.5	6.60		
	11. ⁰	0.941	62.5	6.48		
	11. ⁰	0.966	76.0	7.33		
	17. ⁰	0.967	76.5	7.71		
	11. ⁰	0.978	84.0	8.92		

Attendendum ad hoc est. KOPP non computavit, quantum acidi puri solutioni alicui inesset, sed aliquam conjunctionem sumvit et prae ceteris eas conjunctiones, quae chemicae

haberi possunt alomun acedi cum uno vel duobus ato mis aquae 1) continentes; sic pro acido nitrico tertius numerorum ordo indicat, quot partes aquae in 100 partibus mistionis conjunctae sint cum $\text{N}^{\circ}\text{O}^{\circ}$ + 2 H_2O , quod habet densitatem 1. 482, sic pro acido sulphurico, numeri illi indicant quantitatem procenticam aquae cum SO^3 , H_2O conjunctae: eodem modo res se habet pro ceteris solutionibus. Densitates solutionis potassae et chlorureti calcii non satis bene notae sunt, ut illis formulam applicemus. Cum solutionibus ClCa facile conveniet, sed cum potassa minime, si in formula

$$e = \frac{A \alpha + B \beta}{A + B}$$

pro A sumimus KaO ; Sumendum $\text{KaO}, \text{H}_2\text{O}$ vel $\text{KaO}, 2 \text{H}_2\text{O}$, Observationes alcoholis aspectui non placent, irregulararem formam habet haec alcoholis proprietas, prout etiam ceterae hujus liquidi proprietates physicae 2).

Modificata est haec media intensitas hypothetica, ut KOPP dicit, sed hoc loco ejus sententiam uberius explicare non licet, quia illius methodum ad alcoolem non cum sufficiente fructu applicare possumus: unum hoc addatur, illum si talis modificatio obtinere videret, posuisse formulam generalem.

$$E = \left(1 - \frac{1}{x \frac{A}{B} + y \frac{B}{A} + z} \right)$$

in quo A et B eandem ac supra significationem habent: sit intensitas media modificata x, y et z numeri constantes incor-

1) Si conjunctio Chemica obtinet non amplius formula pro media intensitate hypothetica uti licet, KOPP hanc ob rem talis conjunctio- nis quantitatem sumit pro A et hanc aqua solutam esse sibi fingit. Cfr. KOPP. op. I. 198 universe pag. 179.

2) Cfr. quae KOPP. de Alcohole dicit. p. 123 sqq. et de ejus altitudine capillari p. 167.

gniti, quorum valor determinatur ex tribus vel pluribus observationibus. Multo minorem hujusmodi formulae habent valorem, quam formulae [I] et [II], quia non nisi interpolationis formulae sunt, sed tamen multa KOPP ex illis derivat attentione nostra dignissima 1). Ejus experimenta 2) de cohaesione alcoholis cum aqua mixti, computationes etiam, quam ex formula a POISSON 3) pro mistionibus duorum liquidorum affert data, ideo omittam et caput secundum aggrediar.

1) KOPP. op. I. 9, 11, 12.

2) KOPP. op. I. 166—171.

3) POISSON, op. I. 107.

C a p u t II.

DE LAMINIS ADHAESIONIS.

Lamina vitro et aliis etiam substantiis confecta fluida in primis aquam ita attrahit, ut si semel superficies laminae aquae superficiem tetigit, non amplius separari possit a fluido, sed ut quamdam fluidi quantitatem attollat majorem pro majori vi, qua fluidum inter se cohaereat, dummodo adhaesio ad laminam major sit. Universe harum indicationibus magis creditur quam tuborum capillarium et revera primo intuitu mirifice illarum usus se commendat audientibus harum ope vim Synaphiae indicari libris, quas tam accurate fabricatas esse scimus, ut facile decies millesimam ponderis partem aestimare possimus. Si autem bene ad omnes attenderimus difficultates, quibus premitur, et impedimenta perponderaverimus, non omnibus numeris illas laminas esse laudandas videbimus; sed accuratius res est tractanda, plures enim erroris fontes de industria tractandi, observationi bonae obstant. Pondus aquae, quod ita in altum tollitur est proportionale superficie laminae agenti, quod enim una superficie unitate fit, etiam altera locum habet, et non nisi a marginum actione pendere docet theoria, quod

non prorsus minores lamellae huic legi satisfaciant sed minus pro magnitudine pondus attollere possint.

Poisson in opere suo 1) pervenit ad formulam

$$p = \pi \mu \left(a r^2 \sqrt{2 - \frac{a^2 r}{3}} \right)$$

quae pro omnibus liquidis valet, si quantitati a^2 ille valor tribuitur, quem liquidis proprium esse diximus experimentis antea definiendum, r est radius disci, p pondus, μ pondus centimetri cubici illius liquidi. Nonnulla experimenta a GAIJ-LUSSAC instituta cum oleo terebinthinae, et cum alcohole variae densitatis, 2) hanc formulam bonam esse probavere.

Densitas alcoholis erat

$$0.81961 \quad 0.85950 \quad 0.94153$$

altitudines h ad quas in tubo cum radio $a = 0,6472$ pervenerunt, millimetris expressae

erant	$h = 9.1823$	9.3008	9.9973
ergo	$a = 2.4655$	2.4827	2.5703
debebat esse $p = 31$ gr. 137	32.878	37.273	
erat $p = 31.08$	32.87	37.15	

Sic pro oleo terebinthinae erat $p = 54.104$ debuerat esse
 $p = 34.343$.

Dolendum tamen non cum variis discis plura iterata experimenta instituta esse, ut etiam influentia, quam radius disci in quantitatem sublatam habeat, ex experimentis constaret. Duo tantum memorantur experimenta a GAIJ-LUSSAC instituta cum cylindris, quorum baseos radii erant $r = 0.134$ cm. et $r = 0.289$ Haec satisfaciebant formulae theoreticae. 3)

$$p = \pi mr [r^2 \left(\lg \frac{2a \sqrt{2}}{r} - c \right) + a^2]$$

1) POISSON, op. I. 233.

2) POISSON, op. I. 234.

3) POISSON, op. I. 240.

quam POISSON 1) e theoria deduxit, pro eo casu, quo r es-
set perparvus ratione habita quantitatis a.

FRANKENHEIM alio modo exprimit vim specificam Synaphiae, quae alicui liquido inest. Legimus apud illum 2): M bezeichnet das Gewicht, welches eine Adhaesionsplatte von unendlicher Ausdehnung tragen kann. Die Einheit des Drucks ist eine Atmosphäre von 760 millimeter Quecksilber. Jenes Gewicht ist unabhängig von der Grösse der Scheibe mit der man beobachtet und den Einheiten der Länge und Gewichte. Diese Zahl mag Synaphie slechthin, oder wo eine Verwech-
selung zu befürchten ist Gewichts- Synaphie heissen. Diu dubius haesi, quomodo haec accipienda essent, quum primo ex his verbis concluderem, pondus, quod talis lamina su-
tinere valeat, non pendere ab unitatibus longitudinis ponde-
rum. Monuisse ideo non supervacaneum videatur, planius illum se exprimere potuisse dicendo: M ist das Verhältniss des Gewichts, welches eine Adhaesionsplatte von unendlicher Ausdehnung tragen kann zum Drucke einer Atmosphäre von 760 millimeter Quecksilber, welche zur Einheit genom-
men wird, auf einer Oberfläche von der nämliche Ausdeh-
nung. Jenes Verhältnisz, u. s. w.

Comparationis instituendae gratia inter quantitates a POIS-
SON adhibitas, cum significatione literarum, quibus utitur FRAN-
KENHEIM, pedetentim in computatione procedamus, unitates
e formulis suppressas restituentes. Formula a POISSON data
nunc scribenda est

1) POISSON Op. I. 240. Cylinder cuius diameter erat 0.268 abri-
piebatur pondere inter 66 et 72 milligrammata sito, ex formula,
pondus esse debuerat 75. In alio experimento cylinder cum dia-
metro 0.578 indigebat 230 ad 235 milligrammatibus, formula poscit
0.289 Differentia sextae valoris parti aequalis satis magna eo repeten-

da est quod $\frac{a}{a}$ non parra fractio sit, circa $\frac{3}{4}$

2) FRANKENHEIM, op. I. p. 70

$$\frac{p l^2}{\pi r^2} = \mu \left(a l^2 \sqrt{2} - \frac{a^2}{3\pi r} \right)$$

Litera μ significat pondus aquae volumine l^3 contentae: si jam in formula ponimus $r = \infty$ habemus.

$$P = \mu a l^2 \sqrt{2}$$

ubi P est pondus, quod lamina infinitae extensionis unaquaque areae unitate ferre potest. Sed etiam atmosphaera eandem hanc aream premit pondere $h \mu \varrho l^3$ quod **FRANKENHEIM** vocat m : h semper assumit pro altitudine 760 milimetrorum, ϱ est hydраги densitas, densitate aquae pro unitate sumta, ergo

$$h \pi \varrho l^2 = m$$

$$\text{et } \frac{P}{\mu} = \frac{a \sqrt{2}}{h \varrho} = M$$

non pendens ab unitate assumta et $m M = P$ quum $r = \infty$: si jam l ponimus = 1 invenimus, literas, quibus **FRANKENHEIM** usus est, apud **POISSON** habere significationem subscriptam, sic

$$D \quad d \quad s \quad \varrho \quad mM \quad \text{apud F}$$

$$\text{est } a \quad h \quad \alpha \quad m \quad ma \sqrt{2} \quad \text{apud P}$$

m apud **FRANKENHEIM** est, quod supra expressimus per $h \mu \varrho l^2 = 10313$ si unitas est millimeturum: ideoque M est valor, quem **POISSON** tribuit quantitati $a \sqrt{2} l$), invenitur

$$M = 0,0005332, \text{ temperatura } 10,5$$

dum **FRANKENHEIM** ex suis experimentis deduxit

$$M = 0,0005279 \quad " \quad 0^\circ$$

$$M = 0,000536 \quad " \quad 16^\circ,5$$

Optime igitur haec inter se cohaerent, cum M temperatura media definitum medium locum teneat inter valores hujus quantitatis in temperatura 0° et $16^\circ,5$, postea videbimus

¹⁾ **POISSON**, op. I. p. 234.

etiam mea experimenta hunc fere valorem dedisse similemque temperaturae indicasse influentiam.

Valor quanti $m M$ a FRANKENHEIM ex observationibus deducitur ope formulae

$$m M = \frac{p}{r^2} \left(1 + \frac{p}{6\varrho\pi r^3} \right)$$

quae a formula quam dedit POISSON hoc modo derivatur.

$$p = \pi \mu \left(a r^2 \sqrt[3]{2} - \frac{a^2 r}{3} \right)$$

$$\text{et inde } a = \frac{p}{\pi \mu r^2 \sqrt[3]{2}} \left(1 + \frac{\pi \mu a^3 r}{3p} \right) [1]$$

Si ultimus terminus $\frac{a^2}{3r\sqrt[3]{2}}$ negligitur, quod magnis utenti-

bus laminis prima appropinquatione nobis licet, invenimus

$$a = \frac{p}{\pi \mu r \sqrt[3]{2}} [2]$$

Qui valor in formula [1] in locum a substitutus, formulam profert

$$a \mu \sqrt[3]{2} = m M = \frac{p}{\pi r^2} \left(1 + \frac{p}{6\pi\mu r^2} \right)$$

Si non satis magnis laminis usos nos esse credimus, ut terminus $\frac{a^2}{3r\sqrt[3]{2}}$ neglegi possit, valorem quantitatis a etiam facile

deducere possumus ex ipsa formula, quam hoc modo forma facili computatu exhibuimus.

$$(a - 2.12r)^2 = 4.5 r^2 - \frac{3p}{\pi \mu r}$$

Poisson et antea LA PLACE semper calculum instituere pro disco cuius peripheria circulus erat; verbo autem hoc tangere debo, quia nonnulla meorum experimentorum cum lamina quadrata sumta sunt. Per se patet laminam quadratam minus ferre posse quam laminam circularem si tantummodo respicimus ad formam, qnam aqua a lamina dependens ostendit. Si lamina circulari utimur, videmus superficiem liquidi esse superficiem revolutionis, ejusque circumferentiam ubi cum lamina contactus est, esse circulum ejusdem radii. atque laminam ipsam : idem hoc efficere nititur liqnidum, si laminae quadratae adhaeret: strata proprius ad superficiem in vase sita magis circularem formam referunt, quam quae altius inveniuntur, ubi in propinquitate laminae nisui satisfacere non possunt, sed inter circularem et quadraticam formam trepidant : quo altius tollatur lamina eo magis circumferentia formam quadraticam deserit, ideoque partes quaedam laminae nullam actionem exerceant et intactae a liquido maneant, necesse est. Loquuti sumus etiamsi totidem verbis non expressimus de laminis, quarum superficies inferior plana est. Possumus omnino experimenta instituere cum superficie curva, quae ex. gr. pars est sphaerae magno radio descriptae, sed tum formulae aliae adhiberi deberent et theoria adhuc, si non nimis imperfecta, tamen nimis difficilis est, ut non prae iis preeferamus laminas planas. Si quaerimus de influentia quam natura laminarum habeat, hanc nullam esse, reperiemus : idem ejusdem liquidi pondus laminae diversa materia confectae attollunt, si hisce experimentis aptae sunt. Unice requiritur, ut satis inter se cohaereant, ut laminarum superficies poliri possit, et ut liquidis de quibus perclitari volumus, madefiant, ita ut major adhaesio sit inter laminam et liquidum, quam cohaesio inter partes liquidi. Quo

major est adhaesio eo facilius instituuntur experimenta, dum modo adhaesio non tanta sit, ut revera chemica actio locum habeat, ut inter hydrargyrum et alia metalla ut aurum, argentum, cuprum, tum enim amalgama formatum in errorem inducere potest et particulae auri etc. hydrargo solutae naturam liquidi mutant et pondus disci diminuunt.

Ex iis, quae de eadem diversarum laminarum actione diximus, observatione etiam confirmari videmus, unice pondus sublatum a Synaphia pendere, a Prosaphia vero, dummodo major sit quam Synaphia, non perturbari 1); perperam igitur FRANKENHEIM illam numquam majorem quam hanc fieri posse negat 2), quum experimentum huic hypothesi nitatur, cohaesionem prius disrumpi quam adhaesionem.

Nihil video ex quo observationem explicem bullas aereas inferiori laminae superficie adhaerentes augere pondus, quo opus est ad divellendam laminam; de explicatione autem, quam dedit FRANKENHEIM de phaenomeno a DUFOUR observato, annulum vitreum inter duos circulos concentricos contentum tantum liquidi attollere, quantum discus ejusdem areae, pondus autem augeri, si lamina metallica hermetice claudimus partem superiorem annuli, ita ut jam aequale sit ponderi sublato a disco plano ejusdem peripheriae ac circulus externus, animadvertisendum videtur, hoc nimis indefinite propositum esse: primo enim circulus internus tam parvi radii esse posset, ut liquidum intus intra cylindrum vacuum adscenderet et sic plus ponderis elevaret, quam discus areae externi circuli, secundo contra aliquid de altitudine annuli addi debuerat, nam quo major altitudo, in qua lamina illa metallica adhibetur, eo minor pars ponderis liquidi, quae

1) FRANKENHEIM, l. l. 53. Mehrere wichtige Sätze gehen daraus hervor: dasz man mit den Adhaesions-platten und Haarröhrchen nicht die gegenseitige Anziehung des festen und flüssigen Körpers messe, sondern die der flüssigen Theilen auf einander allein.

2) FRANKENHEIM, l. l. 119.

intus pressione atmosphaerici sustinebitur. Hoc ex ipsa explicatione a FRANKENHEIM data sequitur 1). Die Ursache ist rein aërostatich. Beim Anheben der Wasserschicht unter der Scheibe wird die Luft unterhalb der Metallplatte etwas verdünnt, und die atmosphaerische Luft drückt eine flüssige Säule empor, deren Höhe von dem Unterschiede in der Dichtigkeit der Luft im Innern und Aeussern abhängig ist. Inde satis patet illud quod sequitur, universe falsum esse. Die Höhe dieser durch die Luft getragene Säule ist beim Wasser nur um 0,005 kleiner als die durch Synaphie getragene, also nicht merkbar von ihr verschieden. Und so ist es bei andern Flüssigkeiten. Hoc überius commemoravi, quia inde glabram et fallacem esse apparebat methodum a BESILE 2) adhibitam et a FRANKENHEIM 3) laudatam, secundum quam tubum amplum superne clausum et pro parte hydrargyro repletum a superficie separandum censem ad definiendam ejus Synaphiam. Eodem modo KOPP 4) postea Synaphiam hydrargyri et nonnullorum aliorum liquidorum metitus est. Unice pro hydrargyro hac methodo, mea quidem sententia, uti licet, quia omnis methodus, si de hydrargyro experimenta instituere volumus, multis errorum causis obnoxia est, quae hoc modo evitantur. Si autem ad aliorum liquidorum Synaphiam determinandam illa uteremur, malum credo remedium adhiberemus.

§ 2. Quaenam in experimentis instituendis observanda sunt?

Ut in omnibus experimentis de virium molecularium actione etiam in his maximi momenti est, ut laminae pura gaudeant

1) FRANKENHEIM, I. I. 65.

2) BESILE Journ. de Phys. XXVIII. 171.

3) FRANKENHEIM, I. I. 73.

4) KOPP, Ann. Pharm. XXXV. 230.

superficie. Vires enim hujus generis non nisi ad minimas distantias phaenomena visibilia exercent: ideoque si lamina alia materie obducta est, quae liquido de quo periclitamus non madefit, liquidum non ad laminam adhaeret. Illis locis, ubi sordida est lamina non tamquam vitrum agit, sed tamquam materies sordida, qua obducta est et multam errorum opportunitatem praebet. Perdifficile lamina ab adhaerenti fluido et imprimis a pinguedine liberatur, chemica ad hoc indigemus acidorum, basium, alcoholis actione. DUTROCHET in libro *de vi epipoleia* de hoc malo questus est, ille saepe adhibuit superficies novas ut illas vocat, quas perfringendo vitro corpore 1) sibi procurabat, sed hae nobis hac in re usui esse non possunt. Nobiscum communicavi agendi operationem, qua uti solebat, ut quam purissimam superficiem sibi compararet 2): Pour cet effet, il faut laver la surface du verre d'abord avec de l'acide sulfurique concentré 3) ou avec de l'ammoniaque liquide; ensuite laver cette surface à grande eau, puis la laisser sècher dans une situation inclinée, afin que la majeure partie de l'eau qui la mouille puisse s'écouler. Uberimus mihi et praecessoribus fuit errorum fons, quum non facile dignoscatur quandonam

1) DUTROCHET, Recherches physiques sur la force epipolique. Paris 1842. 24.

2) DUTROCHET, l. l. p. 27.

3) Nullum dubium est quin acidum sulphuricum hydricum $\text{SO}_3 \cdot \text{H}_2\text{O}$ magnae efficacie sit ad purgandam superficiem, cum ob chemicam naturam hujus acidi omnia fere organica corpora destruentem, tum ob ejus efficaciam ad vim adhaesionis aquam inter et vitrum augendae, quae prodiit e experimentis a MARCET institutis de puncto ebullitionis aquae in vasis diversae naturae et in vasis vitreis variis substantiis lotis. Compt. Rend XIV. 586. Pogg. Ann. LVI. 170, LVII. 218. MAGNUS postea haec experimenta repetivit et fere idem invenit POGG. Ann. LXI. p. 208.

pura sit superficies, nec ne. Saepe enim mihi purissima visa est, quum gutta aquae statim per totam superficiem dispergeretur, et tamen experimentum institutum interdum valores dabat multo minores, quam quos alia vice sub iisdem ut videretur, inveneram circumstantiis. Omnes de hoc incommodo questi sunt. Multo majorem influentiam habet sordida superficies in determinandam *Synaphiam aquae*, quam in aliorum liquidorum facile laminae adhaerentium, ut alcoholis, aetheris, oleorum 1). Primo enim haec sordes solvunt, tum apud ea ratio inter *Prosaphiam* et *Synaphiam major* est, ut non necesse sit, ut omni qua possunt vi adhaereant: hoc non solum theoria indicat, sed etiam experimenta confirmant, quum fere omnes satis bene observaverint *Synaphiam* talium liquidorum, paucissimi aquae.

Superficies inferior laminae horizontalis esse debet, ut in omnibus punctis liquidum tangat. Scilicet tum maximum pondus elevabimus, si omnes partes laminae aequaliter onus sustinent, quod locum non habebit nisi huic conditioni satis fecerimus. Tribus filis suspendendae sunt laminae, quae cochleis isti sint adaptata: observatio ipsa indicat, num revera horizontalis sit necne; si non ab omnibus punctis marginis eodem tempore divellitur lamina, non horizontalis fuit et observatio est rejicienda. Accuratissime parvam, ab hac positione deviationem dignoscere possumus, si quadratis laminis utimur, quia primo intuitu videre licet, utrum ad quemque angulum curvatura circumferentiae liquidi sit eadem nec ne; attamen propter diminutam marginum perturbationem, assen-

1) BUTROCHET, I. I. 27. Etiam in suis experimentis observavit facilius vitri superficiem madefieri his liquidis. Ces précautions ne sont pas nécessaires lorsqu'on veut déposer sur la surface du verre des liquides hydrogénés combustibles, tels que l'alcool ou des huiles essentielles, qui mouillent toujours facilement la surface du verre.

tiente etiam FRANKENHEIM, quadratis] laminis rotundas paefero.

Laminarum margo satis a margine vasis fluidum retinentis remotus esse debet, quia si fluidi superficies se non nisi parum extenderet, actio vasis formam superficie mutans, experimentorum indicationem mutaret, augeret, si liquido madeficeret, diminueret, si non obtineret madefactio. Non tamen haec distantia necesse magna esse debet, non enim video, quomodo margo vasis agere possit, nisi mutanda fluidi superficie, et haec non ad magnam distantiam mutatur. Non solum oculus, instrumentorum adjumento nullam a plano differentiam ad aliquam distantiam suspectur, sed etiam ne levium et mobilium quidem corporum motus liquido innatantium talem indicent oportet, si igitur ubique margo laminae ad talem distantiam a pariete vasis est remotus, ut illa corpora attractionem, aut repulsionem non ostendant, satis distat. Eodem modo cavendum est, ne superficies laminae proprius accedat ad fundum vasis. Haec influentia tam magna esse potest, ut dimidio et plus augeatur pondus sublatum quod ex experimentis de industria ad illam definiendam institutis, mihi patuit. Numeros valorum, quos mihi experimenta dedere non communicabo, quia inter se tantopere differunt. Pendet aucta cohaesio a distantia inter superficiem laminae et fundi et hanc metiri non poteram; ultra certum limitem influentia fundi non amplius observatur. LINK, hac de re experimenta instituit et pondus indicavit, quo opus erat, ut una eademque lamina ex agato confecta a solido corpore divelleretur per cujus superficiem varii generis fluidorum strata extenderat. 1) Eine messingene Platte von 2 Zoll.

1) Attuli haec experimenta ex GEHLER Physikalisches Wörterbuch. Voce Adhesion p. 185, quia non sufficere mihi videtur explicatio a PARROT data ibique recepta. Wird der feste Körper dann in Berührung mit einer grösseren Masse der adhaerirenden Flüssigkeit angehoben, so bildet die letztere in ihm eine Rolle deren Einschnitt in der Mitte tiefer wird bis zum Zerreissen. Befindet sich

Durchmesser wurde von einer Wasserfläche durch 214 gr. losgerissen, von Wasser auf Glase ausgebreitet durch 475 Gr. auf Zink durch 920 gr. auf Kupfer durch 1000 gr. In his experimentis aliquid obtinebat non prorsus idem cum nostro casu, nam revera h̄ic corpora tam prope sibi invicem erant, ut sphaerae attractionis, ad quam omne punctum superficierum actionem exercet, se invicem secarent, atque ita particula in liquidi medio strato sita utriusque corporis actione attraheretur. Inde mihi hoc intensitatis augmentum repetendum videtur; non enim sola cohaesio, sed simul adhaesio impedire conabatur, quo minus separatio obtineret. Quidquid sit, hoc constat, casum tum locum habere, in quo duo disci a se invicem dividuntur, quorum distantia eo minor, vis qua conjunguntur eo major sit, quo minor aquae copia vasi continetur, quoque propius lamina adhaesionis ad fundum vasis accedat, ideoque applicandam esse formulam a POISSON datam 2) quam YOUNG 3) jam verbis expresserat.

$$\varphi = \pi g \rho m^2 h$$

quae comparatione instituta cum formula pag. 14 memorata, neglectis terminis duobus posterioribus, facile mutatur in

die Flüssigkeit aber auf eine Platte, so wird durch die Anziehung der letzteren der innere Theil der Rolle mehr Ausdehnung und somit der Einschnitt minder Tiefe erhalten; eben daher aber zum Zerreissen ein grösseres Gewicht erforderlich sein. Obtinet omnino quedam sectionis diminutio sed non talis, ut ex ea diminutio pondus explicari queat, numquam enim sectio ad $\frac{3}{4}$ partes reducitur, multo minus ad $\frac{1}{2}$ vel ad $\frac{1}{4}$.

2) Cfr. FRANKENHEIM, I. I. pag. 102. POISSON, op. I. p. 212. Cfr. p. 112.

3) YOUNG, Phil. Trans. 1805. Essay on the Cohesion of Fluids. and in order to apply this force, we must employ in the separation of the plates, as great a force as is equivalent to the pressure of a column appropriate to their distance.

$$\varphi = \frac{\pi g \rho m^2 h}{\alpha}$$

in qua φ est pondus adhibendum πm^2 superficies laminae α distantia a fundo vasis, g gravitas, ρ densitas.

Bullas aëreas sub lamina esse non licet, hae enim pondus agent non diminuunt, cuius causam non bene perspectam habeo, nisi, quam FRANKENHEIM dicit, aquae superficies curvatura sua bullam includens hoc efficiat. Ceteroquin non ex experimentis affirmaverim, utrum augeant vel diminuant pondus: non nisi raro aderant illae bullae et tum tam diversa temperatura, ut nihil inde concludere ausus fuerim, ne quidem tales observationes annotaverim; satis facile hae bullae evitantur, si laminam sub inclinatione quadam superficie liquidi immittitur et, si, quod etiam ob aliam causam necesse requiri vidimus, utraque et laminae et liquidi superficies pura est. Etiam in laminis, quod de tubis capillaribus diximus, obtinet, iisdem locis ubi semel bullae exstiterunt facilius alias oriri, quod e natura rei etiam sequitur; aut enim bullis ansam praebuit pinguedo quaedam, quae eo loco superficie adhaerebat; aut si bullae forte exstiterunt caussa aliunde petenda, superficiem fortasse praesentia sua mutaverunt et ejusmodi reddiderunt, ut in posterum bullarum fons evadat.

Accedit tandem difficultas ponderandi, quae omnino non magna est sed tamen aliqua. Videre debemus, ut si sere ad punctum venerimus, ubi separatio locum habebit, parva et semper minora librae imponamus pondera. Non nimis festinare debemus in addendis ponderibus, ne adhuc addamus, postquam jam satis additum sit. Imprimis autem fugiendae sunt omnis generis oscillationes in fluido, quae trepidante fundamento vasis aut oscillante libra, oriri possent. Saepe mihi, quod FRANKENHEIM etiam memorat, contigit, ut pluribus sequentibus vicibus eodem ponderum numero vim determinaverim ne millesimam quidem partem differenti, at saepe

etiam duae determinationes plus centesima parte inter se dif-
ferebant, quamquam nullam hujus differentiae causam suspi-
cari possem.

*§ 3. De ratione qua in variationem Synaphiae cum
temperatura inquisiverim.*

Vas, quo continebatur liquidum, de quo periclitabar, ple-
rumque aqua, superpositum erat lampadi, atque ita ad
quemlibet temperatnrae gradum elevari poterat. Ad tria im-
primis attentus esse debebam, ut uniformiter per superfi-
ciem calor esset distributus, tum, ut lamina ejusdem esset
temperaturae atque aqua, et ut bene cognoscerem tempera-
turam.

Initio, quum animadvertissem cohaesionem diminui aucto
calore, mihi proposueram, ut minori, quam quod solita tem-
peratura ferre valeret pondere, laminam onerarem tum lento
temperaturam augerem, ut omni agitatione in aqua vitata eo
temperaturae gradu disjungeretur, quo cohaesio aequalis esset
et minor sieri inciperet quam, ut ponderi imposito resisteret.
Aliud haec observandi ratio commodum praebebat, quod
accuratius temperaturam annotare possem, quum ad nihil
aliud attentus esse deberem.

Nullam omnino erroris causam suspicatus eram. At iterata
hujusmodi experimenta, iisdem aut vicinis temperaturae gra-
dibus fallacem hanc methodum docuerunt; quam ideo ample-
xus eram et alteri methodo preferendam censueram, postea
rejeci, eique postposui. Optimum profecto fuisse, si semper tem-
peratura aëris circumdantis eadem fuisse atque in vase, sed
hoc apparatus non sinebat, et difficile est talem excogitare,
qui non aliis incommodis laboret, poteram omnino per ali-
quantum temporis constantem servare temperaturam aquae
sed difficile tamen erat, ut eadēm temperatura plures subse-
quentes observationes instituerem, neque hoc requirebatur;

saepe enim temperaturam elevanti et diminui sinenti, occasio data erat certo quodam temperaturae gradu experimentum instituendi, et haec inter se multo melius conveniebant. Multa saepe immediate subsequentia instituebam temperatura decrescente, ita ut differentia temperaturae inter duo succedanea parva esset et sic series ortae sunt, quae per quam regularem ponderum auctionem pro diminuta temperatura praebebant, ut si tam bene variae series inter se, quam cunusque seriei numeri convenissent, nihil desideratum reliquisserent. Oculus thermometri vasi immersi et scala secundum Fahrenheit instructi indicationem sequebatur, et variam, qua disjungebatur, temperaturam satis accurate notabat, Parva esse debebat temperaturae differentia brevi tempore, ut evitaretur damnum, quod experimento accidere poterat ex inaequali diversarum aquae refrigerantis particularum temperatura. Non enim affirmaverim illas partes, quae laminæ adhaerebant semper eandem temperaturam habuisse atque aliae circumiacentes, scilicet hæc, ubi superficies libera erat evaporatione celerius calorem amittebant, quam illæ sola conductione, quam in liquidis peregrinam esse abunde probavit DESPRETZ ¹⁾.

Si inquirimus in causam, quare methodo refrigerationis utens minores aberrationes invenerim, quam calefaciens liquidum, haec mihi in motu particularum calidiorum sita esse videtur, qui minor est in refrigerante liquido quam in eo, cuius temperatura elevatur. Differentia temperaturae superiorum et inferiorum stratorum aliqua obtinet et inde motus ascendens in utroque, sed in hoc quam in illo major est: calorem amittunt strata superiora evaporatione, inferiora accipiunt a lampade si calefacimus, radiatio autem magis aequaliter omnibus partibus calorem detrahit et conductio ab omnibus parietibus agit. Mirum omnino videri posset, si hic

¹⁾ DESPRETZ Pogg. Ann. XLVI. 340.

motus, quo necesse distantia inter cohaerentes particulas periodice mutatur, nullam in experimenta ostenderet efficaciam. Accedit, quod ex aqua, cuius temperaturam augemus, bullae adscendent aeris, quae novam perturbationem efficiant, quum superficiem turbent et laminæ adhaereant, 1) ex aqua refrigerante haec non evolvuntur. Evitatur hoc malum, si utimur aqua praecedente ebullitione aëre liberata, sed alterum manet. Mistio aquæ est minus homogenea, si particulae diversæ temperaturæ differunt et hoc quammaxime nocet; imprimis hoc apparebat, si ob aquæ diminutam in vase quantitatem, aut etiam, ut celerius temperatura descenderet frigidam aquam affunderem, tum pondus multo levius sufficiebat ad disjungendam laminam. Particulae aquæ diversâ temperatura gaudentes eodem modo heterogeneam mistionem efficiunt atque nonnullæ guttae alicujus acidi. Ex hac heterogeneitye repetendum est quod $\frac{1}{48}$ pars acidi sulphurici vel potassæ vim laminæ sexta parte diminueret, non ut RUHLAND putabat ex harum substantiarum actione; FRANKENHEIM quoque hanc sententiam rejecit et experimentis suis falsam esse probavit, neque tamen illius etiam sententiae credere licere, affirmaverim sed potius ex heterogeneitye explicaverim. Ob eandem causam curandum erat, ut lamina eandem, quam aqua temperaturam haberet; itaque semper per aliquod tempus superficie admovebam laminam, antequam experimentum instituarem, tum vero si disjuncta erat, proxime ad superficiem pendebat et in vapore evoluto. Quo elevatior esset temperatura eo minus fide dignum experimentum, quum motus particularum major esset ob magis celerem evaporationem; porro supra 90° vapor jam tantam elasticitatem habebat, ut visibles oscillationes in liquido excitaret, tandem vapor aquæ ad

1) Hae bullæ e fundo vasis evolutæ non perpendiculariter adscendere, sed a linea verticali deflectentes laminam adhaerentem aut marginem petere amant, ut saepe observandi occasio mihi fuit.

superiorem laminae superficiem condensatur, et hujus pondus auget, quo nimius valor inveniatur. Per se patet non compensationem horum errorum esse exspectandam, neque etiam tali modo experimenta esse instituenda. Rejicienda haec praeterea erant, quia condensatio probabat laminae non eandem esse temperaturam, atque aquae. Universe inter 90° et 100° minores valores inveni, quam cum formula $p = a - bt$ ex reliquis experimentis accepta conveniret, sed ob multas errorum causas non tantam illis auctoritatem tribui, ut tertium terminum — ct^2 addiderim. ACHARD de influentia caloris in Synaphiam cum laminis adhaesionis experimenta instituit: dolet me ejus opus 1) inspicere non potuisse, FRANKENHEIM, qui illud accurate legisse videtur acrum judicium de illo fert. 2) Quae in lexico physicali a GEHLER edito 3) collecta inveni, hic recipiam, silentio experimenta ab EMMET instituta praeteriens, quia ipse illis postea non multum tribuisse videtur. ACHARD nimiam differentiam invenit, vim calori nimis magnam in Synaphiam tribuit. Ex duobus enim experimentis temperatura 89° et 80° gradibus institutis, dedit formulam $p = a - bt$, ubi valor quantitatis a est 33gr. 86, quantitatis b = 3.39, atque igitur b excedit $\frac{1}{100}a$; pondere enim 66 grammatum indigebat ad eandem laminam divellendam temperatura 80° dum 36.4 sufficiebant temperatura 89°; supra jam vidimus quam fallacia sint experimenta tam elevata temperaturā.

1) ACHARD Physisch Chemische Schriften, Berlin 1780. I. 354 Mémoires de Berlin 1776, p. 649.

2) FRANKENHEIM l. l. p. 75 et 84.

3) GEHLER, Physikalisches Wörterbuch in voce *Adhaesio*.

Experimenta cum sulphate cupri acido:
densitas 1. 125.

Temp.	Pondus gr.	Pondus computatum I.	Diff.	Pondus Comp. II	Diff.
81. ^s	10.72. ^s	10.77	+ 6	10.86	+ 14
76	10.98	10.90	- 8	10.98	0
72	10.92	10.98	+ 6	11.07	+ 15
70	11.15	11.02	- 13	11.11	- 2
69	11.18	11.04	- 14	11.13	- 5
57	11.34	11.28	- 6	11.37	+ 3
45	11.37	11.53	+ 16	11.61	+ 24
40	11.50	11.62	+ 12	11.71	+ 21
37	11.50	11.68	+ 18	11.77	+ 27
36	11.59	11.70	+ 11	11.80	+ 21
34	11.72	11.74	+ 2	11.84	+ 14
33	11.83	11.76	+ 7	11.86	+ 3
31. ^s	11.96	11.80	- 16	11.89	- 7
27	11.90	11.89	- 1	11.98	+ 8
23	12.15	11.97	- 18	12.07	- 8

I Computatum est pondus ut summa quadratorum errorum sit minima

$$p = 12.43 - 10.020t \quad C.$$

II Observationibus inferioribus temperaturae gradibus institutis major valor tributus est

$$p = 12.55 - 0.021t \quad C.$$

Lamina vitrea erat quadrata 2500 □ mm

Sulphas cupri purus densitatis 1.2 12.

Temp F.	Pond. Observ.	Pond. Observ.	Pondus Comp.	Diff.
200	11.86	11.83	11.84	— 2
192	11.77		11.93	+ 16
190	12.09		11.95	— 14
182	12.12		12.03	— 9
162	12.18		12.25	+ 7
158	12.12		12.29	+ 7
156		12.19	12.31	+ 12
146	12.38		12.42	+ 4
140	12.38	12.18	12.48	+ 30
134	12.48		12.54	+ 6
132	12.51	12.60	12.56	
118	12.74	12.77	12.71	— 6
108	12.80		12.80	0
102		12.80	12.86	+ 6
90	12.77		12.98	+ 21
86	12.83		13.03	+ 20
80	13.06		13.10	+ 4
78	13.10		13.12	+ 2
70	13.16		13.21	+ 5
68	13.19		13.23	+ 4
66	13.37		16.26	— 11
64	13.40		13.30	— 10

Computatum ex formula $p = 13.65 - 0.011(t - 32^\circ)$ F.
 $p = 13.65 - 0.02t$ C.

Computatio, ut quadrata errorum minimam summam habeant adhuc minores differentias praebet sed tum inferioribus scalae thermometricae gradibus magis aberrant, quod non probabile est.

Sulphas sodae densitatis 1.160.

Temp. F	Pond. Obs.	Pond. Comp.	Diff.	
72°	12.16	12.04	- 12	
76	12.02	12.00	- 2	
76	11.87	11.99	+ 12	
78	11.84	11.97	+ 13	
80	11.70	11.95	+ 25	
80	11.64	11.95	+ 31	
86	11.64	11.89	+ 25	
88	11.76	11.87	+ 11	
90	11.54	11.85	+ 31	
94	11.54	11.81	+ 27	
98	11.51	11.77	+ 26	
102	11.48	11.73	+ 25	
108	11.48	11.67	+ 19	
110	11.31	11.65	+ 34	
118	11.43	11.57	+ 14	
132	11.43	11.43	0	
134	11.35	11.41	+ 6	
144	11.35	11.31	- 4	
146	11.23	11.29	+ 6	
156	11.23	11.19	- 4	
158	11.11	11.17	+ 6	
168	11.05	11.07	+ 2	
176	11.05	10.99	- 6	
182	10.79	10.93	+ 14	
190	10.67	10.85	+ 17	
192	10.57	10.83	+ 26	
200	10.56	10.75	+ 18	

Computatum ex $p = 12.44 - 0.01(t - 32^\circ)$ F.
 $p = 12.44 - 0.018t$ C.

Sulphas sodae densitatis 1.065.

Temp C.	Pond. Observ.	Pond. Comp.	Diff.	
59.5	5.74	5.77	+	3
55	5.90	5.84	-	6
54	5.90	5.86	-	4
51	5.88	5.90	+	2
51	5.91	5.90	-	1
47	5.91	5.96	+	5
44	5.98	6.00	+	2
44	5.98	6.00	+	2
42	5.92	6.03	+	11
39	5.98	6.08	+	10
38	6.04	6.09	+	5
36	6.11	6.15	+	4
36	6.21	6.15	-	6
33	6.21	6.20	-	1
33.5	6.26	6.19	-	7
33	6.26	6.20	-	6
30	6.32	6.25	-	7
29	6.37	6.27	-	10
24	6.39	6.35	-	4
22.5	6.39	6.37	-	2
21	6.45	6.40	-	5
18	6.43	6.45	+	3
16.5	6.63	6.47		
16	6.75	6.49		
14	6.81	6.52		

Computatum ex formula $p = 6.75 - 0.0166 \cdot t$. C. ratione non habita trium observationum temperatura 14° , 16° et 16.5° institutarum. Nescio unde hae magnae differentiae sint reperitae.

Adbibebatur parva lamina quadrata 1250 □ mm.

Experimenta cum aqua depurata instituta.

Temp F.	Observ. 1 Series.	Observ. 2 Series.	Comp. sec. form. I.	Diff. cum media Observ.	Comp.ex form. II.	Diff. cum media Observ.
208	11.05	11.02	11.19	+ 16	11.07	+ 3
204	10.93	10.93	11.24	+ 31	11.13	+ 20
200	11.34	11.25	11.30	+ 0	11.20	- 10
199	11.40	11.64	11.31	- 31	11.21	-- 33
194	11.27		11.39	+ 12	11.30	+ 3
190	11.43	11.37	11.45	+ 5	11.37	- 3
186	11.49	11.37	11.50	+ 7	11.43	- 0
186		11.46	11.50	+ 4	11.43	- 3
178	11.67		11.61	- 6	11.57	- 10
176	11.70		11.64	- 6	11.60	- 10
173	11.86		11.69	- 17	11.65	- 21
170	11.89	11.70	11.74	- 6	11.70	- 10
166		11.76	11.80	+ 4	11.77	+ 1
160	11.96	11.82	11.89	0	11.85	- 4
153	12.24	11.90	12.00	- 7	11.96	- 9
142		12.14	12.16	- 2	12.15	+ 1
138		12.20	12.22	+ 2	12.21	+ 1
130		12.35	12.34	- 1	12.34	- 1
110	12.47		12.64	+ 17	12.67	+ 20
108	12.53		12.67	+ 14	12.70	+ 17
106	12.59	12.47	12.70	+ 17	12.73	+ 20
62		13.52	13.37	- 15	13.43	- 9
62	13.52	13.46	13.37	- 10	13.43	- 4

Formula I sic se habet $p = 1.428 - 0.0149 t$ F.
 $p = 13.81 - 0.0268 t$ C.

Adhibita est lamina vitrea rotunda 2463 □ mm

Experimenta cum aqua instituta.

Temp. F.	Observ. 1 seriei.	Observ. 2 seriei.	Comp. e form. I.	Diff.	Comp. e form. II.	Diff.
116	12.24		12.65	+ 41	12.57	+ 33
108	12.41		12.77	+ 36	12.70	+ 29
103	12.94		12.83	- 11	12.78	- 16
99. ^s	12.94		12.90	- 4	12.85	- 9
97		13.03	12.94	- 9	12.88	- 15
95		13.09	12.97	- 12	12.90	- 18
93	12.94	13.11	13.03		12.94	- 8
89	13.07	13.13	13.09	- 2	13.01	- 9
85	13.12	13.15	13.13	- 1	13.07	- 6
84		13.16	13.14	- 2	13.09	- 7
82. ^s		13.19	13.16	- 3	13.11	- 8
82	13.12		13.17	+ 5	13.12	0
79		13.26	13.21	- 5	13.17	- 9
76		13.27	13.26	- 1	13.22	- 5
74		13.30	13.29	- 1	13.25	- 5
71	13.29	13.29	13.33	+ 4	13.30	+ 1
69	13.32	13.26	13.36	+ 6	13.33	+ 4
67. ^s	13.35		13.39	+ 4	1.335	0
67	13.32	13.32	13.39	+ 7	13.36	+ 4
66	13.38	1.337	13.40	+ 2	1.338	0
66	13.39	13.40	13.41	+ 1	13.38	- 2
65	13.42	13.42	13.42	0	1.339	- 3
63	13.32		13.45	+ 13	13.42	+ 10
61. ^s	13.51		13.48	- 3	13.44	- 7
61	13.48		13.49	+ 1	13.45	- 3
60	13.52	13.52	13.50	- 2	13.47	- 5
50	13.69		13.65	- 4	13.64	- 5

I. Formula prior, quam secundum methodum minimorum quadratorum computavi, dimidio valore observationibus, quae 106^0 et 108^0 institutae sunt, tributo, est

$$p = 13.92 - 0.0271 t \quad C.$$

II. Formula altera, qua usus sum, ut eâ, et observationes inferioribus scalae thermotricae gradibus institutas et quae magis calente aqua factae sunt, conjungerem, sic se habet

$$p = 13.94 - 0.0293 t \quad C.$$

Ex parva tabula infra apposita uaverse videre licet
quid ex experimentis sequatur.

Nomina liquidorum.	Pondus Observatum $p = a - bt$	Densitas.	Laminae. magnitudo.	Valores quantitatis a^2
Sulphas Cupri acidus.	12.55—0.021 t	1.125	2463	10.26 (1-0.034 t)
Sulphas Cupri	13.65—0.02 t	1.212	2500	10.15 (1-0.029 t)
Sulphas Sodaee	12.44—0.018 t	1.160	2463	9.48 (1-0.029 t)
Sulphas Sodaee	6.75—0.017 t	1.065	1250	12.80 (1-0.049 t)
Aqua 10° - 40°	13.92—0.027 t	1.000	2500	15.40 (1-0.039 t)
Aqua 17° - 94°	13.81—0.027 t	1.000	2500	15.39 (1-0.039 t)

Haec experimenta licet non tam bene cum formulis convenient, ut non meliora exspectanda sint, tamen efficaciam caloris omni dubio majorem faciunt: ulteriores disquisitiones indicare dicere debebunt, quomodo numeri coefficientes a et b pro variis liquidis varii sint ab eorumque natura pendeant.

C a p u t III.

DE MAGNITUDINE GUTTARUM.

§ 1. Unde pendet pondus guttarum?

Facillime observatur magnitudo guttarum, quia aliquot colligere licet et tum ponderare. Quatuor in primis circumstantiae influentiam in earum pondus habent

1. Forma et magnitudo superficiei,
2. Celeritas affluxūs,
3. Temperatura,
4. Natura liquidi,

quas FRANKENHEIM ex suis experimentis efficacie esse ostendit¹⁾ 1 A plana superficie maximae guttae formantur. Basis illis esse debet late extensa; magnopere omnino magnitudo diminuitur, si non satis se extendere potest gutta; GAIJ-LUSSAC temperatura 15° C 100 guttas exceptis cadentes a sectione tubi, cuius radius externus erat 3,09mm, earumque pondus invenit 8,9875 gr, uniuscujusque igitur 8,9875; minus igitur pondus, quam quod mea experimenta mihi obtulerunt; sed quam quam meis detrimento erat guttas non a superficie plana cadere sed a cylindrica, tamen hoc etiam illis proderat, quod basis guttae se in directione altera ultra quinque millimetra extenderet. Extensionem autem baseos efficaciam habere in guttarum pondus mihi inde patuit, quod si externa supersi-

¹⁾ FRANKENHEIM Op I. p. 97—100,

cies tuborum a qua illas cadere sinerem siccata esset, nocte praeterlapsa minores essent guttae, quam praecedente die, ad pristinum autem revenirent volumen, si totam superficiem purgarem et madefacerem.

2 Cum celeritate affluxus crescit magnitudo gutterum. Dum enim gutta jam separatur adhuc liquidum affluit et pondus cadentis auget. Si liquidum affluens per convexam superficies procedit, ideoque quantitas motus secundum directionem verticalem resoluta aliquam habet magnitudinem, impulsu suo efficit, ut prius cadat gutta quam pro pondere suo necessarium sit, et sic fortasse hae duae causae perturbantes se compensant, si affluxus certa quadam cum celeritate locum habet, non guttatum sed cum vena effluit liquidum: gradus autem celeritatis aliis est pro variis tuborum diametris. Saepe hujus rei observandae occasio mihi fuit, quum e tubis, qui inferioribus temperaturae gradibus guttas darent, sensim sensimque majori temperatura aqua vena recurvata efflueret, tum adhuc aucta celeritate vena lineariter perpendiculariter fundum petente, tandem forma solita parabolica. Referre lubet experimenta, quae FRANKENHEIM communicavit instiuta temperatura 20° cum aqua et alcohole densitatis 0,846. Volumen minimae guttae pro unitate acceptum est.

	Aqua		Alcohol.		
Una gutta tempore.	Volumen.	Una gutta tempore.	Volumen.	Tempore.	Volumen.
3.76	1.00	1.11	1.30	1.67	1.00
2.28	1.06	0.94	1.40	1.35	1.04
1.78	1.09	0.85	1.44	0.65	1.14
1.55	1.17	0.79	1.55	0.40	1.21
				0.39	1.63
				0.37	1.76

3. Temperatura maguam influentiam habet, quod ex observatione allata confidere licet; jam apud laminas adhaesionis ejus vim perspeximus in hoc etiam illam optime videre possumus. Diminuit calor Synaphiam, quae unice hoc phaenomenon regit. FRANKENHEIM temperatura 40° , guttam interdum non nisi octo vel novem decimas partes ponderis, quod temperatura 20° habebant, ponderare videbat. Addit, hanc effectum temperaturae magnopere pendere a celeritate affluxūs; exiguum esse, si haec parva est, crescere majori cum celeritate et volumine guttae : die Wärme bringt also die Tropfen der Normalgrösse näher I).

4. Influentialia Synaphiae, quarta quae est casus perturbans ad finem hujus capitatis indagare conabor ac simul relationem quae est inter magnitudinem gutterum et phaenomena duobus prioribus capitibus circumscripta exponere. Jam sequuntur experimenta sumta in tabulis disposita, in quibus inveniuntur temperatura, tempus quo guttae ad cadendum indigebant minutis secundis expressum, uti etiam tempus, per quod unum centigramma liquidi effluebat: ultima autem numerorum serie pondus gutterum centigrammatibus indicatur.

1) FRANKENHEIM Op. I. p 100. Haec fortasse primo intuitu contraria videntur cum iis, quae pag. 99 dicit; sed conferatur definitio vocis Normaltropfen p. 98.

Experimenta de magnitudine guttarum cadentium a
celeritate affluxus et temperatura pendente.

Temp.	min. sec.	Numerus guttarum	Tempus per quod 1 gutta	Tempus per quod 1 Cgr.	Pondus 1 guttae	Diam extern. tubor.
20. ⁵	111	200	0.55	0.51	1.071	I. 45 mm.
	123	220	0.56	0.51.7	1.083	
	166	300	0.56	0.51.7	1.083	
	142	250	0.57	05,2·1	1.090	
16. ⁵	571	40	14.28	14.86	0.961	II. 40 mm.
	417. ^s	30	13.92	14.45	0.963	
	829	60	13.82	14.33	0.964	
	633	50	12.66	13.03	0.972	
	114	10	11.4	11.80	0.966	
	121	11	11.	11.17	0.985	
	90	10	9.	9.23	0.975	
	230	30	7.67	8.06	0.951	
	69.5	10	6.95	7.22	0.963	
	173	30	5.76	6.21	0.928	
	107	20	5.35	5.76	0.929	
	152	31	4.90	5.38	0.911	
	135	30	4.50	4.96	0.907	
	215	50	4.31	4.81	0.896	
						II. 40 mm. 2)
12	444. ₅	60	7.40			
12	574	78	7.36			
13	541	72	7.51	5.80	1.261	

1) Temperatura magis elevata experimenta cum hoc tubo sumere non licuit, quam jam 300 vena formata erat, quae ad superficiem tubi adhaerebat, quod quominus fieret, oleo impedivi, ideoque guttarum formationi nocui. V. reliquas notas ad p. 66.

Temp.	min. sec.	Numerus guttarum	Tempus per quod 1 gutta.	Tempus per quod 1 Cgr.	Pondus 1 guttae.	Diam extern. tuborum.
14	1075	147	7.31	7.76	0.942	40 mm.
	1196	162	7.31	7.70	0.949	
34	190	40	4.75			
75	370	200	1.85			
19	304	30	10.13	9.93	1.020	III.
19	546	51	10.75	8.90	1.028	50
	534.5	50	10.69	8.85	1.028	
	320.5	30	10.68	10.3	1.031	
	332	30	11.06	10.6	1.043	
19	120	20	6.	5.48	1.095	
	209.5	35	5.999	5.49	1.093	
19	167.5	30	5.586	5.37	1.039	3)
	168.5	30	5.616	5.41	1.038	
56	116	50	2.32	2.71	0.857	
58	87	40	2.175	2.58	0.842	
63	40	20	2.	2.38	0.839	
77	42	30	1.4	2.05	0.684	
90	35	30	1.167	1.81	0.643	
93	78	70	1.114	1.75	0.639	
13	616	245	2.51	2.69	0.932	4)
	256	111	2.35	2.68	0.876	
13.5	352	140	2.51	2.70	0.931	
14	238	100	2.38	2.68	0.888	
24.5	460	250	1.84	2.10	0.884	
25	506	270	1.80	1.95	0.923	
26	385.5	210	1.83	2.02	0.909	
29	177	100	1.77	1.85	0.956	
36	348	210	1.70	1.85	0.916	

Temp.	Min. sec.	Numerus guttarum	Tempus per quod 1 gutta.	Tempus per quod 1 Cgr.	pondus 1 guttae.	Diam. extern. tuborum.
19	54	50	1.08	1.10	0.987	IV.
	56	50	1.12	1.12	0.996	39 mm.
	110	100	1.10	1.12	0.981	5)
	52	60	0.867	0.907	0.956	
	88	100	0.880	0.904	0.973	
19	75	100	0.750	0.718	1.045	
18	53	100	0.530	0.667	0.794	
	54	101	0.538	0.673	0.799	6)
	107	200	0.535	0.670	0.798	
22	465	100	4.65	0.598	0.778	
	48	100	4.80	0.605	0.793	
	97	200	4.85	0.611	0.784	
26. ^s	43	100	4.30	0.528	0.795	
	43	100	4.30	0.548	0.784	
	87	200	4.35			
31	44	100	4.40	0.502	0.876	
	44	100	4.40	0.499	0.886	
40	41	100	4.10	0.421	0.973	
	60	150	4.00	0.435	0.920	
19	746	20	37.3	34.9	1.068	V.
	857	23	37.3	32.6	1.110	55
	1484	40	37.1	33.9	1.093	
	878	51	17.2	18.0	0.955	7)
	946	55	17.2			
	1206	74	16.3	17.1	0.950	
17	407	20	203.5	18.2	1.118	
	694	34	203.8	18.2	1.119	
	1117	50	223.4	18.1	1.229	
33	335	25	134.	12.65	1.059	

Temp.	Min. sec.	Numerus guttarum	Tempus per quod 1 gutta.	Tempus per quod 1 Cgr.	Pondus 1 guttae.	Diam extern. tuborum.
46	300	29	10.34	9.63	1.074	V.
50	266	34	7.85	9.10	0.862	55 mm.
60	277	40	6.92	8.18	0.846	
75	600	102	5.88	6.78	0.867	
82	405	80	5.06	6.21	0.814	
10. ^s	7476	120	62.30	6.198	1.0218	VI.
10. ^{s/4}	1662	26	63.98	5.99	1.0679	52
10	1836	30	61.20	5.76	1.0617	
10	611	10	61.10	5.64	1.0829	
10. ^s	4200	120	35	3.75	0.9341	8)
10. ^s	2787	76	36.03	3.75	0.9594	
9. ^{s/4}	1610. _s	67	24.04	2.23	1.0845	9)
9. ^{s/4}	1716	71	24.17	2.22	1.0901	
9	1869	78	23.99	2.23	1.0767	
9.5	1020	90	11.33	1.01	1.1243	VII.
42	264	56	4.71	4.83	0.9750	49.
31	285	55	5.18	5.39	0.9620	10)
78	140	50	2.80	2.93	0.9548	
79	165	60	2.75	2.94	0.9386	
79	180	65	2.77	2.96	0.9392	
9	631	46	13.71	1.29	1.0666	
	586	43	13.63	1.29	1.0608	
	804	57	14.11	1.29	1.0978	
	1854	136	13.63	1.29	1.0578	
28	413	193				
23	429. _s	55	7.81	7.23	1.0809	

Temp.	Min. sec.	Numerus guttarum	Tempus per quod 1 gutta.	Tempus per quod 1 Cgr.	Pondus 1 guttae.	Diam. extern. tuborum.
22	465	60	7.75	7.41	1.0471	VII.
9	1108	201	5.51	4.73	1.1652	VIII.
	882	164	5.38	4.61	1.1658	50 mm.
	690	126	5.39	4.87	1.1063	
8.	1006	21	47.86	4.28	1.1193	VI.
9	479	10	47.90	4.32	1.1123	52
39	419	25	16.76	1.76	0.9588	
28	359	12	29.99	2.77	1.0835	

2) Pressio duplex erat circa 2 metrorum: ubi contrarium non annotatum est pressio est non nisi unius circiter metri.

3) Prioribus experimentis non horizontalis erat tubus nunc vero quidem.

4) Pressio duplex.

5) Longitudo tubi reducta erat.

6) Iterum pars ademta.

7) Dimidia fere pars tubi ademta erat.

8) Ad dimidium fere reductus tubus erat.

9) Si non 90 sed 100 guttae ceciderunt, quod facile obtinere potuit, quia illorum numerum per decades numeravi, venit tempus 10.20 tempus per quod 1 gutta ceciderit 10.114, quod quadrat cum reliquis observationibus cum altera parte tubi institutis.

10) Guttae sulphatis sodae.

11) Mala observatio.

Nullum dubium restat, quin ex his experimentis efficere jure liceat.

1. Si temperatura guttarum liquidi et superficie elevatur, earum pondus diminuitur, et quidem non solum ob diminutam densitatem, sed etiam ob diminutum volumen.

2. Cum radio curvatura superficie (unus tantummodo in meis observationibus differebat, quum alter semper erat infinitus) diminuitur pondus et volumen liquidi sub forma guttarum cadentis.

3. Si celerius affluit liquidum majores, quod jam antea satis demonstratum erat, formantur guttae.

Quamvis haec satis stabilita sint, non tamen leges ex experimentis innotescunt, secundum quas unaquaeque harum rerum circumstantium agat; sunt enim tres variabiles quantitates, a qua magnitudo guttarum pendet. Si varias altitudines adhibere potuisse atque igitur ab una eademque superficie liquidum lentius et celerius pro lubitu affluens facere in eadem temperatura, cujusque agentis influentiam separatim considerare licuisset et non nisi computationis impedimenta obstitissent, at vero ex observationibus, in quibus plerumque affluxus celeritas non augeretur, nisi effectu temperaturae elevatae, legem nobis singere omnino possumus, sed eam veram esse nullo sufficiente arguento probare.

Accedit quod guttarum observatio non primarium fuerit, cui me applicuerim; earum enumerationem omittebam, si periculum inde imminebat erroris in ponderando liquido effuso aut in determinando tempore per quod effluxerat, ita ut his experimentis, imprimis iis, quae in temperatura magis elevata instituta sunt, non illam auctoritatem tribuendam esse censeo, quae experimentis capite II. memoratis, adjudicanda est. Ex constructione apparatus necesse erat, ut semper de temperatura unum vel plures gradus incertus essem si minus vel plus liquidi temperatura excederet temperaturam aëris circumdantes; hoc infringit omnino omnem determinatio-

nem quantitativam influentiae temperaturae, non vero qualitativam. Quamquam enim cum affluxu crescit guttarum pondus tamen temperatura elevata hanc auctionem sustollit et tandem vincit, ut imprimis optime ex observationibus cum secundo tubo factis efficere licet: sunt certi denique celeritatis limites, quos ultra citraque nequit consistere recta observatio guttarum, nonnisi una persona observante; scilicet aut tempore aut numero guttarum fallere, periculum est, si intervalla sunt nimis brevia aut guttae nimis frequentes: hujus autem respectu tubus secundus maxime aptus erat.

Observationibus igitur his faciendis, quod propositum habui, mihi contigit, stabilire leges memoratas et definire magnitudinem guttarum temperatura ambiënte a superficie cylindrica cadentium.

De celeritate qua liquidum per tubos se movebat magis elevatis temperaturae gradibus majori, alio loco agam. Cfr. quae hac de re inveniuntur in prooemio et pag. 61.

§. 2. *Methodus observationis.*

Inter observatores guttarum primo loco memorandus est SEGNER, qui tum sessilium, tum etiam pensilium, ut vocat, guttarum formam et magnitudinem theoria definire et observationes cum theoria comparare incepit. 1) Porro YOUNG phænomena capillaria contemplans experimenta communicat 2) et etiam duo de magnitudine guttarum instituta, cadentium a sphaera vitrea magni radii. Guttae aquae invenit pondus 1.8 granorum = 11.7 mmgr., guttae alcoholis 5.5. Varii observatores vario modo experimenta instituerunt. In lexico Gehle-riano apparatus descripti sunt, quo usi fuerunt MEISNER et SCHUSTER, sed non magnopere hi se commendare videntur 3).

1) SEGNER, Comm. Soc. P. Gött. 1751. I. 301.

2) YOUNG. I. c. p. 77.

3) MUNCKE in voce *Tropfen*, p. 1163, fig. 147 et 148.

FRANKENHEIM adhibuit tubos, sed cum axi perpendiculari, ita ut liquidum e tubo procedens se extenderet usque ad externam tubi peripheriam, quam planam et horizontalem esse curabat, retorta etiam adhibuit et tandem vas quoddam vitreum cylindricum, in cuius fundo foramen parvum habebatur, superficie inferiori plana. Celeritas affluendi regebatur quantitate fluidi aut potius altitudine, quam fluidum in vase obtinebat. Hic apparatus illi sufficiens videbatur et eundem semper valorem suppeditabat. Ex suis observationibus eas, quas memoravi leges jam derivavit, sed experimenta ipsa, quibus nituntur non communicavit. Animadvertis FRANKENHEIM superficiem paullisper convexam esse debere, quia tum gutta imum petens locum a margine remota erit, qui interdum, si plana superficies est, guttas ad se attrahere videtur 1). Ne tamen radius curvaturaे nimis parvus sit aliud quid hortatur; curvatura enim cuius radius 50 millimetrorum influentiam adhuc exercere videtur. Meus apparatus iis, qui antea jam adhibiti sunt postponendus est, sed ut animadvertis non praecipue ad metiendas guttas destinatus erat. Tubus per quem effluebat liquidum vase metallico circumclusus erat aquam continente, quam ad omnem temperaturae gradum evehere licebat. Scilicet per cylindrum interiore tubi effluebat liquidum et a superficie externa B destillabant guttae, quas in lagena colligebam; hanc bene annotato tempore, quo gutta ceciderat, infra tubum ponebam, numerum guttarum annotabam, iterum tempus adscribebam, quo ultima gutta cadebat, et ponderabam. Thermometra vasi metallico C C C G imposita indicabant temperaturam, et inde concludere poteram ad cujusque guttae pondus et ad celeritatem cum qua movebatur liquidum per tubum. Unicuique autem manifestum est, thermometra non indicavisse temperaturam guttae ipsius, quae semper necesse minor erat quam temperatura liquidi per tu-

1) FRANKENHEIM, Op. 1. p. 97.

bum fluentis et hac in re fallax erat apparatus. Sed satis sufficiebat apparatus consilio, quo constructus erat i. e. ut metirer celeritatem, cum qua sub certa pressione per tubos variae longitudinis et parvi diametri efflueret, et ut efficaciam pervestigarem, quam in illam temperatura exerceret. In praecedenti tabula e prioribus numerorum ordinibus hanc vim bene efficere possumus levi calculo instituto. Omnes observationes satisfaciunt formulae

$$p = at + bt^2$$

in qua a et b sunt numeri constantes a radio et longitudine tubi, a pressione et a natura liquidi perfluentis pendentes, ita ut a major sit pro minori radio. 1)

Peripheria cylindri externi in multis cylindris varia, cuius influentia nondum satis cognita est, novam difficultatem afferit; alium idcirco apparatus excogitavi ad bonam mensuram guttarum instituendam, qui his vitiis liber videatur, eumque aliorum hoc experimentorum genus amantium judicio relinquo. Vas *A* e cupro confectum fig. 9 aquam continet, quam ope lampadum calefacere possumus et a lamina *B* guttae cadere debent, quae igitur a quinque lateribus eundem caloris gradum accipiunt: a sexto latere observator sedet; hoc igitur aut aperatum manere debet aut vitrea janua clausum esse. Fundus medius *aaaa'* vasis *A* ita fabricandus est, ut plures laminae diversae naturae et curvaturaem ita adaptari possint, ut inter illum et laminam *B* aqua infiltrare nequeat. Lamina crassitie ei exiguae locum quemdam exiguo foramine f perforatum habet proxime imae parti situm, ut facile ad illum desfluat

1) Contrarium hoc est conclusioni, quam POISEUILLE, qui novissimas hac de re observationes instituit, ex illis deducit (Ann Ch Ph. 8. III. T. VII. p. 50. Pogg. Ann. LVIII. 424.) sed tamen satis meis observationibus, nisi fallor, probatum. Ulteriores de industria hac de re instituam experimenta, et ex his comparatione instituta cum anteriore labore a du BUAT, GIRARD, GERSTNER et HAGEN in hoc genere peracto formulam invenire conabor, dubiis non amplius obnoxiam.

liquidum per illud penetrans. In interna parte laminae aut potius partis sphaericae *B* affixus est tubus circum foramen *f* et hic tubus subere communicat cum serpente aliquo*t* in vase circumvolutiones peragente, ut eandem, quam aqua in vase habet, temperaturam assequatur; ad superiorem partem serpens transit in vas vitreum *V*, quod primo vasi impositum singamus et quod aqua vel quolibet liquido ad omnem altitudinem constantem multis diversis adjumentis repletum teneri potest. Alia altitudo aliam celeritatem afferet, non vero temperaturā celeritas mutatur, neque etiam natura aut curvatura superficie *B* in cetera efficaciam habet; unaquaeque dictarum quantitatēm variabilium modificari potest duabus reliquis intactis, et eo modo inquiri, qua functione magnitudo guttarum exprimatur. Vas vitreum priori vasi imponendum censeo, si de aqua experimenta instituere cupimus unice ne aliquid immundi a cupro dissolvat, si aliorum liquidorum Synaphiam explorare nobis proposuimus, tum ob hanc causam, tum etiam ut pretio parcamus. Dictu supervacaneum videri possit celeritatem affluxū optime eo, quem ego sequutus fui, modo metiri posse observatores, lagena sub gutta ponenda et ponderando guttas, quarum numerus definitus per certum quoddam temporis spatium ceciderit. Si in periclitando serpentem adhibemus nullum dubium manere potest, quin eādem temperaturā gaudeat liquidum eo contentum, quā aqua in vasi *A* calori exposita; sed suas difficultates affert constructio, quia serpens cupreus non facile laminae memoratae *B* adaptari potest. His igitur difficultatibus cedenti ad instrumentum a FRANKENHEIM jam partim, circumdantis aëris et aquae temperatura aequali, adhibitum, refugium fuit. Superficiei externae baseos talis vasis cylindrici vitrei limando et poliendo quamlibet formam dare possumus eamque foramine *f* perforare parvo. Cylindrus ipse vasi descripto *A* imponitur, ita ope suberis hermetice transeat parietem *a a a a*, et thermometer in cylindro suspensus aquae ipso contentae temperaturam indicat, dum lagena BERZELII inversa

positione adaptata constantem servat' pressionem experimento instituendo maxime propriam. Quoquo instrumento utamur, serpente aut cylindro, attendendum erit ad evaporationem guttae. Haec enim non statim cadens, evaporatione non diminui debet, quia tum affluxus celeritatem nimis parvam metremur et quod majoris momenti est, temperaturam guttae maiorem crederemus, quam quae revera ipsi tribuenda esset evaporatione refrigeratae. Spatium inter parietes iuclusum ideo vapore aquae ea temperatura in qua pericula facimus saturatum esse debet, et janua vitrea duplex, ne aër externus frigidior nimis cito spatio interno calorem detrabat, et igitur efficiat, ut vapor ad vitri superficiem internam condenseretur.

§. 3. Influentialia Synaphiae : comparatio inter guttarum et altitudinis capillaris mensuras.

Quarto loco Synaphiam guttarum pondus afficere diximus, et necesse hoc ita esse debere inde patet, quod magnitudo guttarum eodem modo, atque pondus liquidi laminis adhaesionis sublati unice pendeat a Synaphia. Multi etiam ex altitudine capillari magnitudinem guttarum computare conati sunt. Jam BÜLFINGER omnem tubum capillarem eam quantitatem aquae attollere posse statuit, quae maximâ guttâ contineatur ad imam partem haerente. 1) YOUNG assert : It would perhaps be possible to pursue these principles (of application to the elevation and depression of particular fluids) so far as to determine in many cases the circumstances under which a drop of any fluid would detach itself from a given surface. But it is sufficient to infer, from the law of the superficial cohesion of fluids that the linear dimensions of similar drops depending from a horizontal surface must vary precisely in the same ratio as

1) BÜLFINGER, Com. Pet. II. 233. III. 81. GEHLER, Ph. W. Capillarität, p. 37. Cfr. 46. 47. ubi descriptio uiversa phaenomeni datur.

the heights of ascent of the respective fluids against a vertical surface, or as the square roots of the heights of ascent in a given tube : hence the magnitudes of similar drops of different fluids must vary as the cubes of the square roots of the heights of ascent in a tube etc. 1) **LA PLACE** in *theoria sua non diserte magnitudinem guttarum cadentium exprimit*, neque etiam formulam suppeditat altitudinem capillarem indicantem, quam gutta ab ima parte tubi pendens, quae in eo est, ut cadat, sustinere possit, sed hanc tamen verbis enuntiavit, aequalem illam dicens summae altitudinem, quas duo tubi attollere valeant ima parte liquido impositi, quorum alter radius habeat radio interno, alter radio externo prioris tubi aequalem. 2) **POISSON** pro maximo pondere m guttae a superficie pendentis formulam suppeditat. 3).

$$m = \frac{2\pi g \rho \alpha'^3}{3} \left(1 + \frac{3 \alpha'^2}{4a^2} \right)$$

Ubi m est pondus guttae, α' radius externus tubi, i. e. radius baseos guttae; reliquarum literarum significatio satis nota est. Altitudinem convenientem liquidi in tubo cuius radius α' , tum exprimi affirmat formula

$$l' = \frac{a^2}{\alpha'} - \frac{2}{3} \alpha'$$

Haec formula pro m ex theoria sequitur, si — parva est a
fractio, sed non sufficiens mihi videtur, ad determinandum pondus guttarum cadentium. Illa utentes pervenimus ad falsas conclusiones ab observationibus non confirmatas. Primum enim, consequentia quam inde deducit : « Comme on a supposé

1) YOUNG, *Essay on the Cohesion of Fluids*, Phil. Trans. 1805, p. 77.

2) **LA PLACE**, *Supplément à la theorie Capillaire*, p. 25. Méc. Cél. X.

3) **POISSON**, *Théorie de l'action Capillaire*, p. 125.

α' très petit par rapport à a , ce poids, pour différents liquides, sera à très peu près proportionnel à leurs densités, omnino ex formula deduci potest, sed non cum observatione convenit et paulo infra experimentis 1) de alcohole sumitis prorsus repudiatur. GAY-LUSSAC pondus guttae alcoholis invenit

$$3.0375 \text{ egr. Pro alcohole } \frac{\alpha'}{a} \text{ unitatem excedit, ergo non satis}$$

magnum pondus formula dabit, si pro $\frac{\alpha}{a}$ ponemus 1, tum vero formula erit

$$m' = \frac{7}{6} \pi g \alpha'^3 = 0,986 \pi g \alpha'^3$$

pro aqua autem ubi $a = 3.9$, habebimus $m = 1,083 \frac{\pi g \alpha'^3}{m'}$. Ratio

inter pondera guttarum theoretica est $\frac{m'}{m}$ = 0.91, observatio dedit

$\frac{m'}{m} = 0.337$: magna sane differentia, quae praeterea non ex majori valore fractionis $\frac{\alpha'}{a}$ derivari potest, quia termini neglecti 2) sunt

termini divisi per a^4 et superiores potestates quantitatis a^2 , qui igitur omnes tendunt ad majores faciendas guttas liquidorum minori Synaphia gaudentium : hujus autem rei observations plane contrarium docent. Alia objectio petenda est ex mutata et quidem diminuta magnitudine actione caloris ; hoc enim diminuuntur a^2 et q ; secundum formulam igitur pondus guttarum omnino decrescere deberet, sed in minori proportione quam densitatum calore diminutarum, quia densitati omnino illud proportionale est, sed cum diminuto a^2 increscit; contra vero in majori proportione diminutionem locum habere ostendunt observationes, etiamsi in hoc casu quaestio esse non potest

1) POISSON, Nouv. théorie de l'action Capillaire p. 125.

2) POISSON, 1. p. 126. Le rapport $\frac{\alpha}{a}$ étant plus grand que l'unité dans le cas de l'alcohol et du tube, que M. GAY-LUSSAC a employés on ne pourrait pas calculer la valeur de m par la formule précédente.

α

de minori majorive fractione —. Ne aliquis putet, me his
 animadversionibus theoriam a Clar. POISSON datam infringere
 voluisse, aut formulis in ejus opere receptis auctoritatem
 detrectare. Ostendere volui illius analysin, cui nulla alia in
 hoc genere palmam hucusque praeripuit, nondum sufficere ut
 pondus cadentium guttarum definiat; ideoque hoc unice ex
 observationibus hucusque cognosci. Praetervidisse mihi videtur
 vir celeberrimus, pondus guttae cadentis non necesse idem
 esse atque pondus maximum guttae ab aliqua superficie pen-
 dentis, pro quo formula

$$p = \frac{2\pi g q \alpha^3}{3} \left(1 + \frac{3\alpha^2}{4a^2} \right)$$

deducta est: hanc igitur non cum observatione ponderis gutta-
 rum cadentium conferendam esse censeo, sed cum observationi-
 bus similibus, ac quae in parte altera, capite V hujus disser-
 tationis de forma guttarum pendentium a me propositae sunt.
 Si enim bene observamus guttam maximam a superficie
 pendentem, videmus partem cadere, partem remanere: jam
 residuum mihi etiam a Prosaphia pendere videtur, unde
 sequeretur pondus guttarum cadentium eo magis a pondere
 maximo pendentium differre debere, quo major liquidorum
 Prosaphia sit, ideoque residuum alcoholis majus esse, quam
 residuum aquae, ex quo bene explicarentur observations.
 Hanc igitur esse contendo, quam FRANKENHEIM praetermissam
 esse concludit, conditionem. 1)

1) FRANKENHEIM, Op. 1. p. 96. Aber selbst die genauen Versuche von GAY-LUSSAC stimmen mit der Theorie nicht überein. Diese hat also einen Umstand übersehen.

P A R S II.

Prosaphia est vis, quam inter se exercent particulae duorum corporum diversae naturae, quorum unum liquidum sit, ad insensibilem a superficie distantiam sitae, cum aucta distantia citissime decrescens, ita ut ad sensibilem distantiam nulla appareat. Est igitur haec ejusdem naturae ac Synaphia, prout illa secundum incognitam legem agens, quae fortasse non magnopere sit diversa a lege, quam Synaphia sequitur, sed quae diversa phaenomena efficit ob diversas conditiones et diversas rerum circumstantias. Numquam Prosaphiae phaenomena ex hac vi sola repetenda sunt, semper turbantur a Synaphia, quum haec ut vidimus, saepius sola agat. Pertinent ad illam altitudo ad quam liquida in tubis non prorsus mafactis adscendunt; forma guttarum cum sessilium tum pensilium, actio qua corpora levia aquae innatent etiamsi majori, quam illa gaudeant densitate; attractio et repulsio planorum aut corporum fluidis innatantium. Ex definitione etiam ad illam pertinent phaenomena quae e vi epipoleia deducendas dixit DUTROCHET, quippe pendentia ab actione mutua duorum liquidorum. Omnia missa faciens, quae non pondere et mensura definiri possunt, quorum theoria igitur non accurate cum observationibus comparari potest, non nisi duo priora sequentiibus tractabo.

C a p u t IV.

DE ALTITUDINE, AD QUAM LIQUIDA ADSCENDUNT IN TUBIS NON MADEFACTIS : DE DEPRESSIONE HYDRARGYRI IN TUBO BAROMETRICO.

§ 1. *Quid theoria hac de re indicat?*

Aequo minus atque in tubis madefactis in tubis non madefactis altitudo sine observationibus a theoria datur. Duo sunt numeri constantes sed diversi pro natura liquidi et tubi, in quorum valorem ratione experimentali inquirendum est. Unus est numerus a^2 nobis jam ex prioribus cognitus, alias est ω angulus, quem faciunt lineae normales superficie tubi et superficie liquidi capillari, qui pro diversis combinationibus tuborum et liquidorum diversus est.

Duobus modis Poisson pervenit ad aequationem superficie capillaris, unum horum sequemur, ita ut tantummodo indicemus, quomodo illam formaverit, omnem calculum omittentes. Si in figura 10. D K E et A N B sunt sectiones superficie tubi et superficie capillaris liquidi per planum figurae, et M est punctum situm ad distantiam insensibilem ab utraque super-

ficie, in quam M K et M N perpendiculariter sunt ductae, possumus nobis proponere duas superficies, quarum una sub angulo recto secat omnes lineas superficie liquidi normales in superficiem tubi, quaeque igitur sit parallela superficie tubi et concentrica si haec est cylindrica cum basi circulari. Prioris sectio cum plano figurac sit A' M' B', alterius O M C. Tandem planum ducendum est ad perpendiculum cum tubi superficie, cujus sectio sit linea recta G F L, ita ut G F L ubique sita sit ad distantiam insensibilem a sectione A' M' B': sit vero simul M F satis magna, ut actio particularum in spatio L F C se non extendat ad A' M' B', dum etiam inter particulas prope A M B et D K E sitas, quae celeri variationi densitatis subjectae sunt, cum particulis infra A' M' B' vel a dextra curvae O M C positas, nullum commercium habetur. Vires agentes jam resolvere possumus in tres rectangulariter compositas, eas autem quae perpendiculariter ad planum figurae agunt statim praetermittimus, neque etiam ad eas attendimus, quae in directione agunt cum superficie tubi rectum angulum constitente, quippe quae variationem densitatis non vero elevationem regant. Manent aliae, quas literis denotat POISSON, sic illas circumscribens. 1) En désignant, les différentes parties du liquide par celles de la figure auxquelles elles répondent, je représenterai par S l'action exercée par couche $A N M F G$ sur C qui en fait partie, par ψ & l'action de $E G F C$, et par P celle de $L F C$; je désignerai de même par Q l'action de $B N M F L$, c'est à dire l'action de la couche superficielle $B N M B'$ ajoutée à $B' M F L$, sur la partie de C qui répond à $A' M F G$, et par T et V les actions de $B N M B'$ et de $B' M F L$ sur l'autre partie de C , correspondante à $A' M N A$: et toutes ces composantes, parallèles au plan de la figure et perpendiculaires à $K M$, seront supposées dirigées

1) POISSON, op. l. 79.

de bas en haut ou vers la surface supérieure du liquide. —
Habebimus aequationem.

$$S + \psi + P + Q + T + V = 0.$$

Harum virium dueae priores pendent ab actione tubi, reliquae unice ab actione liquidi, et una earum S est $= 0$; ceterae proponuntur per integralia incognitarum functionum distantiae r , pro quibus simplicitatis causa ponuntur q et q_1 . Valores sic exprimuntur

$$S = 0, \quad P = -q, \quad T = q_1 \cos \omega,$$

$$Q = q(\sin \omega + \cos \omega), \quad V = -q \sin \omega,$$

inde aequatio fit $q - \psi = (q + q_1) \cos \omega$

ω est angulus K M N quem descriptimus. Valet haec aequatio de unoquoque puncto superficie liquidi sito ad distantiam a tubo insensibilem, attamen majorem, quam ut ad eam se extendat actio molecularum tubum constituentium.

Supra sumsimus $\frac{1}{2} H = g \rho a^2 = q + q_1$. et si jam ponimus
 $\frac{1}{4} F = q - \psi$

forma aequationis erit $F = H \cos \omega$; hanc autem comparare

debemus cum formula supra memorata $g \rho z = \frac{1}{2} H \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} \right)$

quae, si pro tubo sumimus cylindrum cum radio α , pertinet ad superficiem rotationis pro qua $\lambda = \lambda' = \gamma$: erit

$$z = \frac{H}{g \rho \gamma} = \frac{a^2}{\alpha}$$

et quia, dummodo α parvus est, superficies capillaris haberi potest pars superficie sphaerae osculatrixis ad verticem liquidi elevati, erit

$$\cos \omega = \frac{\alpha}{\gamma} = \frac{q - \psi}{q + q_1}, \quad \gamma = -\frac{\alpha H}{F}, \quad z = -\frac{F}{g \rho \alpha}$$

Harum aequationum ope, facile computare possumus altitudinem, ad quam adscendet liquidum in tubo, et forma superficie, si cognitae sunt quantitates q , ψ , q_1 . Quantitas ψ

actionem tubi in liquidum exprimens, omnes valores potest habere ab 0 ad infinitum respectu aliarum quantitatum: i. e. actio tubi potest esse nulla, minor, aequalis aut major quam actio liquidi in se invicem.

1) Si nulla est, habemus $\psi = -q_1$. Tum enim ubique eadem variatio densitatis obtinere debet atque in propinquitate superficie^a

$$\text{erit } F = H \cos \omega = +1, \gamma = -\alpha, z = -\frac{\alpha}{a}$$

Superficies pertinebit ad hemisphaeram cum radio tubi descriptam et convexam ad externam partem: depresso obtinebit.

2) Si aequalis est actio tubi in liquidum actioni quam liquidum in se ipsum exercet, idem obtinet ac si tubus ex ipso illo liquido esset conformatus.

3) Si actio tubi major est, $F = q - \psi$ major fit, quam $2q + q_1$, ideoque aequatio inde imaginaria evadit, quod ita explicandum dicit POISSON, ut aequilibrium non amplius obtinere possit, sed tenue stratum liquidi se ad superficiem tubi applicet, tum igitur liquidum, quod item in antecedente casu locum habebat, inclusum cogitari potest in tubo suac ipsius naturae, scilicet etiamsi tenue sit illud stratum, tamen crassities excedit limitem, ad quem molecularum actiones se extendunt.

$$\text{Erit } \cos \omega = -1, \gamma = \alpha, h = +\frac{\alpha}{a}$$

Superficies pertinebit ad hemisphaeram cum radio tubi descriptam, concavam in partem externam: elevatio obtinebit et quidem elevatio unice ab a pendens: Synaphia sola aget.

4) Intensitas actionis tubi plerumque habet intermedios valores, ut $\cos \omega = \pm b$, b autem sit $= 1 - n^2$.

Si valor $\cos \omega$ est negativus elevatio locum habet si positivus, depresso: illam praetermittentes, hanc uberius expli-
cabimus, quia quoad theoriam casus ejusdem sunt generis,

ratione præcōs habita haec multo memorabilior est, quia in barometricis observationibus quotidianus illius usus est.

Formula a POISSON data 1) ut ex ea cognita fiat depressio hydrargyri, haec est:

$$z = \frac{ba^2}{\alpha} - \gamma' + \frac{2\gamma'^3}{3\alpha^2} - \frac{2(\gamma'^2 - \alpha^2)^{3/2}}{3\alpha^2}$$

$$- \frac{2\gamma'^3}{3a^2\alpha^2} (\gamma'^2 - \gamma' \sqrt{\gamma'^2 - \alpha^2} - \frac{\alpha^2}{2}) + \alpha^2 \log \frac{\gamma' + \sqrt{\gamma'^2 - \alpha^2}}{2\gamma'} [1]$$

$$\gamma' = -\frac{\alpha}{b} + \frac{2\alpha^3}{3a^2b^5} (1 - b^2)(1 - \sqrt{1 - b^2})$$

Valet formula de tubis capillaribus pro quibus $\frac{\gamma}{a}$ est fractio

parva, radius igitur parvus est. Quae autem magis ad nostrum propositum pertinet, est formula, 2) in qua formanda hypothesi

usus est POISSON, $\frac{a^2}{\gamma}$ esse parvam fractionem. Quum enim

a^2 pro hydrargo sit 6.52 □ mm. in nullis tubis barome-

tricis $\frac{a^2}{\gamma}$ magnum, in plurimis perparvum valorem habet.

Haec sic se habet.

$$1' \sqrt[2]{2}$$

$$h = \frac{4\sqrt{\pi}\sqrt{2}\sqrt{al'\sin\Theta}}{1 + \cos\Theta} e - \frac{1}{a} [2]$$

$$2\Theta = \omega + \frac{1}{2}\pi = 44^\circ 30' a = 2.5546$$

l' cum altitudine menisci conjunctum est formula

$$1' = 1 + (1 - \cos\Theta) a\sqrt{2}$$

Numeris expressa formula [2] fit

$$\delta = 2.65 \sqrt{\alpha'} e - \alpha' (0.5536) \quad \alpha' = \alpha + 0.2690$$

1) POISSON l. l. p. 111.

2) POISSON l. l. 224.

§ 2. *Historia disquisitionem de depressione Hydrargyri.*

Antequam POISSON et LA PLACE theoriam capillaritatis aggressi erant et ex hac depressionem hydrargyri deduxerant, quippe cuius cognitio magnopere desideraretur in primis in definientibus altitudinibus ope barometri, alii jam experimenta de industria hac de re instituerant. Sic CHARLES CAVENDISH in annalibus *Philosophical transactions* 1) tabulam confecrat, cuius ope pro variis tubi diametris depressione inveniebatur.

Quantitates in tabulam receptae millimetricis dantur.

Dia- meter.	<i>Depressio.</i>		Differentia.	
	Observata.	Computata.		
2.54	3.5560	3.4712	+ 0.0848	E formula [I]
3.81	2.3368	2.4199	+ 0.0931	
5.08	1.7018			
6.35	1.2700			
7.62	0.9144			
8.89	0.6350			
10.16	0.3810	0.3175	- 0.0635	
12.70	0.1778	0.1747	- 0.0031	
15.24	0.1270	0.0945	- 0.0325	

Ad intermedias observationes formularum neutram aplicare licet. Etiam formula, quam LA PLACE dedit et secundum quam tabulam confecit in annalibus *Connaissance des temps* 2) publicatam, et a POISSON quoque receptam, nimis adhuc ab observationibus recedit. Melius constructa videtur tabula, quae ex analysi a LA PLACE in opere suo *Mécanique Céleste* data, ab ECKHARDT et SCHLEIERMACHER computata est, et a DELCROS publice communicata, quum de altitudinum supra mare

1) CH. CAVENDISH Phil. Transact. 1775 Cfr. POISSON op. I. 288.

2) LA PLACE, *Connaissance des temps*, 1812.

determinatione per barometrum verba faceret ad pICCT. 1) Necesse illi erat cognoscere absolutam columnae barometricae altitudinem, atque ita hac opportunitate tamquam optimam depressionis tabulam, tabulam ab illis constructam affert: hi enim hoc opus suscipientes depressionem hydrargyri non tamquam diametri unius functionem proposuerunt; sed tabulam duplicitis argumenti confecerunt et diametri interioris tubi et altitudinis menisci, qui columnam barometricam claudit. Hoc enim LA PLACE et alii jam observaverant in eodem tubo etiamsi cylindrico, tamen meniscum illum non semper eandem formam habere; hanc vero pendere tum a temperatura, tum etiam a directione motus: majorem scilicet ejus sagittam, ejus altitudinem esse, si in barometro hydrargyrum adscendere incipit, minorem si descendit. Bene igitur viderunt physici, hujus menisci cognitionem, qui satis facile observatur, adhibendam esse ad deducendam depressionem pro variis diametris. Sagitta menisci et angulus, quem vocavimus ω , ita cohaerent, ut secundum formulas a geometris datas, unum alterum definiat, sagitta autem cum diametro tubi et angulus cum eodem diametro sunt quantitates variabiles indeterminates, ideoque depressio tamquam utriusque functio est propo-nenda, quum ab utroque pendeat uti e tabula videre licet. In formulis etiam supra memoratis duae variabiles inveniuntur b et α . Tabulae igitur duplicitis argumenti, huic proposito respondentis, major nobis aestimanda est utilitas, quam tabulae, cuius supra mentionem fecimus, nitentem suppositione, anguli ω valorem semper esse 48° , quem GAY-LESSAC ex experimentis accuratis illi tribuit. At vero scimus, hunc angulum mutari a 15° a sero omnino ad 48° , in primis post observa-tiones a BRAVAIS institutas. 2) Ne autem nobis contra dixisse

1) DELCROS, Sur les nivellements barométriques. Bibliothèque Universelle de Genève, 1818 — 1.

2) BRAVAIS, Neue Tafel der Depressionen des Quecksilbers in Barometerröhren. Pogg. Ann. LVII. 521. Ann. Ch. Ph. S. III. V. 492.

videamur, quum angulum ω constantem supra dixerimus nunc vero variabilem, atque ita contra analyticam demonstrationem a LA PLACE 1) et a POISSON 2) etiam datam temere quid statuere credamur, addendum erit, primo in theoria rationem non esse habitam attritus, qui semper in columna barometrica adest, secundo non per totam longitudinem tubi superficiem necesse eandem esse 3) et etiam hydrargyrum non in omnibus barometris aequa purum esse. Nota est observatio, quam dom CASBOIS primus communicavit, superficiem hydrargyri planam, concavam omnino fieri, si satis diurnae ebullitioni illud exposuissest, atque hoc modo ut putaret, omnem aerem expulisset. Similem explicationem phaenomeni DELCROS dedit 4) et fere iisdem verbis LA PLACE eam amplexus est. 5) At vero DULONG illam refutavit, meliorem simul afferens et ex admisto oxydo hydrargyri hanc concavam superficiem esse repetendam ostendens, ita ut non amplius dubia sit res. Licet enim contra hanc sententiam pugnaverint SCHIECK et BONNENBERGER 6) invicta mansit. Neque tamen dixerim nullam efficaciam habere aquae stratum in superficie interna tubi depositam, quae fortasse temperaturae 360° restiterit, sed non id esse causam phaenomeni a dom CASBOIS observati. Per se praferendum est hydrargyram purum omni oxydo liberum, non ob levem

1) LA PLACE, Théorie de l'action Capillaire passim. Supplément p.14.

2) POISSON etiam ubique in opere suo hunc augulum constantem dicit; per se non mirum esse posset plures dari positiones aequilibrii inter duas vires secundum tam complexam attractionis legem luctantes.

3) Si tantummodo memores sumus, quam magnam, parvae, invisibilis adeo, superficie mutationes, differentiam ostendant in condensatione vaporum et gazorum, si attendimus ad formationem impressionum electricarum, ad lucem latentem, ad varia, quae MOSER, KARSTEN, v. WAIDELE alii detexerint, ad illa quae DUTROCHET dicat de superficie nova, mirum hoc nobis videri non potest.

4) DELCROS, Bibliothéque Univ. de Genève 1810.

5) LA PLACE, Connaissance des temps, 1812.

6) DOVE, Repertorium, I. p. 37.

ponderis specifici correctionem, sed quia majori Synaphia gaudet, quia minus ad vitrum adhaeret, ideoque leviores variationes pressionis atmosphaericæ ostendit. Ob eandem rem amplos in superiori saltem parte, tubos commendandos esse credo, et aliquid detrahendum duco laudibus, quas barometro a GEISSLER confecto tribuendas censem Clar. BISCHOFF¹⁾ in descriptione hujus instrumenti tam ingeniose exagitati.

Postea BOUVARD etiam depressionem hydrargyri computavit²⁾ pro variis tubi diametris. Observationes depressionis a BOHNENBERGER institutae sunt et ut videmus, differentia non est magna.³⁾

Diameter tuborum.	Sagitta menisci.	Depressio Observata.	Depressio sec. Bouvard computata.	Utriusque differentia.
32.71	13.18	—	—	—
13.10	1.173	0.077	0.280	0.217
6.81	0.914	0.756	0.921	0.165
4.85	0.645	1.309	1.378	0.069

Secundum BOHNENBERGER haec in vacuo magnopere instabilis est; a multis in vacuo minor esse creditur, quam in aëre atmosphaericō, et revera omnes depressiones a BOUVARD computatae ex observationibus in aëre institutis, majores sunt, quam quas BOHNENBERGER in vacuo metitus est. Pugnat hoc cum verbis a LA PLACE dictis⁴⁾: «Nous supposerons donc con-

1) BISSCHOFF, Beschreibung eines maximum- und minimum-Barometers, Pogg. Ann. LX, 357.

2) BOUVARD, Connaissance des temps, 1829, p. 303.

3) Haec tabula invenitur in Repertorio a DOVE edito I. p. 38. BOHNENBERGER suas observationes communicavit in Commentariis, Naturwissenschaftliche Abhandlungen herausgegeben von einer Gesellschaft in Würtemberg, Tübinger 1822.

4) LA PLACE, Connaissance des temps, 1812.

formément à l'expérience, que l'angle de contact de la surface du mercure avec les parois du tube est le même qu'à l'air libre.» Minorem esse cum alii, cum etiam BRAVAIS diserte affirmavit 1), quum nuperrime multas hac de re observationes institutas publici juris faceret, et simul tabulam daret, ex qua pro variis angulis ω , (aut potius pro ejus complemento $\frac{1}{2}\pi - \omega$ ex ejus notatione) depressio innotescat in tubis barometricis dati diametri. Novissimam theoreticorum et experimentatorum in hoc genere agmen dicit BRAVAIS, etiamsi enim disquisitiones novae, quibus DELCROS iterum hanc rem perscrutatus est 2), serius publicatae sunt, tamen anteriores videntur esse iis, de quibus egimus. BRAVAIS enim illas memorat, suam tabulam cum illis comparavit, et prorsus cum illis convenientem invenit. Scilicet valores ea tabula recepti cum tabula dicta a BRAVAIS computata vix differentiam ostendunt millesimam millimetri partem excedentem.

§ 3. Observationum de depressione instituendarum Methodus.

Primo loco nobis memorandus est WEBER 3), cuius methodus aliquatenus convenit cum methodo, quam postea BRAVAIS sequutus est, ita ut eam prorsus praetermittere non possim, etiamsi enim non ad hoc scopum methodum excogitaverit, tamen viam monstravit, eamque ad formam superficie hydrarygi melius cognoscendam valere, ostendit. 4)

1) BRAVAIS, Pogg. Ann. LVII. p. 521.

2) DELCROS, Mémoires de l'Acad. de Bruxelles, XIV. Pogg. Ann. LX. 374.

3) WEBER, Ueber Barometer- und Thermometer-skalen, Pogg. Ann. XL. 27.

4) WEBER, ibid. 38. Schlussbemerkung. Endlich bemerke ich noch, dass die von mir vorgeschlagene Einrichtung der Bärometerskale, eine eigenthümliche. und nützliche Anwendung finden kann bei

Quam vero ejus agendi ratio maximam partem pertineat ad altitudinem barometricam metiendam, ideoque ad nostrum propositum minus pertineat, praeterea multo minus apta sit et perfecta, quam ea, quam postea communicavit BRAVAIS, hanc unam paucis exponam; eundem atque ille, ordinem sequar, idcoque primum indicabo, quomodo angulum ω metitus sit. Barometrum ita positum esse debet, ut lux nubium aut alius objecti lucentis meniscum illuminans ab eo reflectatur et sic in oculum cadat. Post barometrum corpus opacum (scherm) sursum movemus cum margine horizontali, ut hoc lucem intercipiat et sic superficiem hydrargyri obscuram reddat. Gradatim corpus elevantes, etiam sensim sensimque plurem lucem excipiemus, major et major pars menisci in obscuritate erit, et tandem limes inter puncta illuminata et obscura progressa erit ad basin menisci, ubi ejus superficies superficiem internam tubi tangit. Certa erit positio corporis, in qua ultimus lucis radius, cuius inclinatio ad horizontem sit H , reflectatur in superficie hydrargyri et cum inclinatione h perveniat ad oculum observatoris. Hunc angulum h BRAVAIS dicit positivum, si oculi positio est infra planum horizontale per basin menisci transiens. Erit

$$V = \frac{H+h}{2},$$

quod unicuique in oculos cadit, qui figuram sibi singit. Ad didissem figuram, etiamsi BRAVIAS solis verbis suam methodum explicaverit, ut brevioribus utens simul planius rem exponerem, nisi sequenti capite meam, ad inquirendum in formam guttarum, methodum ad hujus exemplum propositurus, figuris illustrassem. Plures positiones corporis lucem intercipientis et oculi sunt, ut formula ipsa docet, pro quibus $H + h = 2V$, ideoque

Untersuchung der Capillaritäts-erscheinungen, weil sie ein sehr einfaches und genaues Mittel darbietet die Gestalt der Quecksilberkuppe zu erforschen u. s. w. —

illam eligamus, quae maxime cubiculi et apparatus dispositioni conveniat. Sic si fenestra, per quam lumen intrare debet satis alta est, aut quod eodem redit, barometrum prope ad illam positum est, oculum semper in plano baseos menisci tenere possumus, in qua positione habemus $h = 0$, aut in eodem plano per punctum datum scalae barometricae v. c. 760mm transeunte, quod filo horizontali indicare possemus. Haec fortasse aliquam perspicuitatem afferunt expositioni, quae mihi, ut primum legerem, non omni obscuritate libera videbatur. Angulos h et H metiri debemus. Paries quadam verticalis, sive sit speculi, sive vitrea, sive lapidea lineis horizontalibus quinque millimetra distantibus divisa sit, et post barometrum posita ad distantiam f ab axi tubi, id est, ad distantiam $f + U$ a puncto illuminato, si U est radius tubi barometrici interni, et linea, quae cum divisione scalae barometricae 760mm in eodem plano horizontale est, habeat altitudinem p mm supra punctum sero; tum punctum, quod in eodem plano horizontali est cum basi menisci habebit altitudinem $p - k$, si k hujus altitudo et si barometri altitudo est non 760mm sed l , altitudo dicta puncti in pariete erit $p + (l - k - 760)$. Sed oculus punctum baseos menisci non videt ad hanc divisionem, sed ad divisionem P , ideoque $P - p - (l - k - 760)$ est altitudo divisionis P , in qua radius ad oculum perveniens productus secat parietem supra planum horizontale per basin menisci transiens. atque ergo

$$\operatorname{tg} h = \frac{P - p - (l - k - 760)}{f + U}$$

Animadvertendum est oculum hanc divisionem P numquam videre posse, si supra planum horizontale est et non semper, si infra hoc planum est: conditio est, ut habeamus $h > V$, ceteroquin enim radius productus penetraret hydrat-

gyrum adiaphanum et P videri non posset. Possumus omnino aliud punctum eligere in baseos menisci circumferentia, v. c. alterutrum illorum a priori 90° distantium et tum profecto pro qualibet positione oculi punctum P' conspici potest, quod cum illo et cum oculo sit in linea recta, sed horum punctorum distantia a pariete non est $f + U$, sed f, ideoque

$$\operatorname{tg} h = \frac{P' - p - (l - k - 760)}{f}$$

Corpus lucem intercipiens cum barometro conjunctum est et hoc modo ad nonium barometri adaptatum, ut ejus imago superior sit in plano horizontali cum altitudine barometrica 760mm, si nonius indicat divisionem n: moveatur autem ille margo in plano verticali ab axi barometri distante distantia e, tum si pro altitudine l nonius indicat N, habebimus, pro positione marginis, in qua ultimus lucis radius a superficie menisci reflexus ad oculum perveniat,

$$\operatorname{tg} H = \frac{N - n - (l - k - 760)}{e + U}$$

Haec valerent, si tubus vitreus barometri nullam haberet crassitatem, sed habet crassitatem ϵ et indicem refractionis λ , ideoque correctionem observationi, ex qua angulus H inveniendus est, adhibet BRAVAIS, non necesse dicens, ut illa adhibetur ad observationem anguli h, quod verum est, si oculum semper habemus in eodem plano horizontali cum basi menisci, quia tum ad perpendiculum radius vitri transit superficies: correctionem formulae pro $\operatorname{tg} H$ sufficientem adhiberi dicit, si ejus loco utimur formula 1)

$$\operatorname{tg} H = \frac{N - n - (l - k - 760)}{e + U - \frac{2}{3}\epsilon}$$

1) Correctionem accuratam hoc loco non computavi, invenitur expositio sequenti capite.

Hanc ipsam crassitatem vitri facile et accurate metitur duabus lineis ad distantiam quamdam a se invicem ductis directione cum axi tubo rectangulari. 1)

Omnia igitur quae nobis opus sunt cognoscimus, et angulum V hoc modo accurate metiri possumus. Non unice hunc angulum, sed etiam altitudinem menisci metiendo occupatus fuit BRAVAIS. Hoc breviori tempore fit, et cum apparatu minus complexo, nonio scilicet solo, sed minus accurate, quam illud. Irradiatio efficit, ut semper sagittae menisci majorem, quam par est, magnitudinem adscribam, angulum V metientibus haec non obest. Hoc tamen per se observationi non nocet, quia correctione adhibita ejus influentia evitari potest, et revera hujus rationem habens BRAVAIS observationes institutas cum tabula memorata a DELCROS communicata comparatas mirifice convenire videntur. Sed quo impeditur, quominus mensuram sagittae anguli mensurae praferamus, hoc est, quod observationes ipsae indicaverint medium vitium, cui in metiendo expositi sumus, in illa majus esse, quam in hac.

Videmus depressionem barometri jam cognitam haberi posse et unice adhuc inquirendum esse, a quibusnam rerum circumstantiis pendeat angulus ω , ut melius illas cognoscamus.

1) Si tantummodo nobis proponimus vitri superficies duas, in anteriori duas lineas a et b, quarum distantia d, facile inclinationem radii lucis in aëre dicentes i, qui imaginem lineae a cum lineae b conjungit, invenimus formulam $2\epsilon = d \cdot \operatorname{tg}(\operatorname{bg} \sin \lambda \sin i)$ cfr. OERTLING, Ueber die Prüfung plan paralleler Gläser. Pogg. Ann. LX. 264.

C a p u t V.

D E F O R M A G U T T A R U M .

§ 1. *Quid docet theoria?*

Liquidi quantitas exigua imponatur superficie, tum aut guttae formam retinet, aut interdum se per superficiem extendit et tenue stratum format, si nempe hanc madefacere potest, i. e. si attractio inter materiae superficiem et liquidum major est quam cohaesio liquidi, ideoque, ut praecedente capite vidimus ψ sit $=$ aut $> 2q - q_1$. Si jam liquidum supra aliquam superficiem se extendit et huic iterum aliis liquidis gutta inponitur, haec interdum guttae formam retinet a liquidum e suo loco expellit ita ut, quod supra impositum sit inferiorem occupet locum, aut interdum quam celerrime per superficiem se dispergit, et varios motus cum ipsum ostendit, tum etiam in liquido, cui imponitur, excitat. Non solum a liquido supposito phaenomena pendent, sed etiam a superficie corporis solidi; et profunditas omnino major vel minor hanc actionem superficii inferioris minorem vel majorem reddit. Pertinent haec phaenomena ad classem huc usque a ceteris segregatam, uno nomine a DUTROCHET dicta phénomènes épis-

poliques et a vi quadam epipoleia ab illo derivata 1). Aliquando fortasse ex theoria virium molecularium explicationem nan- ciscentur, huc usque tamen nondum licuit, quocirca statim transeam ad formam gutterum solidorum superficiebus impo- sitarum, ibique hanc formam retinentium. Si formula

$$F = H \cos \omega$$

adhuc valet 2), si F a mutua liquidi et superficie actione pendens nondum aequale factum est quantitati H , quae non nisi a liquidi natura circumscribitur, non diffunditur quantitas liquidi sed guttam format, cuius forma a sphaera plus minusve recedit pro magnitudine, densitate et Synaphia. Parvae guttae, si superficiem non madefaciunt interdum perfectae sphaerae formam referunt, excepta illa parte, quae cum solidi superficie in contactu est. Sic guttae hydrargyri vitreae laminae impositae tamquam sphaeras se ostendunt. Melius ex formulis quam ex experimentis nota est forma guttarum. Tribus formulis exprimitur forma guttae, quae magnam habet extensionem ratione habita altitudinis. Primum scimus superficiem a vertice fere esse planam usque ad marginem; habemus per appropinquationem pro illa parte

$$z = \alpha - \frac{t^2}{2\mu}$$

in qua formula z exprimit puncti alicujus, α verticis altitudinem supra planum, quod superficiem guttae ita secat, ut plana tangentia ad intersectionem sint verticalia; α' est distantia hujus superficie ad superficiem, cui gutta imposta est; t distantia puncti ab axi, et μ radius curvaturae in vertice:

1) Quae supra de motu particularum et de actione superficie corporis solidi attuli cum aucta profunditate decrescente, passim inveniuntur apud DUTROCHET. Op. I. p. 79, 126, 172, 196 et aliis locis bene multis.

2) POISSON I. I. 98. 99.

haec tamen formula tantum valet pro illa superficie parte,
 in qua $\frac{t}{a}$ parva fractio est. 1)

Si contra t majus quam a esse incipit, formula uti debemus
 hac

$$Z = \alpha + \frac{\alpha^2}{\mu} - \frac{a^2}{\mu \sqrt{2\pi} V^2} \checkmark - e \frac{t\sqrt{2}}{a}$$

quae valet usque ad eam a vertice distantiam ubi planum tangens majorem inclinationem habet, quam ut in aequatione primaria, e qua haec derivata est, $\frac{dz}{dt}$ et $\frac{dz^2}{dt^2}$ negligere liceat. 2) Restat invenire aequationem ejus partis superficie, quae ad marginem est et magnam inclinationem, atque distantiam ab axi habet. Neglit ergo POISSON summam

$$\int_0^\alpha \frac{dz}{\sqrt{1 + \frac{dz^2}{dt^2}}} \text{ quia aut } \frac{dz}{dt} \text{ (in prioribus casibus) parva,}$$

aut t (in hac superficie parte) magna est, omnesque igitur termini summae parvi sunt; postquam hoc pro prima appropinquatione fecit, tamen in determinando numeri constantis α valore, ejusdem summae valoris intra limites $z=0$ et $z=\alpha$ curam habuit, ubi z paucissime ab α diversum sit. Simili modo numeri constantis α' quantitatem investigat et ex additis harum quantitatum valoribus oritur aequatio. 3)

1) POISSON I. I. 213.

2) POISSON I. I. p. 214.

3) POISSON I. I. p. 217.

$$\frac{k^2}{a^2} + \frac{2k}{\mu} = 1 + \cos \omega' + \frac{2a\sqrt{2}}{31'} - \frac{1}{31'a^2} (2a^2 - k^2)^{\frac{3}{2}}$$

in qua $k = \alpha + \alpha'$; $\omega' = \omega$; l' est quantitas simplicitatis causa recepta, et cognoscitur ex radio sectionis maximae antea definitae, ope aequationis $l = (\sqrt{2} - 1) a + l'$ μ est radius curvaturae ad verticem.

Inde deducitur

$$k = a\sqrt{2} \cos \frac{1}{2}\omega' - \frac{a^2}{\mu} + \frac{a^2}{31'\cos \frac{1}{2}\omega'} (1 - \sin^3 \frac{1}{2}\omega')$$

Pervenimus hisee referendis ad aequationem, quae theoriam ut lydius lapis explorat; ubique formulas analyticas evitavi, quia illas in hoc genere physicae augere non possem; sed hoc loco tamen indicare volui, quam ingeniose Cl. POISSON rem tractaverit analyseos difficultates vincens eaque invitata utens, ut ignotarum virium actiones occultas, lumine sui ingenii illustratas, etiam aliis conspiciendas praebet. Non prorsus exponunt hae formulae rem; neglectae sunt quantitates quae non infinite parvae sunt: inde tantummodo sub quibusdam conditionibus valent non sub omnibus, sed quum tam multa acceperimus a LA PLACE et POISSON, injuste quereremur non omnia illos dedissemus.

Nonnullas formulas, 1) ex quibus altitudo computanda est, hic recipiam numeris expressas, ut facile quis post institutum experimentum videre possit, quatenus hoc cum theoria conveniat. Litera r' significat radium baseos guttae; v est volumen, quod ex pondere observato facile deducitur. Accepi $\omega' = 45^\circ 30'$ $a^2 = 6.5262 \text{ mm quadr. 2}$

1) POISSON, Op. I. p. 216, 217 formula (o), p. 218 formula (p).

2) Eosdem, quos POISSON his quantitatibus tribuit valores, retinui: etiamsi BRAVAIS multas instituit observationes de depressione barometri videlicet pag. 83, 86 et de angulo, quem hydrargyrum cum superficie tabi facit, hos tamen observationibus a GAY-LUSSAC factis nitentes in calculo

$$\text{erit } 10 \ r' = 3.65 + \sqrt{13.3 + 9.55 v}$$

$$k = 3.332 + \frac{2.22}{1'} - \frac{a^2}{\mu}$$

$$l' = r' + 1.306 = 1 + 1.058$$

In his formulis porro v , volumen guttae ex ejus pondere p invenitur ope formulae

$$v = 73.79 p$$

$$\text{et } \frac{a^2}{\mu} = \frac{4\sqrt{a\pi l'V^2}}{1+\sqrt{2}} e - \frac{l'V^2}{a} = -5.582 \sqrt{l.e} - 0.554 l'$$

In computatione usū commodo prospiciens non necessarium duxi pluribus in fractionibus uti numeris quum theoria non tam perfecta sit ut ad millesimas partes attendere oporteat.

§ 2. Quid observationes de forma gutterum universe docuerunt?

GAY-LUSSAC altitudinem plurium gutterum metitus est, non vero cum illis formula sine errore potest comparari, quia extensio gutterum non satis magna est, ut quae neglecta sint in analysi sine damno omittantur.

assumsi; valor a^2 non multum differt, BRAVAIS posuit $a^2 = 6.528$ termillesimam partem majus, angulum autem variabilem invenit, ideoque hic quoque in experimentis instituendis observandus est et non solum ex formulis computandus. Cfr. BRAVAIS, Pogg. Ann. p. LVII- p. 521. POISSON, Opere laud. p. 217—219.

Pond. gr. expr.	Altitudo.	Pond. gr. expr.	Altitudo.
6.013	3.34	0.667	2.71
3.370	3.29	0.307	2.32
2.865	3.25	0.233	2.19
2.147	3.20	0.095	1.78
1.187	2.95	0.059	1.60
0.813	2.80	0.031	1.38

Priori allatarum observationum POISSON formulas applicavit et invenit $k = 3.1996$, dum observatio dedit 3.34 igitur cum differentia 0.2mm. In computanda hac altitudine non licebat neglegere terminum $\frac{a^2}{\mu}$, quem ego in computatione formulae secundae numeris non expressi, qui proprie tantummodo de illis guttis valet, quae prae magnitudine fere planae sunt et inde radium curvaturae permagnum habent, et terminum perparvum. Nescio unde repetendum sit me invenisse $r' = 1 - 0.248$, dum apud POISSON in ejus exemplo pag. 218 r' et 1 tantummodo 0.241 differant; discrimin majus est quam quod ex mea appropinquatione explicari possit. Ex meis igitur formulis, pro prima gutta cuius pondus $p = 6.88$, $\mu = 42.53$, $l' = 8.19$.

$k = 3.332 + 0.269 - 0.153 = 3.445$, dum GAY-LUSSA observavit $k = 334$, POISSON computavit $k = 3.1996$, eodem modo pro secunda gutta, cuius pondus $p = 3.37$, ex formulis procedit.

$k = 3.3317 + 0.4167 - 0.6761 = 3.07$ quod multo minus ab observatione recedit, quam valor $k = 2.33$ quem POISSON computavit. Iterata vice computatione instituta, errorem apud illum in computando valore radii curvaturae irrepuisse, persuasum mihi est, et inde illum majorem inter theoriam et observationem invenisse differentiam, quam

revera obtineat. Pro tertia tamen gutta majus quam admitti possit, discrimen locum habet; non amplius utendum est hac formula, sed omnino valent, quae de illa et minoribus guttis animadvertisit POISSON. 1).

Universe forma pendet ab adhaesione substantiae cui impnuntur guttae, a cohaesione liquidi ipsius et ab actione gravitatis terrestris, ut auctor vocis *Tropfen* in lexico physicali GEHLERI animadvertisit. Actione cohaesionis omnes guttae essent sphaerae, et ut jam dixi parvae guttae superficie quam non madefaciunt impositae, revera sphaericam formam referunt, ut parvae guttae hydrargyri in superficie vitri, aquae in superficie pingui aut foliis plantarum v. c. brassicae. Illam tamen partem superficie, quae compressa est, cum qua solidi corporis superficiem tangit, extendere conatur vis adhaesionis, haec enim non alias guttae moleculas attrahere potest, nisi quae ad insensibilem a superficie distantiam sitae sunt. Proponamus (figurâ 12) sectionem verticalem guttae. Sit a b c b' a' peripheria talis sectionis centralis, tum superficies A B agit non nisi in stratum inter aa' et bb' contentum et hujus crassitatem minorem, extensionem majorem facere nititur, quo simul angulus b' a B major evadit. Scilicet tam prope b puncto a situm esse ponimus, ut b a sit linea recta. Cohesio repugnat et formam sphaerae restituere conatur. Gravitas autem in primis hoc prohibet, haec scilicet in omnes particulas liquidi agit et basis ejus actione pressione sustinere debet altitudini guttae proportionalem, quo sit ut, etiamsi unam. quamque particulam minus afficiat gravitas quam adhaesio, tamen quum haec in paucas agat, ipsa in omnes, formam

1) Quod formulae non prorsus veram altitudinem, quae ex observationibus accuratis a GAY-LUSSAC institutis prodeat, exhibeant, non jure conclusioni ansam praebet, quam facit FRANKENHEIM l. l. p. 96 Die Theorie hat also einen Umstand übersehen. Causa aberrationis sita esse potest et probabile sita est in terminis ob difficultatem analyseos neglectis. POISSON l. l. p. 221.

guttae maximam partem regat. Quo majores sint volumine guttae, eo minus recedunt a strato cum parallelis superficiebus, et unice ad marginem cohaesio et adhaesio efficaciam suam ostendunt. Inde etiam est repetendum, unumquodque liquidum, si in omnes directiones horizontales se per superficiem planam extendere potest, limitem altitudinis habere, quem transire non potest. Quum magnopere calor cohaesionem et adhaesionem mutat, etiam formam guttae afficit. Sic gutta aquae vitro imposta, quod madefacit aucta temperatura minorem angulum cum vitro facere incipit; idem obtinet si metallis imposta est: adhaesionem, quae hic multo minor est, quam inter aquam et vitrum vincere valet calor, ita ut non nisi puncto ejus superficiem tangat et phaenomenon a LEIDENFROST primum observatum ostendat. EMMSSMANN refert verba, quibus N. W. FISCHER 1) affirmavit se idem observasse cum aqua in vasis vitreis aut porcellano confectis et facilius cum aliis liquidis magis volatilibus. EMMSSMANN hoc confirmat, sed docet aquam jam ad aliquam temperaturam calefactam esse debere, antequam in superficiem candentem vitri cadat; tum enim forma sphaerica gaudet et primo momento non nisi puncto tangit superficiem valde calentem. Alicujus momenti fortasse esset inquirere, num magna pressio aëris, ubi igitur calor magis evehi potest antequam ebullitio locum habeat, phaenomenon facilius efficiat. 2) Nuperrime de hoc phaenomeno experimenta instituit BOUTIGNY, inter superficiem guttae et superficiem candentem intervallum esse observavit, per quod corpora (lampadem) conspicere posset ab alia parte guttae collocata, ex quo sequitur revera guttam superficiem non tangere; temperaturam autem guttae semper esse infra

1) N. W. FISCHER, Pogg. Ann. XXI. 163.

2) EMMSSMANN, ib. LI. 444. Cfr. LE CHEVALIER, Journ. de Pharm. XVI. 666.

punctum ebullitionis liquidi, a quo formata sit, idem affirmat. 1)

Parvae guttae sphaericam formam non facile amittunt, ut probat experimentum a multis anglicis Physicis institutum, quod GEHLER refert. « Man kan auf eine Spiegelplatte eine Menge möglichst gleicher Quecksilber-Tropfen ausbreiten, dann eine andere Spiegelplatte dar auf legen ohne die Tropfen bedeutend flach zu drücken, selbst wenn man die obere Spiegelplatte mit Gewichten beschwert. Ist die letztere durch grössere Gewichte merklich beschwert und sind die Kugeln dadurch stark platt gedrückt, so werden sie zur ursprünglichen Form zurückkehren, wenn man den Lasten von der oberen Platte entfernt. 2) »

Forma quam tum quaeque acciperet gutta esset computanda ex aequatione

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{1}{t} \left(1 + \frac{dz^2}{dt^2} \right) \frac{dz}{dt} - \frac{2z}{a^2} + \frac{2P}{g\alpha a^3} = 2\beta \left(1 + \frac{dz^2}{dt^2} \right)^{3/2}$$

ubi P est pondus quod unitatem superficie premit. In integranda hac formula summo jure dimensiones guttae parvae ponit possunt respectu quantitatis a , nam hoc loco in primis de minimis guttis agitur. Saepius hoc experimentum iterandum est, quaqua vice cum guttis alias magnitudinis, ut ita ex pondere addito et compressione observata aliam Synaphiae

1) BOUTIGNY, Phänomene der Calefaction, Pogg. Ann. LI. 130. Compt. Rend. X. 397. Ubi plurima phaenomena collecta invenire licet. Novissimae ejus disquisitiones mihi non innotuerunt, nisi quum prelo jam subasset opusculum, Cfr. Ann. Ch. Ph. III sq. T. IX p. 350.

2) GEHLER, Physik. Wörterb. in voce *Tropfen*.

mensuram habeamus. Si non horizontali sed inclinato plane impositae sunt, formam, non semper locum, mutabunt; hoc pendet a ratione, quae est inter vim gravitatis resolutam secundum planum et adhaesionem. Vidimus adscendere posse guttas ad planum inclinatum, si modo aliud planum paulo minus inclinatum satis prope adest.

Si magnitudo ultra certum limitem accreverit, cum parva inclinatione jam decurrunt guttae liquidorum exigua adhaesione ad planum affixae. Guttae aquae ad vitrum satis magnae, ad folia plantarum non nisi parvae, guttae etiam hydrargyri si modo parvae sunt ad vitrum, omnem inclinationem patiuntur, et quidem pendent a superficie 1). Operae dignum foret observare, quemnam angulum gutta hoc modo pendens cum superficie faciat, sine dubio majorem, quam si ipsi imposita sit. Altitudo etiam major erit guttae pendentis, quam ejusdem quiescentis, quia gravitas nunc cum adhaesione pugnat, in priori casu cum illa conspirat, ut gutta uniformiter per superficiem distribuatur. Conclusionem, quam ex hoc phaenomeno facit auctor vocis *Tropfen*, nego.

Si duae guttae ejusdem liquidi juxtapositae tantummodo per punctum superficie se invicem tangunt, confluunt. Si magnam adhaesionem habent oblongata inde forma oritur, si exiguum, corpus revolutionis plerumque; si autem pendent ab inferiore parte superficie, saepe duae guttae, quae per se non cadebant post conjunctionem cadent, quia non nisi exiguum pondus adhaesio ferre valet, quando ejus intensitas exigua est. Ubi autem magna est intensitas adhaesionis, ut aquae ad superficiem novam vitri id est puram, gutta, dum continuo sed lento

1) Guttas paulo maiores hydrargyri ad superficiem 90. gradibus inclinatam prorepentes vidi, sed tamen si penitus inversa positione penderent, adhaesione perseverantes, quod ex superioribus facilem nanciscitur explicationem.

affluxu augetur formas, accipit, quarum sectiones fere hae sunt (fig. 11). Prima ejus forma fere est ut partis minoris segmenti sphaerae, tum coni truncati, cuius verticis locum occupat segmentum sphaerae, porro coni, qui in cylindrum transit eodem segmento terminatum; denique cylinder ad partem superiorem angustior fit et tandem cadit pars guttae, reliqua parte eandem quam primo momento habuit formam iterum accipiente.

Pars cadens forma, ut jam diximus sphaerica gaudet quae unice turbatur resistentia in aëre. Proprie numquam sphaera esse potest, sed oscillare debet inter formas ellipsoidum revolutionis, quarum altera longiorem, altera breviorem axin verticalem habet. Scilicet momento, quo disjungitur, necesse verticalis longior esse debet, quia ima pars jam cadit dum summa adhuc retinetur, tum quia ad sphaericam formam appropinquare nititur, hunc aequilibrii statum transire et formam alterius ellipsoidis induere debet atque vice versa. Nescio an auctor dissertationis, quae in lexico physicali memoratur, hujus rei curam haberit. 1)

§ 3. *De ratione, qua observationes de gutterum forma instituendae videantur.*

GAY-LUSSAC, ut ex experimentis allatis appareat, pondere determinavit guttas, ex quo facile volumen, densitate cognita computatur, altitudinem porro et diametrum metitus est. Ex

1) GEHLER, Phys Wört. in voce *Tropfen*. De variabili gutterum carentium forma et de observationis facienda ratione videatur omnino SAVART : Beschaffenheit des durch kreisrunde Oeffnungen in eine dünne Wand austromenden Flüssigkeitstrahls, Pogg. Ann. XXXIII. 451. 250. qui, quam tamquam necessariam proposui inter duas ellipsoidum formas oscillationem, in parte venae turbulentia et adiaphana observavit.

his formulae dederunt formam superficiei sed optandum est, ut non solum ex altitudinis observatae cum computatae comparatione, sed etiam observatione ipsa cognitam habeamus superficiem. Ad hoc pervenire possumus, si simili utimur methodo, atque qua BRAVAIS usus est in metiendo angulo, quem iu barometro superficies hydrargyri cum vitro facit. Apparatum figurâ 13 depingendum curavi non vero, effigie simplicitatis gratia, ibi additus est tubus opticus, quocum differentiam directionis radii D T_{cum} directione verticali metiamur, necesse est : idem dicendum est de fig. 15 a et 15 b. Si punctum lucens bene visible A supra guttam ita confirmatum est, ut in una linea sit verticali cum puncto C in media guttae basi situ, tubo optico quodam, cui adaptatus est circulus divisus deviationem a directione verticali indicans, quaerere possumus punctum D, ubi imaginem puncti A conspicimus: ergo tangentis iu D, si tubus cum verticali facit angulum a, cum horizontali constituit angulum $\frac{1}{2}a$, si distantia A C magna est ratione habita radii guttae, semper tamen quaedam correctio erit adhibenda : sit D punctum, in quo inclinationem tangentis i metiri nobis proposuimus, t ejus distantia ab axi guttae; B E = b ejus altitudo infra verticem guttae; A B = d distantia puncti A a vertice guttae: D V linea verticalis in D: ideoque si D N est normalis, ND V aequalis inclinationi i; si K est centrum tubi optici, erit KD V = a

$$a = 2i + VDA \text{ sed } VDA = bg \operatorname{tg} \frac{t}{d+b}$$

$$a = bg \operatorname{ctg} \frac{d+b}{t} \quad a = bg \operatorname{tg} \frac{t}{d+b}$$

$$i = \frac{2}{2} = \frac{2}{2}$$

distantiam d metiri facile possumus; b negligi potest quum 1.7 mm non attingit. Ut autem sciamus in quonam puncto metiti fuerimus inclinationem, inserviat hoc instrumentum simplicissimum. ABCD sit quadratum satis magnae areae, ut

inter latera maxima gutta libere se extendere possit. Ex angulorum verticibus A B C D adscendunt quatuor laminae metallicae aequae longae quae convenienter in cacumen, ubi habetur punctum lucens: si nunc quadratum ita posuerimus, ut vertex guttae medium occupet aream, punctum summum instrumenti erit in eadem linea verticali cum vertice, si saltem lamina vitrea horizontalis erit. Lateribus affixi sunt duo pedicilli a a' a'' a''', quae moventur per incisuras.

Sibimet ipsis hi parallelum motum habent secundum latera, ita ut duae oppositae et filo tenui tenso conjunctae sint; latera autem sunt divisa et divisionibus indicatur, quantum spatii percurrerint pedicilli. Hi si mediis lateribus collocati sunt, fila habent transversalia se secantia in centro quadrati, quod igitur super verticem guttae esse debet. Observationem instituere cupientes, cum tubo optico puncti imaginem in superficie guttae quaerimus, tum filum movemus quam proxime superficie eo usque, ut imago a filo occultetur. Si altitudo fili supra verticem est e quantitas perparva, metiemur inclinatio-

$$\text{d} + \text{b} \\ \text{nem superficie in circulo cuius radius } t \text{ est } t = \frac{\text{d} + \text{b}}{\text{d} - \text{e}} : 1$$

quantitate 1 significante longitudinem lineae a filo percursae. Si distantiam d permagnam habere volumus, quo formulae simpliciores evadunt, alio modo punctum, cuius imaginem observamus in linea verticali per centrum transeunte affixum esse debet, tum enim instrumenti dimensiones non sinunt, ut huic sine flexione adaptetur. Hoc modo instructum instrumentum aptum est, ut formam superficie superiori cognitam exhibeat: si inferiorem cognoscere velimus, punctum in eadem linea infra erit applicandum. Attendendum nunc est ad vim refringentem vitri et aberrationem, quam inde lux patiatur. Sit TT' linea superficiem in D tangens, figurâ 15 a; quam perspicuitati consulentes magnopere amplificatam proposuimus figurâ 15 b; hanc igitur inspiciamus; sit D V verticalis = b

altitudini, quam supra basin habet punctum, ubi videmus imaginem puncti A. Linea, quam lux sequeretur, esset A D, nisi adesset lamina vitri, nunc est A C F D, M est centrum guttae; M B = C G perpendiculariter laminae insistens hujus crassitatem metitur = d', B A = a. Quaerendus est angulus F D V = C A B. $>$ A D V, quem primo exemplo invenimus.

$$\text{Sit } B C = x, \quad M V = t$$

$$\text{erit angulus } C A B = \text{bg } \tg \frac{x}{a} = F D V$$

$$\text{habebimus } t - x = G F + F V \text{ et quia } F V = b \tg F D V.$$

$$t = \frac{a+b}{a} x + G F = \frac{a+b}{a} x + d' \tg G C F.$$

Inter angulos GCF et CAB relatio est: $n \sin G C F = \sin C A B$
pro qua, quum in nostro casu auguli semper parvi sint, sumi
licet $n \tg G C N = \tg C A B$

$$\text{Ergo } t = \frac{a+b}{a} x + \frac{d' x}{n a}, \quad \frac{x}{a} = \frac{n t}{n(a+b)+d'}$$

Et si N est normalis TT' et NDV = i $< \frac{1}{2} a$;

$$a = H D V = 2i + \text{bg } \tg \frac{n t}{n(a+b)+d'},$$

Si in hac formula $2i = a - \text{bg } \tg \frac{n t}{n(a+b)+d'}$, ponimus

$n = 1$, id est si ponimus vitrum eundem quem aërem habere indicem, aut quod eodem reddit non adesse vitrum, oritur

$$2i = a - \text{bg } \tg \frac{t}{a+d'+b},$$

quae prorsus convenit cum priori formula, in qua d = a + d'.

Plerumque linea H D directionem habebit horizontalem aut adscendentem, et non nisi pro minoribus guttis et in iis locis, ubi directiones TT' et MH angulum 45^o gradibus minorum inter se constituunt per vitrum transire poterit : at vero monuisse sufficiat pro vitro cum superficiebus parallelis lineas H D et R K esse parallelas, ut nullà inde formulam mutatione affici, statim appareat.

Eodem modo in pendentium gutterum formam inquirere possumus : in alia tamen temperatura experimenta instituere difficile est, quia facile vitri temperatura alia est, quam hydrargyri aut cujuscunque tandem liquidi.

F I N I S.

the last few years have been very good, especially
and about as fine as they ever were, and up to date
we have had no trouble with them, though we
have had some trouble with them in the past, and
we will do our best to make them as good as we can.

Concerning your new house, I am sorry to say that it
is still under construction, and we have not yet
arrived at a date when it will be ready, and it is
still in the process of being built.

T H E S E S.

I.

Hypotheses bonum disciplinarum adjumentum.

II.

Atomistica theoria amplectenda.

III.

A Physicis discant omnes , quid sit tolerantia , quid indiffer-
rentia : illa laudanda , haec vituperanda est .

IV.

E causis physicis cognitis nullus terrae generive humano interitus exspectandus.

V.

Recte POISSON animadvertisit; situm plani invariabilis a rotatione solis pendere, non autem opus esse ut ad hujus motus partem variabilem attendamus.

VI.

Unice ob neglectas proprietates physicas analysis definire nequit, quam ponderis partem, si hoc quatuor pluribusve punctis imponitur, singula sustineant.

VII.

Ad limites atmosphaera non est fluidum non elasticum.

VIII.

Lux et calor non differunt nisi simili quam in sono *timbre* dicimus, undulationis modificatione.

IX.

Lucis phaenomena subtilissima ad solvendas quaestiones physicis suppeditant adminicnla.

X.

Theoriam DOPPLERI probandam existimo; ad stellarum autem duplicium colores explicandos non sufficientem dico.

XI.

Montium ignivomorum phaenomena e calore proprio telluris explicanda sunt.

XII.

Corpora simplicia ordine ita disponi possunt ut, quo magis in eo ordine distent, eo majori gaudeant affinitate mutua.

XIII.

E duobus salibus mixtis, quae et acido et basi diversa sunt, quatuor salia oriuntur.

XIV.

Pondera atomistica elementorum non sunt multipla ponderis atomistici hydrogenii.

XV.

Nihil dicunt, qui theoriae contactus objicant, ex ea perpetuum mobile sequi.

XVI.

Endosmosis capillaritatis phaenomenon.

XVII.

Nondum spes affulget fore ut vaporis aquae partes expletat electro-magnetismus.

XVIII.

Mox Meteorologia disciplinae nomen jure sibi vindicabit.

XIX.

In quovis planeta, si quod datur, aliud genus organicum
in quovis systemate solari, aliud.

XX.

Actionis cuiusvis organicae intimus est cum actione chemica
nexus.

XXI.

Calor organicus chemicae originis.